Faculté Pluridisciplinaire de Nador

UNIVERSITE MOHAMMED PREMIER OUJDA

Cours Optique géométrique

Filière : MIP

Semestre : S2

Pr Nadia DIHMANI

Chapitre 1 : Les fondements de l'optique géométrique

1.1 Définition de l'optique géométrique

L'optique géométrique est une branche de l'optique qui étudie la propagation de la lumière et la formation d'images en utilisant des modèles géométriques. Elle s'appuie sur l'idée que la lumière se propage en ligne droite dans un milieu homogène et isotrope, et qu'elle peut être représentée par des rayons lumineux.

L'optique géométrique permet de décrire et de prédire le comportement de la lumière dans divers contextes, tels que la réflexion et la réfraction, la formation d'images par des lentilles et des miroirs, et le fonctionnement des instruments d'optique.

1.2 Historique de l'optique

L'optique géométrique a une longue histoire qui remonte à l'Antiquité. Les premières études sur la lumière ont été menées par des philosophes grecs tels qu'Euclide et Ptolémée. Ils ont développé des modèles géométriques pour expliquer la réflexion et la réfraction de la lumière, ainsi que la formation d'images par des miroirs et des lentilles.

Au cours des siècles suivants, de nombreux scientifiques ont contribué au développement de l'optique géométrique. Parmi les figures les plus importantes, on peut citer :

- Alhazen (10ème siècle) : il a développé une théorie complète de la vision et de l'optique, y compris la loi de la réfraction
- Roger Bacon (13ème siècle) : il a étudié les propriétés des lentilles et leur utilisation pour la correction de la vision
- Johannes Kepler (17ème siècle) : il a découvert les lois de la réflexion et de la réfraction

- René Descartes (17ème siècle) : il a développé une théorie géométrique de la formation d'images par des lentilles et des miroirs

L'optique géométrique a joué un rôle important dans le développement de la science et de la technologie. Elle a permis de mettre au point des instruments d'optique tels que le microscope, le télescope et l'appareil photo, qui ont révolutionné notre compréhension du monde.

1.3 Applications de l'optique géométrique

L'optique géométrique a de nombreuses applications dans divers domaines, tels que:

- Ophtalmologie : correction des défauts de la vision (myopie, hypermétropie, astigmatisme)
- Astronomie : observation des étoiles et des planètes
- Imagerie : photographie, radiographie, microscopie
- Télécommunications : transmission de la lumière par fibres optiques
- Capteurs optiques : détection de la lumière et de ses propriétés.

1.4 Nature de la lumière et ses propriétés

1.4.1 Dualité onde-corpuscule de la lumière

La lumière présente une dualité onde-corpuscule, ce qui signifie qu'elle peut se comporter à la fois comme une onde et comme un corpuscule (ou particule) appelé photon. Cette dualité est un concept fondamental de la physique quantique et n'a pas d'explication simple dans la physique classique.

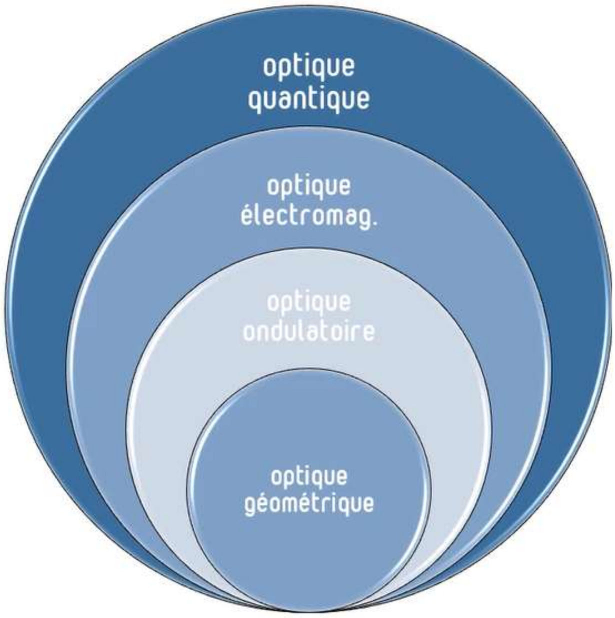
Deux théories ont été développées pour expliquer la nature de la lumière :

- **Théorie corpusculaire :** Cette théorie, développée par Newton et Planck et soutenue par Einstein (1905) et Compton (1921) considère la lumière comme un flux de particules (photons) qui se déplacent à la vitesse de la lumière. Cette théorie est incapable d'expliquer les phénomènes d'interférences et de diffraction.

- **Théorie ondulatoire :** Cette théorie, proposée par Huygens et Fresnel (début du $19^{ème}$ siècle), considère la lumière comme une onde électromagnétique. Cette théorie est capable d'expliquer les phénomènes d'interférences et de diffraction, mais ne peut pas expliquer l'effet photoélectrique.

- Dualité onde-corpuscule : La lumière présente donc une dualité onde-corpuscule, ce qui signifie qu'elle peut se comporter à la fois comme une onde et comme un corpuscule.

- Démonstration de la dualité : De Broglie a montré en 1927 que la dualité onde-corpuscule n'est pas unique à la lumière, mais que les particules de matière peuvent également se comporter comme des ondes. Cette découverte a été confirmée expérimentalement par Davisson et Germer.



1.4.2 Propriétés de la lumière en tant qu'onde

- Propagation rectiligne : La lumière se propage en ligne droite dans un milieu homogène et isotrope.

- Vitesse de la lumière : La vitesse de la lumière dans le vide est une constante fondamentale de la nature, c'est la vitesse la plus rapide à laquelle l'information peut se propager. Sa valeur est d'environ 299 792 458 m/s.

- Longueur d'onde : La lumière est une onde électromagnétique caractérisée par sa longueur d'onde, qui est la distance entre deux crêtes consécutives. La longueur d'onde détermine la couleur de la lumière.

- Fréquence : La fréquence de la lumière est le nombre d'oscillations par seconde. Elle est liée à la longueur d'onde par la relation : $\boldsymbol{\nu = c / \lambda}$

où ν est la fréquence, c est la vitesse de la lumière et λ est la longueur d'onde.

- Polarisation : La lumière peut être polarisée, ce qui signifie que les vibrations du champ électrique de l'onde lumineuse peuvent être orientées dans une direction particulière.

1.4.3 Propriétés de la lumière en tant que corpuscule

- Énergie du photon: L'énergie d'un photon est proportionnelle à sa fréquence. La relation est donnée par : $\mathbf{E = h\,\nu}$

où E est l'énergie, h est la constante de Planck ($6,626 \times 10^{-34}$ J.s) et **n** est la fréquence.

- Moment cinétique du photon : Le photon possède un moment cinétique intrinsèque, appelé spin, qui est quantifié et peut prendre deux valeurs : +1/2 et -1/2.

Tableau 1 . Principales différences entre l'optique géométrique et l'optique ondulatoire

Critère	Optique géométrique	Optique ondulatoire
Nature de la lumière	Rayons lumineux	Ondes électromagnétiques
Propagation de la lumière	Lignes droites	Ondes
Phénomènes étudiés	Réflexion, réfraction, formation d'images	Diffraction, interférence, polarisation

Applications	Lentilles, miroirs, instruments d'optique	Télécommunications, lasers, imagerie
Limites	Ne peut pas expliquer les phénomènes d'interférence et de diffraction	Ne peut pas expliquer l'effet photoélectrique

1.5 Limite de l'optique géométrique

L'optique géométrique est une approximation utile pour décrire la propagation de la lumière dans de nombreux cas, mais elle présente des limites lorsqu'elle est appliquée à des situations où les dimensions des objets ou des ouvertures sont comparables à la longueur d'onde de la lumière.

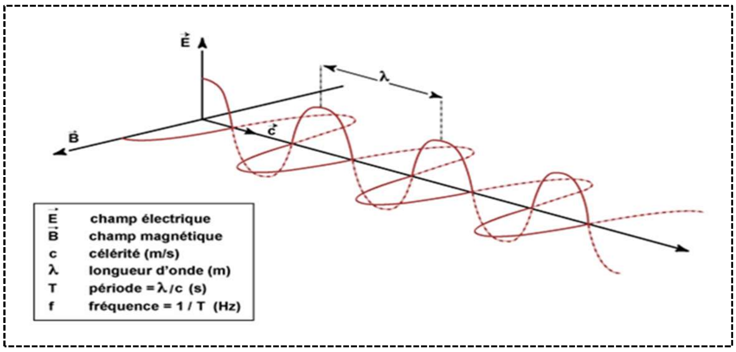
- Diffraction : La lumière ne se propage pas en ligne droite lorsqu'elle rencontre un bord tranchant ou un obstacle de taille comparable à sa longueur d'onde. Elle se diffracte et se propage dans des directions autres que la direction prédite par l'optique géométrique.
- Interférence : Lorsque deux ou plusieurs ondes lumineuses se rencontrent, elles peuvent interférer et créer des motifs d'interférences. L'optique géométrique ne peut pas prédire ces motifs.
- Polarisation : La lumière peut être polarisée, ce qui signifie que son champ électrique oscille dans une direction particulière. L'optique géométrique ne prend pas en compte la polarisation de la lumière.

1.6 La lumière dans le spectre électromagnétiques

1.6.1 L'onde électromagnétique

Une onde électromagnétique est constituée de champs électriques et magnétiques oscillants perpendiculairement l'un à l'autre et se propageant dans un milieu selon une direction orthogonale.

La vitesse de propagation de l'onde dépend du milieu considéré. Dans le vide, elle est égale à 3.10^8 m/s.



Une onde électromagnétique est caractérisée par plusieurs grandeurs physiques :

- La période (T) : elle représente le temps nécessaire pour que l'onde effectue un cycle. L'unité est la seconde (s).
- La fréquence (ν) : inverse de la période, elle traduit le nombre de cycles par unité de temps.
- La célérité : la vitesse de propagation v [m/s].
- La longueur d'onde (λ) : est la distance parcourue en une période :

La vitesse de propagation d'une onde dans un milieu d'indice de réfraction n : $\boldsymbol{V = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu}$

La vitesse de propagation d'une onde dans le vide : $\boldsymbol{c = \frac{\lambda_0}{T} = \lambda_0\nu}$

Relation entre la longueur d'onde dans le milieu d'indice n et dans le vide : $\boldsymbol{\lambda = \frac{v}{c}\lambda_0 = \frac{\lambda_0}{n}}$

1.6.2 Spectre électromagnétique

Les ondes électromagnétiques sont classées et réparties en fonction de leurs longueurs d'ondes ou de leurs fréquences, cette répartition est appelée **spectre électromagnétique**.

