一、图像分割问题

问题：受到噪声影响的多相图像分割问题

模型：基于模糊隶属函数和L1范数保真项的变分多相图像分割模型

二、经典模型

二、图像分割经典模型

1、FCM

$$\min_{(\mathbf{U},\mathbf{C})\in\Delta\times\mathbb{R}^{sN}} \sum_{i=1}^{N} \int_{\Omega} |I(x)-c_i|^2 u_i^p(x)\,dx$$

2、FCM_S2

$$\min_{(\mathbf{U},\mathbf{C})\in\Delta\times\mathbb{R}^{sN}} \sum_{i=1}^{N} \left\{ \int_{\Omega} |I(x)-c_i|^2 u_i^p(x)\,dx + \alpha \int_{\Omega} |\bar{I}(x)-c_i|^2 u_i^p(x)\,dx \right\}$$

3、FLICM(局部信息)：

$$\min_{(\mathbf{U},\mathbf{C})\in\Delta\times\mathbb{R}^{sN}} \sum_{i=1}^{N} \left\{ \int_{\Omega} |I(x)-c_i|^2 u_i^p(x)\,dx \right.$$
$$\left. +\alpha \int_{\Omega} \int_{y\in\mathcal{N}(x)} (1-u_i(y))^p\,|I(y)-c_i|^2 u_i^p(x)dydx \right\}$$

杭州電子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

图像分割经典模型

4、L2FS

$$\min_{(\mathbf{U},\mathbf{C})\in\Delta\times\mathbb{R}^{sN}}\sum_{i=1}^{N}\left\{\int_{\Omega}\|\nabla u_i(x)\|\,dx+\lambda\int_{\Omega}|I(x)-c_i|^2\,u_i(x)\,dx\right\}$$

5、L1SS

$$\min_{u_1,u_2\in[0,1],\mathbf{C}\in\mathbb{R}^{sN}}\left\{\sum_{i=1}^{2}\int_{\Omega}\|\nabla u_i(x)\|\,dx+\lambda\sum_{j=1}^{4}\int_{\Omega}\left|I(x)-c_j\right|M_j(x)dx\right\}$$

6、L2L0：

$$\min_{u}\|\nabla u\|_0+\lambda\|u-I\|_2^2.$$

三、本文模型及算法

模型

给定图像:

$$I(x)=\sum_{i=1}^{N}c_iu_i(x)+n(x)$$

c_i: 区域 Ω_i 给定的常值, n(x):噪声或缺失的数据

$$\min_{(\mathbf{U},\mathbf{C})\in\Delta\times\mathbb{R}^{sN}} E(\mathbf{U},\mathbf{C})=\sum_{i=1}^{N}\left\{\int_{\Omega}\|\nabla u_i(x)\|\,dx+\lambda\int_{\Omega}|I(x)-c_i|\,u_i(x)\,dx\right\}$$

$$\Delta_0:=\left\{(u_1,\ldots,u_N)\middle|u_i\in BV(\Omega),u_i(x)\in\{0,1\},\sum_{i=1}^{N}u_i(x)=1,\forall x\in\Omega\right\}$$

算法

Algorithm 1 The proposed L1FS algorithm

- Initialization: $\mathbf{U}^0$ and $\mathbf{C}^0$ are specified, $\Lambda_{\mathbf{D}}^0 = \mathbf{0}$, $\Lambda_{\mathbf{W}}^0 = \mathbf{0}$.
- For $k = 0, 1, 2, \ldots$, repeat until the stopping criterion is reached.

$$
\begin{aligned}
\mathbf{D}^{k+1} &= \mathcal{S}\left(\nabla \mathbf{U}^k + \frac{\Lambda_{\mathbf{D}}^k}{r}, \frac{1}{r}\right), \\
\mathbf{W}^{k+1} &= \Pi_{\Delta}\left(\mathbf{U}^k + \frac{\Lambda_{\mathbf{W}}^k}{r} - \frac{\lambda |I - \mathbf{C}^k|}{r}\right), \\
\mathbf{C}^{k+1} &= \psi(\mathbf{W}^{k+1}), \\
\mathbf{U}^{k+1} &= \left(\nabla^T \nabla + \mathbf{I}\right)^{-1}\left(\nabla^T \mathbf{D}^{k+1} + \mathbf{W}^{k+1} - \frac{\nabla^T \Lambda_{\mathbf{D}}^k}{r} - \frac{\Lambda_{\mathbf{W}}^k}{r}\right), \\
\Lambda_{\mathbf{D}}^{k+1} &= \Lambda_{\mathbf{D}}^k + r\left(\nabla \mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{D}^{k+1}\right), \\
\Lambda_{\mathbf{W}}^{k+1} &= \Lambda_{\mathbf{W}}^k + r\left(\mathbf{U}^{k+1} - \mathbf{W}^{k+1}\right).
\end{aligned}
$$

