Logic Design Assignment 1 - Solutions (TA)

Dr. Etemadi

Computer Engineering Department

University of Isfahan

Fall Semester of 2024

۱- عدد ۲۳ را در نظر بگیرید:

الف) آن را به باینری بنویسید (هشت بیتی علامت دار).

ب) مکمل ۱ آن را محاسبه کنید.

د) مکمل ۲ آن را محاسبه کنید.

ج) کد BCD آن را محاسبه کنید.

ه) کد گری (Gray Code) آن را محاسبه کنید.

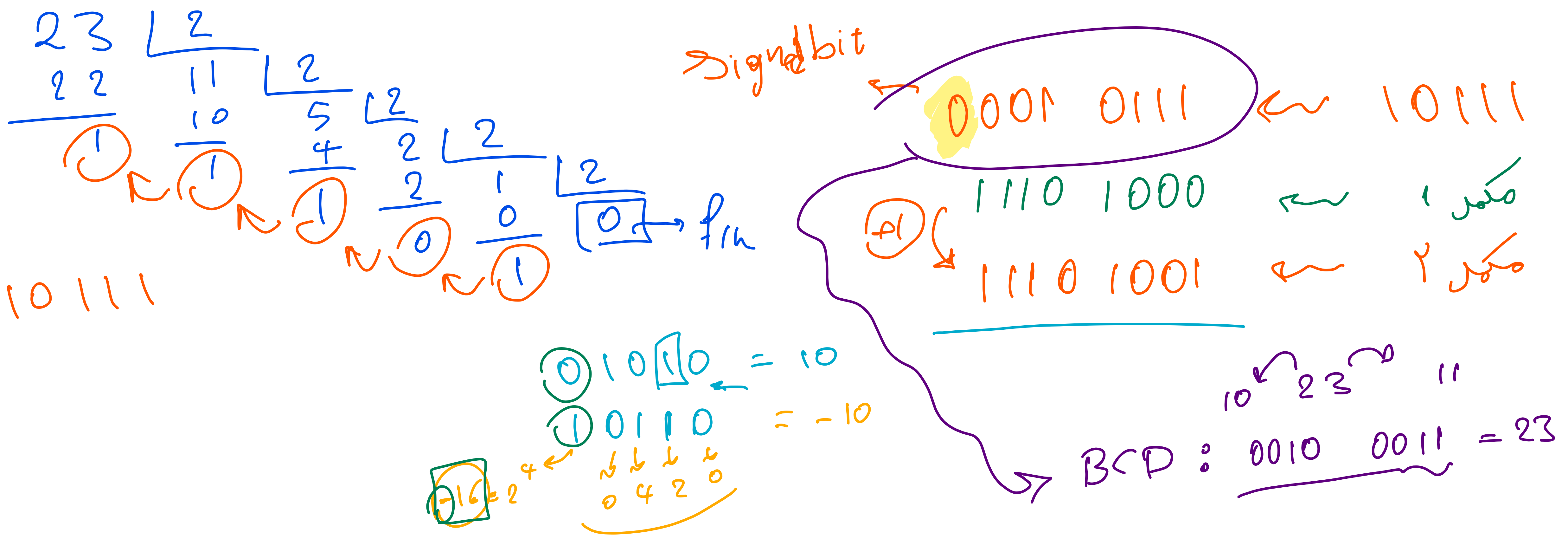
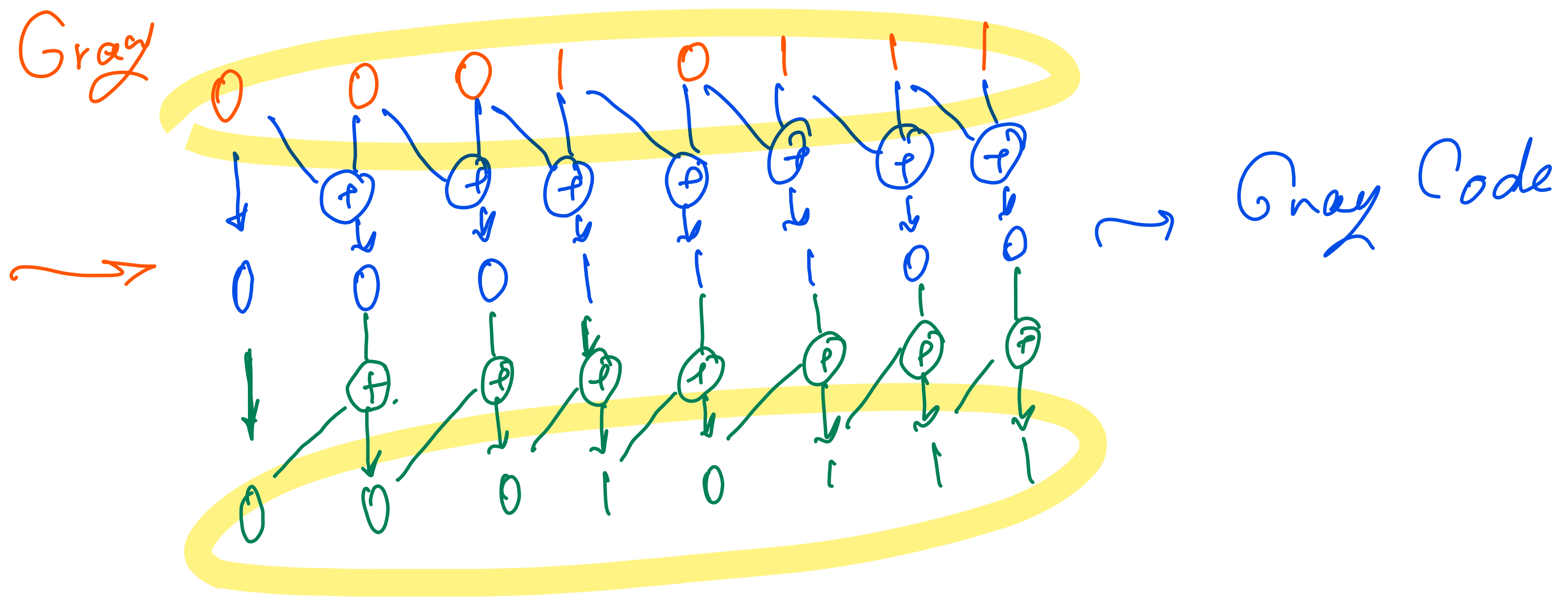


