

Epreuve de Thermodynamique

Exercice

On fait subir à un gaz une transformation élémentaire réversible. La quantité de chaleur échangée avec l'extérieur peut s'écrire :

$$\delta Q = C_v dT + l dV \quad \text{ou encore} \quad \delta Q = C_p dT + h dP$$

1. On choisit comme variables indépendantes T et V .

a. Ecrire les différentielles de l'énergie interne dU et de l'entropie dS .

b. Sachant que dU et dS sont des différentielles totales exactes, montrer que $l = T\left(\frac{\partial P}{\partial T}\right)_V$ et

$$\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T = T\left(\frac{\partial^2 P}{\partial T^2}\right)_V.$$

2. On choisit comme variables indépendantes T et P .

a. Ecrire les différentielles de l'enthalpie dH et de l'entropie dS .

b. Sachant que dH et dS sont des différentielles totales exactes, montrer que $h = -T\left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_P$ et

$$\left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_T = -T\left(\frac{\partial^2 V}{\partial T^2}\right)_P.$$

3. a. que deviennent les expressions de l , de $\left(\frac{\partial C_v}{\partial V}\right)_T$, de h et de $\left(\frac{\partial C_p}{\partial P}\right)_T$ pour un gaz parfait.

b. En déduire que l'énergie interne et l'enthalpie ne dépendent que de la température pour un gaz parfait.

Problème

Un gaz parfait décrit le cycle de Stirling suivant :

- Compression isotherme de l'état initial $A(P_1, V_1, T_1)$ à l'état $B(P_2, V_2 = \alpha V_1, T_1)$
- Echauffement isochore de l'état B à l'état $C(P_2, V_2, T_2)$.
- Détente isotherme de l'état C à l'état $D(P_1, V_1, T_2)$.
- Refroidissement isochore de l'état D à l'état A .

$$V_1 = \alpha V_2 \quad V_2 = \frac{V_1}{\alpha}$$

Données : Les températures T_1 et T_2 ; le taux de compression $\alpha = \frac{V_2}{V_1}$; le nombre de mole n du gaz parfait ; la constante des gaz parfaits R et la capacité calorifique à volume constant C_v ($C_v = \text{cte}$). Toutes les transformations sont réversibles.

مكتبة ووراقة العمران
LIBRAIRIE ALOMRANE

Question de cours : (2pts)

Montrer le Second principe de la thermodynamique ?

Exercice N°: 1 (8pts)

- 1- On considère du néon, gaz parfait monatomique, à la pression $P_A = 1 \text{ atm}$ et à la température $T_A = 300 \text{ K}$. Calculer sa masse volumique et le volume moyen occupé par un atome.
- 2- Une mole de néon, initialement à l'état A (P_A, V_A, T_A) subit une transformation réversible isotherme qui l'amène à un état B, de volume $V_B = 4V_A$. Calculer, dans l'ordre de votre choix, la variation d'énergie interne, la variation d'enthalpie, le travail et la chaleur échangés au cours de la transformation.
- 3- Mêmes questions qu'en 2, pour une transformation isobare qui amène le gaz de l'état A vers un état C, de volume $V_C = 4V_A$.
- 4- Le même gaz subit, à partir de l'état A, une détente adiabatique (c'est-à-dire sans échange de chaleur), qui l'amène à un état D de volume $V_D = 4V_A$. La température T_D de l'état D est-elle supérieure ou inférieure à T_A ? (On justifiera soigneusement la réponse.)

Données : masse molaire du néon $M = 20,2 \text{ g.mol}^{-1}$
 $N_A = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$; $R = 8,31$

Exercice N°: 2 (4pts) Théorie cinétique des gaz parfaits

Calculer pour la température $T = 17^\circ \text{C}$, l'énergie cinétique moyenne E_c d'une molécule d'oxygène et sa vitesse quadratique moyenne de translation $\bar{v} = \sqrt{\bar{v}^2}$?

On donne : La masse molaire d'oxygène : $M = 32 \text{ g/mole}$

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

Nombre d'Avogadro : $N = 6,023 \cdot 10^{23}$

Exercice N°: 3 (5pts) Cycle de Joule : rendement d'un moteur

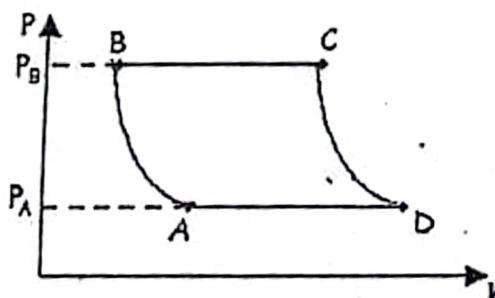
Le moteur d'un tracteur fonctionne selon le Cycle de Joule : n moles de l'air supposé gaz parfait, parcourt le cycle idéal ABCDA représenté sur la figure.