- Output: $\mathbf{C}^{k+1}$, $\mathbf{U}^{k+1}$.

杭州電子科技大学
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

四、实验对比

实验对象

(a) (b) (c)

a、两相(20/128)灰度图像；b、五相(0/63/127/192/255)灰度图像；c、六相((12 11 242)，(242 12 11)，(242 241 242)，(243 241 12)，(12 12 12)，(12 242 12))彩色图像

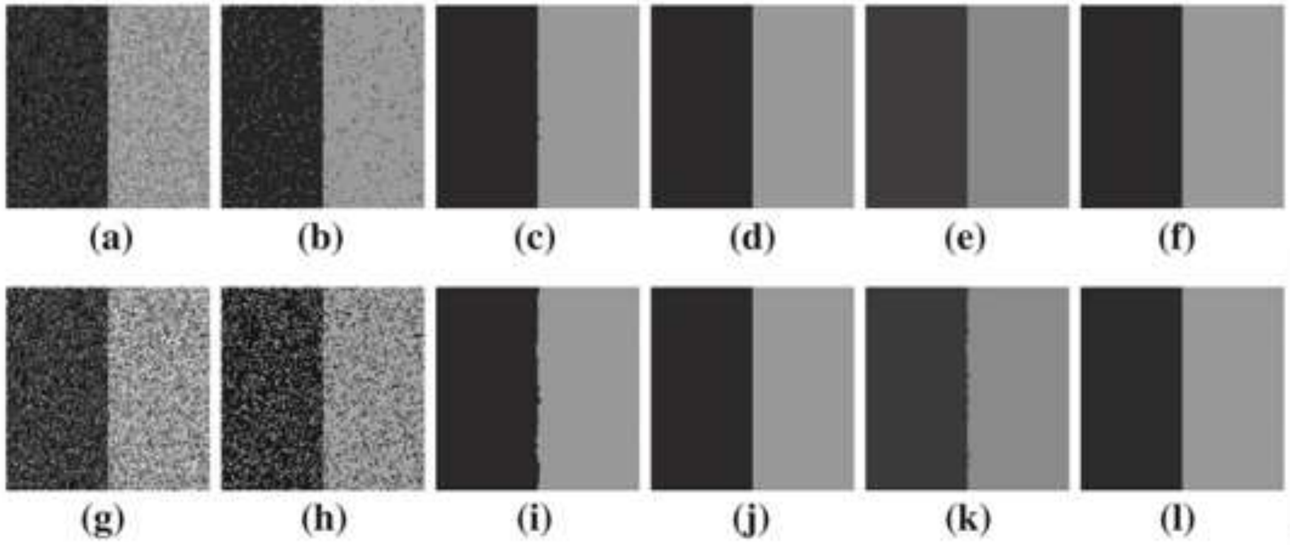
实验结果

受到GN噪声影响的图像分割SA值对比

GN (σ)	10	20	30	40	50	60	70	80
FCM	**1**	0.9970	0.9642	0.9146	0.8627	0.8162	0.7811	0.7524
FLICM	**1**	0.9999	0.9996	0.9990	0.9975	0.9968	0.9960	0.9954
L2FS	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	0.9999	**0.9998**
L1SS	**1**	**1**	**1**	0.9998	0.9996	0.9984	0.9975	0.9965
L1FS	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0.9998**