Table Gray Code

c	b	a
0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0



Question - 2

۲- جداول درستی توابع ذیل را تهیه کنید.

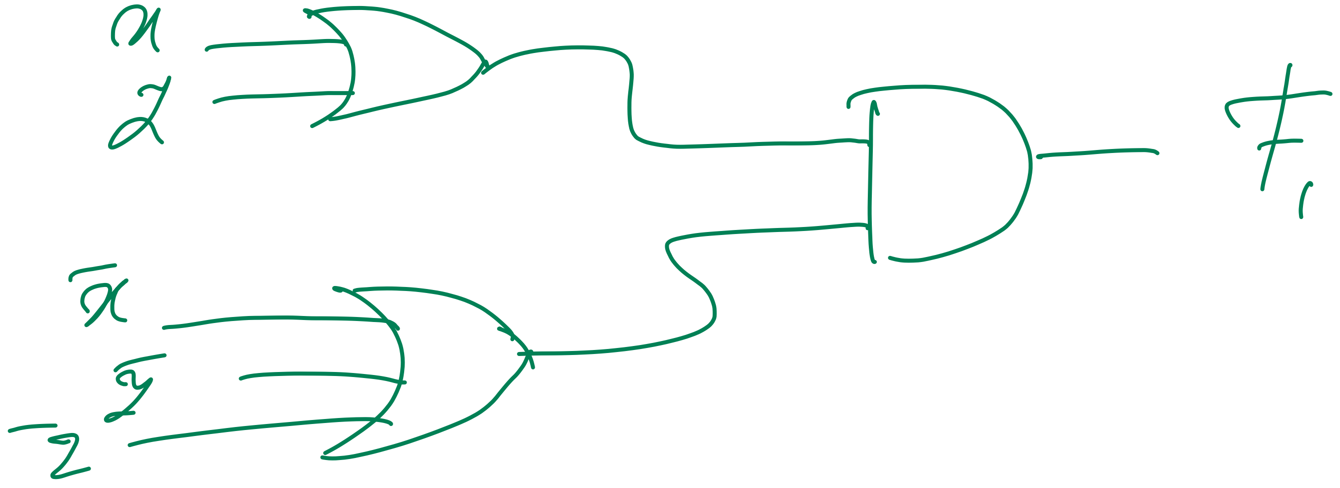
$$F_1 = (x + y) \cdot (x' + z) \cdot (x + y' + z')$$
$$F_2 = x' + yz'$$

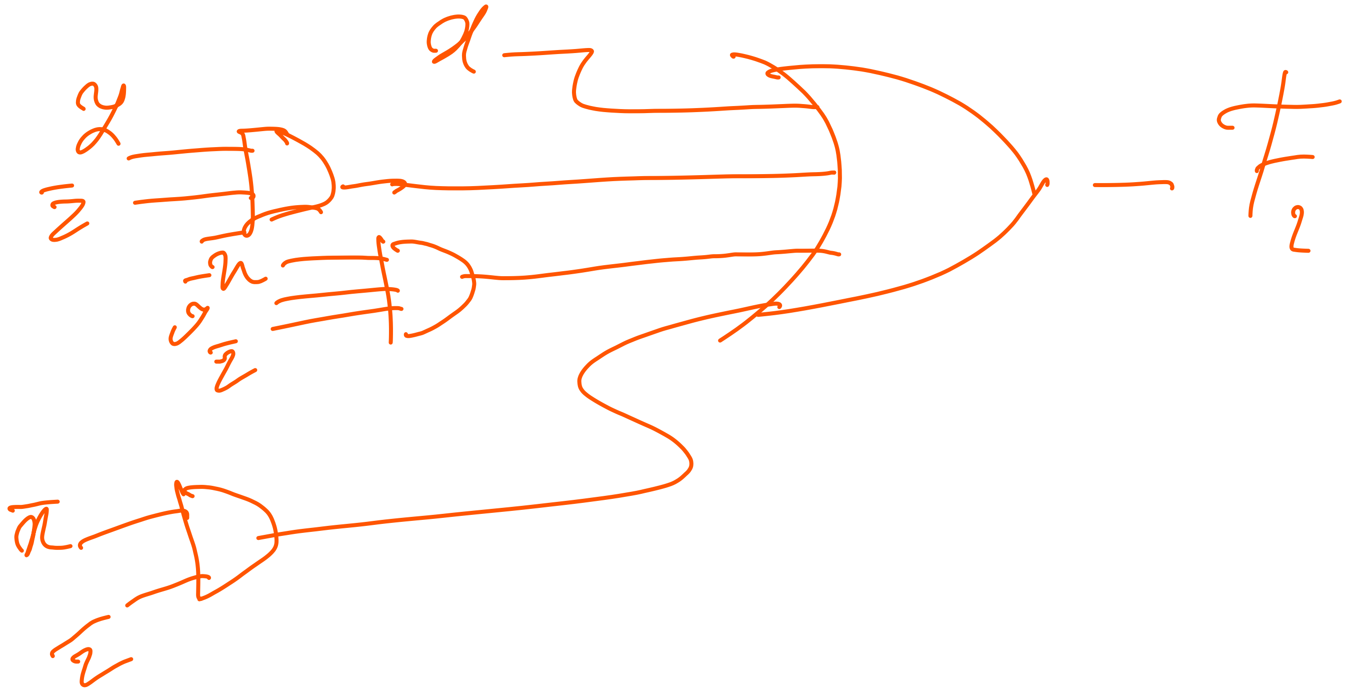
x	y	z	F_1	F_2
0	0	0	0	1
0	0	1	0	1
0	1	0	1	1
0	1	1	0	1
1	0	0	0	0
1	0	1	1	0
1	1	0	0	1
1	1	1	1	0