- Le spectre électromagnétique comprend :

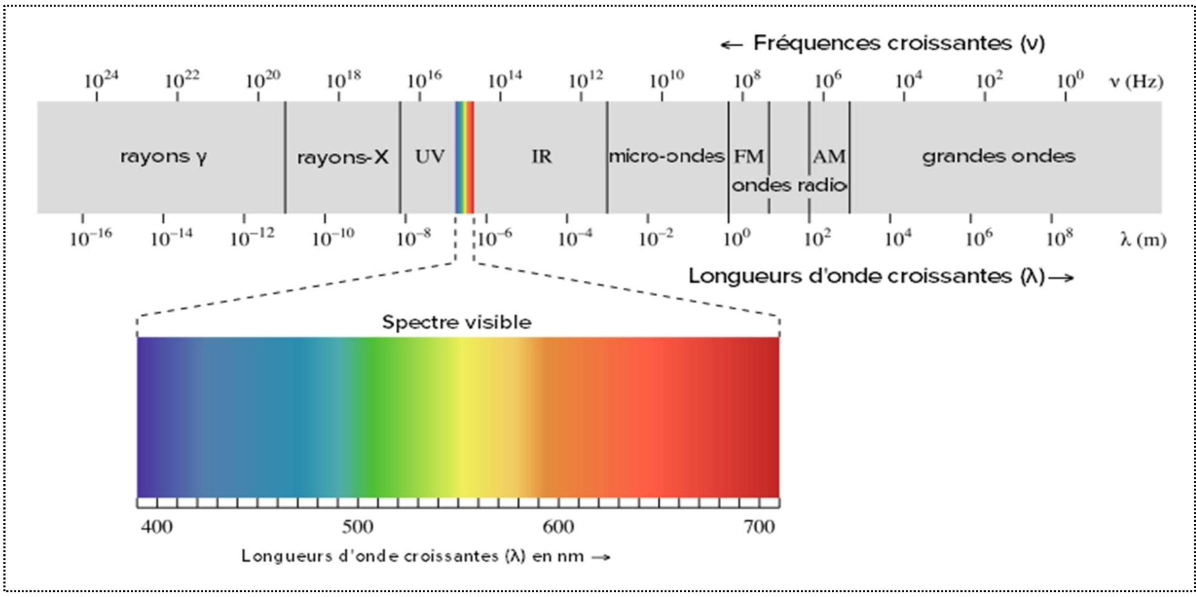


Figure 1. Composantes du spectre électromagnétique, classées par ordre de longueur d'onde croissante.

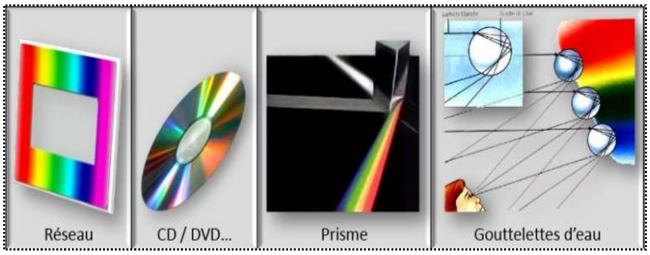
- Ondes radio : Utilisées pour la radiodiffusion, les communications mobiles et la télévision.
- Micro-ondes : Utilisées pour les fours à micro-ondes, les radars et les communications sans fil.
- Infrarouges : Utilisés pour la vision nocturne, les détecteurs de mouvement et le chauffage.
- Lumière visible : La seule partie du spectre électromagnétique que l'œil humain peut percevoir.
- Ultraviolets : Utilisés pour la stérilisation, les lampes fluorescentes et le bronzage.
- Rayons X : Utilisés pour la radiographie médicale et l'imagerie industrielle.
- Rayons gamma : Utilisés pour la radiothérapie et la recherche scientifique.

1.7 Lumière blanche et laser

1.7.1 Qu'est-ce que la lumière blanche ?

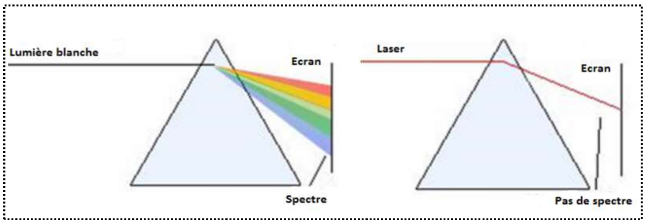
La lumière blanche est une lumière polychromatique, c'est-à-dire qu'elle est composée de toutes les couleurs du spectre visible. Elle est émise par le soleil, les ampoules électriques et d'autres sources lumineuses.

Pour visualiser toutes les couleurs contenues dans la lumière blanche, il suffit d'observer la surface d'une bulle de savon ou d'un disque laser. La lumière est alors décomposée : c'est le phénomène de dispersion. Dans un arc-en-ciel, ce sont les gouttes d'eau en suspension dans l'atmosphère qui décomposent la lumière du soleil.



1.7.2 Décomposition de la lumière

En passant à travers un prisme, la lumière blanche est transformée en lumières colorées. On dit que le prisme décompose la lumière blanche (figure ci-dessous).



La figure colorée obtenue est appelée spectre. La lumière blanche est donc constituée de plusieurs lumières (ou radiations) colorées. A chaque couleur correspond une grandeur physique appelée longueur d'onde. **La lumière blanche est polychromatique.**

Le spectre de la lumière blanche est composé des six couleurs de l'arc-en-ciel : rouge, orange, jaune, vert, bleu et violet. Chaque couleur est caractérisée par sa longueur d'onde (tableau 2), qui est une grandeur physique mesurée en nanomètres (nm).

Le tableau 2. Correspondance entre longueur d'onde et couleur.

Longueur d'onde (nm)	Couleur	Champ chromatique	Fréquence (10^{14} Hz)
400 — 450	Violet	445	7,5 — 6,7
450 — 500	Bleu	480	6,7 — 6,0
500 — 575	Vert	525	6,0 — 5,2
575 — 590	Jaune	577	5,2 — 5,1
590 — 620	Orange	590	5,1 — 4,8
620 — 760	Rouge	650	4,8 — 3,9

Contrairement à la lumière blanche, la lumière du laser n'est pas décomposée en un spectre. La lumière du laser est constituée d'une seule lumière (ou radiation) colorée. **La lumière du laser est monochromatique.**

Le tableau 3. Récapitulatif

Propriété	**Lumière blanche**	**Lumière laser**
Composition	Polychromatique (toutes les couleurs)	Monochromatique (une seule couleur)
Longueur d'onde	Large spectre (400-760 nm)	Fine raie spectrale
Cohérence	Incohérente	Cohérente
Applications	Éclairage, vision, photographie	Médecine, industrie, télécommunications, recherche scientifique

1.8 Source de lumière et milieux optiques

1.8.1 Sources lumineuse

Les sources de lumière peuvent être classées en deux catégories principales : naturelles et artificielles.

a- <u>Sources naturelles :</u>

- Soleil : La source de lumière la plus importante pour la Terre, émettant un spectre électromagnétique large allant de l'ultraviolet aux infrarouges.

- Étoiles : Des géantes gazeuses incandescentes émettant des radiations de différentes couleurs et intensités selon leur température et leur composition.

- Phénomènes naturels : Éclairs, bioluminescence (organismes vivants émettant de la lumière)…

b- <u>Sources artificielles :</u>

- Lampes à incandescence : Fonctionnent en chauffant un filament jusqu'à l'incandescence, émettant un rayonnement lumineux blanchâtre.

- Lampes fluorescentes : Utilisent un arc électrique pour exciter un gaz qui émet des radiations ultraviolettes, converties en lumière visible par des substances fluorescentes.

- Diodes électroluminescentes (LED) : Semi-conducteurs convertissant l'énergie électrique en lumière de couleur spécifique, offrant une haute efficacité énergétique et une longue durée de vie.

- Lasers : Sources de lumière cohérente et monochromatique, produites par l'amplification stimulée de l'émission de rayonnement.

1.8.2 Milieu Optique

Un milieu de propagation de la lumière est un espace matériel ou immatériel dans lequel la lumière se propage. Il peut être constitué de gaz, de liquide, de solide ou de vide. Les milieux optiques sont caractérisés par plusieurs propriétés qui influencent la propagation de la lumière :

a. Homogénéité :

- **Homogène :** La composition du milieu est la même en tous ses points. La lumière se propage en ligne droite et à vitesse constante. Exemples : air pur, eau distillée.

- **Inhomogène :** La composition du milieu varie en fonction de la position. La lumière peut se courber et sa vitesse peut varier. Exemples : air avec des variations de température, solution aqueuse avec des particules en suspension.

b. Isotropie :

- **Isotrope :** Les propriétés physiques du milieu sont les mêmes dans toutes les directions. La lumière se propage de la même manière quelle que soit sa direction. Exemples : verre, air.
- **Anisotrope :** Les propriétés physiques du milieu varient en fonction de la direction. La lumière se propage différemment selon sa direction. Exemples : certains cristaux, certaines fibres optiques.

c. Transparence :

- Transparent: La lumière traverse le milieu sans être absorbée ou diffusée. Exemples : verre, eau claire, air pur.
- Absorbant: La lumière est partiellement absorbée par le milieu. Exemples : verre teinté, eau colorée, certains plastiques.
- Opaque: La lumière ne traverse pas le milieu. Exemples : métal, bois, pierre.

d. Indice de réfraction n

Caractéristique d'un milieu optique qui détermine la vitesse de la lumière dans ce milieu.

Plus l'indice de réfraction est élevé, plus la vitesse de la lumière est faible.

$$\mathbf{n} = \frac{c}{V}$$

Milieu	Vide	Air	Eau	Verre	Diamant
n	1	1,0003	1,33	1,5 à 1,7	2,42

Un milieu dont l'indice est supérieur à un autre milieu, est dit **plus réfringent**.