实验结果

当GN噪声中σ=30、60时，直观分割结果



噪声影响的图像 FCM FLICM L2FS L1SS L1FS

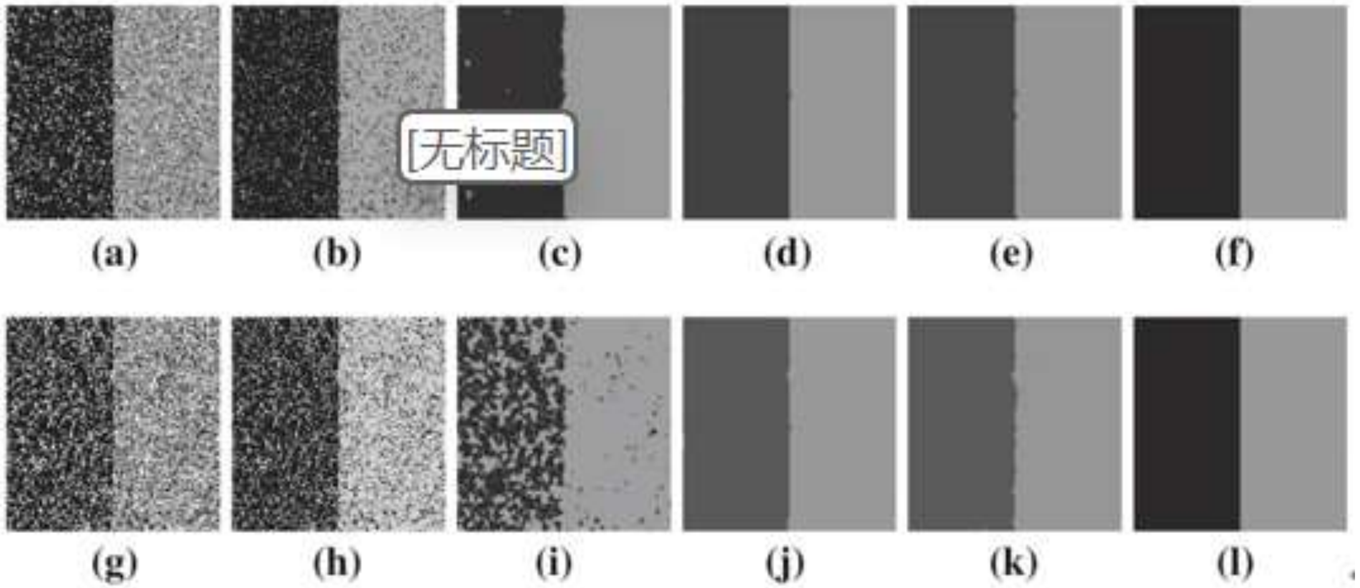
实验结果

受到SPIN(散粒)噪声影响的图像分割SA值对比

SPIN (%)	10	20	30	40	50	60
FCM	0.9480	0.8983	0.8478	0.7979	0.7486	0.6980
FLICM	0.9984	0.9921	0.9738	0.8002	0.7313	0.6554
L2FS	0.9999	0.9998	0.9982	0.9983	–	–
L1SS	0.9998	0.9990	0.9977	0.9967	0.9956	0.9953
L1FS	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0.9995**

