



COMMUNICATIONS NUMÉRIQUES
CODAGE DE CANAL
TRAITEMENT DU SIGNAL
TS229
RAPPORT

Simulation d'un émetteur / récepteur ADS-B et décodage temps réel à l'aide de radio logicielle

Rédigé par :
ABIED Imad
AMINE Wiam

Encadrants :
FERRE Guillaume
TAJAN Romain
ELLOUZE Malek

Octobre 2021

Sections

27 octobre 2021

Sommaire

1	Introduction	2
2	Couche physique ADS-B	2
2.1	Prise en main de la chaîne de communication ADSB	2
2.1.1	Démonstration de l'expression de $s_l(t)$	2
2.1.2	Représentation des signaux $s_l(t)$, $r_l(t)$ et $r_m(t)$ et déduction du rôle du bloc de décision	2
2.1.3	Calcul de la probabilité d'erreur binaire P_b pour la modulation PPM en fonction de $E_b N_0$	3
2.1.4	Représentation de TEB et P_b théorique	5
2.2	Densité spectrale de puissance	6
2.2.1	Calcul du moment d'ordre 1 du signal $s_l(t)$:	6
2.2.2	Calcul de la fonction d'autocorrélation du signal $s_l(t)$:	7
2.2.3	Calcul de l'autocorrélation moyennée du signal $s_l(t)$ en le considérant cyclo-stationnaire de période T_s :	7
2.2.4	Déduction de la DSP de $s_l(t)$:	7
2.3	Algorithmes de codage et de décodage de canal	9
2.4	Synchronisation en temps	9
2.4.1	Calcul du décalage de fréquence Doppler d'un avion se déplaçant à vitesse $v = 900\text{km/h}$	10
2.4.2	Calcul du module au carré de $y_l(t)$	10
2.4.3	Démonstration de l'inégalité $ \rho(\delta'_t) \leq 1 \forall \delta'_t$ et étude du cas d'égalité	10
2.5	Synchronisation en fréquence	11
3	Couche MAC ADS-B	11
3.1	Implémentation de la couche MAC	11
3.1.1	Structure des trames ADS-B	11
4	Application	11
4.0.1	Récupération des enregistrements de buffer.mat	11
4.0.2	Traitement de signaux réels	12
5	Conclusion	13
6	Références	13

1 Introduction

Le projet consiste à mettre en oeuvre une simulation d'un émetteur/récepteur de données ADS-B sous Matlab, gérer les décodages en temps réel, pour enfin pouvoir afficher des avions survolant l'école. Il sera alors découpé en trois grandes parties, la couche physique ADS-B, la couche MAC ADS-B et puis l'application des résultats de simulation issus des deux parties précédentes.

2 Couche physique ADS-B

2.1 Prise en main de la chaine de communication ADSB

2.1.1 Démonstration de l'expression de $s_l(t)$

D'après l'énoncé :

$$s_l(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} p_{b_k}(t - kT_s) \quad (1)$$

$$\text{avec : } p_{b_k}(t) = \begin{cases} p_0(t) & \text{si } b_k = 0 \\ p_1(t) & \text{si } b_k = 1 \end{cases}$$

Or, $p_0(t) = 0.5 + p(t)$ et $p_1(t) = 0.5 - p(t)$ (telles qu'elles sont définies dans l'énoncé).

$$\text{Donc } \forall k \in \mathbb{Z} \quad p_{b_k}(t - kT_s) = \begin{cases} 0.5 + p(t - kT_s) & \text{si } b_k = 0 \\ 0.5 - p(t - kT_s) & \text{si } b_k = 1 \end{cases}$$

Enfin,

$$s_l(t) = 0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s) \quad (2)$$

$$\text{avec : } A_k = \begin{cases} 1 & \text{si } b_k = 0 \\ -1 & \text{si } b_k = 1 \end{cases}$$

2.1.2 Représentation des signaux $s_l(t)$, $r_l(t)$ et $r_m(t)$ et déduction du rôle du bloc de décision

En absence du bruit, pour un signal binaire quelconque, $s_l(t)$ est obtenu en joignant les impulsions $p_0(t)$ et $p_1(t)$ selon que le bit vaut 0 et 1 respectivement, représentées sur une période symbole T_s .

L'implémentation sur Matlab permet de représenter graphiquement $s_l(t)$, $r_l(t)$ et $r_m(t)$ pour un signal binaire qui vaut $[1, 0, 0, 1, 0]$.

D'après FIGURE 1, le signal $s_l(t)$ est une succession de portes de largeurs différentes, il sera convolué à des portions de portes, d'où il faut bien s'attendre à ce que le résultat de la convolution soit un signal triangulaire.

