

The background of the cover is white and features several abstract geometric shapes. In the top right, there is a large light blue shape and a smaller dark blue circle. In the top left, there is a light blue semi-circle. In the bottom left, there is a large dark blue shape and a light blue semi-circle. In the bottom right, there is a light blue circle.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

# MÉTODOS NUMÉRICOS

JIMÉNEZ JARAMILLO YASID GABRIEL

# [Tarea 09] Ejercicios Unidad 04-A-B | Eliminación gaussiana vs Gauss-Jordan

---

## EJERCICIO UNO

Para cada uno de los siguientes sistemas lineales, obtenga, de ser posible, una solución con métodos gráficos. Explique los resultados desde un punto de vista geométrico.

## RESOLUCIÓN

```
%load_ext autoreload
import numpy as np
from src import eliminacion_gaussiana_redondeo, eliminacion_gaussiana,
multiplicar_matriz_vector
from src import gauss_jordan
```

```
[01-10 21:04:55][INFO] 2025-01-10 21:04:55.140642
[01-10 21:04:55][INFO] 2025-01-10 21:04:55.141881
[01-10 21:04:55][INFO] 2025-01-10 21:04:55.143524
```

## SISTEMA DE ECUACIONES A

$$x_1 + 2x_2 = 0$$

$$x_1 - x_2 = 0$$

```
%autoreload 2
A = [[1,2,0],[1,-1,0]]
sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
print("La solución es:", sol_a)
```

```
[01-10 21:20:00][INFO]
[[ 1.  2.  0.]
 [ 0. -3.  0.]]
La solución es: [ 0. -0.]
```

## SISTEMA DE ECUACIONES B

$$x_1 + 2x_2 = 3$$

$$-2x_1 - 4x_2 = 6$$

```
%autoreload 2
A = [[1,2,3],[-2,-4,6]]
sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
print("La solución es:",sol_a)

[01-10 21:20:42][INFO]
[[-2. -4.  6.]
 [ 0.  0.  6.]]
```

No existe solución.  
La solución es: None

## SISTEMA DE ECUACIONES C

$$2x_1 + x_2 = -1$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 - 3x_2 = 5$$

```
%autoreload 2
A = [[2,1,-1],[1,1,2],[1,-3,5]]
sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
print("La solución es:",sol_a)
```

```
-----
-----
AssertionError                                Traceback (most recent call
last)
Cell In[12], line 3
      1 get_ipython().run_line_magic('autoreload', '2')
      2 A = [[2,1,-1],[1,1,2],[1,-3,5]]
----> 3 sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
      4 print("La solución es:",sol_a)

File c:\Users\User\Desktop\EPN\4. CUARTO SEMESTRE\1. METODOS
NUMERICOS\2. TAREAS\METODOS_NUMERICOS\[TAREAS]\[TAREA 09]\src\
gaussian_elimination_round.py:43, in eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
      41     logging.debug("Convirtiendo A a numpy array.")
      42     A = np.array(A, dtype=np.float32)
----> 43 assert A.shape[0] == A.shape[1] - 1, "La matriz A debe ser de
tamaño n-by-(n+1)."
```

```

44 n = A.shape[0]
46 for i in range(n - 1): # loop por columna
47
48     # --- encontrar pivote

```

AssertionError: La matriz A debe ser de tamaño n-by-(n+1).

## SISTEMA DE ECUACIONES D

$$2x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$2x_1 + 4x_2 - x_3 = -1$$

```

%autoreload 2
A = [[2,1,1,1],[2,4,-1,-1]]
sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
print("La solución es:",sol_a)