实验结果

当SPIN噪声影响为20%、40%时， 直观分割结果



噪声影响的图像 FCM FLICM L2FS L1SS L1FS

杭州電子科技大學
HANGZHOU DIANZI UNIVERSITY

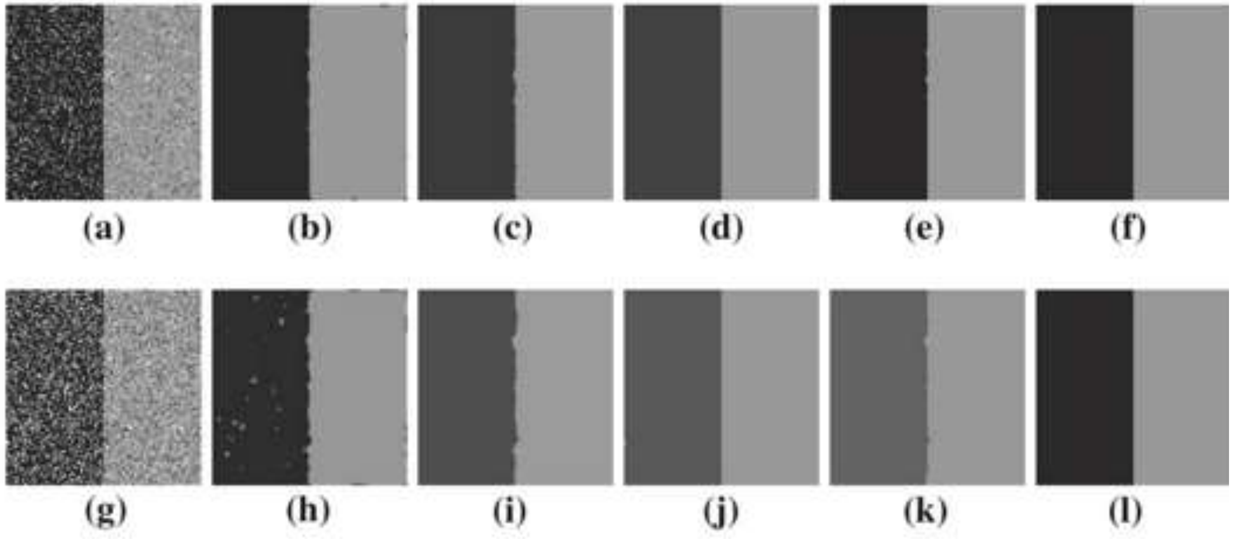
实验结果

受到RVIN(脉冲)噪声影响的图像分割SA值对比

RVIN (%)	10	20	30	40	50	60
FCM_S2	0.9985	0.9972	0.9945	0.9862	0.9630	0.9042
FLICM	0.9987	0.9985	0.9970	0.9958	0.9948	0.9919
L2FS	**1**	**1**	**1**	0.9998	0.9995	0.9974
L1SS	1	0.9995	0.9985	0.9979	0.9966	0.9891
L1FS	**1**	**1**	**1**	**1**	**1**	**0.9976**

实验结果

当RVIN噪声影响为20%、40%时，直观分割结果



噪声影响的图像 FCM FLICM L2FS L1SS L1FS↵

实验结果

对图像b的实验结果:

受到 GN 噪声影响的图像分割 SA 值对比

GN (σ)	10	20	30	40	50	60	70	80
FCM	0.9987	0.8191	0.6634	0.5849	0.5233	0.4718	0.4319	0.4017
L2FS	**1**	**0.9999**	**0.9994**	0.9978	0.9959	**0.9950**	**0.9931**	**0.9918**
L1FS	**1**	**0.9999**	0.9993	**0.9980**	**0.9964**	**0.9950**	**0.9931**	0.9905