Question - 3

۳- نمودار منطقی عبارات ذیل را رسم کنید.

$$F_1 = (x + y) \cdot (x' + y' + z)$$
$$F_2 = x + (yz') + (x'y'z') + x'z'$$





Question - 4

۴- تابع $x\bar{y} + x\bar{z}$ را به صورت مجموع مینترم‌ها و حاصلضرب ماکسترم‌ها بنویسید.

POS → M

SOP → m

x	y	z	f

z	$\bar{z}$	OR
0	1	1
1	0	1

$\boxed{A \cdot 1} = A$

minterm ↪ $f \to 1$

$A + A = A$

$$\text{SOP}: \quad x\bar{y} + x\bar{z}$$

$$\underbrace{x\bar{y}}_{A}\underbrace{(z+\bar{z})}_{1} = \underset{101}{x\bar{y}z} + \underset{100}{x\bar{y}\bar{z}}$$

$$x\bar{z}(y+\bar{y}) = \underset{110}{xy\bar{z}} + \underset{100}{x\bar{y}\bar{z}}$$

$$f = x\bar{y}z + x\bar{y}\bar{z} + xy\bar{z} + \cancel{x\bar{y}\bar{z}}$$

$$f = \sum_m (4, 5, 6)$$

$$f = \prod_M (0, 1, 2, 3, 7)$$

Question - 5

۵- متمم توابع زیر را به صورت جمع جملات مینیمم بیان کنید.

C

SOP

الف) $F(A,B,C,D) = \sum(3,5,9,11,15)$

ب) $F(x,y,z) = \prod(2,4,5,7)$

$x \quad y \rightarrow 4 \rightarrow \text{min} \hookrightarrow 1$

$F(x,y) = \Sigma(0,1)$

$\bar{F} = \overline{\bar{x}\bar{y} \boxed{+} \bar{x}y} = \prod_M(0,1)$

POS → $\underbrace{(x+y)}_{0\ 0}\cdot\underbrace{(x+\bar{y})}_{0\ 1}$

$M_0 \qquad M_1$

$f \leftarrow M$

$\downarrow$

0

$\bar{F} = \prod_M(3,5,9,11,15) = \sum_m(0,1,2,6,7,8,10,12,13,14)$

$F = \sum_m(2,4,5,7)$

$F = \prod_M(0,1)$

$\bar{F} = \overline{(x+y)(x+\bar{y})}$

$\bar{x}\bar{y} + \bar{x}y$

Question - 6

۶- معادله‌های زیر را با استفاده از تئوری‌های جبر بول ساده کنید.

$$f_1(A,B,C,D,E) = (AB + C + D)(\underbrace{\bar{C} + D}_{x})(\underbrace{\bar{C} + D}_{x} + \underbrace{E}_{y}) = AB\bar{C} + D$$

$$f_2(A,B,C) = \overline{((B + \bar{A})(AB + C) + AB\bar{A} + \overline{AB}C + (A + B)(\bar{A} + C))}$$

$A\bar{A}B = 0$

$$x(x+y) = \underbrace{x \cdot x}_{x} + x \cdot y = x(\underbrace{1+y}_{1}) = x$$

$$f_1 = (AB + C + D)(\bar{C} + D)$$

$$AB\bar{C} + \underbrace{C\bar{C}}_{0} + D\bar{C} + ABD + CD + DD$$

$DD = D$

$D(\bar{C} + 1)$

$\underbrace{(C+1)}_{1}D$

$$AB\bar{C} + D + ABD = AB\bar{C} + D$$

$(1 + AB)D$

$$f_2 = \overset{AB}{BAB} + BC + \overset{0}{\bar{A}AB} + \bar{A}C + \bar{A}\bar{B}C + \cancel{A\bar{A}} + AC + B\bar{A} + BC$$

$$AB + BC + \bar{A}C + (\bar{A} + \bar{B})C + AC + B\bar{A} + BC$$

$$(\underbrace{\bar{A} + \bar{B} + A}_{1})C$$

$$AB + BC + \cancel{AC} + C + B\bar{A} + \cancel{BC} = B + \overset{0}{\cancel{BC}} + C = BC$$

