

Logic Design Assignment 2 - Solutions (TA)

Dr. Shahram Etemadi

Led by **Abolfazl Ranjbar**

Computer Engineering Department

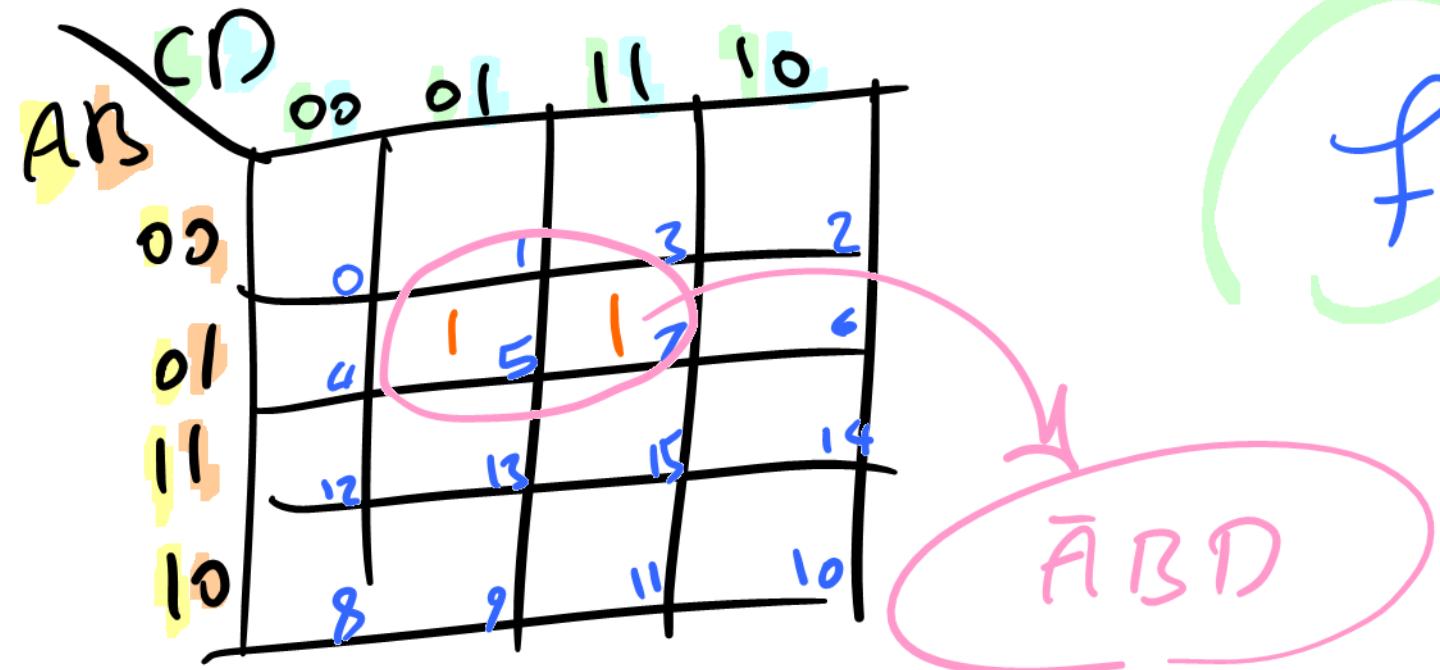
University of Isfahan

Fall Semester 2024

- ۱ - جدول کارنو زیر را کامل کنید:

$$f(A, B, C, D) = \sum_m (1, 3, 4, 6, 9, 11, 13)$$

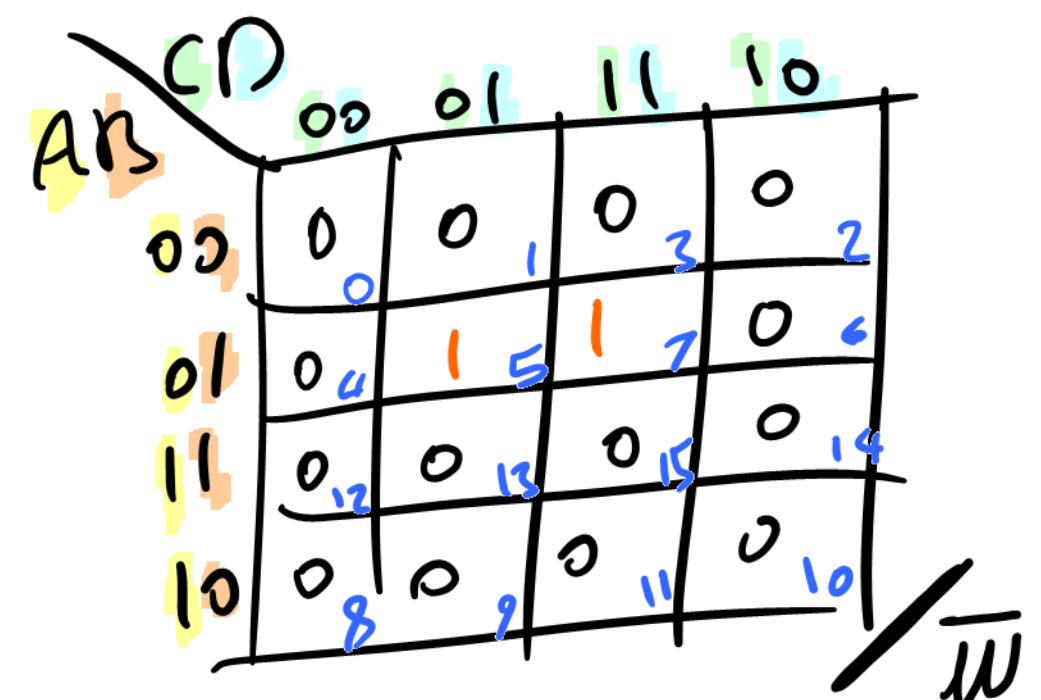
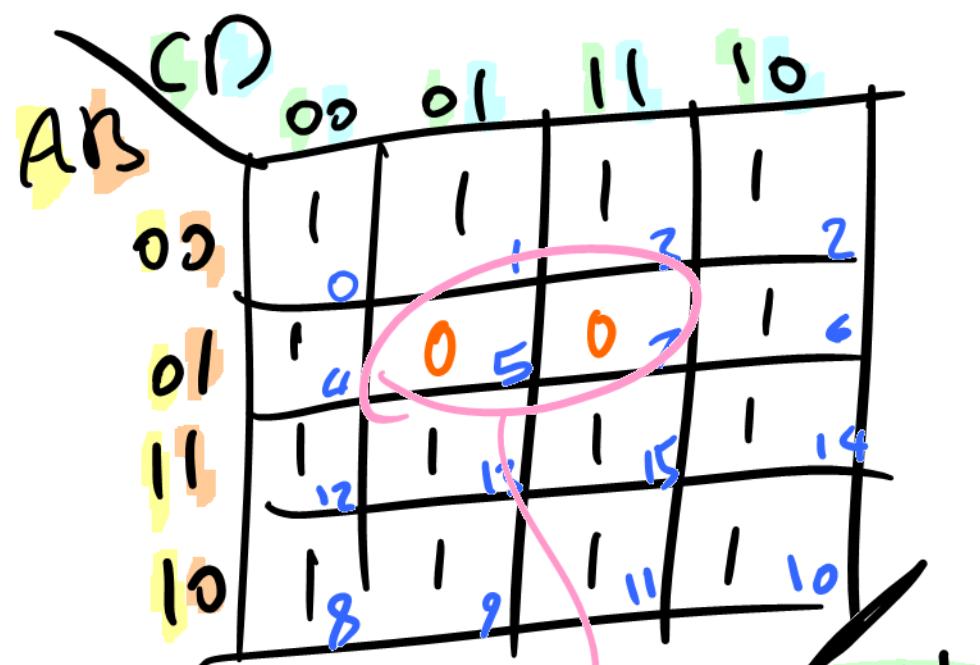
	$\bar{C}\bar{D}$	$\bar{C}D$	$C\bar{D}$	CD
$\bar{A}\bar{B}$	0	1	1	0
$\bar{A}B$	1	0	0	1
$A\bar{B}$	0	1	0	1
AB	1	0	0	0
$A\bar{B}$	0	1	1	0



$$f = \sum_m (5, 7) = \bar{A}B\bar{C}D + \bar{A}B\bar{C}D$$

$$= \bar{A}B\bar{D}(\bar{C} + C) = \bar{A}B\bar{D}$$

standard SOP → minimum SOP



$$\bar{w} = \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

$$w = (A + \bar{B} + C + \bar{D})(A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

sum sum

w → $A + \bar{B} + \bar{D}$

\bar{w} → M

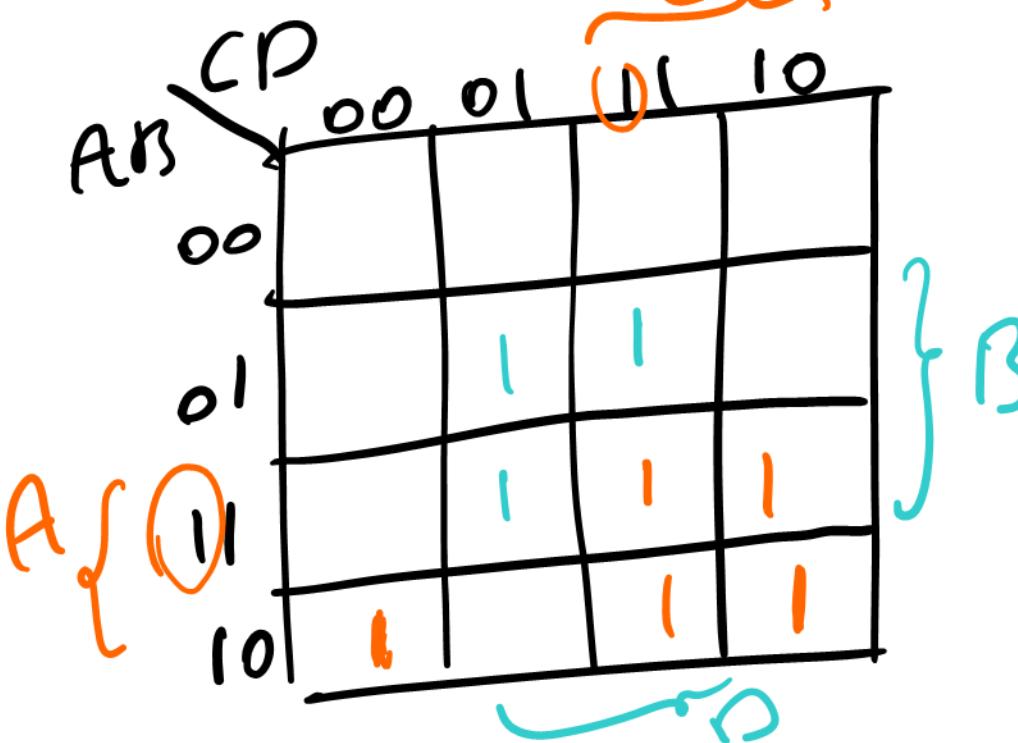
minimum product of sum

Question - 2

- ۲ برسی کند کدام یک از معادلات زیر هم ارزاند:

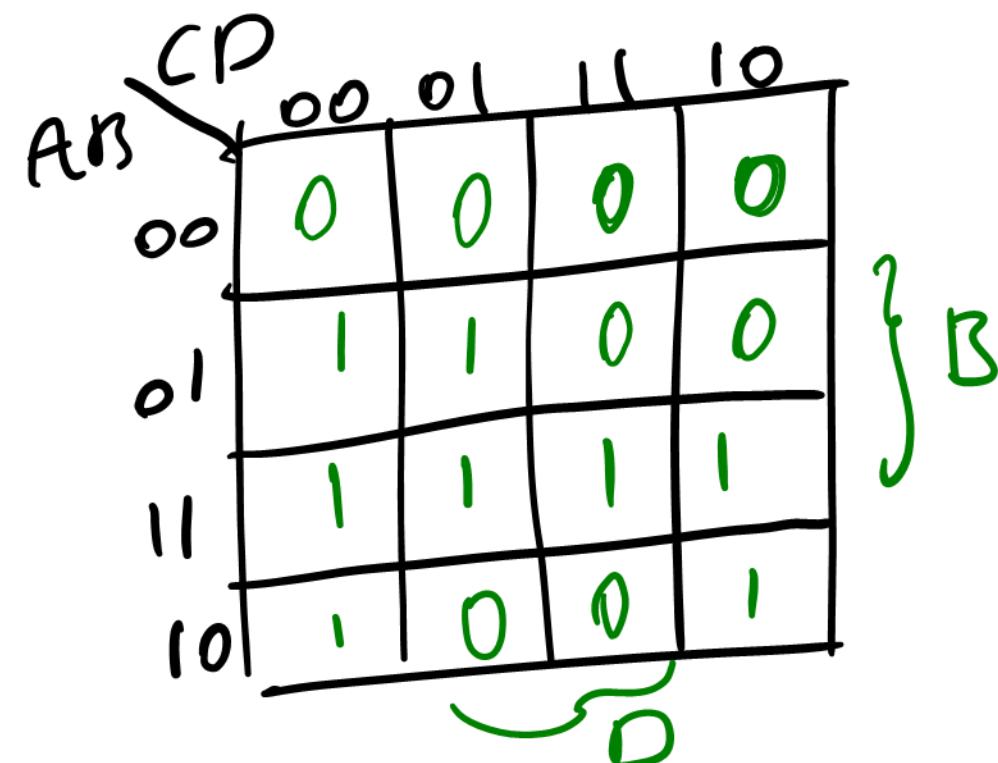
$$f_1 = AC + BD + A\bar{B}\bar{D}$$

1-1- -1-1- 10-0
min SOP



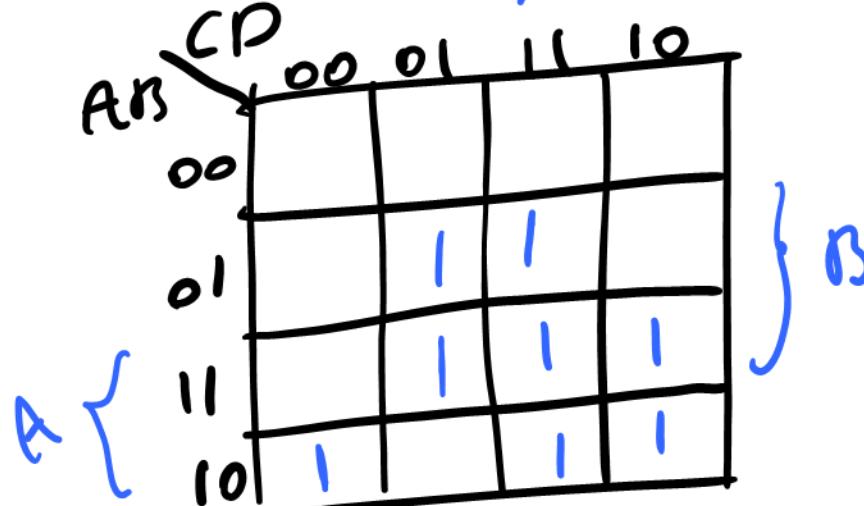
$$f_2 = (B + \bar{D})(A + B)(A + \bar{C})$$

-0-1 00-- 0-1-



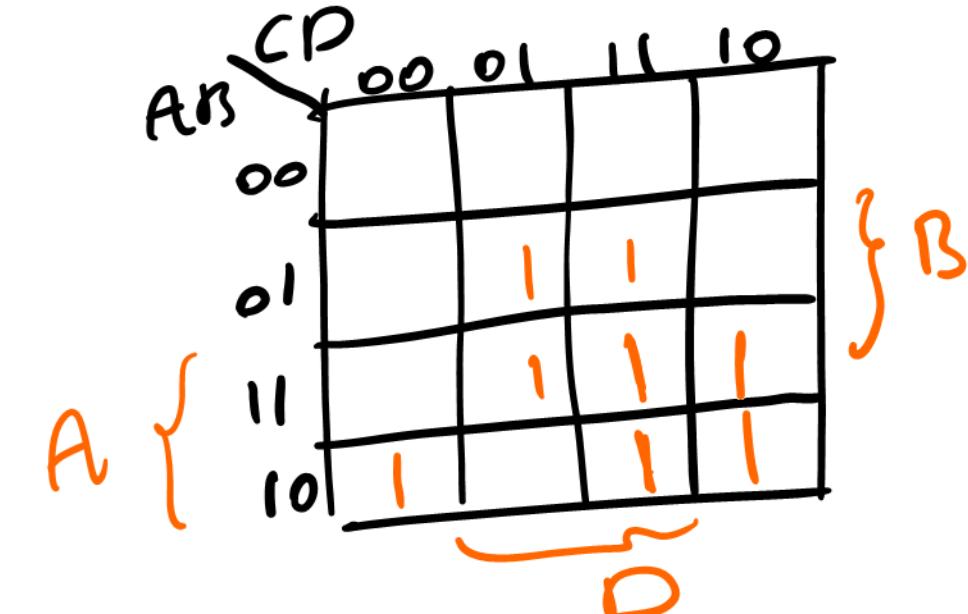
$$f_3 = AC + A\bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BD + B\bar{C}D$$

1-1- 01-1- -101
C



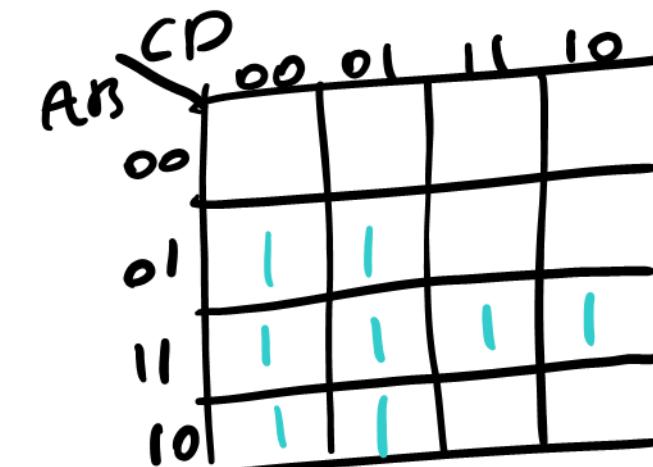
$$f_4 = BD + A\bar{B}\bar{D} + ACD + ABC$$

-1-1- 10-0 1-11 111-



$$f_5 = A\bar{B}\bar{C} + AB + \bar{A}B\bar{C}$$

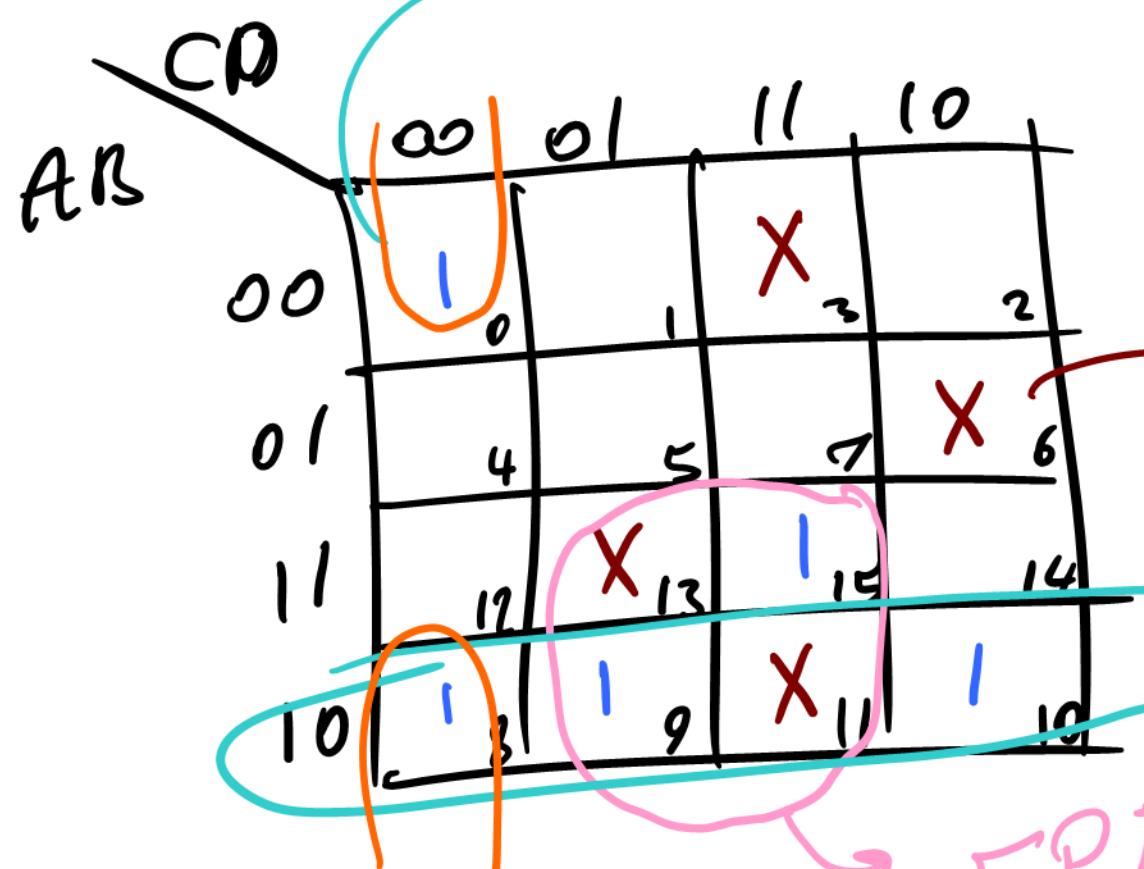
100- 11- 010-



- ۳- معادله زیر (دارای حالت بی اهمیت) را توسط جدول کارنو ساده کنید.