- L'indice relatif $n_{2/1}$ d'un milieu 2 par rapport à un milieu 1 est le rapport $n_{2/1} = v_1/v_2$

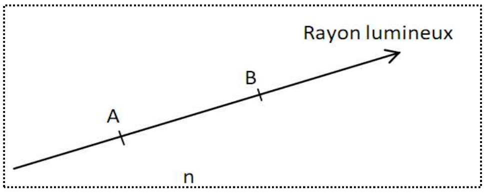
- Soit λ_0 et λ les longueurs d'onde d'une même radiation, de pulsation ω, dans le vide et dans un milieu d'indice n; la période de la vibration est fixe, puisque donnée par $T = 2\pi/\omega$, donc :

$\lambda_0 = c\,T$ et $\lambda = v\,T$ d'où $n = C / V = \lambda_0/\lambda$

1.9 Principes et lois de l'optique géométrique

1.9.1 Notion de chemin optique

Soit un M.T.H.I. d'indice n pour la radiation considérée. Soient A et B les extrémités d'un trajet pris sur un rayon lumineux. La longueur AB est le chemin géométrique parcouru par la lumière. Soit dl un élément de longueur de ce chemin.



On appelle chemin optique [AB] la longueur : $L = [AB] = \int_A^B n\,dl$

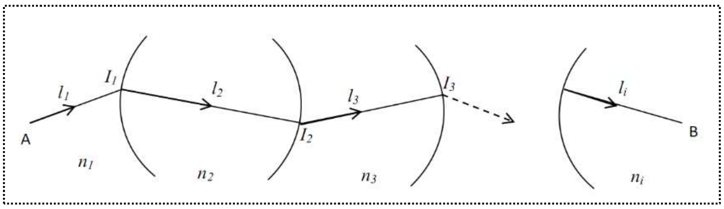
Remarque :

- Dans le milieu d'indice n, on a : $dl = V\,dt$ et $n = \frac{c}{v}$

$$L = [AB] = \int_{tA}^{tB} \frac{c}{v}\, v\, dt = c(t_B - t_A) = c\Delta t$$

Le chemin optique représente donc le trajet parcouru par la lumière dans le vide pendant le même temps Δt de parcours dans le milieu considéré. Il est alors égal, à une constante multiplicative c près, au temps mis par la lumière pour aller de A à B

Considérons une série de M.T.H.I., séparés par des surfaces de séparation $S_1, S_2, \ldots, S_i$ et d'indices $n_1, n_2, \ldots, n_i$. Un rayon lumineux va de A vers B en se réfractant en $I_1, I_2, \ldots, I_i$ (Figure).



Le chemin optique est par définition : (AB) $=n_1l_1 + n_2l_2 + ...+ n_il_i$, qu'on peut écrire encore :

$$L_{AB} = (AB) = \sum_i n_i l_i$$

1.9.2 Principe de Fermat

Le principe de Fermat stipule que la lumière se propage entre deux points A et B en suivant le trajet qui minimise le temps de parcours.

<u>**Conséquences du principe de Fermat :**</u>

- La lumière se propage en ligne droite dans un milieu homogène.
- ***Principe du retour inverse de la lumière*** : Le trajet suivi par la lumière est indépendant du sens de parcours. Autrement dit, si un rayon lumineux SI pénètre dans un système optique quelconque pour en ressortir suivant I^tS^t, un rayon lumineux entrant dans le système suivant S^tI^t en ressortira suivant IS (voir figure).

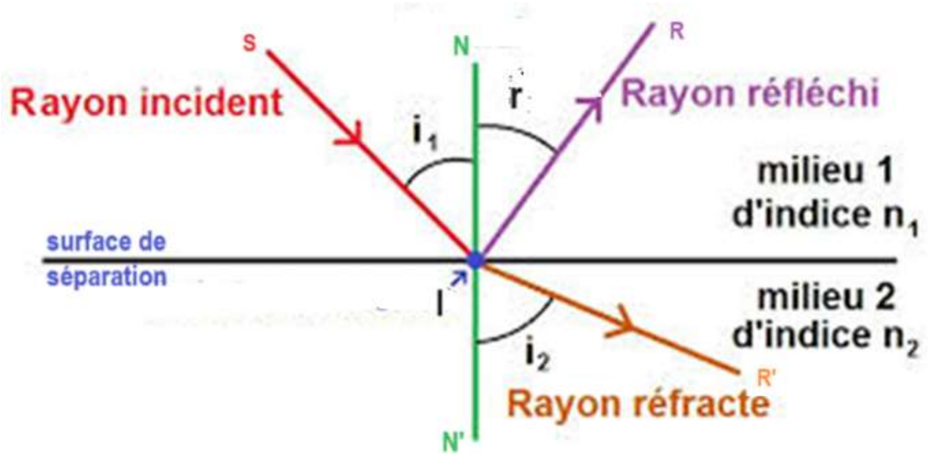
1.10 Lois de Snell-Descartes

Les lois de Snell-Descartes décrivent le comportement de la lumière lorsqu'elle passe d'un milieu transparent à un autre. Elles sont utilisées pour déterminer le trajet suivi par un rayon lumineux, calculer les angles de réflexion et de réfraction et concevoir des systèmes optiques.

Les lois de Snell - Descartes fixent la direction des rayons réfléchi et réfracté par rapport à celle du rayon incident.

Soient deux milieux transparents, homogènes et isotropes séparés par une surface de séparation (Σ). Désignons par n_1 et n_2 les indices de réfraction de ces deux milieux et par **NN'** la normale à (Σ) en un point I.

Considérons un rayon lumineux (figure 2) **SI** se propageant dans le milieu 1 et tombant sur la surface de séparation (Σ) au point I. On observe en général deux rayons : un rayon réfléchi **IR**, se propageant dans le milieu 1, et un rayon transmis **IR'**, **dit réfracté**, se propageant dans le milieu 2. Désignons par $\boldsymbol{i_1}$, $\boldsymbol{r}$ et $\boldsymbol{i_2}$ les angles que font respectivement ces trois rayons avec la normale **NN'.**



i_1 : angle d'incidence

i_2 : angle de réfraction

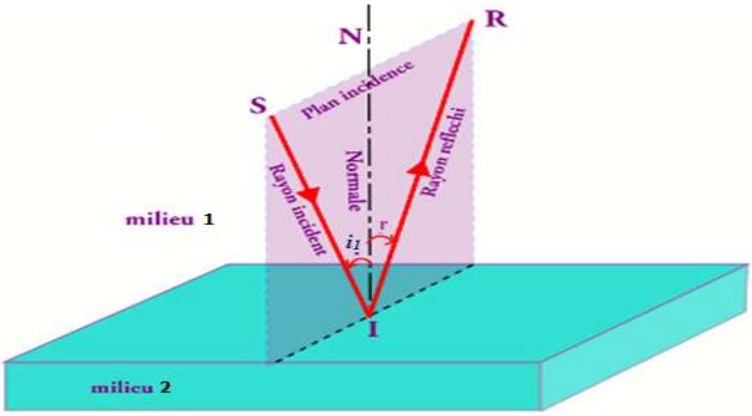
r :angle de réflexion

NIN' : la normale

Les directions de propagation des différents rayons sont données par les lois de Snell-Descartes :

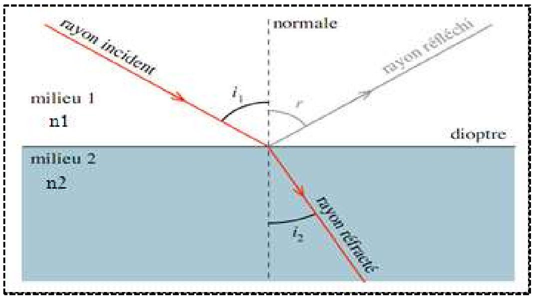
1.10.1 1ère loi (loi de la réflexion) :

- Le rayon incident et le rayon réfléchi sont dans le plan d'incidence.
- Les angles d'incidence et de réflexion sont égaux et de sens contraire : $\boldsymbol{i_1 = -r}$

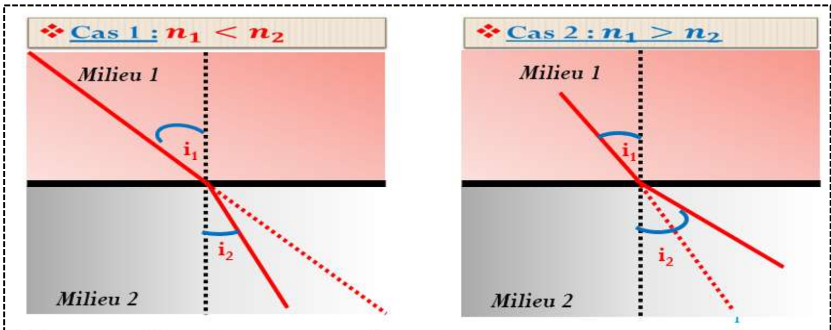


1.10.2 2ème loi (loi de la réfraction) :

- Le rayon incident et le rayon réfracté sont dans le plan d'incidence.
- Pour un rayon lumineux monochromatique, on a : $\boldsymbol{n_1 sin\, i_1 = n_2 sin\, i_2}$



Examinons un peu plus en détail la trajectoire d'un rayon lumineux au travers d'un dioptre plan. Deux cas peuvent se présenter comme illustre la figure ci-dessous :



L'angle de réfraction i_2 est au maximum égal à $\frac{\pi}{2}$ et selon la valeur du rapport $\frac{n_1}{n_2}$ le rayon réfracté peut ne pas exister. Examinons les différents cas possibles.

❑ Cas où $n_1 < n_2$, réfraction limite :

Lorsque la lumière passe **d'un milieu 1 moins réfringent à un milieu 2 plus réfringent**, il existe un angle de réfraction particulier pour lequel **l'angle d'incidence** $\boldsymbol{i_1 = \frac{\pi}{2}}$.

Cet angle est appelé **l'angle de réfraction limite** $\boldsymbol{l = i_{2l}}$.

On a : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$, avec $\frac{n_1}{n_2} < 1$.

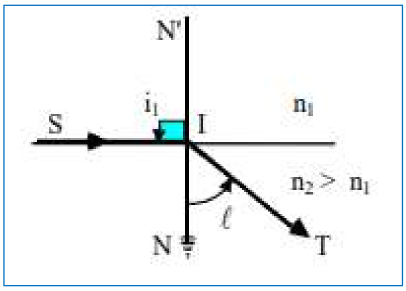
Il en résulte que $\sin i_2 < \sin i_1$,

Les angles i_1 et i_2 étant compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$, soit $i_2 < i_1$.