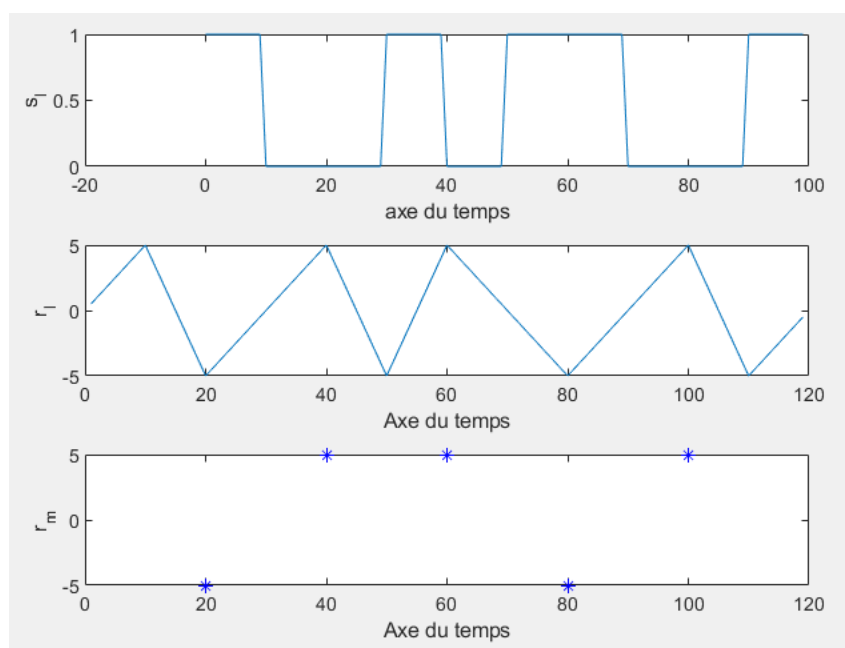


FIGURE 1 – Représentation graphique de s_l , r_l et r_m en fonction du temps

Le bloc de décision permet d'estimer en sortie les symboles et joue également le rôle de l'association "Symbole \rightarrow Bits", de sorte qu'à chaque valeur de r_m positive on associe une valeur de bit égale à 0 ; de même pour une valeur r_m négative, le bit estimé est égal à 1.

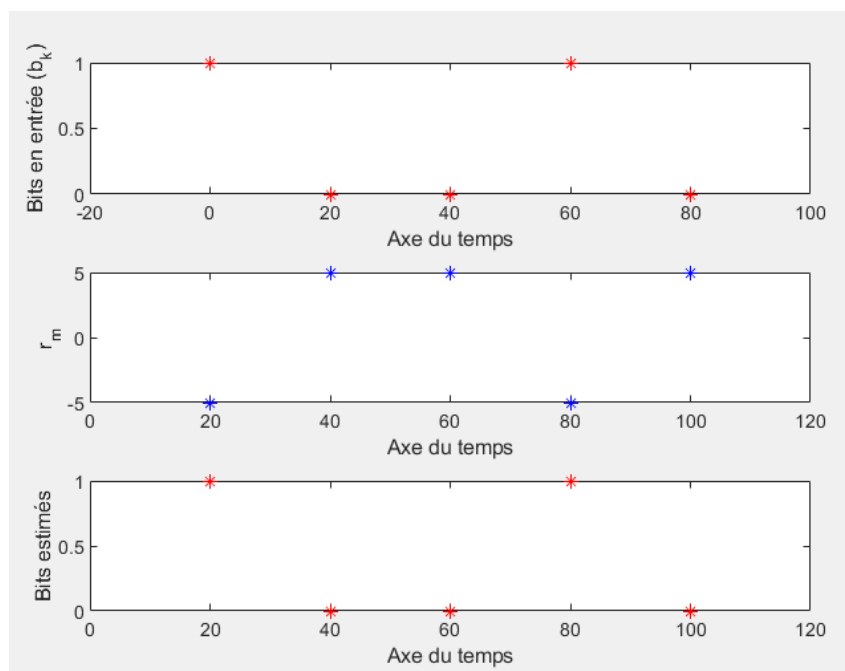


FIGURE 2 – Processus de décision et d'estimation des bits selon les valeurs de r_m

2.1.3 Calcul de la probabilité d'erreur binaire P_b pour la modulation PPM en fonction de $E_b N_0$

L'expression de r_m :