```

```

-----
-----
AssertionError                                Traceback (most recent call
last)
Cell In[13], line 3
      1 get_ipython().run_line_magic('autoreload', '2')
      2 A = [[2,1,1,1],[2,4,-1,-1]]
----> 3 sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
      4 print("La solución es:",sol_a)

File c:\Users\User\Desktop\EPN\4. CUARTO SEMESTRE\1. METODOS
NUMERICOS\2. TAREAS\METODOS_NUMERICOS\[TAREAS]\[TAREA 09]\src\
gaussian_elimination_round.py:43, in eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
      41     logging.debug("Convirtiendo A a numpy array.")
      42     A = np.array(A, dtype=np.float32)
----> 43 assert A.shape[0] == A.shape[1] - 1, "La matriz A debe ser de
tamaño n-by-(n+1)."
      44 n = A.shape[0]
      46 for i in range(n - 1): # loop por columna
      47
      48     # --- encontrar pivote

```

AssertionError: La matriz A debe ser de tamaño n-by-(n+1).

## EJERCICIO DOS

Utilice la eliminación gaussiana con sustitución hacia atrás y aritmética de redondeo de dos dígitos para resolver los siguientes sistemas lineales. No reordene las ecuaciones. (La solución exacta para cada sistema es  $x_1 = -1$ ,  $x_2 = 2$ ,  $x_3 = 3$ ).

### SISTEMA DE ECUACIONES A

$$-x_1 + 4x_2 + x_3 = 8$$

$$\frac{5}{3}x_1 + \frac{2}{3}x_2 + \frac{2}{3}x_3 = 1$$

$$2x_1 + x_2 + 4x_3 = 11$$

```
%autoreload 2
A = [[-1.0,4.0,1.0,8.0],[5/3,2/3,2/3,1.0],[2.0,1.0,4.0,11.0]]
sol_a = eliminacion_gaussiana_redondeo(A)
print("La solución es:",sol_a)

[01-10 21:18:21][INFO]
[[ 2.00e+00  1.00e+00  4.00e+00  1.10e+01]
 [ 1.00e-02 -1.60e-01 -2.65e+00 -8.13e+00]
 [ 0.00e+00  4.50e+00  3.00e+00  1.35e+01]]
[01-10 21:18:21][INFO]
[[ 2.00e+00  1.00e+00  4.00e+00  1.10e+01]
 [ 0.00e+00  4.50e+00  3.00e+00  1.35e+01]
 [ 1.00e-02  2.00e-02 -2.53e+00 -7.59e+00]]
La solución es: [-1.  1.  3.]
```

### SISTEMA DE ECUACIONES B

$$4x_1 + 2x_2 - x_3 = -5$$

$$\frac{1}{9}x_1 + \frac{1}{9}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = -1$$

$$x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 9$$

```
B = [[4,2,-1,-5],[1/9,1/9,-1/3,-1],[1,4,2,9]]
sol_b = eliminacion_gaussiana_redondeo(B)
print("La solución es:",sol_b)

[01-10 21:04:55][INFO]
[[ 4.000e+00  2.000e+00 -1.000e+00 -5.000e+00]
 [-1.000e-02  5.000e-02 -3.000e-01 -8.500e-01]
 [ 0.000e+00  3.500e+00  2.250e+00  1.025e+01]]
[01-10 21:04:55][INFO]
[[ 4.000e+00  2.000e+00 -1.000e+00 -5.000e+00]
 [ 0.000e+00  3.500e+00  2.250e+00  1.025e+01]]
```

```
[-1.000e-02  1.000e-02 -3.200e-01 -9.500e-01]]  
La solución es: [-1.02      1.02      2.96875]
```

---

## EJERCICIO TRES

Utilice el algoritmo de eliminación gaussiana para resolver, de ser posible, los siguientes sistemas lineales, y determine si se necesitan intercambios de fila:

### SISTEMA DE ECUACIONES A

$$x_1 - x_2 + 3x_3 = 2$$

$$3x_1 - 3x_2 + x_3 = -1,$$

$$x_1 + x_2 = 3,$$

```
A = [[1,-1,3,2],[3,-3,1,-1],[1,1,0,3]]  
sol_a = eliminacion_gaussiana(A)  
print("\nLa solución es:",sol_a)  
  
[01-10 21:24:52][INFO]  
[[ 3.         -3.         1.         -1.         ]  
 [ 0.         0.         2.66666667  2.33333333 ]  
 [ 0.         2.        -0.33333334  3.33333333 ]]  
[01-10 21:24:52][INFO]  
[[ 3.         -3.         1.         -1.         ]  
 [ 0.         2.        -0.33333334  3.33333333 ]  
 [ 0.         0.         2.66666667  2.33333333 ]]  
  
La solución es: [1.1875      1.8125      0.87499994]
```

### SISTEMA DE ECUACIONES B

$$2x_1 - 1.5x_2 + 3x_3 = 1,$$

$$-x_1 + 2x_3 = 3,$$

$$4x_1 - 4.5x_2 + 5x_3 = 1,$$

```

B = [[2,-1.5,3,1],[-1,0,2,3],[4,-4.5,5,1]]
sol_b = eliminacion_gaussiana(B)
print("\nLa solución es:",sol_b)

[01-10 21:25:17][INFO]
[[ 4.    -4.5    5.    1.    ]
 [ 0.    -1.125  3.25  3.25 ]
 [ 0.     0.75   0.5   0.5   ]]
[01-10 21:25:17][INFO]
[[ 4.    -4.5    5.    1.    ]
 [ 0.    -1.125  3.25  3.25 ]
 [ 0.     0.    2.6666667 2.6666667]]

La solución es: [-1. -0.  1.]

```

## SISTEMA DE ECUACIONES C

$$2x_1 = 3$$

$$x_1 + 1.5x_2 = 4.5,$$

$$-3x_2 + 0.5x_3 = -6.6,$$

$$2x_1 - 2x_2 + x_3 + x_4 = 0.8,$$

```

C = [[2,0,0,0,3],[1,1.5,0,0,4.5],[0,-3,0.5,0,-6.6],[2,-2,1,1,0.8]]
sol_c = eliminacion_gaussiana(C)
print("\nLa solución es:",sol_c)

[01-10 21:25:24][INFO]
[[ 2.    0.    0.    0.    3. ]
 [ 0.    1.5  0.    0.    3. ]
 [ 0.   -3.    0.5  0.   -6.6]
 [ 0.   -2.    1.    1.   -2.2]]
[01-10 21:25:24][INFO]
[[ 2.    0.    0.    0.    3.    ]
 [ 0.    -3.    0.5    0.   -6.6   ]
 [ 0.     0.    0.25   0.  -0.29999995]
 [ 0.     0.    0.6666666 1.    2.2   ]]
[01-10 21:25:24][INFO]
[[ 2.    0.    0.    0.    3.    ]
 [ 0.    -3.    0.5    0.   -6.6   ]
 [ 0.     0.    0.6666666 1.    2.2   ]
 [ 0.     0.     0.    -0.37500003 -1.125  ]]

```

La solución es: [ 1.5            2.            -1.1999997    2.9999998]

## SISTEMA DE ECUACIONES D

$$x_1 + x_2 + x_4 = 2,$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1,$$

$$4x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0,$$

$$3x_1 - x_2 - x_3 + 2x_4 = -3.$$

```
D = [[1,1,0,1,2],[2,1,-1,1,1],[4,-1,-2,2,0],[3,-1,-1,2,-3]]
sol_d = eliminacion_gaussiana(D)
```

```
[01-10 21:25:32][INFO]
```

```
[[ 4.   -1.   -2.    2.    0.   ]
 [ 0.    1.5    0.    0.    1.   ]
 [ 0.    1.25  0.5   0.5   2.   ]
 [ 0.   -0.25  0.5   0.5  -3.   ]]
```

```
[01-10 21:25:32][INFO]
```

```
[[ 4.   -1.   -2.    2.    0.    ]
 [ 0.    1.5    0.    0.    1.    ]
 [ 0.    0.    0.5   0.5   1.1666667]
 [ 0.    0.    0.5   0.5  -2.8333333]]
```

```
[01-10 21:25:32][INFO]
```

```
[[ 4.   -1.   -2.    2.    0.    ]
 [ 0.    1.5    0.    0.    1.    ]
 [ 0.    0.    0.5   0.5   1.1666667]
 [ 0.    0.    0.    0.   -4.    ]]
```

No existe solución.