$$f(A, B, C, D) = \sum_m (0, 8, 9, 10, 15) + \sum_d (3, 6, 11, 13)$$

boolean adjacent term



Don't Care

EPI: Essential Prime Implicant

$$f = A\bar{B} + AD + \bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

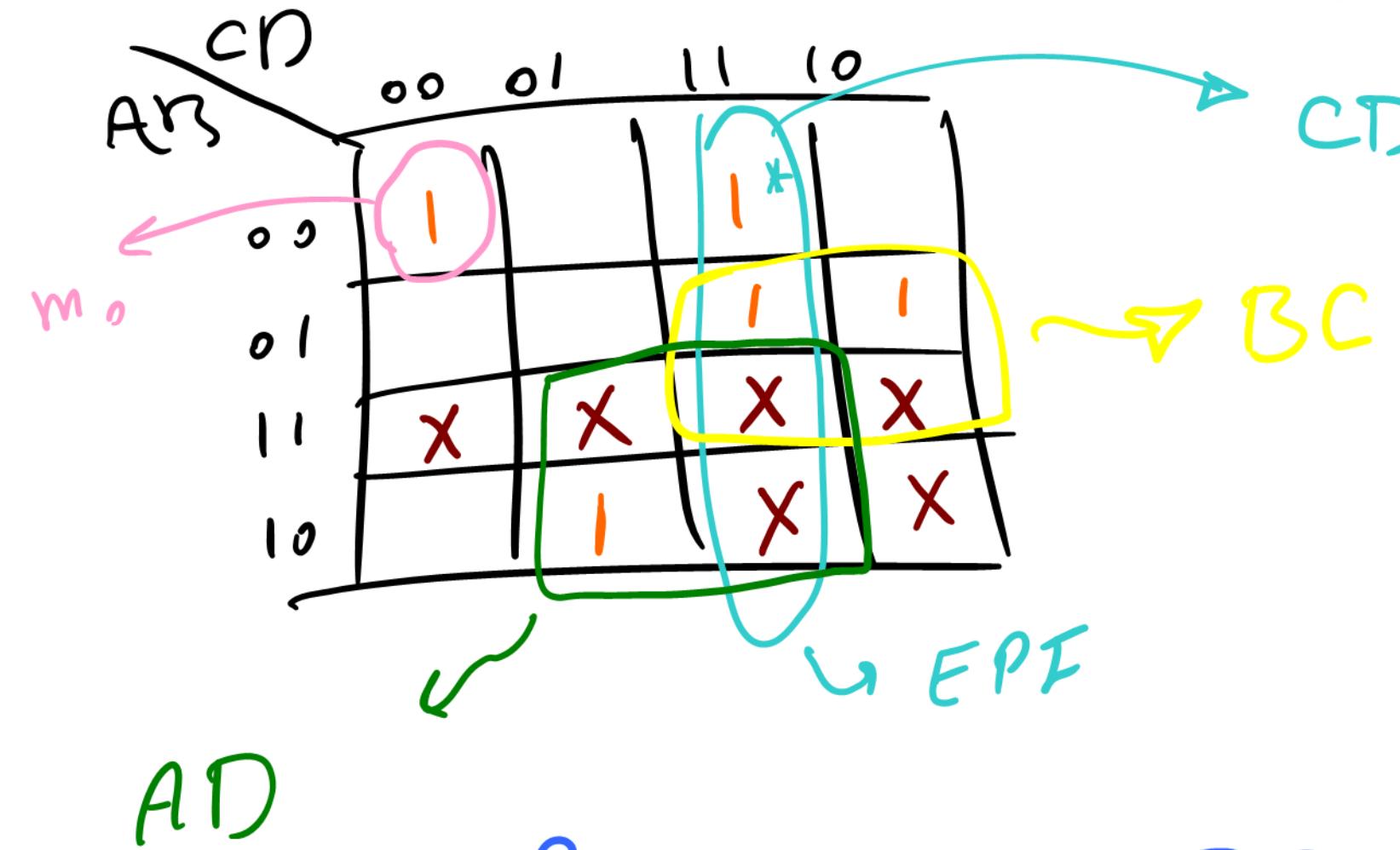
$\bar{B}\bar{C}\bar{D}$

AD

Decimal	A	B	C	D	f	
0	0	0	0	0	1	m_0
1	0	0	0	1		
2	0	0	1	0		
3	0	0	1	1	1	m_3
4	0	1	0	0		
5	0	1	0	1		
6	0	1	1	0	1	m_6
7	0	1	1	1	1	m_7
8	1	0	0	0		
9	1	0	0	1	1	m_9
						m_{10}
						m_{15}

Don't Care

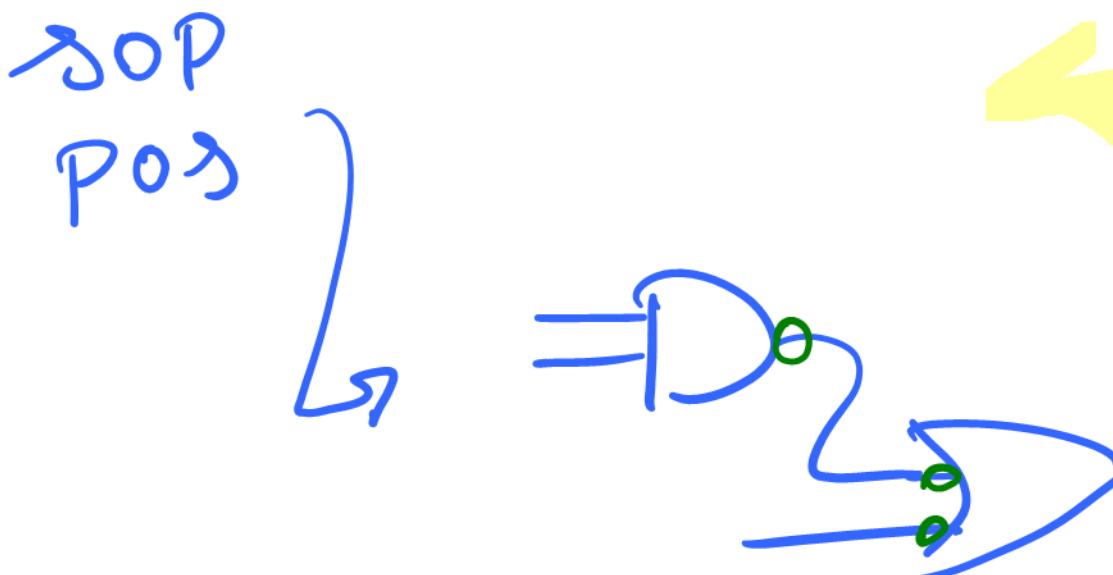
۴- یک مدار طراحی کنید که ورودی آن کد چهار بیتی BCD است و خروجی در صورتی ۱ شود که رقم ورودی بر ۳ یا ۷ بخش پذیر باشد. (از جدول کارنو برای ساده سازی استفاده کنید).



$$f = AD + CD + BC + \bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$$

Question - 5

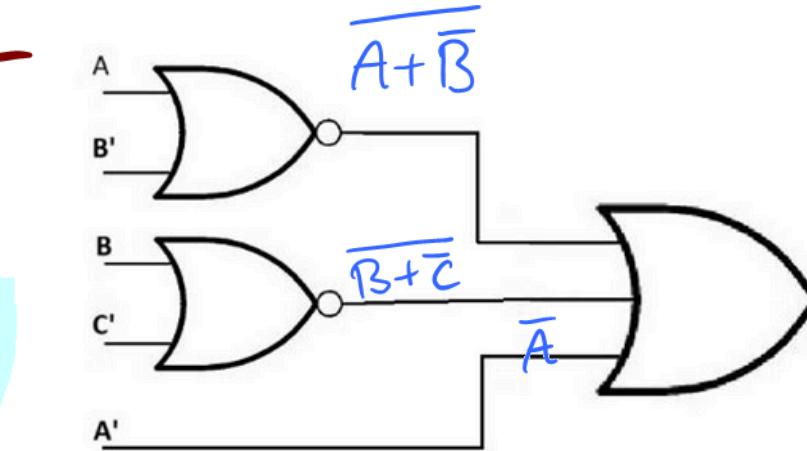
- مدار NOR-NOR زیر را به یک مدار NAND-NAND تبدیل کنید. (با استخراج معادله بولی و جدول کارنو از مدار زیر به معادله جدید رسیده و مدار مدنظر را رسم کنید).