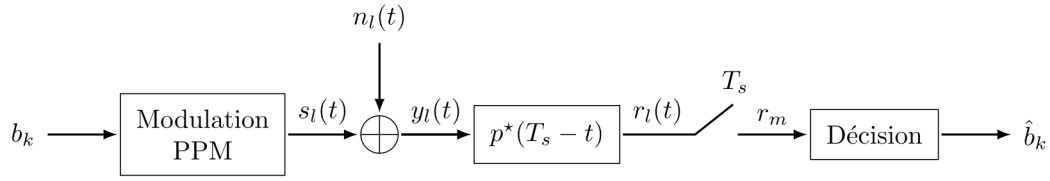


FIGURE 3 – La chaîne de communication adoptée

Conformément à la chaîne de communication précédente, on a :

$$\begin{aligned} r_l(t) &= (0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s)) * p^*(Ts - t) \\ &= 0.5 * p^*(Ts - t) + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s) * p^*(Ts - t) \\ &= 0.5 \int_{-\infty}^{+\infty} p(t) dt + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k R_p(t - kT_s) \end{aligned}$$

avec R_p la fonction d'autocorrélation de p .

Donc :

$$r_l(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k R_p(t - kT_s) \quad (3)$$

Après l'échantillonnage on a :

$$r_m[n] = r_l(nT_s) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k R_p((n - k)T_s)$$

Comme p respecte le critère de Nyquist, on a $R_p(nT_s) = 0$ pour $n \neq 0$.

D'où :

$$r_m[n] = A_n R_p(0) \quad (4)$$

L'expression de P_b en fonction de $R_p(0)$ et $\sigma_{n'_l}$:

On note $\sigma_{n'_l}$ l'écart type de $n'_l = n_l * p^*(Ts - t)$. Et P_b la probabilité d'erreur binaire.

On a :

$$\begin{aligned} P_b &= P(b_n = 1)P(r_m[n] > 0 | b_n = 1) + P(b_n = 0)P(r_m[n] \leq 0 | b_n = 0) \\ &= P(r_m[n] > 0 | b_n = 1) \\ &= \int_{R_p(0)}^{+\infty} \frac{1}{\sigma_{n'_l} \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(t/\sigma_{n'_l})^2} \\ &= \frac{1}{2} \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{R_p(0)}{\sqrt{2}\sigma_{n'_l}}}^{+\infty} e^{-t} dt \end{aligned}$$

Finalement :

$$P_b = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{R_p(0)}{\sqrt{2}\sigma_{n'_l}}\right) \quad (5)$$

L'expression de $\sigma_{n'_l}$:

On a : $E[n'_l(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} E[n_l(x)]p(t - T_s + x)dx = 0$

Et :

$$\begin{aligned}\sigma_{n'_l}^2 &= E[n'_l(t)^2] - E[n'_l(t)]^2 \\ &= E\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} n_l(x_1)p(t - T_s + x_1)n_l(x_2)p(t - T_s + x_2)dx_1dx_2\right] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} p(t - T_s + x_1)p(t - T_s + x_2)E[n_l(x_1)n_l(x_2)]dx_1dx_2 \\ &= \sigma_{n_l}^2 \int_{-\infty}^{+\infty} p(t - T_s + x)p(t - T_s + x)dx\end{aligned}$$

Donc :

$$\sigma_{n'_l}^2 = R_p(0)\sigma_{n_l}^2 \quad (6)$$

L'expression de E_b en fonction de $R_p(0)$:

Par définition, on a : $E_b = P_{moy}T_s$; $P_{moy} = \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_{s_l}(f)df$

D'après la formule de Bennett on a : $\tau_{s_l}(f) = \frac{1}{T_s}|P(f)|^2 \sum_{n \in \mathbb{Z}} R_{S_l(n)}e^{-j2\pi fT_s}$

Avec $R_{S_l}(n) = E[S_l(k)S_l^*(k+n)] = \frac{1}{2}\delta(0)$

Donc $P_{moy} = \frac{1}{2T_s} \int_{-\infty}^{+\infty} |P(f)|^2 df = \frac{1}{2T_s} R_p(0)$

D'où :

$$E_b = \frac{1}{2}R_p(0) \quad (7)$$

L'expression de P_b en fonction de $\frac{E_b}{N_0}$:

Considérant le fait que $\sigma_{n_l}^2 = \frac{N_0}{2}$ et d'après les relations précédemment trouvées, on a :

$$P_b\left(\frac{E_b}{N_0}\right) = \frac{1}{2}erfc\left(\sqrt{2\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (8)$$

2.1.4 Représentation de *TEB* et P_b théorique

Pour un paquet binaire aléatoire généré uniformément, la courbe de la probabilité d'erreur binaire théorique et celle du taux d'erreur binaire en pratique sont confondues en présence d'un bruit blanc gaussien. Par ailleurs, selon la figure 9, on constate qu'à partir d'un rapport $\frac{E_b}{N_0} = 4$ dB, la probabilité d'erreur binaire est inférieure ou égale à 3.16×10^{-5} .