L'angle de réfraction est inférieur à l'angle d'incidence et il existe toujours un rayon réfracté. Celui-ci **se rapproche de la normale.**

Lorsque $i_1 = \frac{\pi}{2}$, i_2 atteint une valeur limite $l = i_{2l}$ **appelée** "**angle limite de réfraction**" donnée par : $\sin i_{2l} = \frac{n_1}{n_2}$

Soit $\boxed{\boldsymbol{l = i_{2l} = arcsin(\frac{n_1}{n_2})}}$



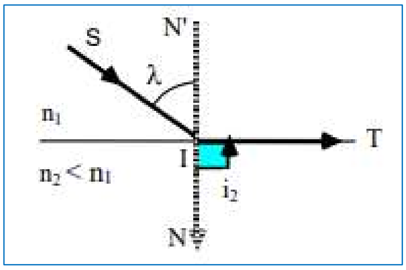
Cas où $n_1 > n_2$, réflexion totale :

Le rayon lumineux passe maintenant du milieu 1 plus réfringent au milieu 2 moins réfringent et on a : $\frac{n_1}{n_2} > 1$ soit $\sin i_2 > \sin i_1$ d'où $i_2 > i_1$.

$$n_1 sini_1 = n_2 sini_2$$

Le rayon réfracté **s'écarte donc de la normale** et l'angle de réfraction est maximal ($i_2 = \frac{\pi}{2}$) pour un **angle d'incidence limite** $i_{1l} = \lambda$ tel que : $\sin\lambda = \frac{n_2}{n_1}$ soit

$$\boldsymbol{\lambda = i_{1l} = arcsin(\frac{n_2}{n_1})}.$$



Si l'angle d'incidence est supérieur à λ, il n'y a plus de rayon réfracté et l'on a " réflexion totale".

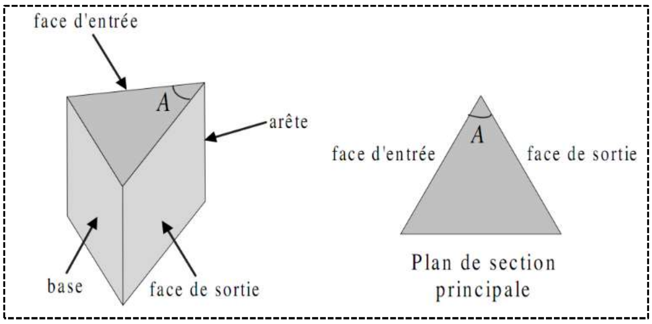
1.11 Application des lois de l'optique géométrique : le prisme

1.11.1 Définition

Un prisme est un objet transparent, généralement en verre, taillé avec deux faces planes non parallèles (Dioptres). La forme la plus courante est un triangle, mais il peut aussi être en forme de polygone. L'intérieur du prisme est homogène, transparent et isotrope. L'angle formé par les deux faces planes est appelé l'angle du prisme A. La base du prisme est la troisième face, généralement parallèle à l'arête du prisme. Le plan d'incidence est le plan formé par le rayon incident et la normale à la surface d'entrée du prisme.

Fonctionnement:

- Un prisme dévie et disperse la lumière qui le traverse.
- L'angle de déviation dépend de l'angle d'incidence, de l'indice de réfraction du prisme et de l'angle au sommet du prisme.
- La dispersion de la lumière est due à la variation de l'indice de réfraction du prisme avec la longueur d'onde de la lumière.

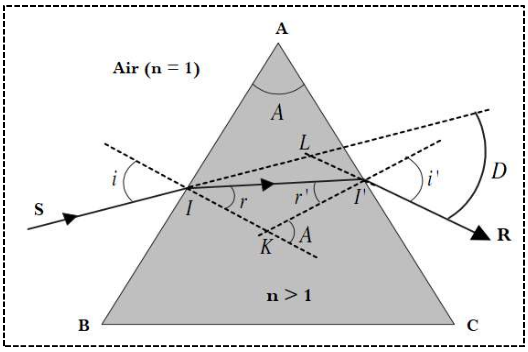


1.11.2 Déviation de la lumière par un prisme

1.11.2.1. Marche d'un rayon lumineux et formules du prisme

Considérons un prisme défini dans son plan de section principale par son angle A et son indice relatif n >1. On rappelle que par hypothèse, le milieu ambiant est l'air.

Soit SI un rayon incident quelconque qui frappe en I la face d'entrée AB du prisme (figure ci-dessous); provenant d'un milieu moins réfringent que celui du prisme, et qui frappe en I' la face de sortie AC, ce rayon subit en I et I' le phénomène de réfraction en respectant les deux lois de Descartes.



Les lois de Snell- Descartes en I et I' imposent les deux relations suivantes :

En I : $\boldsymbol{\sin i = n \sin r}$ (1)

En I' $\boldsymbol{\sin i' = n \sin r'}$ (2)

Dans le triangle **IAI′**, on a : $\mathbf{A + (\pi / 2 - r) + (\pi / 2 - r') = \pi}$

Donc $\mathbf{A = r + r'}$ (3)

Compte tenu de la définition du prisme, il est clair que le rayon émergent ne peut être dans le prolongement du rayon incident, pas plus qu'il ne peut lui être parallèle. Le prisme a donc bien le pouvoir de dévier la lumière, et cette déviation a pour effet dans le cas général, de rabattre vers la base BC du prisme le rayon lumineux.

L'angle de déviation D est par définition l'angle dont il faut faire tourner le rayon incident SI pour l'amener dans la direction du rayon émergent I'R. Cette déviation est donc la somme de deux déviations successives qui ont lieu dans le même sens, l'une à l'entrée, l'autre à la sortie du prisme.

Dans le triangle **ILI′** on a : $ILI' + LI'I + I'IL = \pi$

Donc : $\pi - ILI' = LI'I + I'IL$

Or : $\pi - ILI' = D$

Donc : $D = LI'I + I'IL$

or: $I'IL = i - r$ et $LI'I = i' - r'$

Donc: $D = (i - r) + (i' - r')$

Soit: $D = (i + i') - (r + r')$

Ce qui entraîne : $\boldsymbol{D = i + i' - A}$ (4)

Les relations (1), (2), (3) et (4) constituant les formules du prisme.

Remarques :

- La déviation D est une fonction des trois variables i, n et A.
- D est positif. En effet, i > r et i′ > r′. D'où i + i′ > r + r′ donc D= i + i' - A >0. La déviation se fait donc toujours vers la base du prisme pour un rayon incident situé côté base par rapport à la normale.

1.11.2.2 Conditions d'émergence

- **Condition d'émergence en fonction de A**

L'indice n du verre composant le prisme étant supérieur à 1 dans le domaine visible, l'angle de réfraction r est toujours défini. Le rayon pénètre dans le prisme quel que soit son angle d'incidence.

Pour qu'un rayon émerge du prisme en I′, il faut que :

$$\boldsymbol{r' \leq r'_{lim}} \qquad \textbf{(5)}$$

Où $\boldsymbol{r'_{lim}} = \boldsymbol{i_r}$ est l'angle de réflexion totale défini par : $\boldsymbol{r'_{lim}} = \boldsymbol{i_r} = \boldsymbol{arcsin(1/n)}$.

D'autre part, nous savons que : $\boldsymbol{r' \leq arcsin(1/n)}$

Au point d'incidence I, la réfraction se produit si **:**

dans le cas limite : $i = \frac{\pi}{2}$ on a $\sin r_{lim} = \frac{1}{n}$ d'où $\boldsymbol{r_{lim}} = \boldsymbol{i_r} = \boldsymbol{arcsin(1/n)}$

Donc pour avoir émergence il faut que : $\begin{cases} \boldsymbol{r < r_{lim} = i_r} \\ \boldsymbol{r' \leq r'_{lim} = i_r} \end{cases}$ **(6)**

Or on a : A = r + r′

De la relation (6) on en déduit que : $\boxed{\boldsymbol{A \leq 2i_r}.}$

Donc, pour qu'un rayon émerge du prisme, il faut que $\boldsymbol{A \leq 2i_r} = \boldsymbol{arcsin(1/n)}$. Dans le cas contraire, il y a reflexion totale sur la face de sortie du prisme.

- **Condition d'émergence en fonction de i**

En outre, d'après les relations (3) et (5) on a $\begin{cases} \boldsymbol{A = r + r'} \\ \boldsymbol{r' \leq r'_{lim} = i_r} \end{cases}$

D'où $\boldsymbol{A - i_r \leq r \leq i_r}$ **(7)**

En prenant le sinus de cette inégalité et en multipliant par n, on en déduit qu'il n'y aura émergence

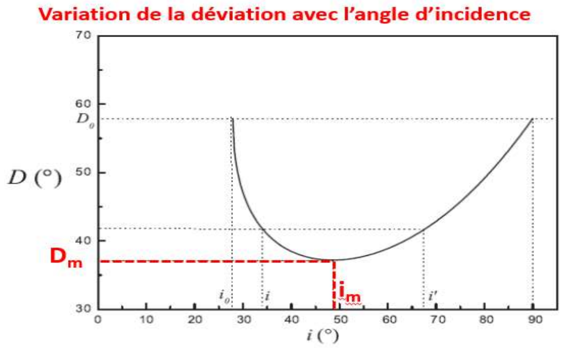
que si $i_0 \leq i \leq \pi/2$ avec i_0 défini par $\sin i_0 = \mathrm{n} \sin(\mathrm{A} - i_r)$.

Pour résumer, lorsque $A \leq 2i_r$, le rayon incident émerge du prisme si $i_0 \leq i \leq \pi/2$ avec $i_0 = \arcsin(\mathrm{n} \sin(\mathrm{A} - i_r))$.

1.11.3 Étude de la déviation

1.11.3.1 Variation de D en fonction de n

A et i étant constants, la relation (1) montre que si n croît, r diminue. Or **A = r + r′**, donc **r′** et ***i′***, d'après l'équation (2), augmentent. La relation (4) montre alors que la déviation croît avec l'indice du prisme.



Courbe de variation de la déviation avec l'angle d'incidence pour A =60 et n =1,5.