$$\bar{x} + \bar{y} = \overline{xy}$$

x y

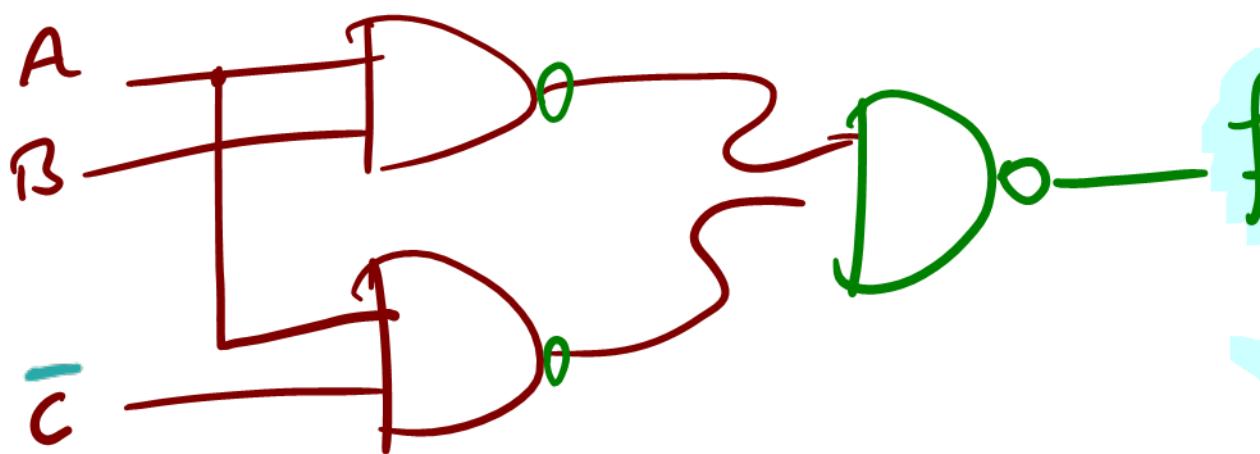
\bar{x} \bar{y}



$$f = \overline{A+B} + \overline{B+C} + \overline{A}$$

$$f = (A+\bar{B})(\bar{B}+\bar{C})\bar{A}$$

\downarrow
 POS
 $\rightarrow \text{SOP}$



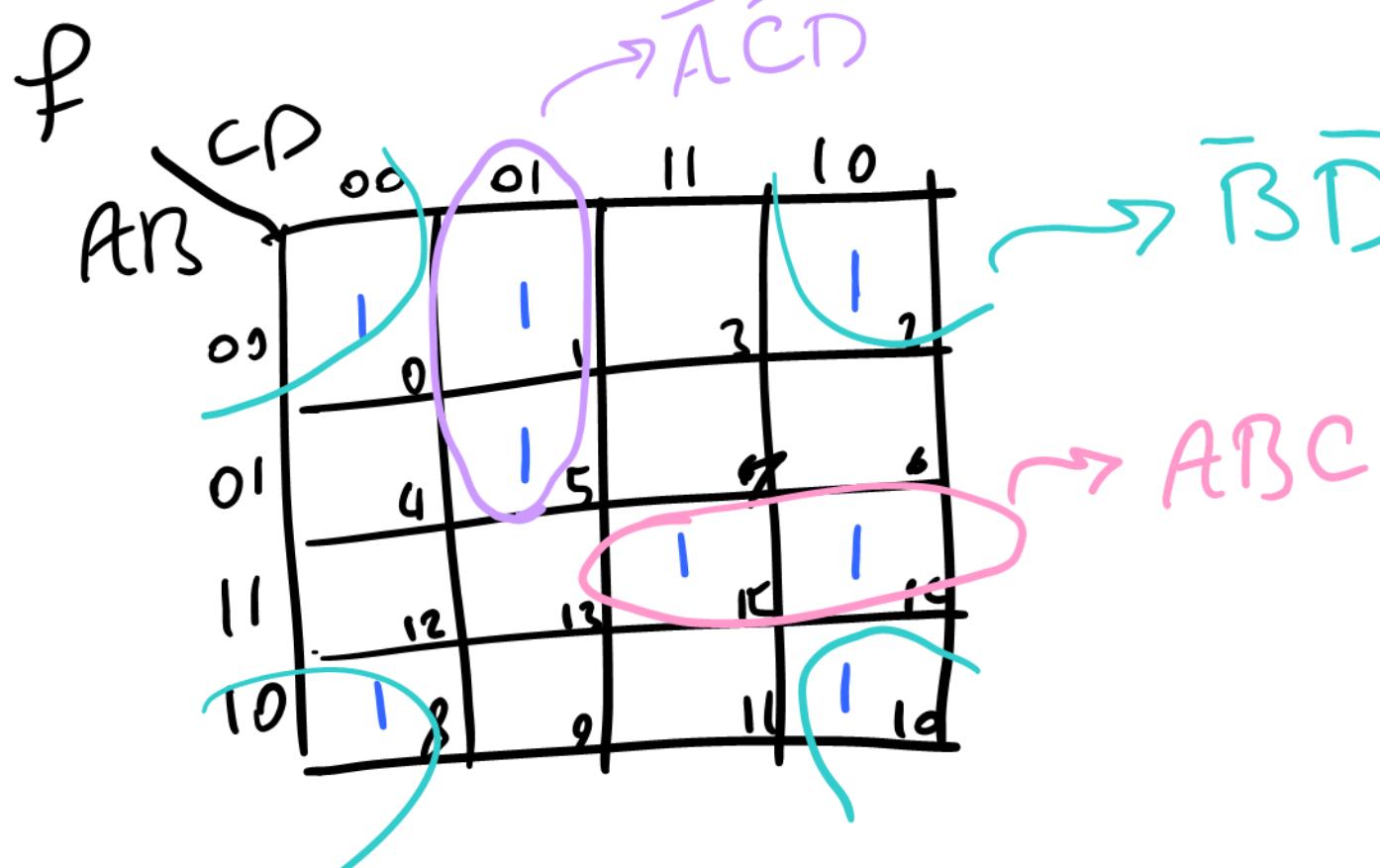
	BC	00	01	11	10
A	0	0	0	1	0
	1	1*	0	1	1
				AB	$A\bar{C}$

$$f = AB + A\bar{C}$$

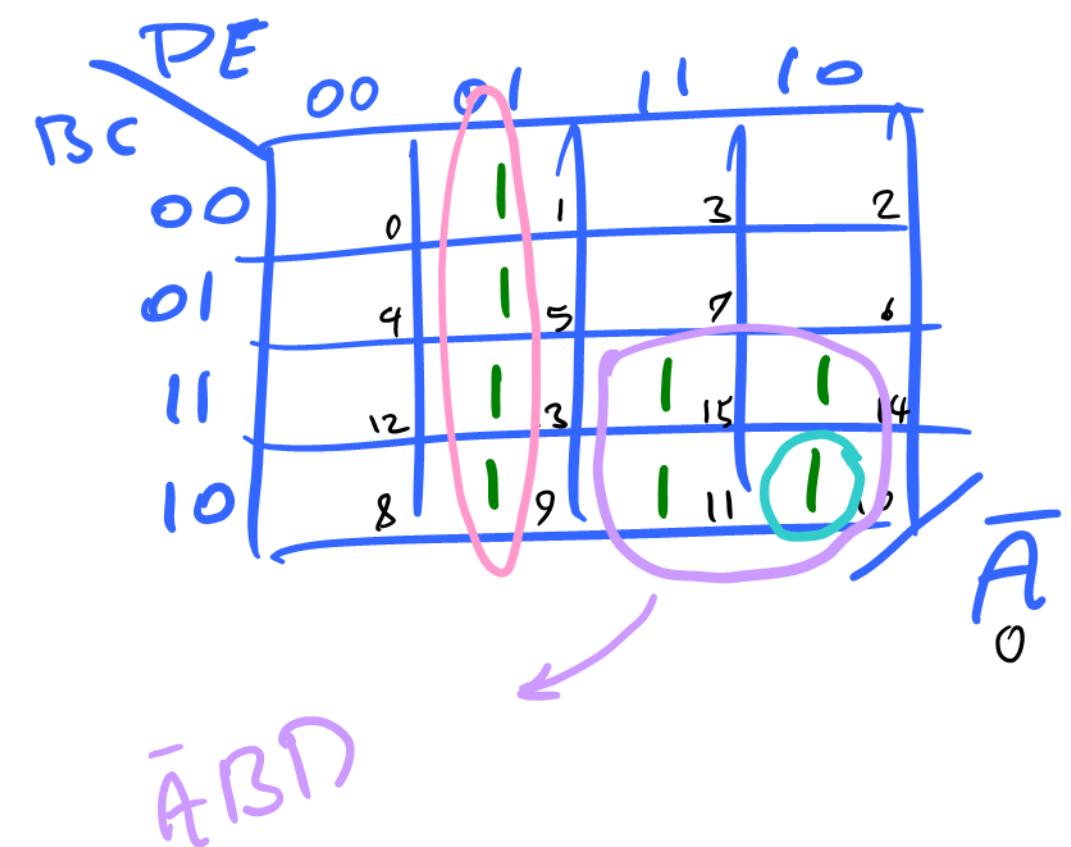
$$= \overline{AB} \cdot \overline{A\bar{C}}$$



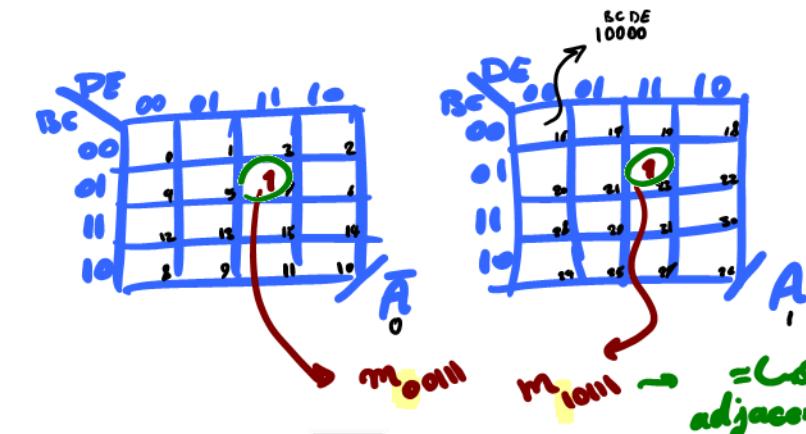
Question - 6 - A



$$f(A, B, C, D)$$



$$\bar{A}BD$$



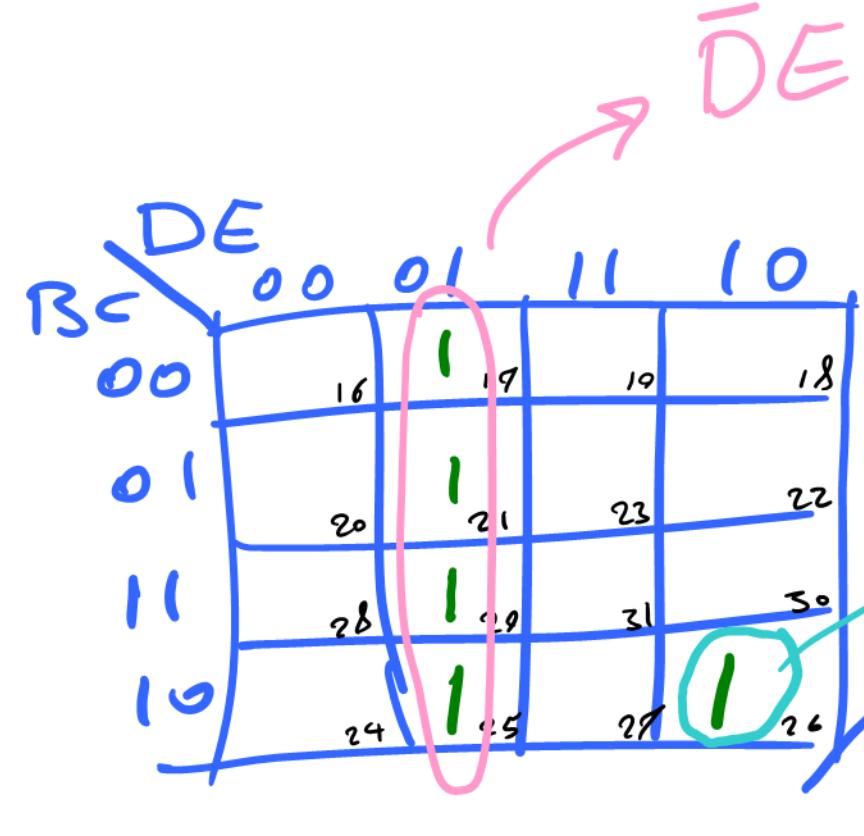
$$f = \sum_m (0, 1, 2, 5, 8, 10, 14, 15)$$