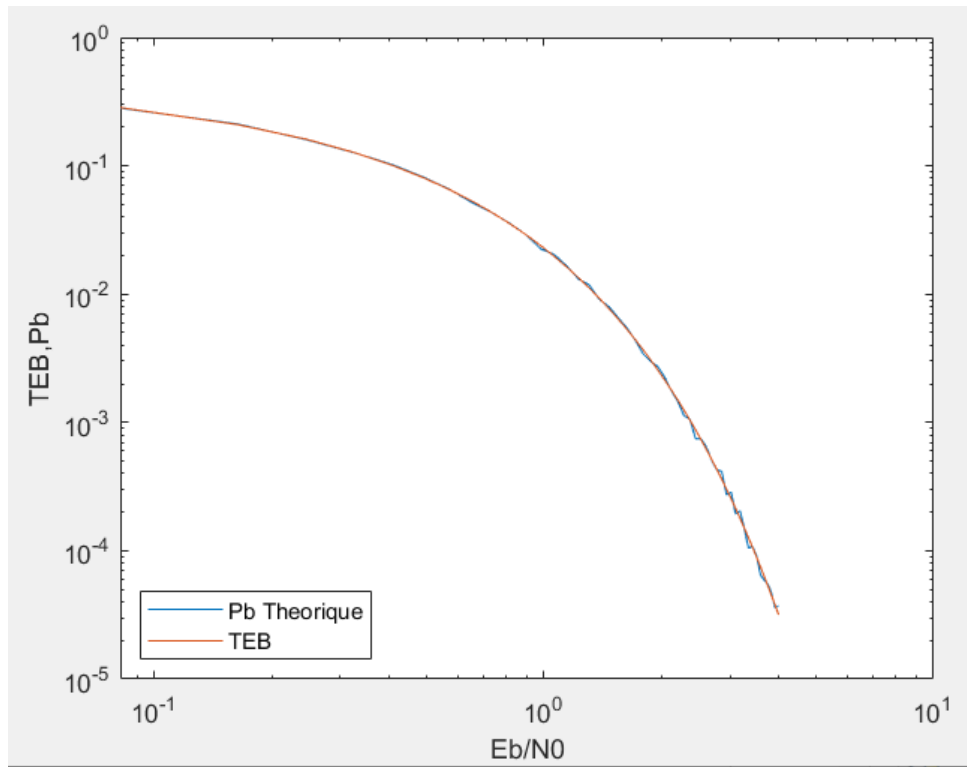


FIGURE 4 – Représentation de TEB et P_b théorique en fonction du rapport signal sur bruit $\frac{E_b}{N_0}$

2.2 Densité spectrale de puissance

2.2.1 Calcul du moment d'ordre 1 du signal $s_l(t)$:

En se basant sur l'équation (2) :

$$\begin{aligned} m_{s_l}(t) &= E(s_l(t)) \\ &= E\left(0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s)\right) \\ &= 0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} E(A_k) p(t - kT_s) \end{aligned}$$

Or,

$$\begin{aligned} E(A_k) &= 1.P(A_k = 1) - 1.P(A_k = -1) \\ &= 1.P(b_k = 0) - 1.P(b_k = 1) \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \end{aligned}$$

D'où,

$$m_{s_l}(t) = 0.5 \tag{9}$$

2.2.2 Calcul de la fonction d'autocorrélation du signal $s_l(t)$:

$$\begin{aligned}
 R_{s_l}(t, \tau) &= E(s_l(t)s_l^*(t + \tau)) \\
 &= E((0.5 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} A_k p(t - kT_s))(0.5 + \sum_{l \in \mathbb{Z}} A_l^* p^*(t + \tau - lT_s))) \\
 &= 0.25 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} A_k A_l^* p(t - kT_s) p^*(t + \tau - lT_s) \\
 &= 0.25 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} E(A_k A_l^*) p(t - kT_s) p^*(t + \tau - lT_s) \\
 &= 0.25 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} E(|A_k|^2) p(t - kT_s) p^*(t + \tau - kT_s) \\
 &= 0.25 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} p(t - kT_s) p^*(t + \tau - kT_s)
 \end{aligned}$$

D'où,

$$R_{s_l}(t, \tau) = 0.25 + \sum_{k \in \mathbb{Z}} p(t - kT_s) p^*(t + \tau - kT_s) \quad (10)$$