1.11.3.2 Variation de D en fonction de i : minimum de déviation

Si l'on trace l'évolution de D en fonction de l'angle d'incidence i, on obtient la courbe représentée sur la figure ci-dessus. On constate que lorsque i varie D décroît, passe par un minimum D_m puis augmente. Ce minimum se produit quand :

$$\boldsymbol{i = i' = i_m = \frac{D_m + A}{2}}$$

Au minimum de déviation, nous avons donc : $\mathrm{i = i' = i_m}$ et $\mathrm{r = r' = r_m}$

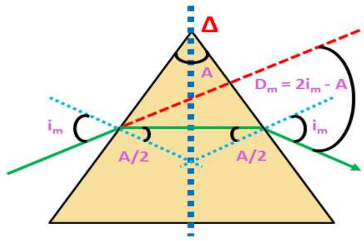
Dans ces conditions, les formules du prisme deviennent :

$$\mathbf{\sin i_m = n\ \sin r_m}$$

$$\boldsymbol{A = 2\, r_m}$$

$$\boldsymbol{D_m = 2\, i_m - A}$$

Le trajet de la lumière est alors symétrique par rapport au plan bissecteur du prisme. La figure suivante illustre le cheminement d'un rayon lumineux à travers un prisme au minimum de déviation : la figure est symétrique par rapport à Δ, plan bissecteur du prisme.



En remplaçant i_m et r_m par leurs valeurs dans la relation de Snell-Descartes, il vient :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}$$

Par conséquent, de la mesure de A et de Dm, on peut déduire de façon assez précise l'indice du prisme.

1.11.3.3 Déviation en fonction de la longueur d'onde

Nous avons vu que l'indice de réfraction n d'un milieu dépend de la vitesse v dans ce milieu. Il se trouve que la vitesse de la lumière dans un milieu autre que le vide dépend en plus de sa longueur d'onde λ. L'indice n d'un milieu dépend alors de la longueur d'onde λ de la lumière qui le traverse. Une loi expérimentale, la loi de Cauchy, donne :

$$\mathbf{n} = \mathbf{A} + \frac{\mathbf{B}}{\boldsymbol{\lambda}^2}$$

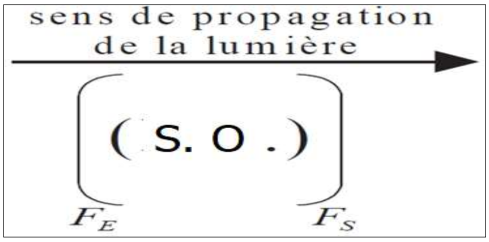
Où **A** et **B** sont des constantes positives qui dépendent du milieu que l'on considère.

Chapitre 2 : systèmes centrés et notion de stigmatisme

2.1. Système optique

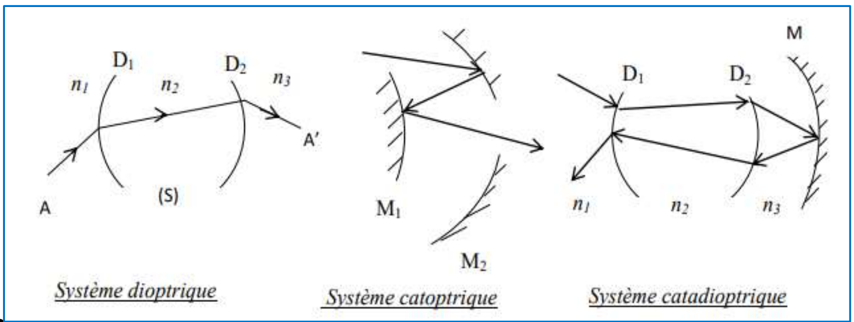
2.1.1 Généralité

Un système optique est constitué d'un ensemble de surfaces, en général de révolution (systèmes centrés), qui séparent (sauf s'il s'agit de miroirs) des milieux transparents le plus souvent homogènes et isotropes d'indices de réfraction variés. Le système (S) est caractérisé par une surface d'entrée et une surface de sortie. Ce système permet d'obtenir d'un objet lumineux, par lui-même ou convenablement éclairé, une "image" pouvant être réelle ou virtuelle. Lorsqu'un système optique donne une image nette et semblable à l'objet on dit que ce système réalise un stigmatisme parfait.



Un système optique est dit :

- **Dioptrique :** s'il comporte seulement des dioptres (microscopes, lunettes, …).
- **Catoptrique :** s'il comporte seulement des miroirs.
- **Catadioptrique :** s'il comporte dioptres et miroirs (télescopes).



2.1.2 système optique centré

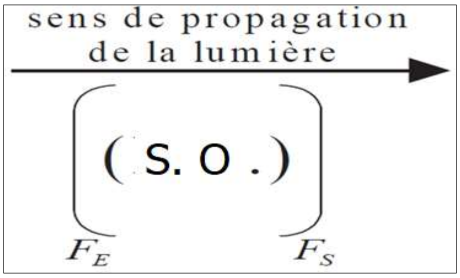
Un système centré est un système optique formé par une succession de surfaces réfringentes ou réfléchissantes séparant des milieux transparents tel que l'ensemble présente un axe de symétrie appelé " axe optique " du système. Il est orienté dans le sens de propagation de la lumière avant la traversée du système. Les centres de toutes les surfaces sont alignés sur cet axe et la symétrie impose que les surfaces planes soient disposées perpendiculairement à cet axe.

Les intersections des différentes surfaces avec l'axe optique sont appelées "sommets". L'axe optique étant perpendiculaire à toutes les surfaces, tout rayon suivant l'axe optique n'est pas dévié.

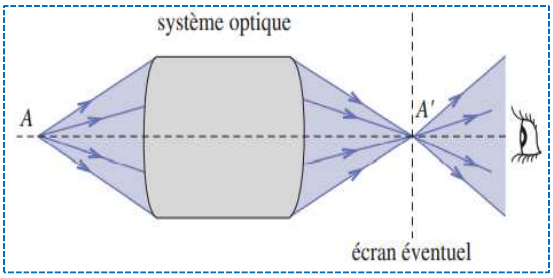
2.2 Notion d'Objet, Image, Réel et virtuel

2.2.1 Notion d'Objet et d'Image

Soit un système d'optique (S.O.) comportant une face d'entrée F_E et une face de sortie F_S définies par le sens de propagation de la lumière que l'on choisit conventionnellement de la gauche vers la droite (voir figure).



Soit un objet lumineux A, envoi des rayons lumineux sur un système optique S. On suppose que ces rayons lumineux se trouvent réfractés (ou réfléchis) à travers S et arrivent en un point A'.

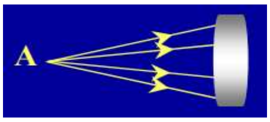


On appelle **point objet A** un point jouant le rôle de **source de lumière** pour un système optique. Et **A' est appelé image de A** à travers le système S.

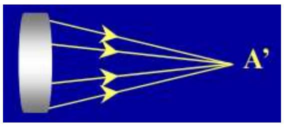
D'après le principe de retour inverse de la lumière, **A (objet) et A' (image) peuvent échanger leurs rôles** : on dit que **A et A' sont conjugués par le système S**.

2.2.2 Notion de réel et virtuel

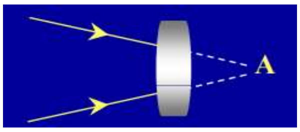
- **Un point objet A est réel** si les rayons lumineux sont réellement issus de ce point c.à.d les rayons incidents passent effectivement par A.



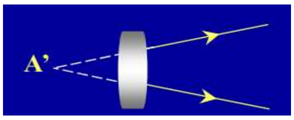
- **Un point image A' est réel** si les rayons convergent réellement vers ce point c.à.d. les rayons sortant du système optique se dirigent tous vers l'image A'.



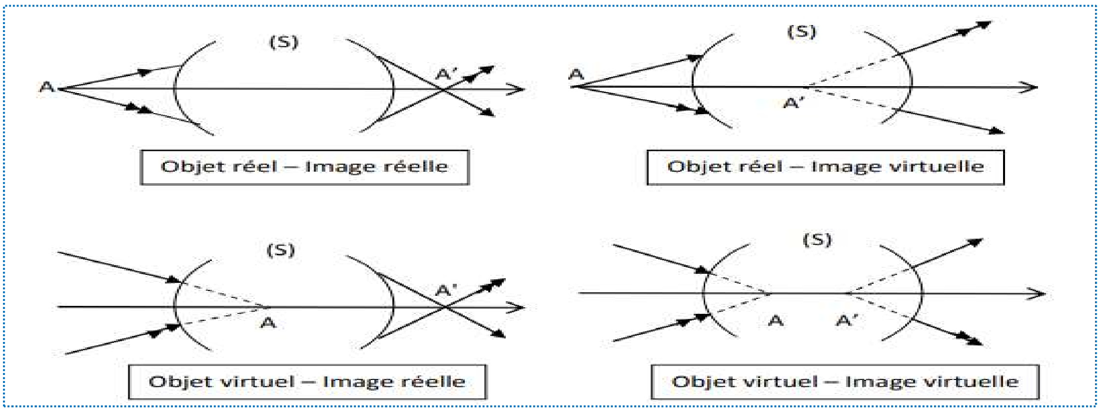
- **Un point objet est virtuel** si les rayons semblent provenir de ce point c.à.d. les rayons arrivant sur le système optique se dirigent vers l'objet A.



- **Un point image est virtuel** si les rayons lumineux qui en proviennent ne passent pas réellement par leur point de convergence c.à.d les rayons sortant du système optique semble tous provenir d'un image A'.



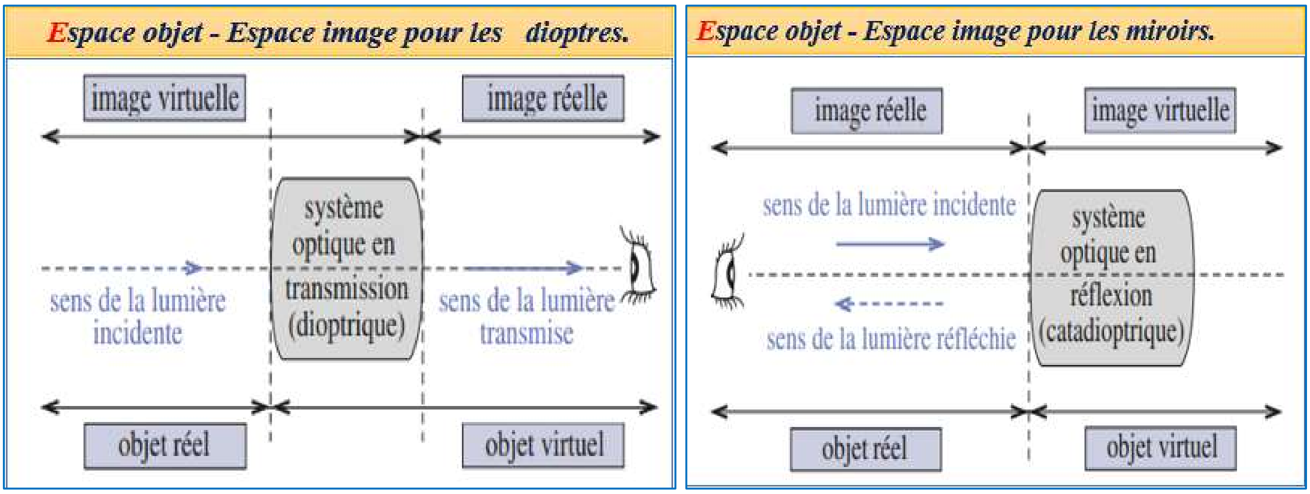
Il est possible de généraliser ces notions aux systèmes optiques ayant un axe de symétrie, appelé axe optique du système comme illustre les figures ci-dessous.