---

## EJERCICIO CUATRO

Use el algoritmo de eliminación gaussiana y la aritmética computacional de precisión de 32 bits para resolver los siguientes sistemas lineales.



## SISTEMA DE ECUACIONES A

$$\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{1}{6}x_3 = 9,$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 = 8,$$

$$\frac{1}{2}x_1 + x_2 + 2x_3 = 8.$$

```
A = [[1/4,1/5,1/6,9],[1/3,1/4,1/5,8],[1/2,1,2,8]]
sol_a = eliminacion_gaussiana(A)
print("\nLa solución es:",sol_a)

[01-10 21:26:34][INFO]
[[ 0.5      1.      2.      8.      ]
 [ 0.      -0.4166667 -1.1333333  2.6666665]
 [ 0.      -0.3      -0.8333333  5.      ]]
[01-10 21:26:34][INFO]
[[ 0.5      1.      2.      8.      ]
 [ 0.      -0.4166667 -1.1333333  2.6666665 ]
 [ 0.      0.      -0.01733333  3.0800002 ]]

La solución es: [-227.07697  476.92322 -177.69237]
```

## SISTEMA DE ECUACIONES B

$$3.333x_1 + 15920x_2 - 10.333x_3 = 15913,$$

$$2.222x_1 + 16.71x_2 + 9.612x_3 = 28.544,$$

$$1.5611x_1 + 5.1791x_2 + 1.6852x_3 = 8.4254.$$

```
B = [[3.333,15920,-10.333,15913],[2.222,16.71,9.612,28.544],
 [1.5611,5.1791,1.6852,8.4254]]
sol_b = eliminacion_gaussiana(B)
print("\nLa solución es:",sol_b)

[01-10 21:26:42][INFO]
[[ 3.3329999e+00  1.5920000e+04 -1.0333000e+01  1.5913000e+04]
 [ 0.0000000e+00 -1.0596623e+04  1.6500668e+01 -1.0580122e+04]
```

```
[ 0.0000000e+00 -7.4513804e+03  6.5249376e+00 -7.4448555e+03]]
[01-10 21:26:42][INFO]
[[ 3.3329999e+00  1.5920000e+04 -1.0333000e+01  1.5913000e+04]
 [ 0.0000000e+00 -1.0596623e+04  1.6500668e+01 -1.0580122e+04]
 [ 0.0000000e+00  0.0000000e+00 -5.0780745e+00 -5.0786133e+00]]
```

La solución es: [0.99970937 1.0000001 1.0001061 ]

## SISTEMA DE ECUACIONES C

$$x_1 + \frac{1}{2}x_2 + \frac{1}{3}x_3 + \frac{1}{4}x_4 = \frac{1}{6},$$

$$\frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + \frac{1}{4}x_3 + \frac{1}{5}x_4 = \frac{1}{7},$$

$$\frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{4}x_2 + \frac{1}{5}x_3 + \frac{1}{6}x_4 = \frac{1}{8},$$