2.2.3 Calcul de l'autocorrélation moyennée du signal $s_l(t)$ en le considérant cyclo-stationnaire de période T_s :

$$\begin{aligned}
 \tilde{R}_{s_l}(\tau) &= \frac{1}{T_s} \int_0^{T_s} R_{s_l}(t, \tau) dt \\
 &= 0.25 + \frac{1}{T_s} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \int_0^{T_s} p(t - kT_s) p^*(t + \tau - kT_s) dt \\
 &= 0.25 + \frac{1}{T_s} \sum_{k \in \mathbb{Z}} \int_{-kT_s}^{(1-k)T_s} p(t) p^*(t + \tau) dt \\
 &= 0.25 + \frac{1}{T_s} \int_R p(t) p^*(t + \tau) dt
 \end{aligned}$$

Ainsi,

$$\tilde{R}_{s_l}(\tau) = 0.25 + \frac{R_p(\tau)}{T_s} \quad (11)$$

2.2.4 Dédution de la DSP de $s_l(t)$:

Soit $c(\tau)$ la partie continue de \tilde{R}_{s_l} ; $c(\tau) = 0.25$
Modélisant $c(\tau)$ par :

$$c(\tau) = \lim_{\theta \rightarrow 0} 0.25 \pi_\theta(\tau)$$

Avec $\pi_\theta(\tau)$ la fonction porte de largeur θ . On a :

$$TF(\pi_\theta)(f) = \frac{\sin(\pi f \theta)}{\pi f} = \theta \text{sinc}(\pi f \theta) \xrightarrow{\theta \rightarrow +\infty} \delta(f)$$

Donc :

$$TF(0.25)(f) = 0.25 \lim_{\theta \rightarrow +\infty} TF(\pi_\theta)(f)$$

D'où :

$$TF(0.25)(f) = 0.25\delta(f) \quad (12)$$

Pratiquement, $c(t)$ est fenêtrée par une fenêtre de largeur $nfft$. La conséquence de cela dans le domaine spectral n'est pas négligeable comme la figure 5 montre.

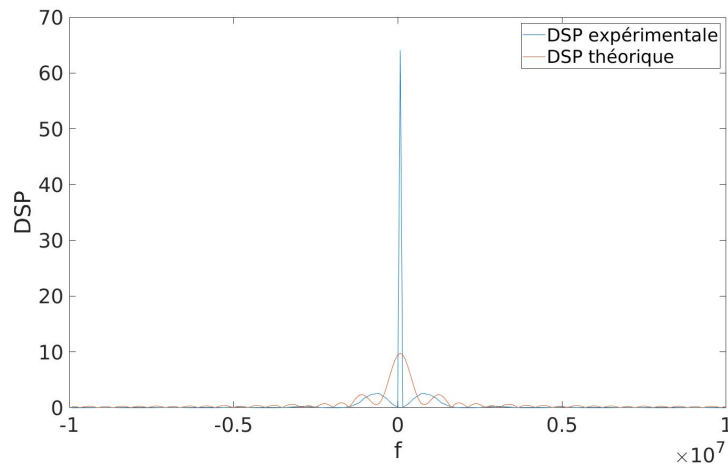


FIGURE 5 – Représentation de DSP théorique et DSP expérimentale en fonction de la fréquence

Pour palier ce problème, nous proposons d'utiliser la relation (12) avec le remplacement de δ par $nfft\delta_n$ pour rester fidèle au théorème de Parserval.

On définit δ_n par : $\delta_n(f) = \begin{cases} 1 & \text{si } f = 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$

Le résultat obtenu grâce à cette approche est présenté dans la figure 6 :

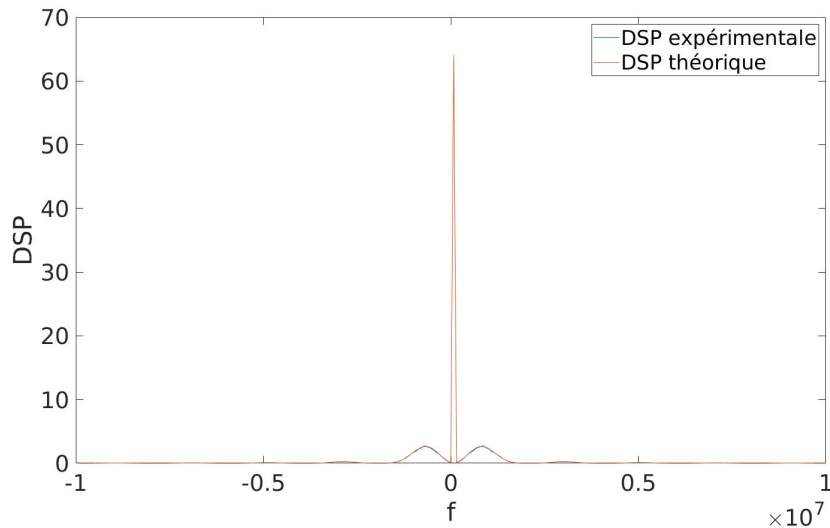


FIGURE 6 – Représentation de DSP théorique et DSP expérimentale en fonction de la fréquence