AB : compression isentropique (réversible et adiabatique)

BC : combustion isobare

CD : détente isentropique

DA : refroidissement isobare



Déterminer le rendement du cycle en fonction du rapport des pressions $a = P_B / P_A$; et calculer sa valeur numérique ?

On donne $a = 2,3$ et $\gamma = 1,4$.



Examen de La Thermodynamique
Session Rattrapage, Durée : 01H 30min

Questions de cours (6pts)

On considère les coefficients calorimétriques suivants :

$$(1) \delta Q = C_v dT + l dv, (2) \delta Q = C_p dT + h dp (3) \delta Q = \lambda dp + \mu dv$$

$$C_v = \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_v \text{ et } C_p = \left(\frac{\delta Q}{\delta T} \right)_p$$

- En égalisant l'équation (1) et (2) Montrer que : $l = (C_p - C_v) \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p$
- En égalisant l'équation (1) et (3) Montrer que : $\lambda = C_v \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_v$ et $\mu = C_p \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_p$

Pour une transformation adiabatique ($Q=0$) et on suppose que $l = p$ et $h = -V$ montrer que :

$$PV^\gamma = \text{cste}, TV^{\gamma-1} = \text{cste}, P^{1-\gamma} T^\gamma = \text{cste},$$

Exercice N°: 1 (4pts)

On considère une mole de gaz parfait initialement dans l'état 0 ($P_0 = 1 \text{ atm}$, $T_0 = 273^\circ \text{K}$, V_0)

On amène ce gaz dans l'état 1 ($P_1 = 10 \text{ atm}$, T_1 , V_1) de deux manières différentes :

- 1- Par compression adiabatique réversible,
- 2- Par compression isotherme réversible jusqu'à la pression $p_1 = 10 \text{ atm}$ puis échauffement à pression constante jusqu'à la température T_1 .
 - i) Représenter les évolutions 1) et 2) dans le diagramme (P, V),
 - ii) Calculer les travaux W_1 , W_2 et les quantités de chaleur Q_1 , Q_2 au cours de chacune des évolutions. Conclusions.

On donne : $\gamma = 1.4$, $R = 8.33 \text{ J/mol.K}$

Exercice N°: 2(6pts)

Une masse m de matière que l'on assimile à un gaz parfait qui peut occuper les états suivants

$A(P_0, V_0, 0^\circ \text{C})$; $B(P, V_0, \theta^\circ \text{C})$; $C(P_0, V, \theta^\circ \text{C})$. En principe le gaz parfait doit vérifier :

$$V = V_0(1 + \alpha\theta) \text{ à } p = \text{cste} \text{ et } P = P_0(1 + \beta\theta) \text{ à } V = \text{cste}$$

- 1- Vérifier que pour un gaz parfait on a : $\alpha = \beta$,
- 2- Considérons les 3 états suivants :

$$A(P_1, V_1, \theta_1^\circ \text{C}), B(P_1, V_2, \theta_2^\circ \text{C}), C(P, V_2, \theta_1^\circ \text{C})$$

Avec les égalités suivantes :

$$\frac{P_1 V_1}{1 + \alpha\theta_1} = \frac{P_2 V_2}{1 + \alpha\theta_2} = \frac{PV}{1 + \alpha\theta} = K = \text{cste}$$

- 3- Déterminer qu'à 0°C , sous une pression d'une atmosphère d'une mole de gaz parfait la constante k occupe un volume de 22.414 dm^3



Examen de la Thermodynamique 1
Session Rattrapage, Durée: 1h30

Questions de cours (8 pts) :

A- Montrer dans le cas de la théorie cinétique des gaz parfaits:

- Vitesse Quadratique moyenne,
- Pression Cinétique,
- Température cinétique,
- Loi du gaz parfait.

Exercice I (2pts)

De façon réversible:

a) Déterminer le travail mis en jeu par 2 litres de gaz parfait maintenus à 25°C sous la pression de 5 atmosphères (état 1) qui se détend de façon isotherme pour occuper un volume de 10 litres (état 2)

b) A la même température le gaz est ramené de l'état 2 à l'état 1. Déterminer le travail mis en jeu.

