

Введение

Метод Качмарца [?] — итерационный метод решения СЛАУ $Ax = b$, проецируя текущее приближение x_k на гипер-плоскость $\langle a_i, x \rangle = b_i$.

Модификации:

- Случайный выбор строки [?]
- Максимальная невязка
- Скетч-предобусловливание [?]

Постановка задачи

Исследовать влияние выбора направления итерации на сходимость:

- Реализовать 4 алгоритма
- Провести сравнение на наборах СЛАУ

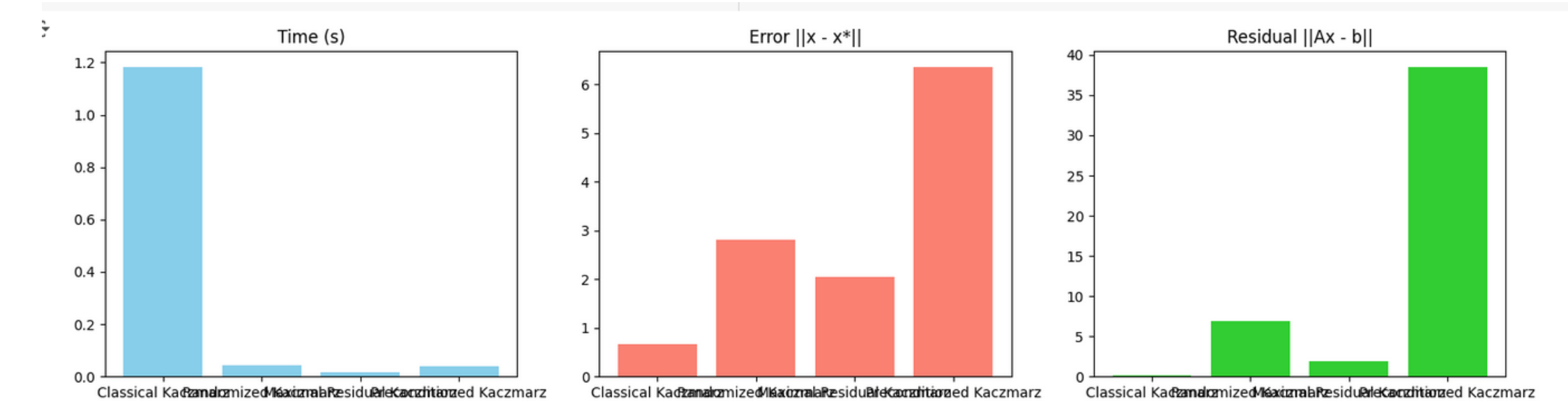
Алгоритмы

Классический: $x_{k+1} = x_k + \frac{b_i - \langle a_i, x_k \rangle}{\|a_i\|^2} a_i$ Случай-
ный: выбор i пропорционален $\|a_i\|^2$ Макс. остаток: $i = \arg \max |b_i - \langle a_i, x \rangle|$ Предобусловливание: $\tilde{A} = S^T A$, $\tilde{b} = S^T b$

Метрики качества

- $\|x_k - x^*\| < \varepsilon$
- $\|Ax_k - b\|$
- время работы

Результаты



Заключение

- Предобусловливание даёт наилучшую сходимость при больших размерах
- Метод максимальной невязки эффективен на плохо обусловленных матрицах
- Классический метод — базовая надёжная реализация

Планы

- Реализация гибридных методов

- Генерация тестов и автоматизация
- Библиотека на Python

Публикация

Формат: PDF + выступление на защите

Площадка: Конференция студенческих проектов МФТИ, май 2025

Благодарности

Работа поддержана учебной программой по вычислительной линейной алгебре. Благодарим кураторов курса за поддержку.

Литература

- Kaczmarz, 1937
- Strohmer, Vershynin, 2009
- Ferreira et al., 2024
- Katrutsa, Oseledets, 2019
- Gower, Richtárik, 2015