2.3 Algorithmes de codage et de décodage de canal

Le polynôme fourni à l'énoncé est transformé en une liste de 1 et de 0 selon que le coefficient correspondant à chaque puissance est nul ou pas, cette liste est par la suite passée en paramètre à la fonction **crc.generator** et puis à **crc.detector** pour enfin générer les bits de contrôle et les ajouter à la trame.

Comme l'énoncé l'annonce, on a pris le soin d'indiquer que le message n'est pas intègre en absence d'erreur et intègre sinon.

2.4 Synchronisation en temps

Cette partie consiste dans un premier temps à introduire un décalage temporel aléatoire, à estimer ce décalage en calculant le décalage correspondant au maximum réel positif de la corrélation et puis de faire la synchronisation temporelle.

La contrainte majeure était de concilier le nombre d'erreur commises avec le temps d'exécution, ceci dit, on a pu rédiger un programme qui fait le moindre d'erreur avec un temps d'exécution d'à peu près deux minutes en fixant à certaines valeurs le rapport signal sur bruit maximal et sa taille (tout en laissant le seuil à 100 erreurs), pour enfin obtenir la représentation ci-dessous.

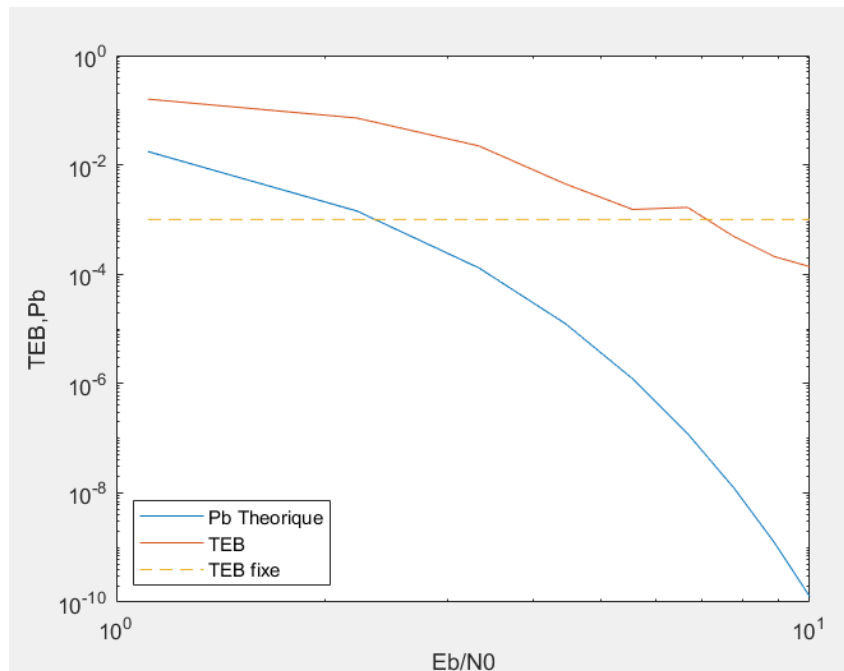


FIGURE 7 – Représentation du taux d'Erreur Binaire et de la probabilité d'erreur binaire théorique en fonction du rapport signal sur bruit, avec estimation temporelle

La corrélation en tant que fonction de plusieurs intégrales a été finalement calculée par la méthode des rectangles. En effet, malgré que cette méthodologie pourrait avoir une complexité assez grande, cependant, elle est la plus précise et la plus efficace, la fonction `xcorr` pour calculer l'inter-corrélation entre le signal s_p et r_l ou même directement la corrélation ρ avec comme troisième paramètre "Normalized" ou "coeff" permet certes d'obtenir un résultat rapidement mais avec un bon nombre d'erreur d'estimation.

L'essentiel était d'obtenir un résultat correct même avec un temps d'attente additionnel.

Les courbes ne se superposent pas suite à la réception de signaux désynchronisés temporellement.