2.2.3 Espace objet – espace image

Autour d'un système optique s'organise alors quatre espaces comme illustre les figures ci-dessous:

- **L'espace objet réel :** comprend tous les points situés en avant de la face d'entrée du système optique (S) : un objet se trouvant dans cet espace est donc réel.
- **L'espace image réel :** est la région de l'espace située après la face de sortie de (S) : une image se formant dans cet espace est donc réelle.
- **L'espace objet virtuel :** comprend tous les points situés après la face d'entrée de (S) **:** un objet se trouvant dans cet espace est donc virtuel.
- **L'espace image virtuel** contient tous les points situés avant la face de sortie de (S) : une image se trouvant dans cet espace est donc virtuelle.

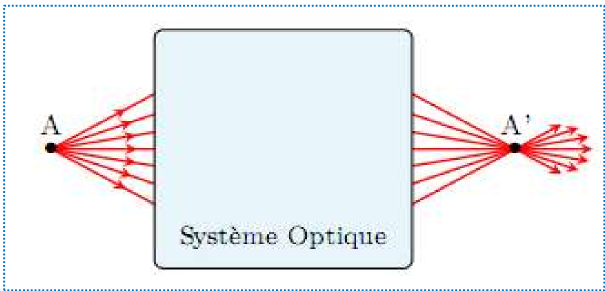


2.3 Notions de stigmatisme

Un système optique est de bonne qualité s'il donne à partir d'une source ponctuelle une image ponctuelle : c'est la condition de la stigmatisation.

2.3.1 Stigmatisme rigoureux

Un système optique est dit rigoureusement stigmatique pour un couple de point A (objet) et A' (image), si tout rayon lumineux passant par A, passe par A' après avoir traversé le système optique. A' est alors l'image de A par le système optique, on dit encore que ***A et A' sont conjugués par rapport au système optique.***

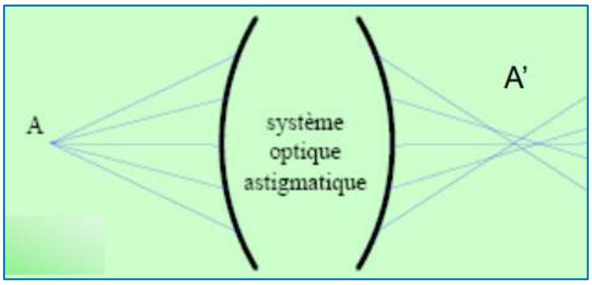


Un système peut être stigmatique pour un seul couple de points ou pour un ensemble de couples de points.

La condition de stigmatisme rigoureux n'étant pas atteinte pour beaucoup de systèmes optiques, on se contente le plus souvent de la condition de stigmatisme approché.

2.3.2 Stigmatisme approché

Un système présente un stigmatisme approché pour un couple de point A (objet) et A' (image) si tout rayon passant par A passe au voisinage de A′ après avoir traversé le système optique.



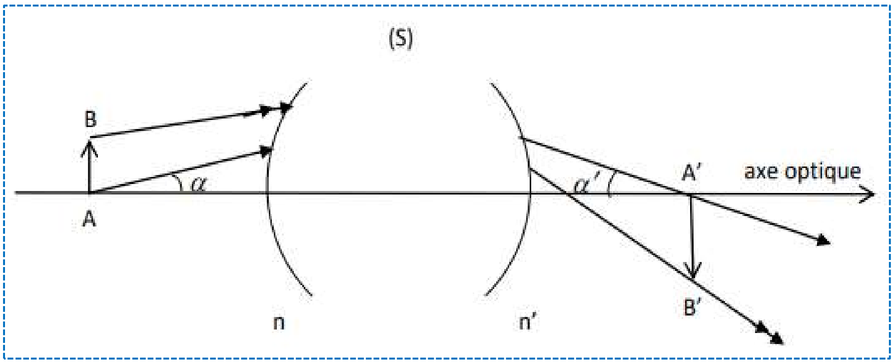
2.3.3 aplanétismes

Le stigmatisme permet d'avoir une image ponctuelle d'un objet ponctuel. Dans la plupart des cas, on cherche à avoir une image d'un objet étendu.

Un système est dit aplanétique si l'image d'un petit segment AB perpendiculaire à l'axe optique est un segment A′B′ perpendiculaire à l'axe optique.

Les conditions d'aplanétisme nécessitent que :

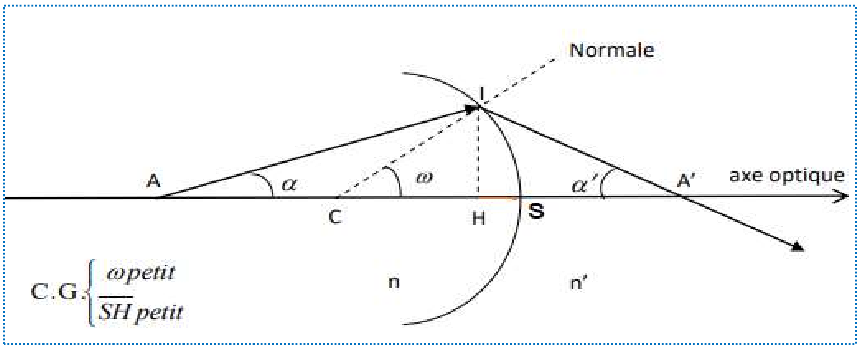
- Le système soit centre,
- A et A′ soient des points conjugues sur l'axe optique.



2.3.4 Approximation de Gauss

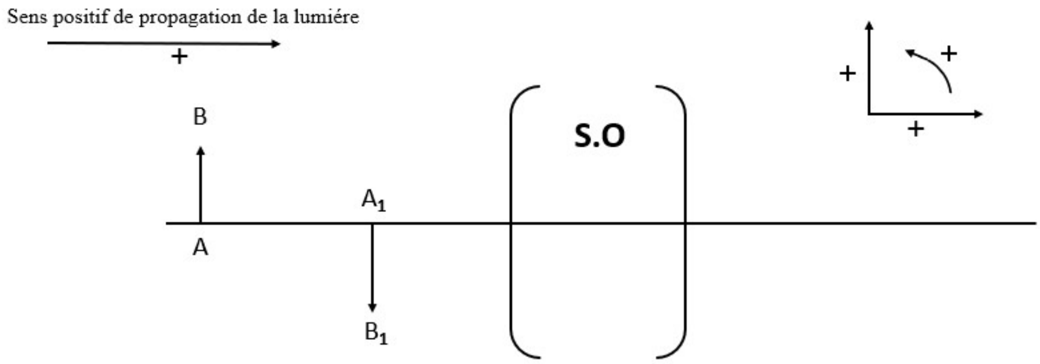
On dit qu'un système centré est utilisé dans les Conditions de Gauss (C.G.), lorsque les deux conditions suivantes sont satisfaites :

- Les rayons lumineux font un petit angle avec l'axe du système. Ils sont dits paraxiaux. On pourra donc faire l'approximation $\sin\omega \approx \omega$.
- Les rayons rencontrent les dioptres ou les miroirs au voisinage de leur sommet S. C.à.d. CH ≈ CS



Le système centré est approximativement stigmatique pour un point objet quelconque, si on ne considère que des rayons satisfaisant aux Conditions de Gauss (les rayons utiles doivent être paraxiaux c'est-à-dire peu inclinés par rapport à l'axe optique).

2.4 Convention d'algébrisation



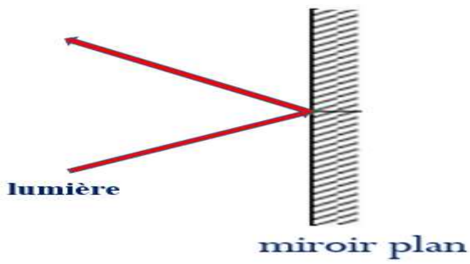
$\overline{AB} > 0$; $\overline{A_1B_1} < 0$; $\overline{AA_1} > 0$; $\overline{A_1A} < 0$.

Chapitre 3 : systèmes optiques simples à faces planes

3.1 Miroir plan

3.1.1 Définition

Un miroir plan est une surface plane capable de réfléchir la lumière presque en totalité. On les réalise à partir des surfaces parfaitement polies, qu'on recouvre par un dépôt métallique (argent, aluminium, …) sur un support en verre ou en plastique.

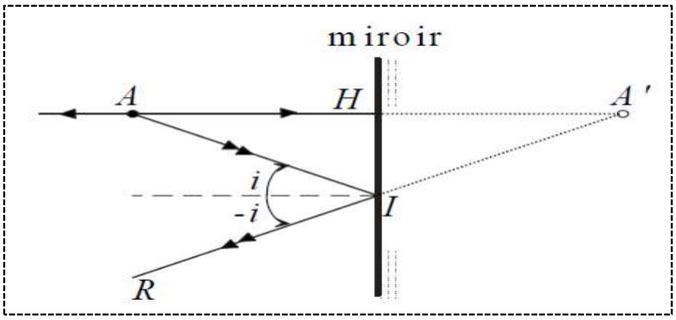


3.1.2. Stigmatisme rigoureux

Soit une source ponctuelle réelle A. Le rayon AH émis sous incidence normale est réfléchi par le miroir et repart avec un angle de réflexion nul en repassant par A. Un autre rayon AI faisant un angle ***i*** quelconque avec la normale est réfléchi avec un angle ***-i*** (Figure ci-dessous). Ces deux rayons semblent provenir d'un point A' situé au point d'intersection de leurs prolongements.

On montre aisément à partir d'arguments géométriques simples que les triangles AHI et A'HI sont identiques. A' est donc le symétrique de A par rapport au plan du miroir, ce qui veut dire que sa position est indépendante de la valeur de ***i.*** Ainsi, tout rayon incident passant par A est réfléchi par le miroir en semblant provenir de A'.