$$g = \sum_m (1, 5, 9, 10, 11, 13, 14, 15, 17, 21, 25, 26, 29)$$

SOP

$$f = ABC + \bar{A}\bar{C}D + \bar{B}\bar{D}$$

$$g = \bar{D}E + \bar{A}BD + B\bar{C}D\bar{E}$$

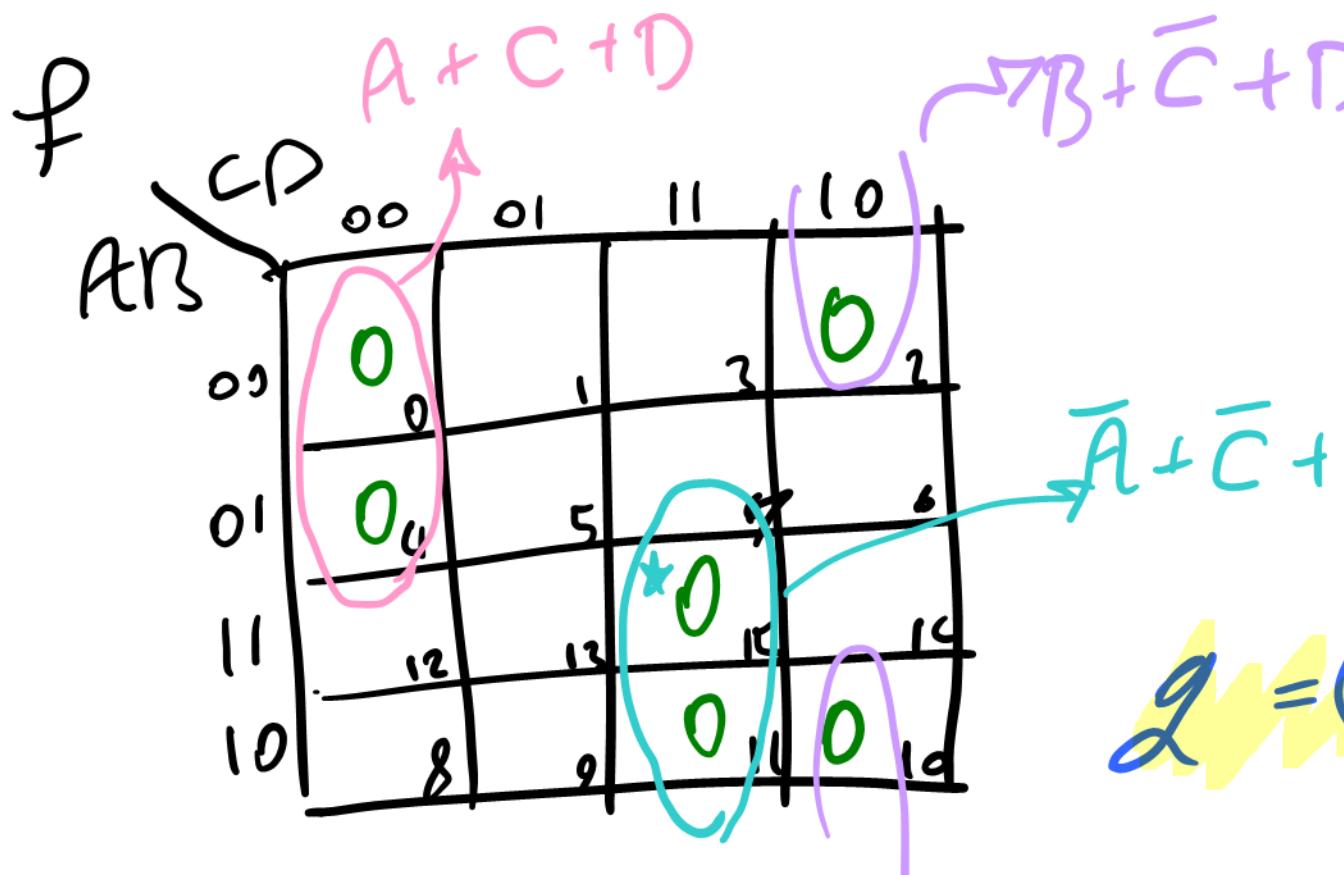


$$\bar{B}\bar{C}D\bar{E}$$

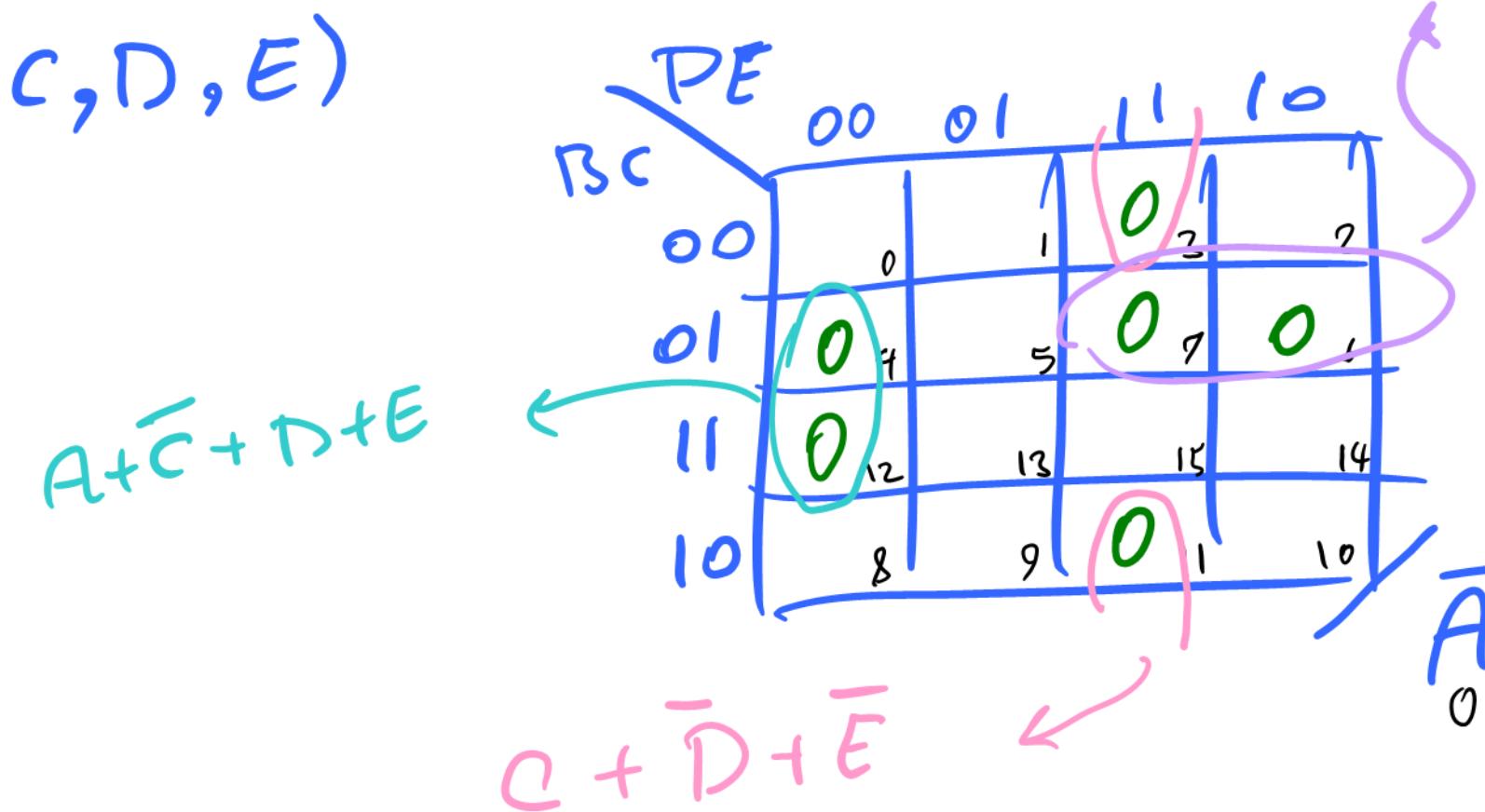
- ۹ با استفاده از جدول کارنو:

الف) ساده شده معادلات زیر را به صورت جمع حاصل ضرب بنویسید.





$g(A, B, C, D, E)$



POS

ب) ساده شده معادلات زیر را به صورت ضرب حاصل جمع بنویسید.

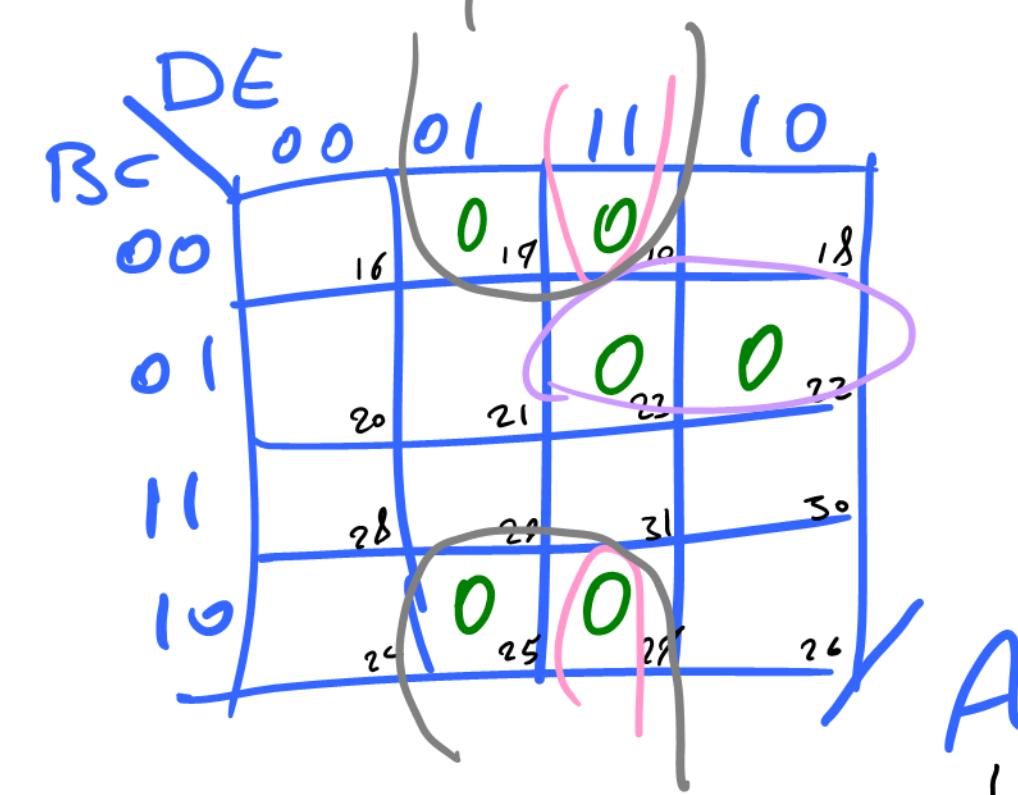
$$f = \prod_M (0, 2, 4, 10, 11, 15)$$

$$g = \prod_M (3, 4, 6, 7, 11, 12, 17, 19, 22, 23, 25, 27)$$

$$g = (A + \bar{C} + D + E)(B + \bar{C} + \bar{D})(C + \bar{D} + \bar{E})(\bar{A} + C + \bar{E})$$