$B(\underbrace{A + \bar{A}}_{1})$

$C((1 + \bar{A}) + (B + 1))$

$$f_2 = \overline{BC} = \bar{B} + \bar{C}$$

Question - 7

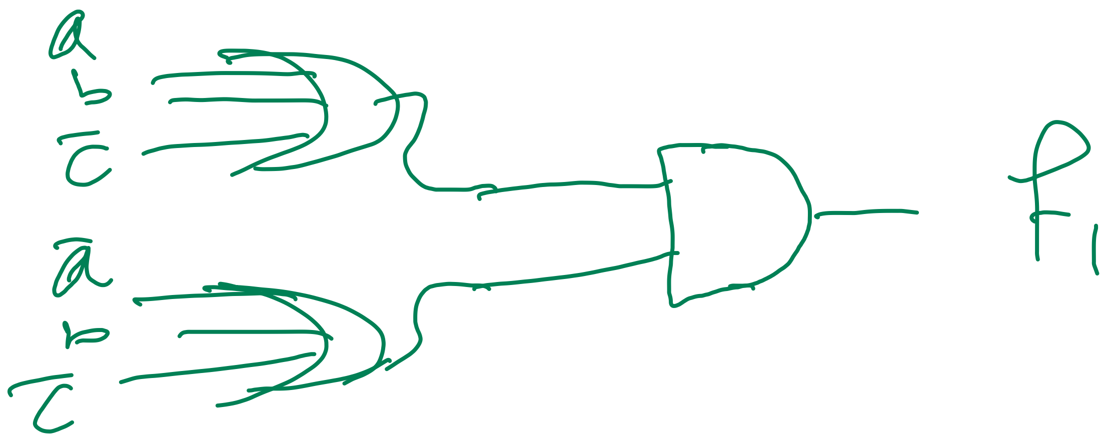
۷- معادلات بولی و نمودار مداری با خروجی‌های تعریف شده با جدول درستی زیر را رسم کنید.

$f_1 = \prod_M(1,5)$

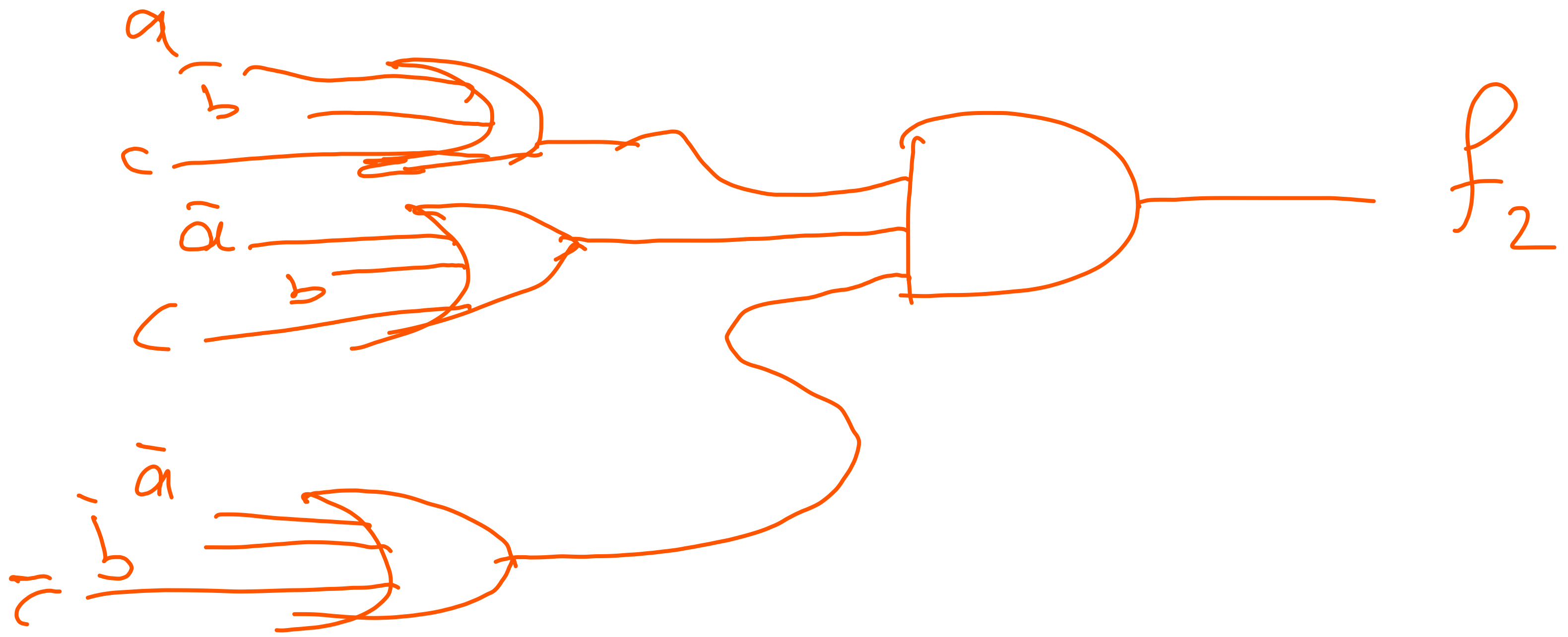
$f_2 = \prod_M(2,4,7)$

	a	***b***	***c***	***f₁***	***f₂***	
	0	0	0	1	1	
① ←	0	0	1	0	1	
	0	1	0	1	0	→ M_2
	0	1	1	1	1	
	1	0	0	1	0	→ M_4
⑤ ←	1	0	1	0	1	
	1	1	1	1	0	→ M_7