$$\frac{1}{4}x_1 + \frac{1}{5}x_2 + \frac{1}{6}x_3 + \frac{1}{7}x_4 = \frac{1}{9}.$$

```
C = [[1,1/2,1/3,1/4,1/6],[1/2,1/3,1/4,1/5,1/7],[1/3,1/4,1/5,1/6,1/8],
 [1/4,1/5,1/6,1/7,1/9]]
sol_c = eliminacion_gaussiana(C)
print("\nLa solución es:",sol_c)

[01-10 21:26:50][INFO]
[[1.          0.5          0.33333334 0.25          0.16666667]
 [0.          0.08333334 0.08333333 0.075          0.05952381]
 [0.          0.08333333 0.08888888 0.08333334 0.06944444]
 [0.          0.075          0.08333334 0.08035715 0.06944445]]
[01-10 21:26:50][INFO]
[[1.          0.5          0.33333334 0.25          0.16666667]
 [0.          0.08333334 0.08333333 0.075          0.05952381]
 [0.          0.          0.00555557 0.00833335 0.00992064]
 [0.          0.          0.00833335 0.01285715 0.01587302]]
[01-10 21:26:50][INFO]
[[ 1.0000000e+00  5.0000000e-01  3.3333334e-01  2.5000000e-01
  1.6666667e-01]
 [ 0.0000000e+00  8.3333343e-02  8.3333328e-02  7.5000003e-02
  5.9523813e-02]
 [ 0.0000000e+00  0.0000000e+00  8.3333477e-03  1.2857154e-02
  1.5873022e-02]
 [ 0.0000000e+00  0.0000000e+00  0.0000000e+00 -2.3809634e-04
 -6.6138618e-04]]
```

La solución es: [-0.03174745 0.59525675 -2.3809996 2.7778091 ]

## SISTEMA DE ECUACIONES D

$$2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 - 3x_5 = 7,$$

$$x_1 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 2,$$

$$-2x_2 - x_3 + x_4 - x_5 = -5,$$

$$3x_1 + x_2 - 4x_3 + 5x_5 = 6,$$

$$x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = -3.$$

```
D = [[2,1,-1,1,-3,7],[1,0,2,-1,1,2],[0,-2,-1,1,-1,-5],[3,1,-4,0,5,6],
[1,-1,-1,-1,1,-3]]
sol_d = eliminacion_gaussiana(D)
print("\nLa solución es:",sol_d)

[01-10 21:26:57][INFO]
[[ 3.          1.          -4.          0.          5.          6.
]
 [ 0.          -0.33333334  3.33333335  -1.          -0.66666675  0.
]
 [ 0.          -2.          -1.          1.          -1.          -5.
]
 [ 0.          0.33333333  1.66666667  1.          -6.33333335  3.
]
 [ 0.          -1.33333334  0.33333337  -1.          -0.66666675  -5.
]]
[01-10 21:26:57][INFO]
[[ 3.00000000e+00  1.00000000e+00 -4.00000000e+00  0.00000000e+00
 5.00000000e+00  6.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00 -2.00000000e+00 -1.00000000e+00  1.00000000e+00
 -1.00000000e+00 -5.00000000e+00]
 [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00  3.50000002e+00 -1.16666666e+00
 -5.00000006e-01  8.3333337e-01]
 [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.50000001e+00  1.16666666e+00
 -6.50000000e+00  2.1666667e+00]
 [ 0.00000000e+00  0.00000000e+00  1.00000000e+00 -1.6666667e+00
```

```

-5.9604645e-08 -1.6666665e+00]]
[01-10 21:26:57][INFO]
[[ 3.          1.          -4.           0.           5.           6.
]
 [ 0.          -2.          -1.           1.          -1.          -5.
]
 [ 0.           0.          3.5000002  -1.1666666  -0.50000006
0.8333334 ]
 [ 0.           0.           0.          1.6666666  -6.285714
1.8095238 ]
 [ 0.           0.           0.          -1.3333335   0.14285709 -
1.9047618 ]]
[01-10 21:26:57][INFO]
[[ 3.          1.          -4.           0.           5.           6.
]
 [ 0.          -2.          -1.           1.          -1.          -5.
]
 [ 0.           0.          3.5000002  -1.1666666  -0.50000006
0.8333334 ]
 [ 0.           0.           0.          1.6666666  -6.285714
1.8095238 ]
 [ 0.           0.           0.           0.          -4.885715  -
0.45714247]]

La solución es: [1.8830409  2.8070176  0.730994  1.4385961
0.09356716]