2.4.1 Calcul du décalage de fréquence Doppler d'un avion se déplaçant à vitesse $v = 900 \text{ km/h}$

On suppose que le système de diffusion ADS-B se rapproche de la station de réception, les signaux ADS-B sont transmis sur fréquence porteuse $F_p = 1090 \text{ MHz}$, l'effet Doppler fait que l'antenne réceptrice perçoit les signaux à une fréquence différente $F_{ed} = \frac{F_p}{1 + \frac{v}{c}}$ où

$$c = 3 \cdot 10^8.$$

Etant donné que $v \ll c$, on peut déduire que le décalage fréquentiel

$$\Delta F = F_{ed} - F_p \approx \frac{v}{c} \cdot F_p$$

Numériquement :

$$\Delta F \approx 908.33 \text{ Hz}$$

2.4.2 Calcul du module au carré de $y_l(t)$

D'après l'énoncé :

$$y_l(t) = s_l(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t} + n_l(t) \quad (13)$$

$$\begin{aligned} |y_l(t)|^2 &= |s_l(t - \delta_t) e^{-j2\pi\delta_f t} + n_l(t)|^2 \\ &= |s_l(t - \delta_t) \cos(2\pi\delta_f t) + n_l(t) - j s_l(t - \delta_t) \sin(2\pi\delta_f t)|^2 \\ &= (s_l(t - \delta_t) \cos(2\pi\delta_f t) + n_l(t))^2 + s_l(t - \delta_t)^2 \sin^2(2\pi\delta_f t) \\ &= s_l(t - \delta_t)^2 + n_l(t)^2 + 2n_l(t) \cos(2\pi\delta_f t) s_l(t - \delta_t) \end{aligned}$$

Par ailleurs,

$$|y_l(t)|^2 = s_l(t - \delta_t)^2 + z_l(t) \quad (14)$$

$$\text{où } z_l(t) = n_l(t)^2 + 2n_l(t) \cos(2\pi\delta_f t) s_l(t - \delta_t)$$

La moyenne de $z_l(t)$ n'est pas nulle

$$E(z_l(t)) = E(n_l(t)^2) + 2E(n_l(t)) \cos(2\pi\delta_f t) s_l(t - \delta_t) = \sigma_{n_l}$$

2.4.3 Démonstration de l'inégalité $|\rho(\delta'_t)| \leq 1 \forall \delta'_t$ et étude du cas d'égalité

On sait que $\forall \delta'_t$

$$\left| \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} r_l(t) s_l^*(t - \delta'_t) dt \right| \leq \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |r_l(t)| |s_l^*(t - \delta'_t)| dt \quad (15)$$

En se basant sur l'inégalité de Cauchy Schwartz :

$$\begin{aligned}
 < |r_l(t)|, |s_l(t - \delta'_t)| > = \int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |r_l(t)| |s_l^*(t - \delta'_t)| dt \\
 &\leq \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |r_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |s_l^*(t - \delta'_t)|^2 dt} \\
 &\leq \sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |r_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_0^{T_p} |s_l^*(t)|^2 dt} \\
 &\quad \text{(changement de variable)}
 \end{aligned}$$

Selon l'équation (15), on peut déduire que $\forall \delta'_t$

$$|\rho(\delta'_t)| = \left| \frac{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} r_l(t) s_l^*(t - \delta'_t) dt}{\sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |r_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_0^{T_p} |s_l^*(t)|^2 dt}} \right| \leq 1$$

2.5 Synchronisation en fréquence

L'effet Doppler introduit également un décalage en fréquence δ'_f . Ainsi pris en compte, la corrélation devient fonction de deux paramètres :

$$\rho(\delta'_t, \delta'_f) = \frac{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} e^{j2\pi\delta'_f t} y_l(t) s_l^*(t - \delta'_t) dt}{\sqrt{\int_{\delta'_t}^{\delta'_t + T_p} |y_l(t)|^2 dt} \sqrt{\int_0^{T_p} |s_l^*(t)|^2 dt}}$$

le signal $y_l(t) e^{j\pi\delta'_f t}$ porte l'information à la fois sur le décalage en fréquence et en temps (à l'encontre du signal $r_l(t)$).

3 Couche MAC ADS-B

3.1 Implémentation de la couche MAC

3.1.1 Structure des trames ADS-B

D'après les données de l'annexe, les valeurs de FTC correspondant à des trames de position de vol varient entre 9 et 18 et entre 20 et 22, tandis que celles correspondant aux messages d'identifications varient entre 1 et 4.

4 Application

4.0.1 Récupération des enregistrements de *buffer.mat*

Cette partie consiste à parcourir les 9 colonnes de *buffer.mat*, d'en extraire à chaque fois un enregistrement de même taille que le préambule ($8Fse$), et puis calculer la corrélation avec le signal s_p , celle-ci est par la suite comparée avec un seuil bien fixé, selon qu'elle soit supérieure ou inférieure, on la garde et on passe au décodage de l'enregistrement suivant

grâce à la fonction `bit2registre`. Celle-ci accède aux différentes informations relatives à la trame notamment la latitude, la longitude qui seront stockées dans un tableau.