$$f_1 = (\underset{0}{a}+\underset{0}{b}+\underset{1}{\bar c})(\underset{1}{\bar a}+\underset{0}{b}+\underset{1}{\bar c})$$



$$f_2 = (\underset{0}{a}+\underset{1}{\bar b}+\underset{0}{c})(\underset{1}{\bar a}+\underset{0}{b}+\underset{0}{c})(\underset{1}{\bar a}+\underset{1}{\bar b}+\underset{1}{\bar c})$$



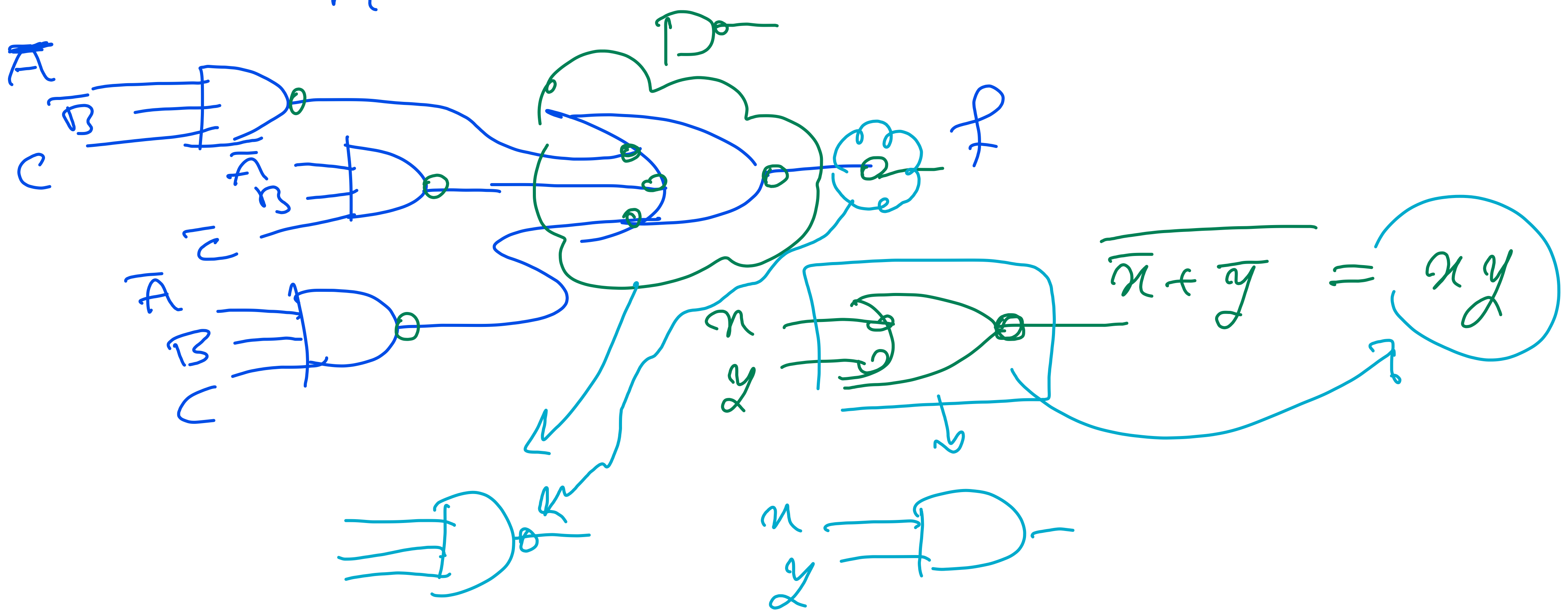
Question - 8

۸- معادله جبری و مدار متناظر با آن را طوری بدست آورید که دارای سه ورودی A, B, C باشد و خروجی فقط زمانی «۱» شود که فقط یک ورودی «۱» باشد. (حالت اختیاری : در پیاده سازی فقط از گیت NAND استفاده کنید.)

A	B	C	f	
0	0	0	0	
0	0	1	1	$\rightsquigarrow m_1$
0	1	0	1	$\rightsquigarrow m_2$
0	1	1	0	
1	0	0	1	$\longrightarrow m_3$
1	0	1	0	
1	1	0	0	
1	1	1	0	