$B + \bar{C} + \bar{D}$

$\bar{A} + C + \bar{E}$



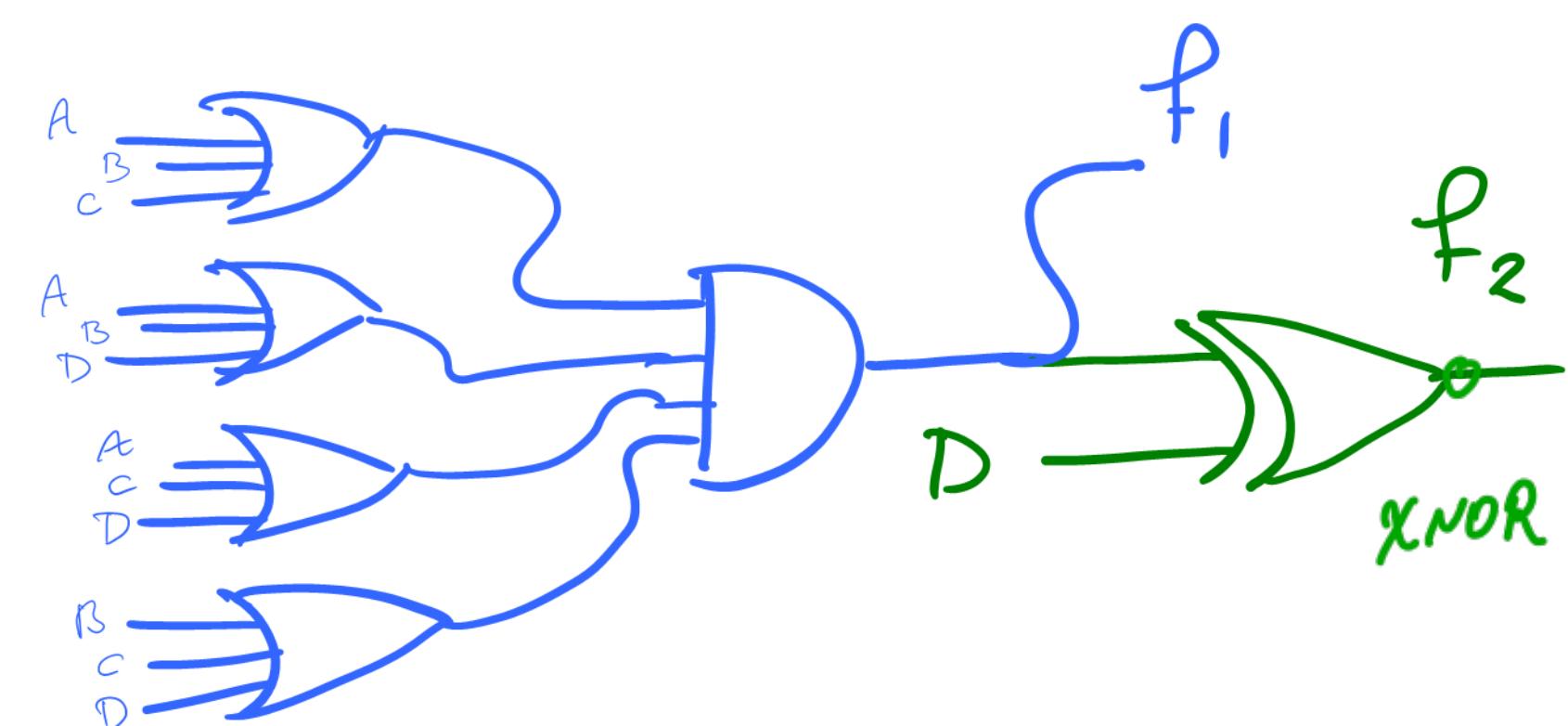
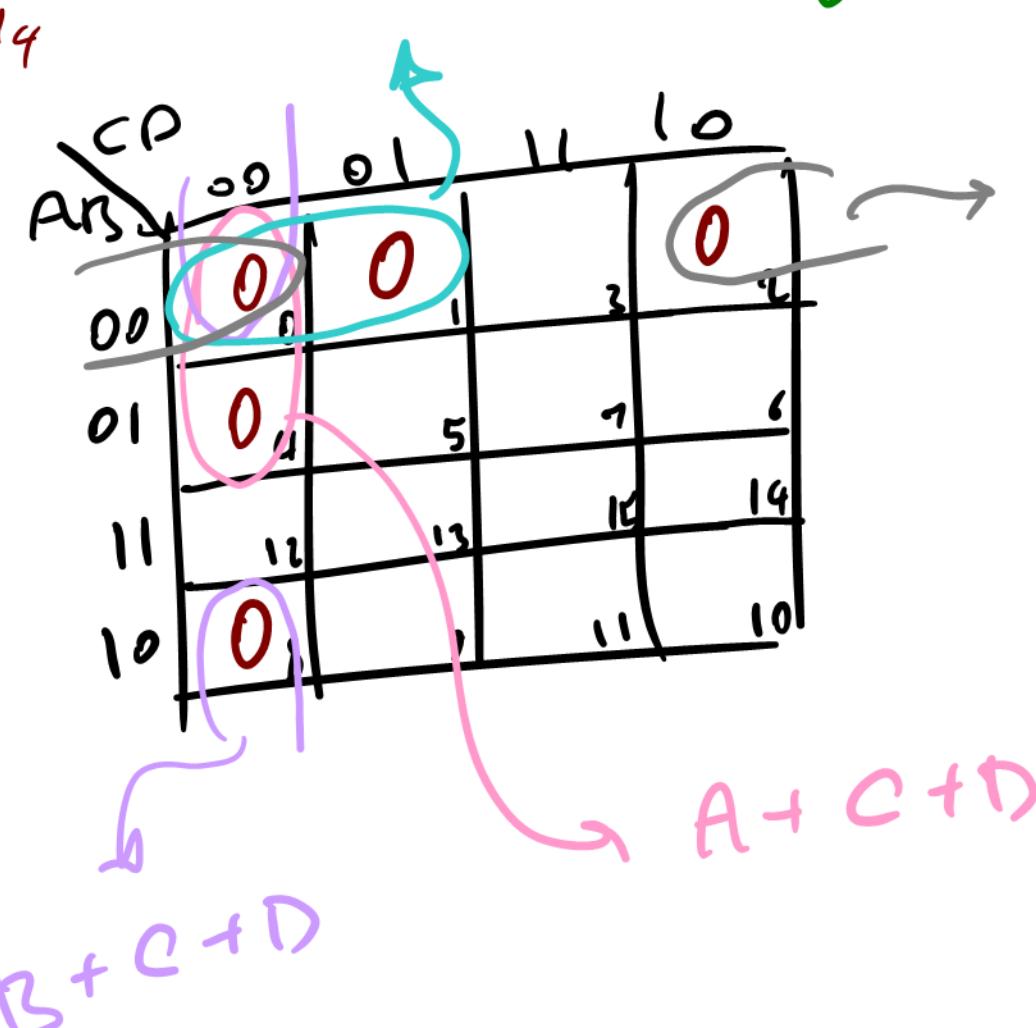
A	B	C	D	f_1	$f_2 = \bar{f}_1 \oplus D$
0	0	0	0	0	M_0
0	0	0	1	0	M_1
0	0	1	0	0	M_2
0	0	1	1	1	
0	1	0	0	0	M_4
0	1	0	1	1	
0	1	1	0	1	
0	1	1	1	0	M_8
1	0	0	0	1	
1	0	0	1	0	
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	
1	1	1	1	0	

-۷ مداری با ۴ ورودی و ۲ خروجی طراحی کنید که خروجی f_1 زمانی «۱» شود که حداقل نیمی از ورودی‌ها «۱» باشند.

خروجی f_2 زمانی «۰» شود که f_1 و کم ارزش‌ترین بیت ورودی مخالف هم باشند.

xNOR

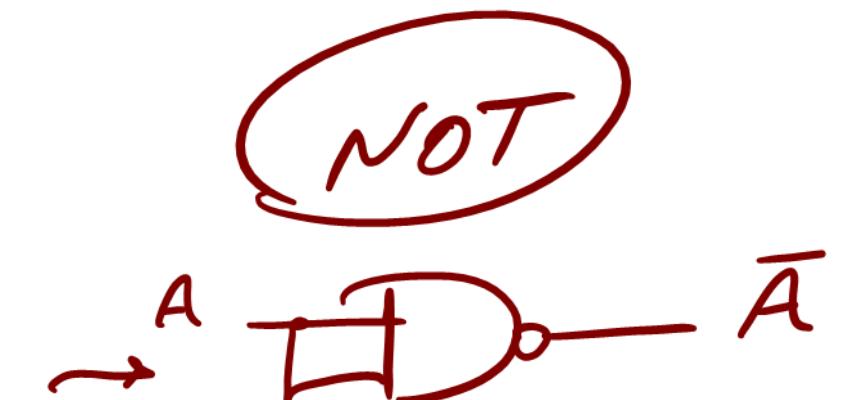
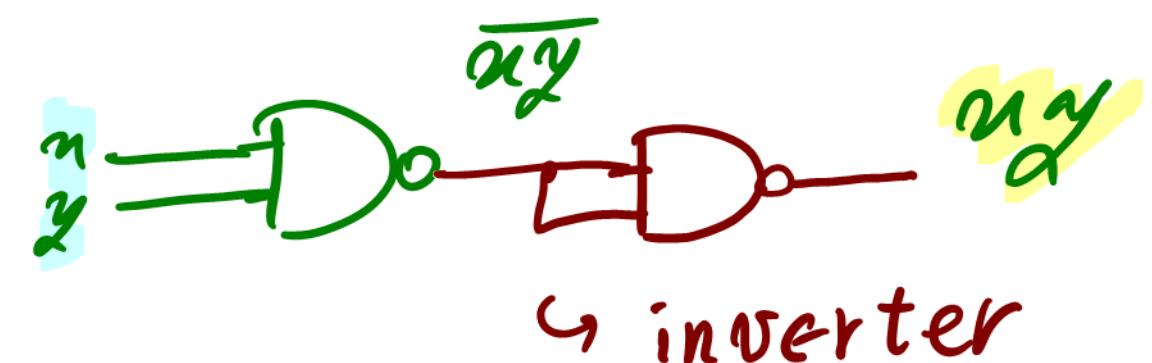
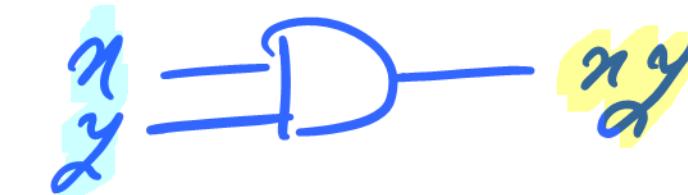
$$f_1 = (A+B+C)(A+B+D)(A+C+D)(B+C+D)$$



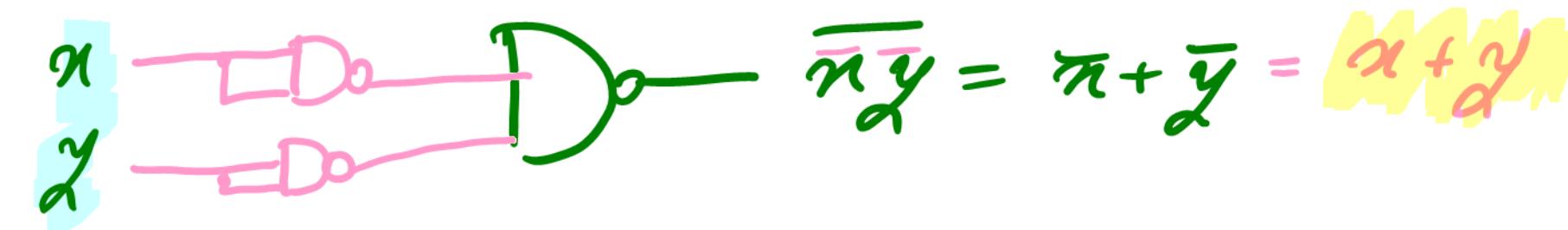
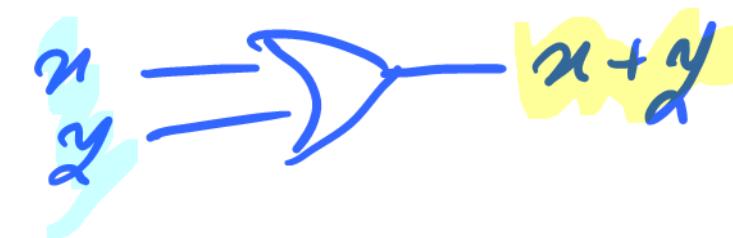
$$\overline{x} \quad \overline{y} \quad \text{---} \quad \text{D} \quad \overline{\overline{x}y} = \overline{x} + \overline{y} \quad : \text{NAND}$$

- آنچه هایی را فقط با استفاده از گیت NAND طراحی کنید.