受到 SPIN 噪声影响的图像分割 SA 值对比

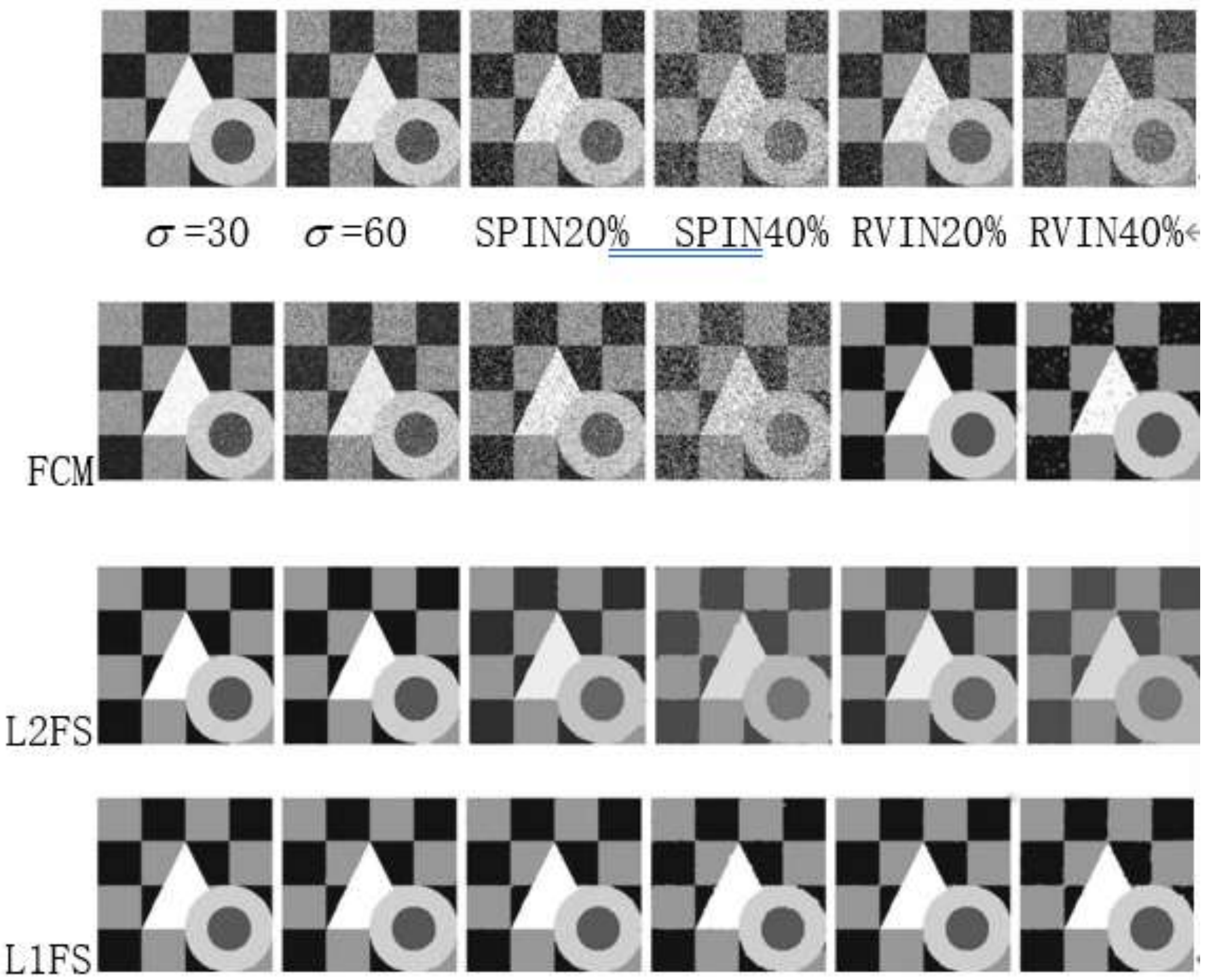
SPIN (%)	10	20	30	40	50	60	–	–
FCM	0.9202	0.8431	0.7638	0.6847	0.6096	0.5296	–	–
L2FS	0.9926	0.9877	0.9713	0.9673	–	–	–	–
L1FS	**0.9977**	**0.9948**	**0.9923**	**0.9894**	**0.9848**	**0.9782**	–	–

受到 RVIN 噪声影响的图像分割 SA 值对比

RVIN (%)	10	20	30	40	–	–	–	–
FCM	0.9922	0.9809	0.96672	0.9248	–	–	–	–
L2FS	0.9949	0.9923	0.9880	0.9731	–	–	–	–
L1FS	**0.9976**	**0.9957**	**0.9922**	**0.9868**	–	–	–	–

实验结果

直观分割结果：



实验结果

对图像c的实验结果：

受到 GN 噪声影响的图像分割 SA 值对比

GN (σ)	10	20	30	40	50	60	70	80
FCM	1	1	0.9998	0.9958	0.7927	0.7772	0.7488	0.7205
L2FS	1	1	1	1	0.9996	0.9992	**0.9989**	**0.9978**
L2L0	1	1	1	0.9999	0.9996	0.9991	0.9983	0.9967
L1FS	1	1	1	1	**0.9998**	**0.9994**	0.9985	0.9973