Cependant, la gestion du seuil ne semble pas être pertinente, du fait qu'elle est restreinte entre 0 et 1, d'où le choix d'afficher les points les plus corrélés avec le préambule (20 points).

4.0.2 *Traitement de signaux réels*

Les figures suivantes représentent les avions obtenus à partir du fichier `buffers.mat` ainsi qu'un encadrement du seuil de corrélation calculé à l'issue de chaque 20 points (comme déjà mentionné). Enfin, il semble que le bon seuil de détection est compris entre 0.73 et 0.82.

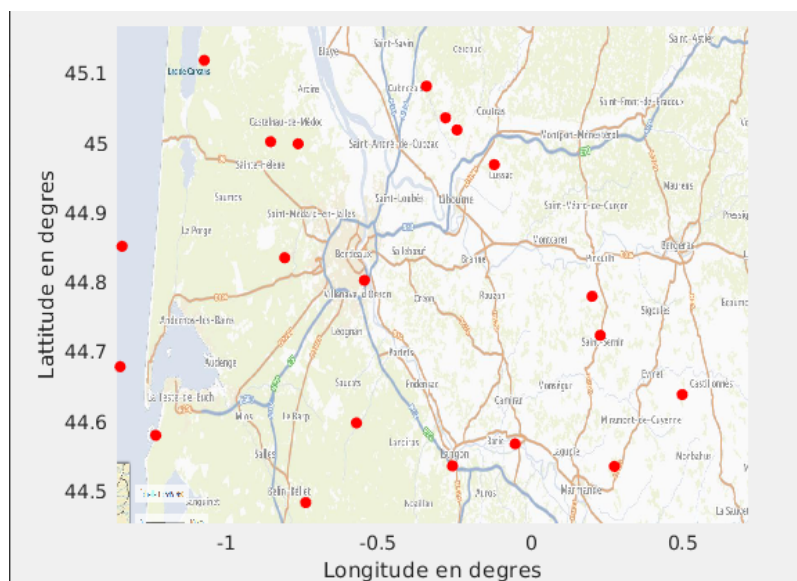


FIGURE 8 – Points obtenus à partir du fichier `buffer.mat`

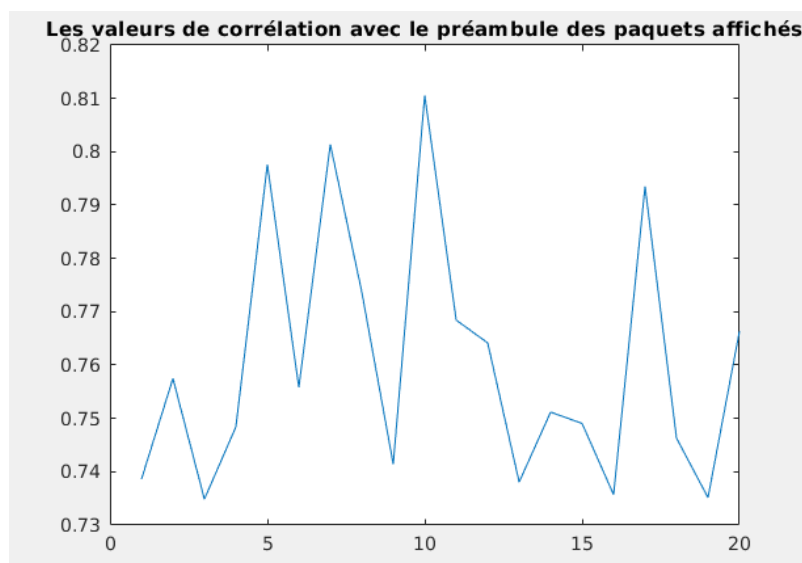


FIGURE 9 – Intervalle des bonnes valeurs du seuil de détection

5 Conclusion

Au cours du projet, on a pu concilier théorie et pratique grâce à des notions variées vues en cours de première et deuxième année de télécommunications, ceci nous a été favorable dans la mesure où on a pu approfondir nos connaissances en communications numériques et gagner un socle de connaissance sur les notions de codage, décodage et chaînes de communication.

6 Références

- Application au décodage des signaux ADS-B.
- Radars et effet Doppler
- Manuel CRC.detector
- Synchronisation
- L'ADS-B
- conception d'un récepteur de donnée ADS-B
- Cours Communications numériques première année.
- Cours traitement de l'image.

FIN