Le miroir plan est donc rigoureusement stigmatique, et A' est l'image de A à travers" le miroir. ***Cette image est virtuelle, on ne peut l'observer directement sur un écran.***



Le triangle AHI et A′HI sont égaux donc :

$\overline{HA} = -\overline{HA'}$ c'est la **Formule de conjugaison d'un miroir plan.**

Le grandissement du miroir plan est : $\boldsymbol{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = +1}$

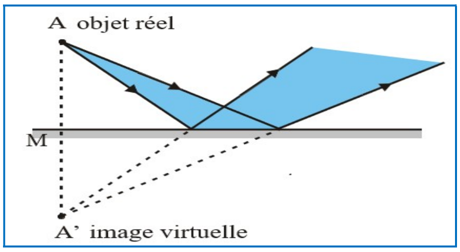
3.1.3 Construction géométrique

Soit un point objet A (AB) ; son image est le lieu des points A' (A'B') où se rencontrent les rayons provenant de A (AB), après réflexion sur le miroir plan.

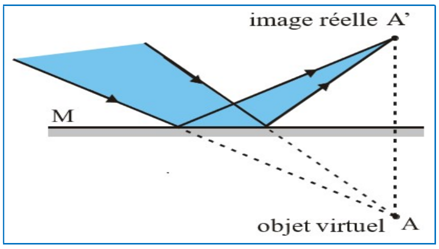
Pour construire l'image (A') d'un point objet (A), on utilise deux rayons incidents et on applique les lois de la réflexion (Figures ci-dessous) :

- **Objets et images ponctuels :**

Objet réel et Image virtuelle

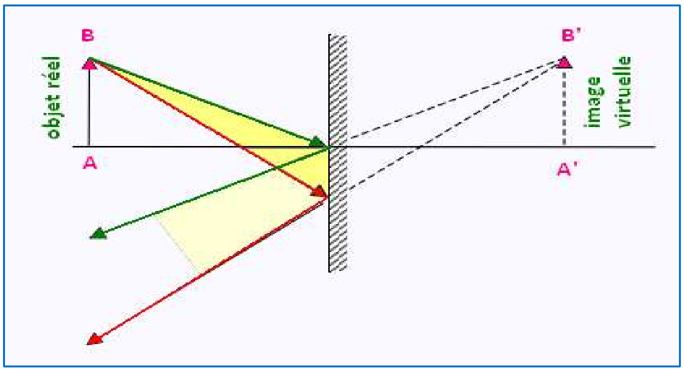


Objet virtuel et Image réelle

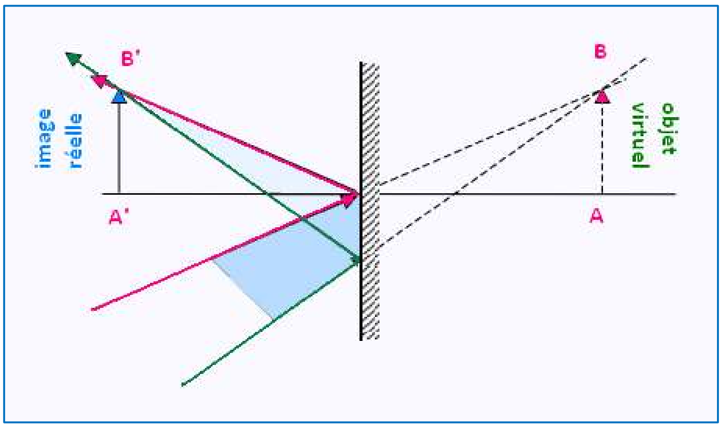


- **Objets et images étendus :**

Objet réel et Image virtuelle



Objet virtuel et Image réelle



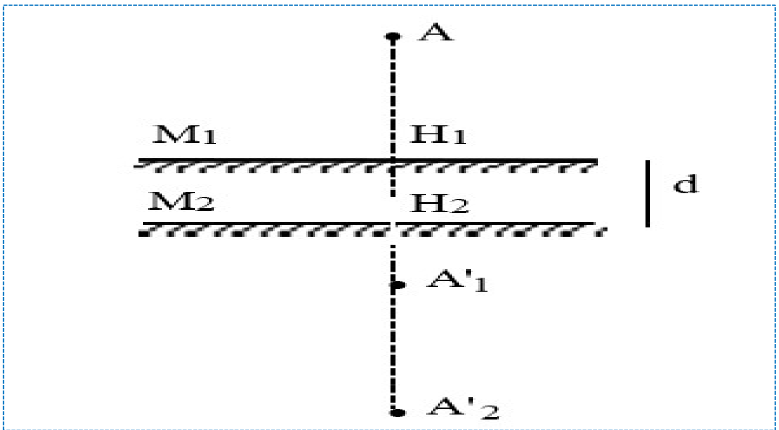
Remarques :

- **L'objet A et l'image A' sont toujours de nature opposée et symétriques par rapport au miroir plan.**
- **L'image A'B' est de même taille que l'objet AB et symétriques par rapport au miroir.**
- **Le miroir plan est stigmatique pour tout couple objet image.**

3.1.4 Déplacement du miroir

3.1.4.1 Translation

Déplaçons un miroir M de la position M_1 à la position M_2 suivant une direction normale à sa surface. De combien s'est déplacée l'image A' ?



Les images A'_1 et A'_2 d'un objet A sont situées sur la même normale au miroir à des positions telles que :

$$\overline{AH1} = \overline{H1A'1}$$

$$\overline{AH2} = \overline{H2A'2}$$

soit : $\overline{A'1A'2} = \overline{A'1\,H1} + \overline{H1H2} + \overline{H2\,A'2}$

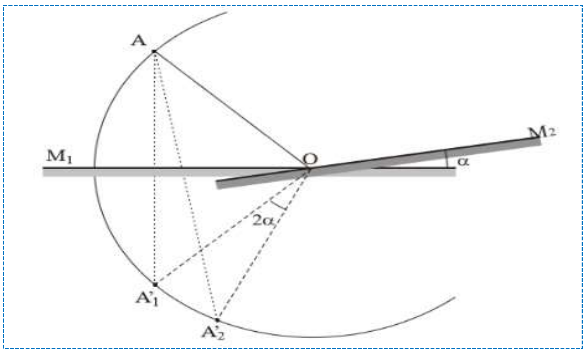
$\overline{A'1A'2} = \overline{H1A} + \overline{H1H2} + \overline{AH2}$

D'où : $\boxed{\overline{\mathbf{A'1A'2}} = \mathbf{2}\,\overline{\mathbf{H1H2}} = \mathbf{2}\boldsymbol{d}}$

➢ **Si le miroir plan M se déplace d'une quantité d alors l'image A' de l'objet A se déplacera dans le même sens d'une quantité 2d.**

3.1.4.2 Rotation

Tournons le miroir M autour d'un axe, passant par O et appartenant à son plan, d'un angle α de la position M_1 à la position M_2. De combien a tourné l'image ?



Les images A'_1 et A'_2 d'un objet A sont symétriques de A par rapport à M_1 et M_2. Les points A'_1, A'_2 et A sont sur un cercle de centre de O et de rayon OA.

L'angle inscrit ($A'_1AA'_2$) étant égal à α, l'angle au centre ($A'_1OA'_2$) vaut 2α.

➢ **Si un miroir M plan effectue une rotation d'un angle $\boldsymbol{\alpha}$ alors l'image A' d'un objet A tournera d'un angle $2\boldsymbol{\alpha}$ ($\boldsymbol{et\ dans\ le\ même\ sens}$).**

3.2 Dioptre plan

3.2.1 Définition

Un dioptre plan est une surface plane séparant deux milieux homogènes transparents d'indice de réfraction différents.

Lorsqu'un rayon lumineux traverse un dioptre plan, il est réfracté selon la loi de Snell-Descartes

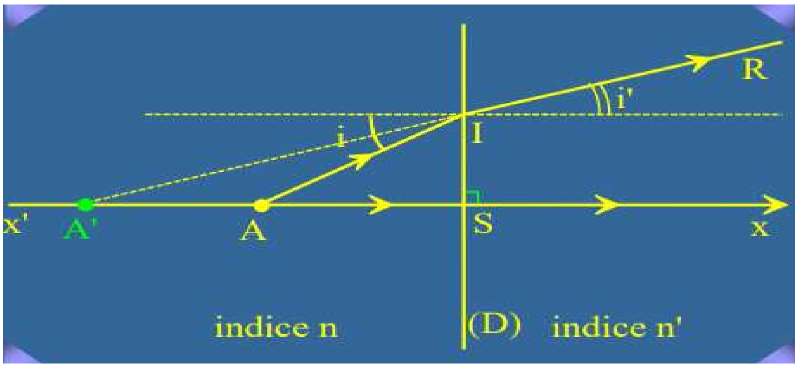
Milieu 1	*Milieu 2*
n	n'
Espace des Objets Réels	Espace des Objets Virtuels
Espace des Images **Virtuelles**	Espace des Images **Réelles**

3.2.2 Construction géométrique – Recherche du stigmatisme

Soit un dioptre plan (D) séparant de deux milieux homogènes et isotropes, d'indices respectifs n et n'. Soit un point objet A non situé sur la surface du dioptre. Considérons deux rayons lumineux incidents, AI et AS, émis par A et frappant le dioptre en I et S respectivement. Soit (D) la surface de.

Un rayon incident quelconque AI donne un rayon réfracté IR dans le plan d'incidence (I, x'x) dont la position est définie par l'angle i' tel que : **n sin i = n'sin i'**

Le rayon incident AS normal au dioptre le traverse sans déviation. Les deux rayons émergents IR et Sx se coupent en A'.



Pour qu'il y ait stigmatisme il faudrait que A' ne varie pas avec l'inclinaison du rayon AI.