受到 SPIN 噪声影响的图像分割 SA 值对比

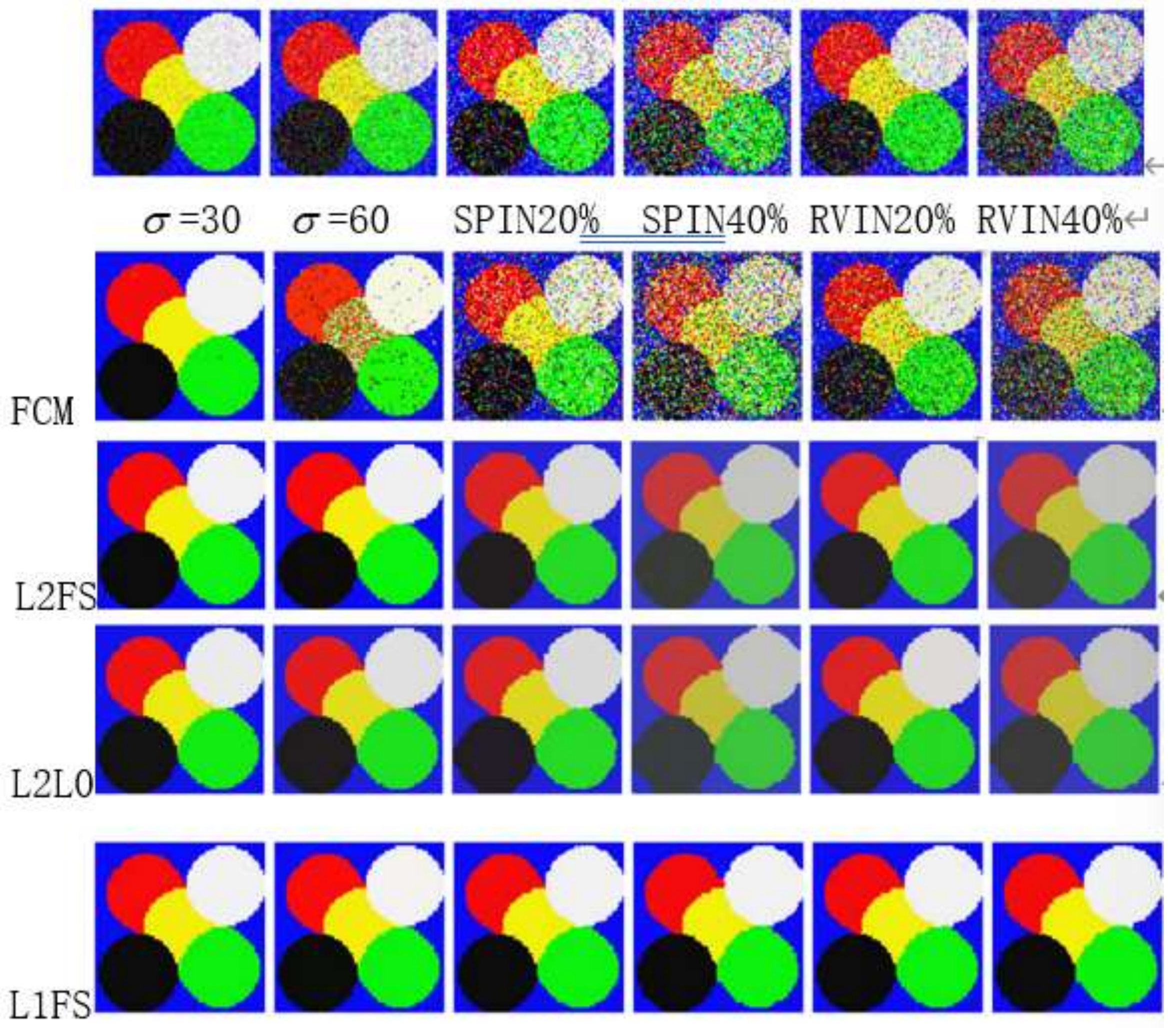
SPIN (%)	10	20	30	40	50	60	–	–
FCM	0.8498	0.7294	0.6128	0.5092	0.4248	0.3501	–	–
L2FS	0.9960	0.9925	0.9883	0.9822	0.9772	–	–	–
L2L0	0.9951	0.9880	0.9819	0.9740	0.9401	0.8752	–	–
L1FS	**0.9973**	**0.9937**	**0.9897**	**0.9854**	**0.9810**	**0.9732**	–	–

受到 RVIN 噪声影响的图像分割 SA 值对比

RVIN (%)	10	20	30	40	50	60	–	–
FCM	0.8971	0.7992	0.6967	0.6085	0.5196	0.4294	–	–
L2FS	0.9974	0.9957	0.9899	0.9853	0.9841	0.8988	–	–
L2L0	0.9971	0.9955	0.9906	0.9856	0.9727	0.9488	–	–
L1FS	**0.9988**	**0.9963**	**0.9939**	**0.9906**	**0.9881**	**0.9777**	–	–

实验结果

直观分割结果：



五、文章创新点

保真项：L1范数能够更好的处理被椒盐、脉冲噪声影响和缺失数据的图像

正则化项：使用模糊隶属函数保证了优化方法的收敛性和稳定性。可行集范围更大，从而使得分割结果更加精确。

求解c子问题时使用了模糊中值的方法，能够更好的处理缺失像素的图像，计算效率更高。

六、与研究课题结合