SOP

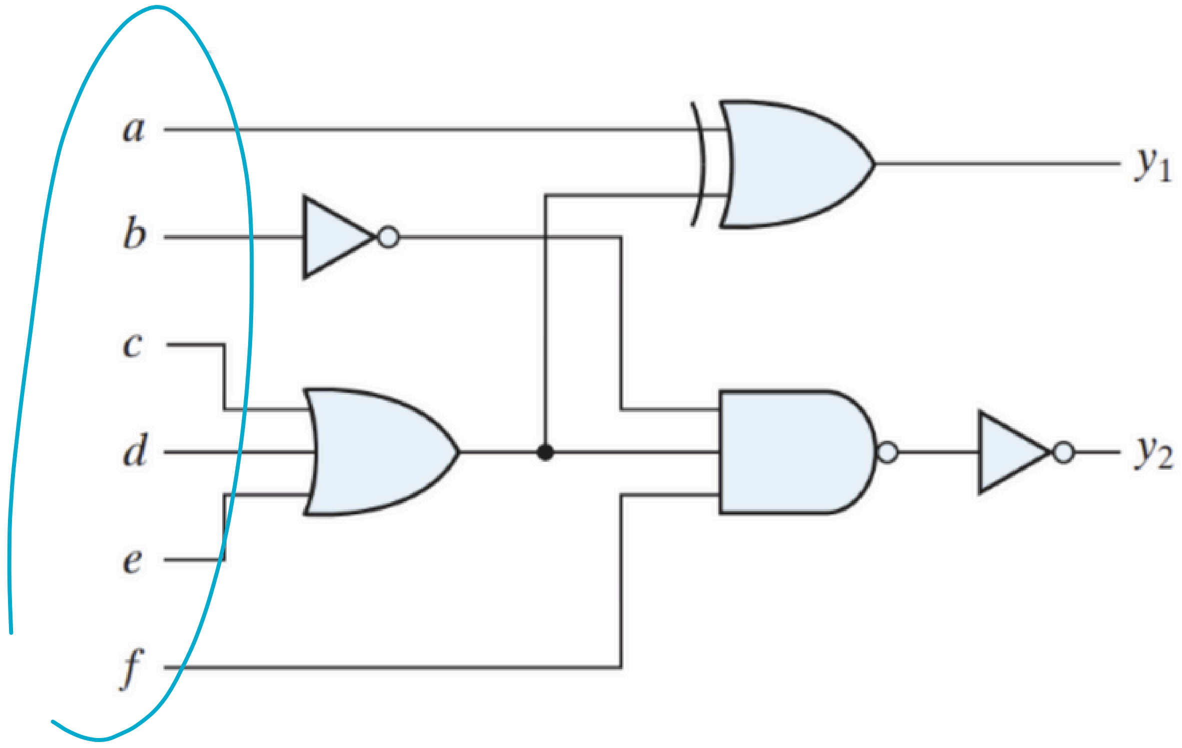
$$f = \sum_m (1,2,3) = \underset{001}{\overline{A}\,\overline{B}C} + \underset{010}{\overline{A}B\overline{C}} + \underset{011}{\overline{A}BC}$$



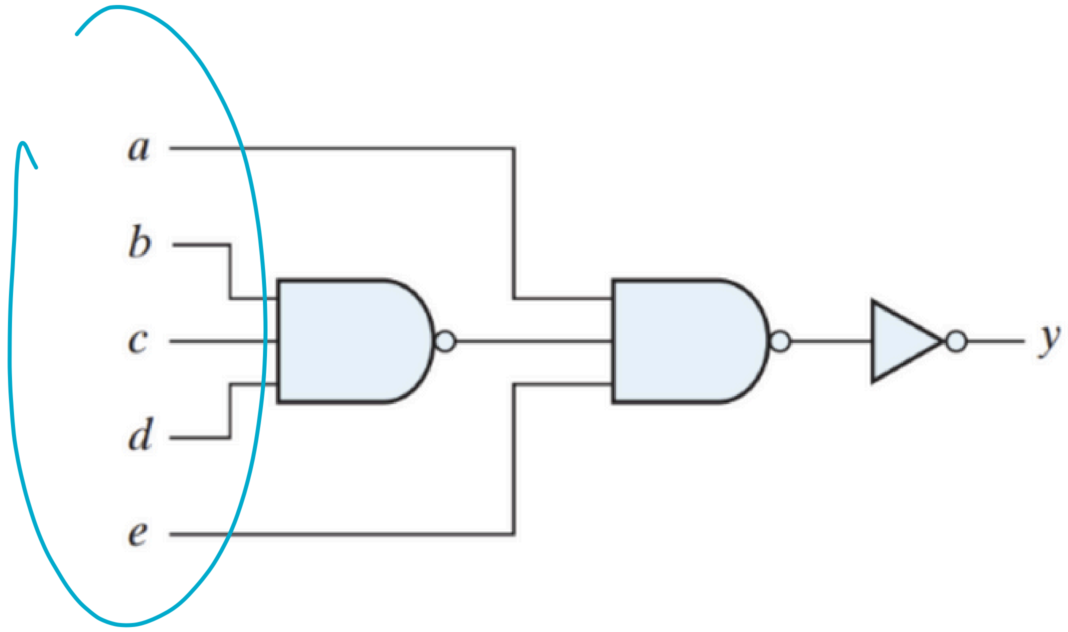
$$\overline{\overline{x}+\overline{y}} = xy$$

Question - 9

۹- عبارت‌های بولی و جدول درستی توصیف کنندهٔ خروجی یا خروجی‌های مدارهای منطقی زیر را بنویسید.