```

## EJERCICIO CINCO

Dado el sistema lineal:

$$x_1 - x_2 + \alpha x_3 = -2$$

$$-x_1 + 2x_2 - \alpha x_3 = 3$$

$$\alpha x_1 + x_2 + x_3 = 2$$

- Encuentre el valor(es) de  $\alpha$  para los que el sistema no tiene soluciones.
- Encuentre el valor(es) de  $\alpha$  para los que el sistema tiene un número infinito de soluciones.
- Suponga que existe una única solución para un valor determinado de  $\alpha$ , encuentre la solución.

```

def analyze_system(alpha):
    matrix = [
        [1, -1, alpha],
        [-1, 2, -alpha],
        [alpha, 1, 1]
    ]

```



a. Si

$$A = [a_{ij}] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 3 \\ 1 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$x = (x_j) = [1000, 500, 350, 400]$ ,  $b = (b_i) = [3500, 2700, 900]$ . ¿Existe suficiente alimento para satisfacer el consumo promedio diario?

¿Existe suficiente alimento para satisfacer el consumo promedio diario?

```
A = np.array([[1,2,0,3],[1,0,2,2],[0,0,1,1]])
x = np.array([1000,500,350,400])

b_obtenido = multiplicar_matriz_vector(A,x)
print("El vector de consumo promedio diario es de:",b_obtenido)

El vector de consumo promedio diario es de: [3200. 2500. 750.]
```

b. ¿Cuál es el número máximo de animales de cada especie que se podría agregar de forma individual al sistema con el suministro de alimento que cumpla con el consumo?

```
A = np.array([[1,2,0,3],[1,0,2,2],[0,0,1,1]])
x = np.array([1005,511,355,491])

b_obtenido = multiplicar_matriz_vector(A,x)
print("El vector de consumo promedio diario es de:",b_obtenido)

El vector de consumo promedio diario es de: [3500. 2697. 846.]
```

c. Si la especie 1 se extingue, ¿qué cantidad de incremento individual de las especies restantes se podría soportar?

```
A = np.array([[1,2,0,3],[1,0,2,2],[0,0,1,1]])
x = np.array([0,1000,400,500])

b_obtenido = multiplicar_matriz_vector(A,x)
print("El vector de consumo promedio diario es de:",b_obtenido)

El vector de consumo promedio diario es de: [3500. 1800. 900.]
```

d. Si la especie 2 se extingue, ¿qué cantidad de incremento individual de las especies restantes se podría soportar?

```
A = np.array([[1,2,0,3],[1,0,2,2],[0,0,1,1]])
x = np.array([1080,0,380,430])

b_obtenido = multiplicar_matriz_vector(A,x)
print("El vector de consumo promedio diario es de:",b_obtenido)

El vector de consumo promedio diario es de: [2370. 2700. 810.]
```

En el caso de que la especie 2 se extinga, las poblaciones de las demás especies se verían beneficiadas con los siguientes aumentos:

- Especie 1: Un incremento significativo de 80, lo cual indica una mayor capacidad de aprovechar los recursos disponibles.
- Especie 3: Un aumento de 30, demostrando una adaptación moderada frente a la ausencia de la especie 2.
- Especie 4: También un incremento de 30, evidenciando un equilibrio en el uso de los recursos compartidos.



ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL  
FACULTAD DE INGENIERÍA DE SISTEMAS  
INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

---

**REPOSITORIO:**

[https://github.com/ImYasid/METODOS\\_NUMERICOS.git](https://github.com/ImYasid/METODOS_NUMERICOS.git)

**REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS:**

- [1] Richard L. Burden, 2017. Análisis Numérico. Lugar de publicación: 10ma edición. Editorial Cengage Learning.

**DECLARACIÓN DEL USO DE INTELIGENCIA ARTIFICIAL**

Se utilizó IA para la optimización de código adicional al mejoramiento de la gramática del texto para un mejor entendimiento.