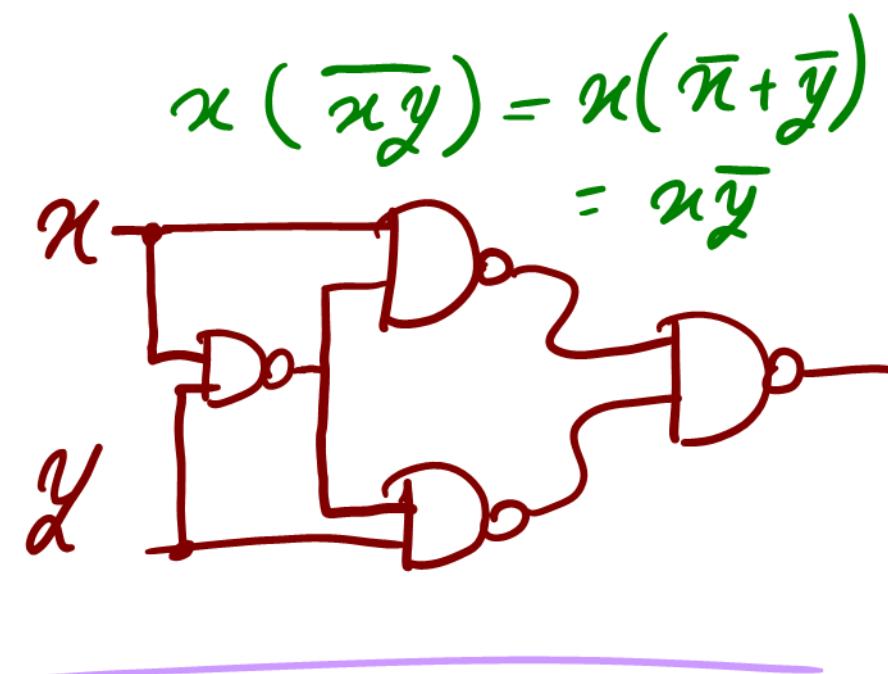
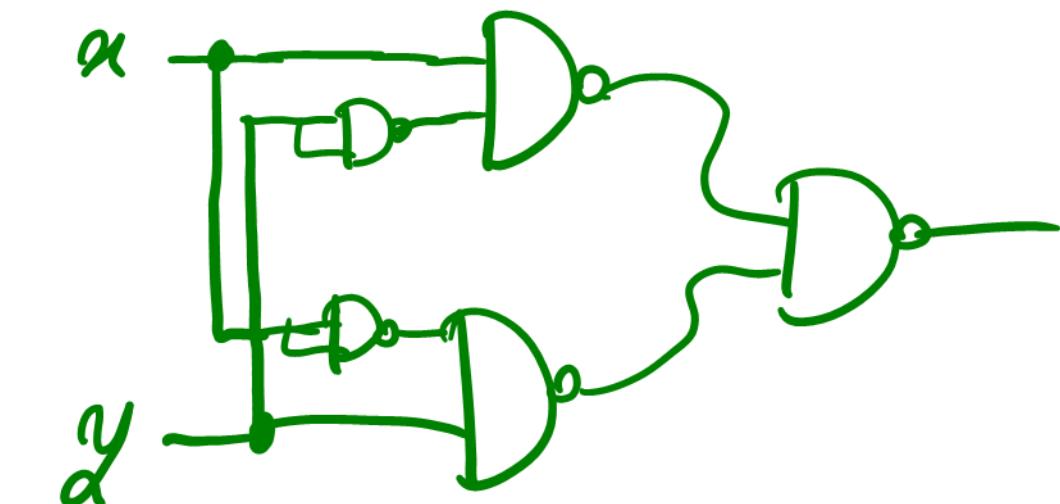
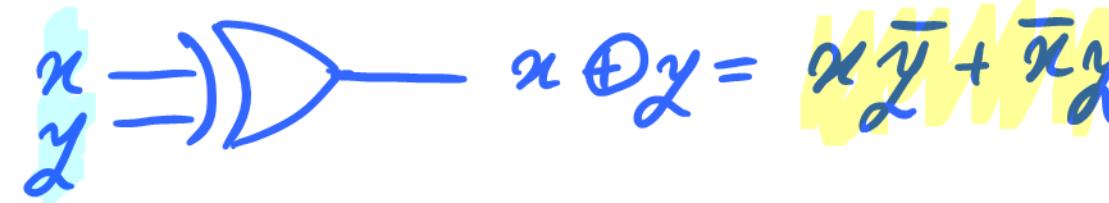
AND :



OR :



XOR :



$$\overline{x+y} = \bar{x}\bar{y} \text{ NOR}$$

- ۹ - گیت های NOT، OR، AND و XOR را فقط با استفاده از گیت NOR طراحی کنید.

$$AND : \overline{x}\overline{y}$$

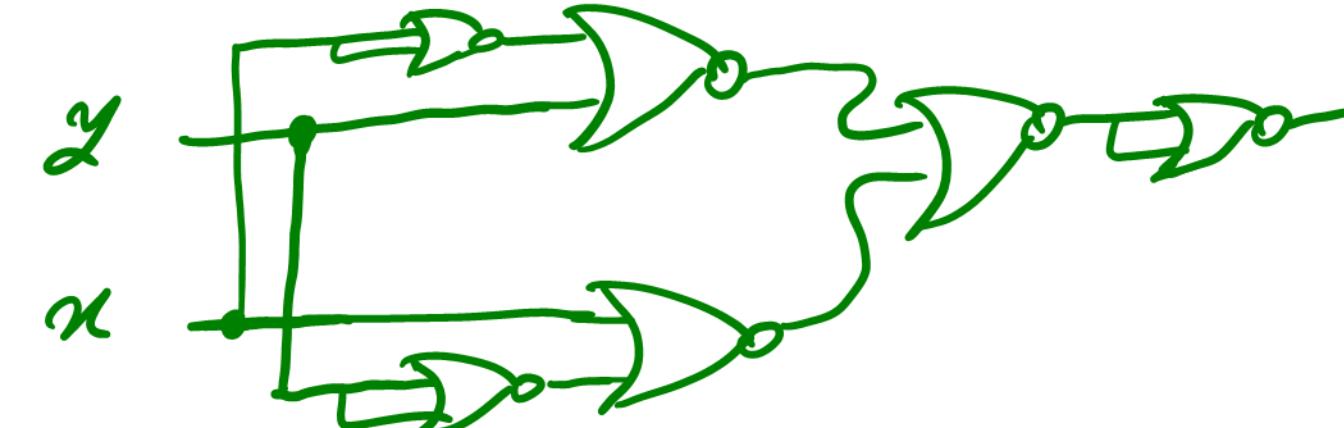
$$\overline{x+y} = \overline{\overline{x}\overline{y}} = xy$$

$$OR : \overline{x+y}$$

$$\overline{x+y}$$

$$XOR : \overline{x+y} = x\bar{y} + \bar{x}y$$

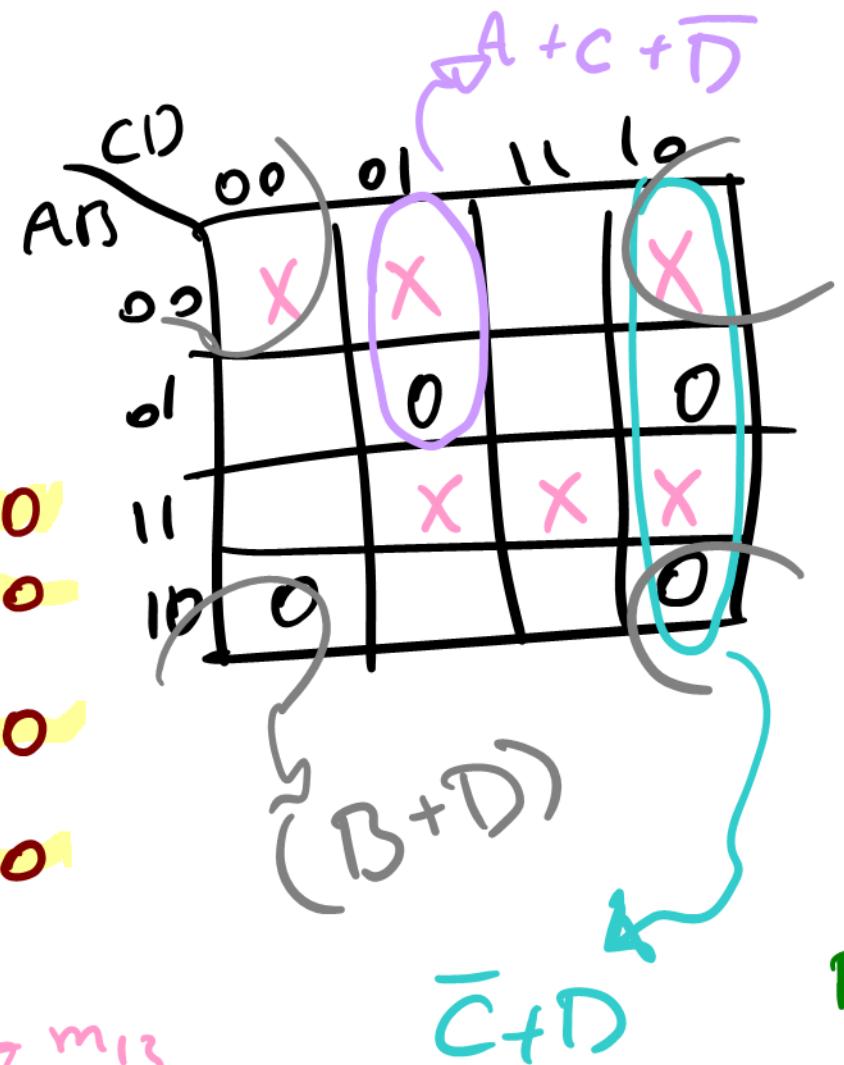
$$\overline{A+A} = \overline{A} \rightarrow A \overline{+} \overline{A}$$