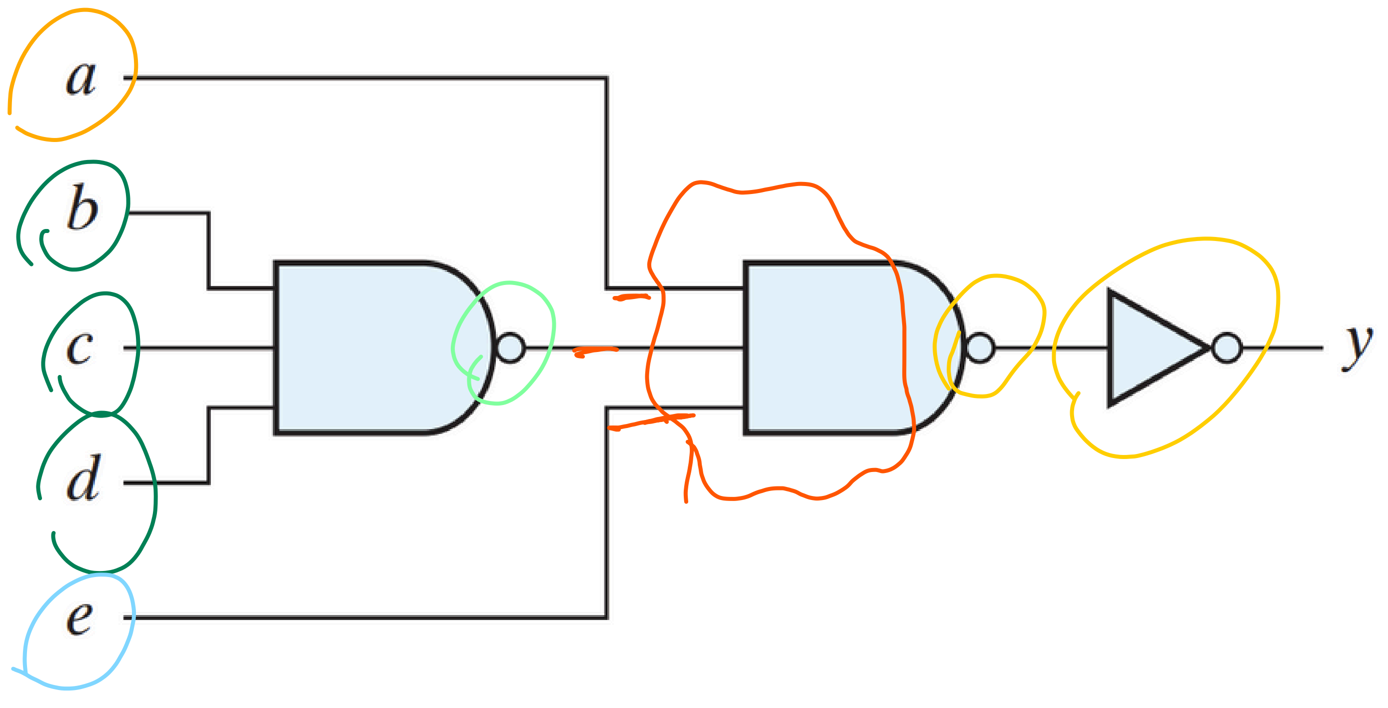


(الف)



(ب)

Question - 9 (a)



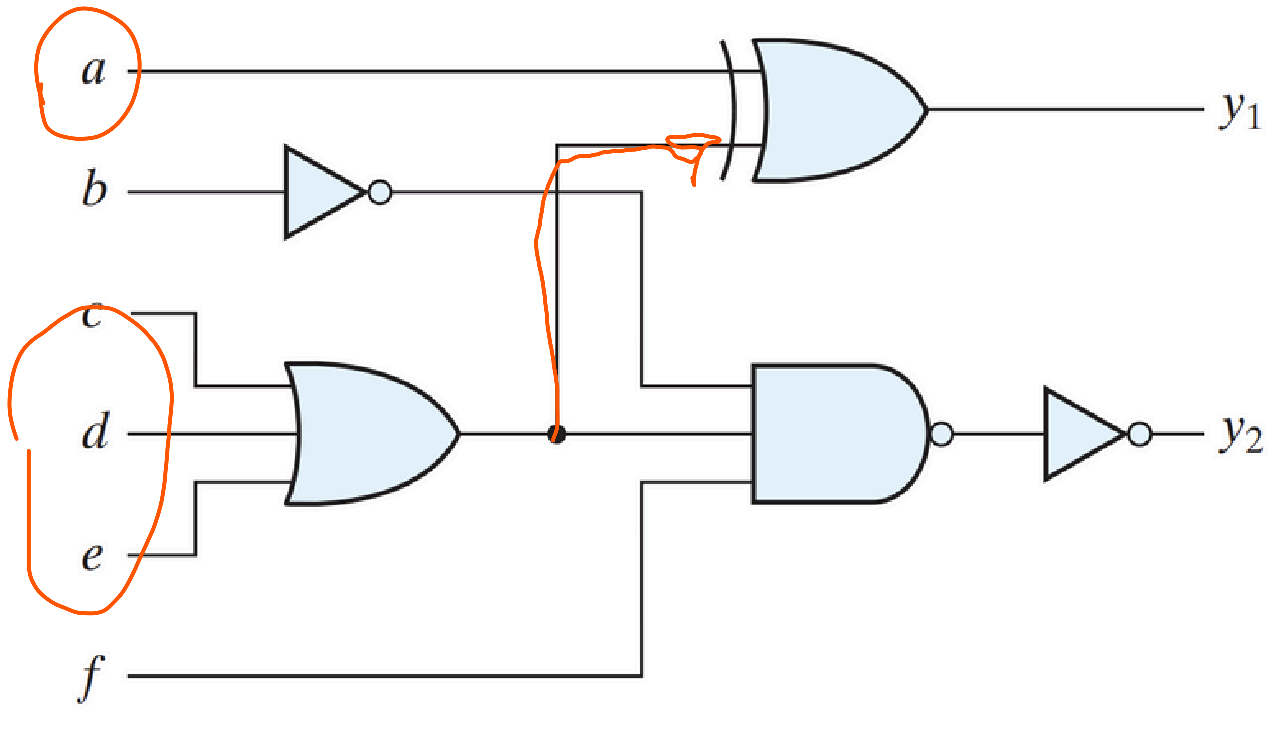
(a)