Dans les triangles rectangles **ASI et A'SI**, on peut écrire : $\overline{SI} = \overline{SA}\tan i = \overline{SA'}\tan i'$

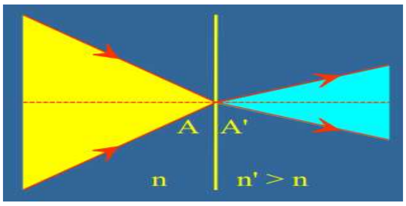
D'où $$\overline{SA'} = \overline{SA}\frac{\tan i}{\tan i'}$$

Quand i varie, i' varie dans le même sens, le rapport des sinus de ces deux angles restant constant car $\frac{\sin i}{\sin i'} = \frac{n'}{n} = cte$

mais le rapport de leurs tangentes ne reste pas constant donc A' varie. ***Il n'y a pas stigmatisme pour un point A quelconque sauf dans deux cas particuliers suivants*** :

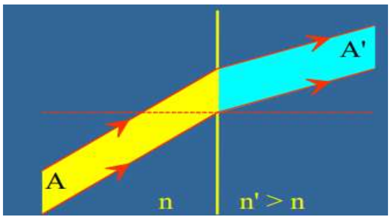
A est sur la surface du dioptre

Si SA = 0, SA' = 0 : tout point de la surface réfractant est à lui-même son image. Un faisceau conique convergent de sommet A donne un faisceau divergent de même sommet mais d'ouverture différente.



A est à l'infini

Tous les rayons incidents provenant d'un point A à l'infini sont parallèles et donnent des rayons réfractés également parallèles entre eux. L'image A' est donc aussi à l'infini mais dans une direction en général différente.



3.2.3 Stigmatisme approché : Relation de conjugaison de dioptre plan

La relation précédente peut s'écrire : $\overline{SA'} = \overline{SA}\frac{n'\cos i'}{n\cos i}$ et devient,

au 2ème ordre près lorsque les angles sont faibles (Approximation de Gauss) :

$$\overline{SA'} = \overline{SA}\,\frac{n'}{n}$$

Dans ces conditions, tous les rayons issus de A passent par A'. Il y a stigmatisme approché pour tout point à distance finie qui n'envoie sur la surface du dioptre qu'un faisceau de rayons peu inclinés par rapport à la normale.

$$\frac{\overline{SA'}}{n'} = \frac{\overline{SA}}{n}$$

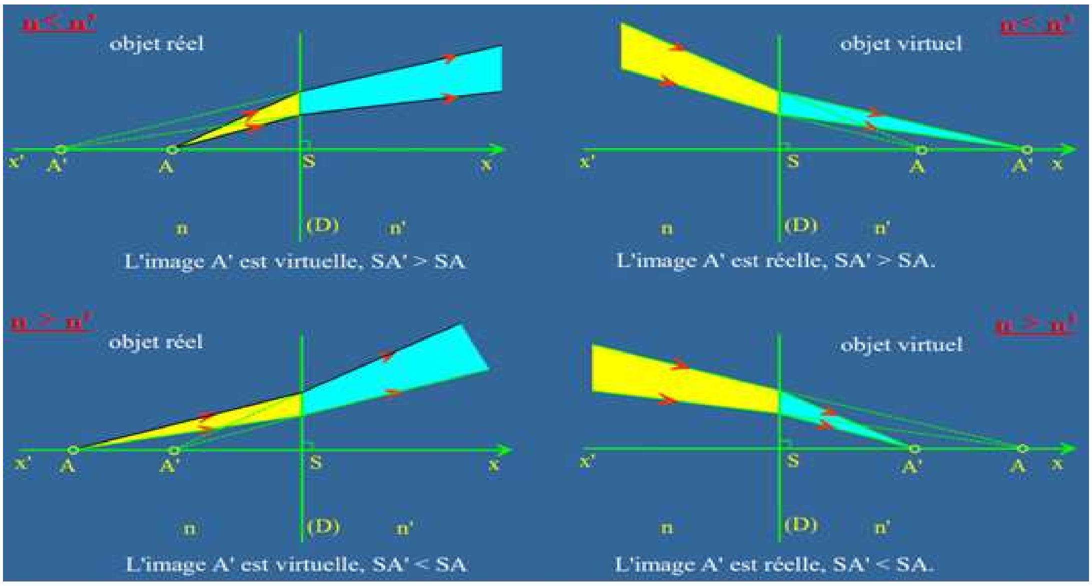
Cette relation est appelée ***la relation de conjugaison des dioptres plans dans les conditions d'approximation de Gauss.***

3.2.4 Nature des images

3.2.4.1 Image d'un point objet

Soit un point objet A ; son image est le lieu des points A' où se rencontrent les rayons provenant de A, après réfraction sur le dioptre plan.

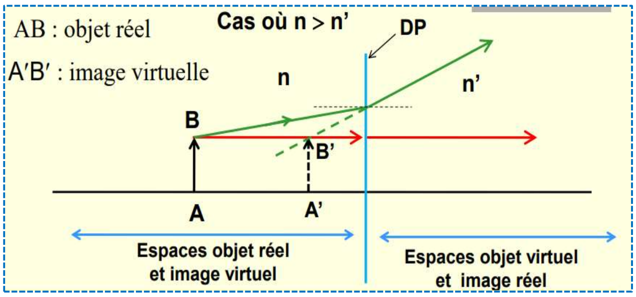
Pour construire l'image (A') d'un point objet (A), on utilise deux rayons incidents et on applique les lois de la réfraction (Figures ci-dessous) :



Remarques :

- ❑ Si n > n′, A est toujours plus éloigné de la surface du dioptre que A′,
- ❑ inversement Si n < n′, A est toujours plus proche de cette surface que A′.
- ❑ A et son image A′ sont toujours :
  - Situés sur la même normale au dioptre.
  - Situés du même côté du dioptre.
  - De nature différente : si l'un est réel, l'autre est virtuel et réciproquement.

3.2.4.2 Image d'un objet parallèle au dioptre

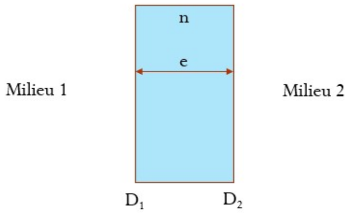


L'image d'un objet plan parallèle au dioptre est une image plane parallèle au dioptre et de même dimension $\overline{\mathbf{A'B'}} = \overline{\boldsymbol{AB}}$ Le dioptre est alors aplanétique.

Le grandissement linéaire est : $\boxed{\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = 1}$

3.2.5 Applications : Lame à faces parallèles

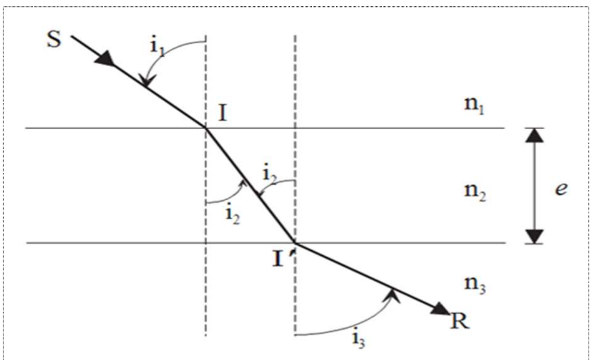
Définition : Une lame à faces parallèles est constituée par un milieu transparent et homogène limité par deux surfaces planes et parallèles. Chacune de ses faces est placée soit dans le même milieu soit dans des milieux différents (C'est donc l'association de deux dioptres plans (D_1 et D_2)).



Lame à faces parallèles

Marche d'un rayon lumineux

Soit une lame à faces parallèles (voir figure), d'épaisseur **e** et d'indice n_2, placée entre deux milieux d'indices respectifs n_1 et n_3. Un rayon incident SI frappe le premier dioptre plan sous l'incidence i_1, il se réfracte avec un angle de réfraction i_2. Les deux faces de la lame étant parallèles, le rayon réfracté I' tombe sur le second dioptre plan avec l'incidence i_2 et émerge avec l'angle i_3.



L'application des lois de la réfraction en I et I' donne :

- En I : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$
- En I' : $n_2 \sin i_2 = n_3 \sin i_3$

Soit $$\mathbf{n_1 \sin i_1 = n_3 \sin i_3}$$

- L'angle d'émergence i_3 est donc indépendant du milieu intermédiaire.

Cas particulier intéressant :

Celui où la lame est plongée dans deux milieux extrêmes identiques (exemples : vitre, lame couvre-objet de microscope). Comme $n_1 = n_3$, il vient que : $i_1 = i_3$

Le rayon émergent est donc parallèle au rayon incident. Cependant, le rayon sortant I'R est décalé de la quantité d = HI par rapport à l'incident SI.

d se calcule en considérant :

Marche d'un rayon lumineux dans une lame à faces parallèles d'indice n_2 plongée dans deux milieux extrêmes identiques ($n_1 = n_3$, $n_1 < n_2$) (voir figure ci-dessus).

- Dans le triangle IKI', on a : $\cos i_2 = IK / II'$

Or IK est l'épaisseur de la lame que nous notons e, nous avons alors : $\boldsymbol{\cos i_2 = \frac{e}{II'}}$

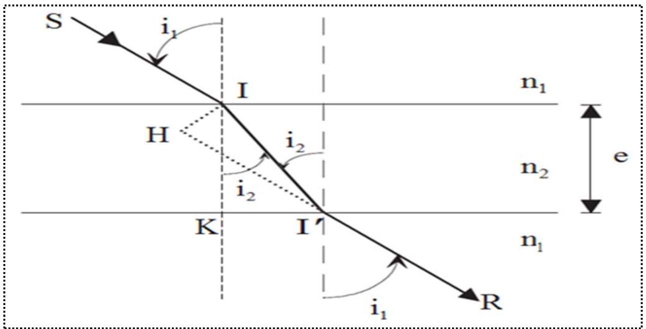
- Dans le triangle I'HI, avec H la projection de I sur la prolongation du rayon émergent I'R.

  on a $\sin (i_1 - i_2) = HI / II'$
- Or HI est le déplacement du rayon que nous notons d, nous avons alors :

$$\boldsymbol{\sin (i_1 - i_2) = \frac{d}{II'}}$$

En égalisant, on obtient : $e / \cos i_2 = d / \sin (i_1 - i_2)$

D'où $$\boxed{\mathbf{d = e \cdot \sin (i_1 - i_2) / \cos i_2}}$$



- Dans l'hypothèse des petits angles (en radians), on a : $\cos \alpha \to 1$ $\sin \alpha \to \alpha$

  Donc : $d = e \cdot (i_1 - i_2)$

De plus, la relation : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

devient : $n_1 \,.\, i_1 = n_2 \,.\, i_2$

d'où : $i_2 = (n_1 / n_2) \,.\, i_1$

Dans le cas où le milieu 1 est de l'air, $n_1 = 1$. On obtient alors : $i_2 = \frac{1}{n_2} \times i_1$

Le déplacement vaut alors : $\boxed{\boldsymbol{d = e \,.\, i_1 (1 - \frac{1}{n_2})}}$