$BCD + 3 \rightarrow \text{Excess-3}$

$A \ B \ C \ D$

$\begin{matrix} X \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ X \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}$



$$f = (A + C + D̄)(B + D)(\bar{C} + D)$$

$$f = (\bar{A}\bar{C}D)(\bar{B}\bar{D})(\bar{C}\bar{D})$$

$$\bar{\bar{x}} = x$$

۱۰- مداری را طراحی کنید که دارای ورودی ۴ بیتی سه افزونی است و خروجی مدار زمانی «۰» خواهد شد که ورودی، عدد او باشد. (از طراحی NAND-AND استفاده کنید)

مثال:

ورودی ۳ افزونی	عدد دسیمال	خروجی
۰۰۱۱	۱	۱
۰۱۰۱	۲	۰

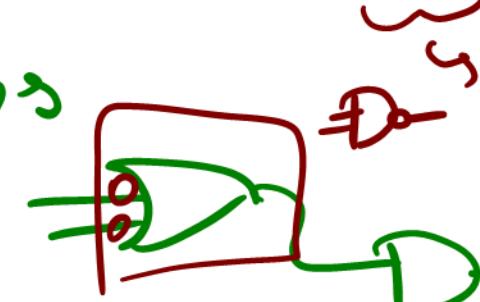
NAND - AND



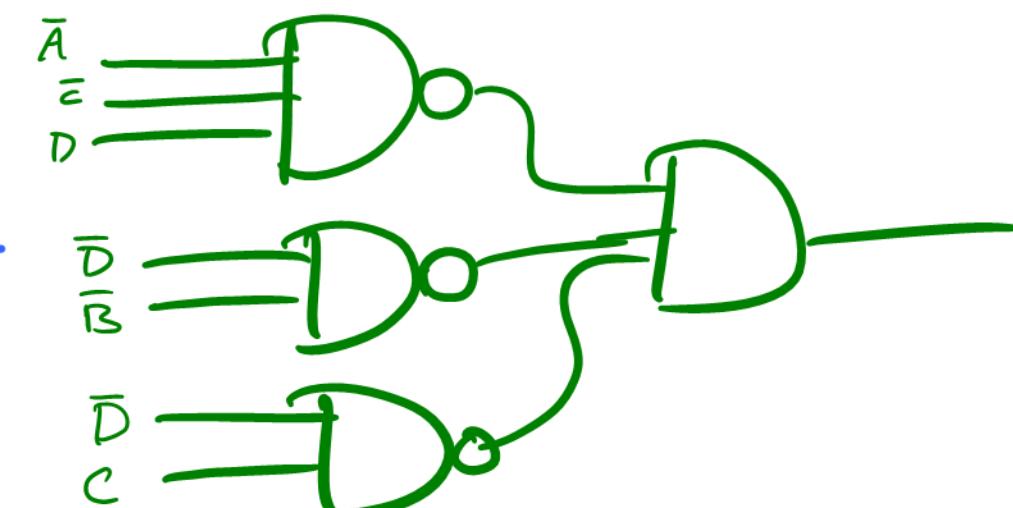
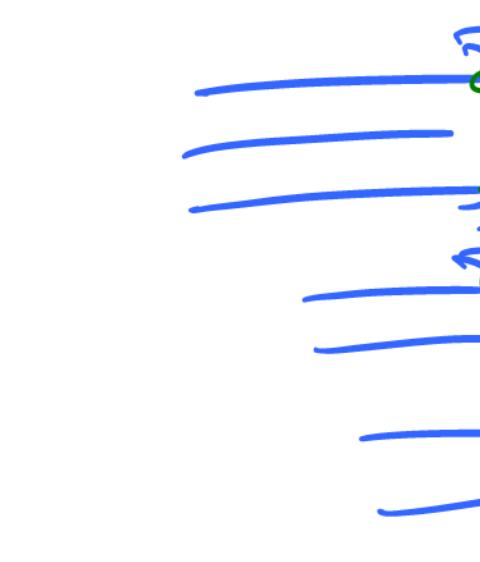
SOP



POS



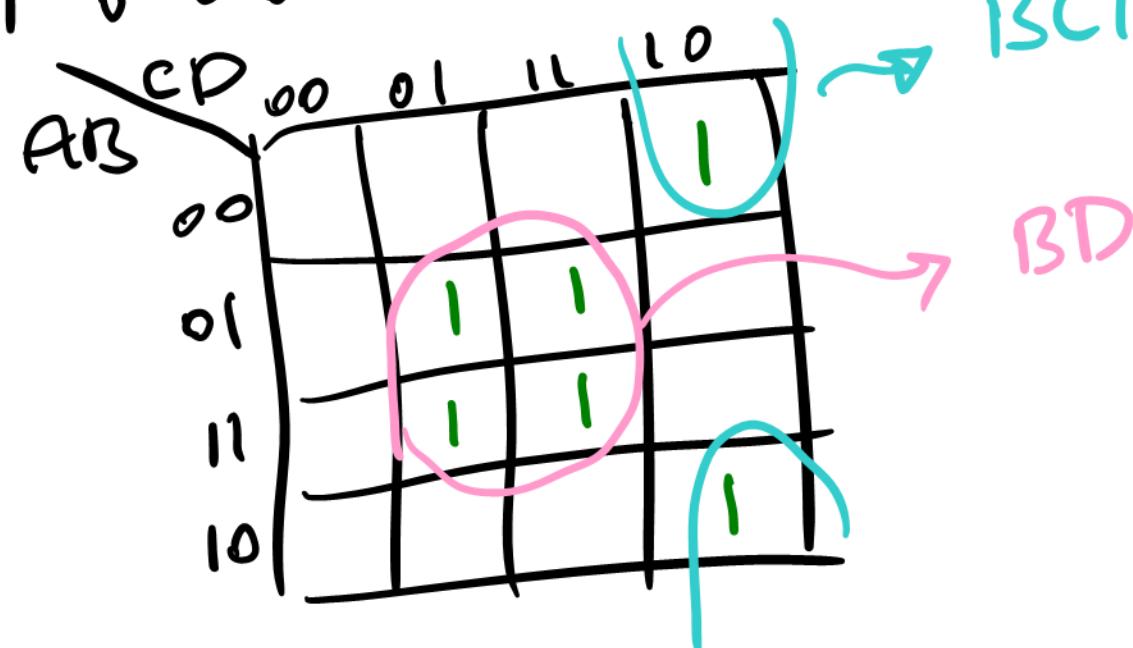
✓



Gray Code

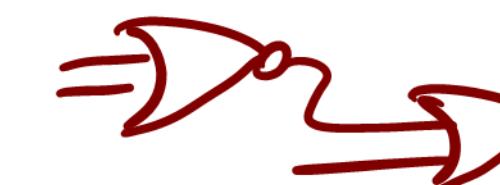
$A \ B \ C \ D$ binary f

0	0	0	0	0000
0	0	0	-	0001
0	0	-	-	0010
0	0	-	-	0011
0	0	-	-	0100
0	1	-	-	0101
0	1	-	-	0110
0	1	-	-	0111
1	-	-	-	1000
1	-	-	-	1001
1	-	-	-	1010
1	-	-	-	1011
1	0	-	-	1100
1	0	-	-	1101
1	1	-	-	1110
1	1	-	-	1111

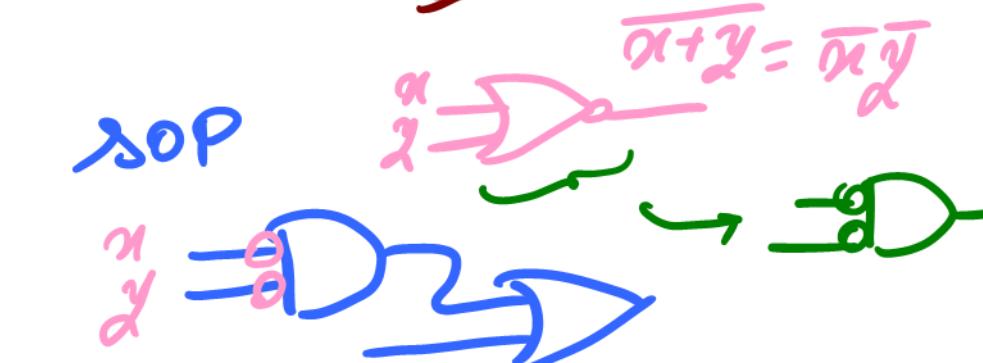


11- مداری طراحی کنید که دارای ورودی 4 بیتی گری کد است و خروجی مدار زمانی «1» خواهد شد که دقیقاً دو بیت از عدد متناظر باینری آن صفر باشد. (از طراحی NOR-OR استفاده کنید)

NOR-OR



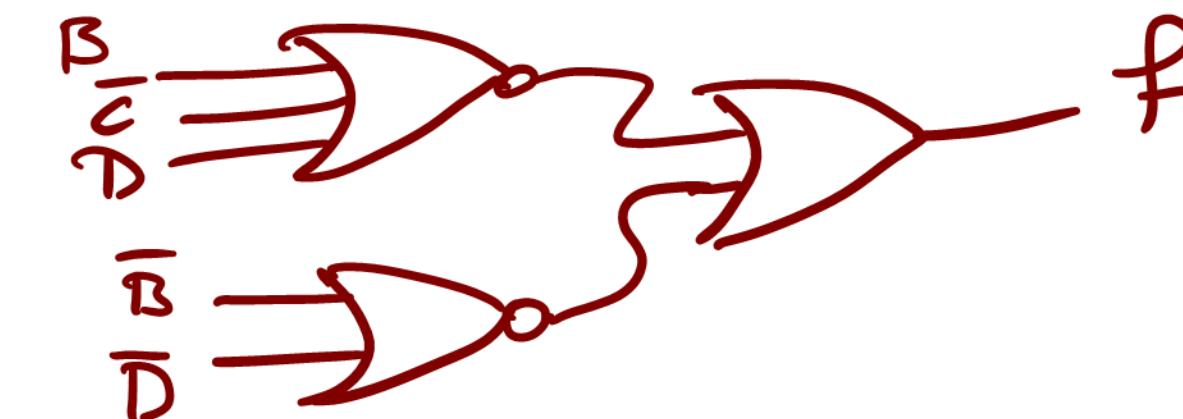
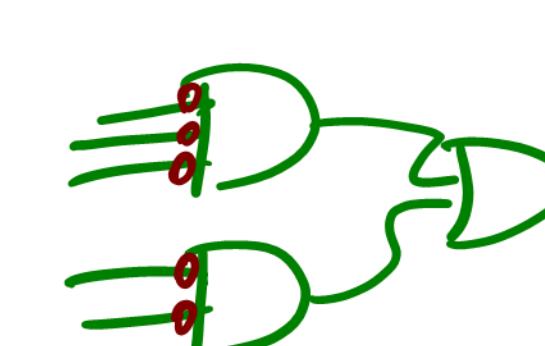
SOP



مثال:

ورودی گری کد	عدد باینری	خروجی
0110	0100	.
0111	0101	1

$$f = \overline{BD} + \overline{BCD} = (\overline{B} + \overline{D}) + (\overline{B} + \overline{C} + \overline{D})$$



TA Team and Contributions:

- **Abolfazl Ranjbar**
- **Ehsan Saberi**
- **Pourya Ardestani**

*with special thanks to **Alireza Banizaman** (from Chemical Engineering Department) for additional support*