Exercice II (10pts)

Une mole de gaz parfait à une température initiale de 298°K se détend d'une pression de 5 atmosphères à une pression de 1 atmosphère. Dans chacun des cas suivants :

1. détente isotherme et réversible
2. détente adiabatique et réversible

Calculer :

- a) la température finale du gaz
- b) la variation de l'énergie interne du gaz
- c) le travail effectué par le gaz
- d) la quantité de chaleur mise en jeu
- e) la variation d'enthalpie du gaz

On donne : $C_v = 3R/2$ et $C_p = 5R/2$, $C_p - C_v = R$, $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$

Remarque : Pour le cas de la transformation adiabatique réversible (cas 2), on établira les relations servant aux calculs.

20

Examen de la thermodynamique

Session normale, durée : 01 h 30 min

Questions de cours (6 pts)

- 1- Rappeler les définitions de C_v (et C_p), capacité calorifique à volume constant (pression constante) d'un fluide en fonction des variations des énergies dU et dH .
- 2- Rappeler les identités thermodynamiques liant d'une part U et S , et d'autre part H et S .
- 3- Sachant que l'énergie interne $U(V,T)$ peut s'exprimer en fonction des paramètres d'état V et T , exprimer dS en fonction de dT et dV . En déduire une autre expression de C_v .
- 4- Sachant que l'enthalpie $H(p,T)$ peut s'exprimer en fonctions des paramètres d'état p et T , exprimer dS en fonction de dT et dP ; En déduire une autre expression de C_p .

Exercice N° 1 (7pts)

Une masse d'air (assimilé à un gaz parfait) $m=122\text{ g}$ occupe un volume $V_0=100\text{ litres}$, la pression atmosphérique $p_0=1\text{ atm}$ et à la température $t_0=15^\circ\text{C}$. On la comprime par une opération réversible jusqu'à une pression $p_1=20\text{ atm}$.

- 1- En supposant que, pendant cette compression, la température du gaz soit maintenue constante, calculer le travail échangé pour effectuer la compression. Calculer la variation de l'énergie interne et la quantité de chaleur échangée pendant cette compression.
- 2- En supposant que la compression soit faite de manière adiabatique, calculer le volume final et la température finale de l'air. Calculer le travail échangé, montrer qu'il s'exprime en fonction des températures finale et initiale. Retrouver ce résultat par la considération de l'énergie interne.
- 3- On comprime adiabatiquement le gaz, en partant du même état initial, jusqu'à une pression p' , puis on le laisse refroidir sans changer son volume jusqu'à la température ambiante t_0 . On veut, après refroidissement, obtenir de l'air à la pression $p_1=20\text{ atm}$. Calculer la pression p' , puis le travail échangé au cours de la compression adiabatique, ainsi que la chaleur échangée pendant le refroidissement.

On donne : $\gamma = 1,40$, et $C_v = 0,18\text{ cal}\cdot\text{g}^{-1}\text{ K}^{-1}$

Exercice N° 2. Cycle de Carnot : (7pts)

Soit 1 kg d'air (supposé gaz parfait), subissant un cycle de Carnot ABCDA. AB et CD sont des isothermes et BC et DA sont des adiabatiques réversibles.

On donne : $T_A = 300^\circ\text{ K}$, $P_A = 1\text{ atm}$, $P_B = 3\text{ atm}$, $P_C = 9\text{ atm}$, $C_p = 10^3\text{ J/Kg}\cdot^\circ\text{K}$ et $\gamma = 1,40$

- 1- Calculer le rendement du cycle moteur en utilisant deux méthodes différentes
 - i) En faisant le bilan thermique,
 - ii) En utilisant des températures extrêmes,
- 2- Calculer les variations d'entropie de l'air au cours des 4 transformations.

EXAMEN DU SEMESTRE I

Epreuve de Thermodynamique

Durée : 1h30

Exercice 1

Calculer le travail reçu par un gaz réel obéissant à l'équation de van der waals au cours d'une transformation isotherme réversible à la température T faisant passer une mole du gaz de l'état (P_0, V_0) à l'état $(2P_0, V_1)$. L'équation de Van Der Waals est :

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$$

Exercice 2

Une mole de gaz parfait décrit le cycle réversible suivant :

- Une compression adiabatique de l'état A ($P_1 = 1 \text{ atm}, T_A = 300 \text{ K}$) à l'état B ($P_2 = 20 \text{ atm}, T_B$).
- Un échauffement isobare de l'état B (P_2, T_B) à l'état C ($P_2, T_C = 1000 \text{ K}$), au cours duquel le gaz reçoit une quantité de chaleur Q_1 .
- Une détente adiabatique de l'état C (P_2, T_C) à l'état D (P_1, T_D).
- Un refroidissement isobare de l'état D (P_1, T_D) à l'état A (P_1, T_A), au cours duquel le gaz cède une quantité de chaleur Q_2 .