(a) $y = a(bcd)'e = a(b' + c' + d')e$

$$y = a(b' + c' + d')e = ab'e + ac'e + ad'e$$
$$= \Sigma(17, 19, 21, 23, 25, 27, 29)$$

a bcde	y	a bcde	y
0 0000	0	1 0000	0
0 0001	0	**1 0001**	1
0 0010	0	1 0010	0
0 0011	0	**1 0011**	1
0 0100	0	1 0100	0
0 0101	0	**1 0101**	1
0 0110	0	1 0110	0
0 0111	0	**1 0111**	1
	0		0
0 1000	0	1 1000	0
0 1001	0	**1 1001**	1
0 1010	0	1 1010	0
0 1011	0	**1 1011**	1
0 1100	0	1 1100	0
0 1101	0	**1 1101**	1
0 1110	0	1 1110	0
0 1111	0	1 1111	0

Question - 9 (b)



(b)

ab cdef	y_1 y_2	ab cdef	y_1 y_2	ab cdef	y_1 y_2	ab cdef	y_1 y_2
00 0000	0 0	01 0000	0 0	10 0000	1 0	11 0000	0 0
00 0001	0 0	01 0001	0 0	10 0001	1 0	11 0001	0 0
00 0010	1 0	01 0010	1 0	10 0010	1 0	11 0010	0 0
00 0011	1 1	01 0011	1 0	10 0011	1 1	11 0011	0 1
00 0100	0 0	01 0100	0 0	10 0100	0 0	11 0100	0 0
00 0101	0 0	01 0101	0 0	10 0101	0 0	11 0101	0 0
00 0110	1 0	01 0110	1 0	10 0110	0 0	11 0110	0 0
00 0111	1 1	01 0111	1 0	10 0111	0 1	11 0111	0 1
00 1000	1 0	01 1000	1 0	10 1000	0 0	11 1000	0 0
00 1001	1 1	01 1001	1 0	10 1001	0 1	11 1001	0 0
00 1010	1 0	01 1010	1 0	10 1010	0 0	11 1010	0 0
00 1011	1 0	01 1011	1 0	10 1011	0 1	11 1011	0 0
00 1100	1 0	01 1100	1 0	10 1100	0 0	11 1100	0 0
00 1101	1 1	01 1101	1 0	10 1101	0 1	11 1101	0 0
00 1110	1 0	01 1110	1 0	10 1110	0 0	11 1110	0 0
00 1111	1 1	01 1111	1 0	10 1111	0 1	11 1111	0 0

(b) $y_1 = a \oplus (c + d + e) = a'(c + d + e) + a(c'd'e') = a'c + a'd + a'e + ac'd'e'$

$y_2 = b'(c + d + e)f = b'cf + b'df + b'ef$

$y_1 = a \ \ (c + d + e) = a'(c + d + e) + a(c'd'e') = a'c + a'd + a'e + ac'd'e'$

$y_2 = b'(c + d + e)f = b'cf + b'df + b'ef$

a'-c---
001000 = 8
001001 = 9
001010 = 10
001011 = 11

001100 = 12
001101 = 13
001110 = 14
001111 = 15

011000 = 24
011001 = 25
011010 = 26
011011 = 27

011100 = 28
011101 = 29
011110 = 30
011111 = 31

a'--d--
000100 = 8
000101 = 9
000110 = 10
000111 = 11

001100 = 12
001101 = 13
001110 = 14
001111 = 15

010100 = 20
010101 = 21
010110 = 22
010111 = 23

011100 = 28
011101 = 29
011110 = 30
011111 = 31

a'---e-
000010 = 2
000011 = 3
000110 = 6
000111 = 7

001010 = 10
001011 = 11
001110 = 14
001111 = 15

010010 = 18
010011 = 19
010110 = 22
010111 = 23

011010 = 26
011001 = 27
011110 = 30
011111 = 31

a-c'd'e'-
100000 = 32
100001 = 33
110000 = 34
110001 = 35

-b' c--f
001001 = 9
001011 = 11
001101 = 13
001111 = 15
101001 = 41
101011 = 43
101101 = 45
101111 = 47

-b' -d-f
001001 = 9
001011 = 11
001101 = 13
001111 = 15
101001 = 41
101011 = 43
101101 = 45
101111 = 47

-b' --ef
000011 = 3
000111 = 7
001011 = 11
001111 = 15
100011 = 35
100111 = 39
101011 = 51
101111 = 55

$y_1 = \Sigma\,(2, 3, 6, 7, 8, 9, 10 ,11, 12, 13, 14, 15, 18, 19, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35\ )$

$y_2 = \Sigma\,(3, 7, 9, 13, 15, 35, 39, 41, 43, 45, 47, 51, 55)$