On donne $\gamma = 1.4$

1)

- a- Donner une explication physique d'une transformation adiabatique ?
- b- Montrer que $PV^\gamma = \text{Cste}$
- c- En déduire les relations entre la Pression P , le volume V et la température T pour le cas d'un gaz parfait.

2) Tracer le cycle décrit par le gaz dans le diagramme de Clapeyron

3) Déterminer les expressions des quantités de chaleur Q_1 et Q_2 en fonction de la capacité calorifique molaire C_p et des températures correspondantes.

4) En déduire l'expression du rendement η en fonction de T_A, T_B, T_C et T_D

5) Exprimer le rendement sous la forme : $\eta = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ et calculer sa valeur numérique.

6) Comparer le rendement de ce cycle à celui de Carnot η_c fonctionnant entre les mêmes températures extrêmes.

Fin

Epreuve de Thermodynamique

Exercice 1

Soit $f(P, V, T) = 0$ l'équation d'état d'un fluide dont les coefficients thermosélastiques sont désignés par α , β et χ_T .

- Le coefficient de dilatation à pression constante est défini par $\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P$
- Le coefficient d'augmentation de pression à volume constant est défini par $\beta = \frac{1}{P} \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V$
- Le coefficient de compressibilité isotherme est défini par $\chi_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$

1- Montrer que : $\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_V \cdot \left(\frac{\partial T}{\partial V} \right)_P \cdot \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T = -1$

2- Dédire de la question 1 la relation entre α , β et χ_T .

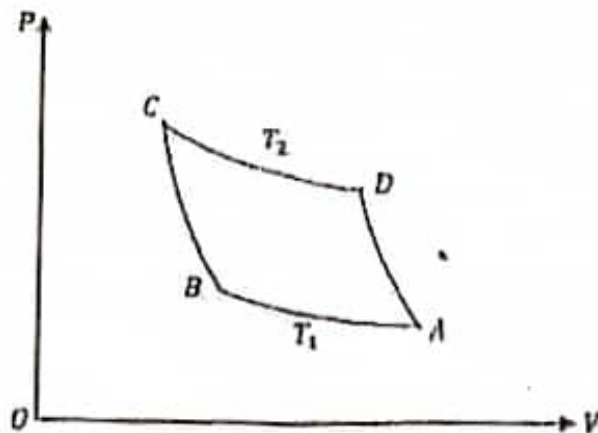
3- Montrer que les coefficients α et χ_T sont liés par la relation : $\left(\frac{\partial \chi_T}{\partial T} \right)_P = - \left(\frac{\partial \alpha}{\partial P} \right)_T$

4- Calculer les coefficients α , β et χ_T d'un gaz réel aux basses pressions obéissant à l'équation d'état simplifiée : $P(V - b) = RT$

5- Trouver l'équation d'état d'un gaz pour lequel $\alpha = 1/T$ et $\beta = 1/P$

Exercice 2

Une mole de gaz parfait décrit le cycle réversible moteur de Carnot (voir figure). Ce cycle comprend :



مكتبة ووراقة العمران
LIBRAIRIE ALOMPANE

مكتبة ووراقة العمران
LIBRAIRIE ALOMPANE

1. Représenter dans un diagramme (P, V) le cycle décrit par le gaz parfait.
2. a. Donner l'expression des variations d'énergie interne U_{AB} , U_{BC} , U_{CD} et U_{DA} lors des quatre transformations.
b. Calculer U_{cycle} . Conclusion.
3. a. Calculer les travaux W_{AB} , W_{BC} , W_{CD} et W_{DA} échangés avec l'extérieur lors des quatre transformations.
b. Calculer W_{cycle} . Conclusion.
4. a. Calculer les quantités de chaleur Q_{AB} , Q_{BC} , Q_{CD} et Q_{DA} échangées avec l'extérieur lors des quatre transformations.
b. Calculer Q_{cycle} . Conclusion.
5. Calculer $Q_{cycle} + W_{cycle}$. Conclusion.
6. a. Calculer la variation d'entropie entre chacun des états A, B, C, D .
b. Calculer la variation d'entropie au cours du cycle. Conclusion.
7. Calculer le rendement du cycle de Stirling ρ_s .
8. Mettre ρ_s sous la forme $\rho_s = \frac{T_2 - T_1}{T_2 + a}$ et montrer que ρ_s est inférieur au rendement du cycle de Carnot ($\rho_c = \frac{T_2 - T_1}{T_2}$)
9. a. Exprimer la température T en fonction de l'entropie S ($T = T(S)$) pour une transformation isochore.
b. Représenter alors l'allure du cycle de Stirling dans un diagramme (T, S) .

مكتبة وورقة العمران
LIBRAIRIE ALOMRANE