ایمان محمدی   شماره دانشجویی: ۹۹۱۰۲۲۰۷

سوال ۱)

$f = F_3F_2F_1F_0$, $a = A_3A_2A_1A_0$

$F_0 = A_0'$, $F_1 = A_0 \oplus A_1'$, $F_2 = (A_0 + A_1) \oplus A_2'$,

$F_3 = (A_0 + A_1 + A_2) \oplus A_3'$

$A_3A_2A_1A_0$	a	$F_3F_2F_1F_0$	f
۰ ۰ ۰ ۰	۰	۱ ۱ ۱ ۱	۱-
۰ ۰ ۰ ۱	۱	۰ ۰ ۰ ۰	۰
۰ ۰ ۱ ۰	۲	۰ ۰ ۰ ۱	۱
۰ ۰ ۱ ۱	۳	۰ ۰ ۱ ۰	۲
۰ ۱ ۰ ۰	۴	۰ ۰ ۱ ۱	۳
۰ ۱ ۰ ۱	۵	۰ ۱ ۰ ۰	۴
۰ ۱ ۱ ۰	۶	۰ ۱ ۰ ۱	۵
۰ ۱ ۱ ۱	۷	۰ ۱ ۱ ۰	۶
۱ ۰ ۰ ۰	۸-	۰ ۱ ۱ ۱	۷
۱ ۰ ۰ ۱	۷-	۱ ۰ ۰ ۰	۸-
۱ ۰ ۱ ۰	۶-	۱ ۰ ۰ ۱	۷-
۱ ۰ ۱ ۱	۵-	۱ ۰ ۱ ۰	۶-
۱ ۱ ۰ ۰	۴-	۱ ۰ ۱ ۱	۵-
۱ ۱ ۰ ۱	۳-	۱ ۱ ۰ ۰	۴-
۱ ۱ ۱ ۰	۲-	۱ ۱ ۰ ۱	۳-
۱ ۱ ۱ ۱	۱-	۱ ۱ ۱ ۰	۲-

حالت‌های a و متناظر f آن‌ها حالت‌ها ⇐

حالت استثنا ⇐

پس برای $a = -8$ ⇐ $f = 7$

برای $a \neq -8$ ⇐ $f = a - 1$

سوال ۲)

۱) $f(w,x,y,z) = x + \underline{\underline{xyz}} + \bar{x}y + \underline{wx} + \underline{\bar{w}x} + \underline{\underline{\bar{x}yz}} \Rightarrow f(w,x,y,z) = x(1 + yz + w + \bar{w}) + y\bar{x}(1+z)$

$x(w + w') = x$ $\quad yz(x + x') = yz$

$$\Rightarrow f(w,x,y,z) = (x - \bar{x})(x + y) = x + y$$

۲) $f(A,B,C,D) = \overline{AB + \bar{A}\bar{D} + B\bar{D} + \bar{A}B + C\bar{D}A + \bar{A}D + CD + \bar{A}\bar{B}\bar{D}}$

$AB + A'B = B(A + A') = B$ $\quad A'D' + A'D = A'(D' + D) = A'$ $\quad CD'A + CD = C(D'A + D) = CA + CD$

$BD' + A'B'D' = D'(B + A'B') = D'B + D'A'$

$$\Rightarrow f(A,B,C,D) = (B + A' + CA + CD + D'B + D'A')' \xrightarrow[A' + A'D' = A']{B + BD' = B}$$

$$f(A,B,C,D) = (B + A' + CA + CD)' \xrightarrow{A' + CA = A' + C} f(A,B,C,D) = (B + A' + C + CD)'$$

$$\xrightarrow{C + CD = C} f(A,B,C,D) = (A' + B + C)' = AB'C'$$

(سوال ۲

از روش ضرب خنثی استفاده می‌کنیم

1) $f(a,b,c) = ab + a'c + bc \Longrightarrow$

$f(a,b,c) = ab\cdot(c+c') + a'c\cdot(b+b') + bc\cdot(a+a') \Longrightarrow$

$f(a,b,c) = abc + abc' + a'bc + a'b'c + \underbrace{abc}_{\text{تکراری}} + \underbrace{a'bc}_{\text{تکراری}} \Longrightarrow$

$f(a,b,c) = abc + abc' + a'bc + a'b'c$

$\underset{1\times4}{a},\ \underset{1\times2}{b},\ \underset{1\times1}{c}$

نقیض، ۰ است!

$\Longrightarrow \begin{array}{l} abc = 7 \\ abc' = 6 \\ a'bc = 3 \\ a'b'c = 1 \end{array} \Longrightarrow \sum m(1,3,6,7)$

2) $f(a,b,c) = (a'+b+c')(a+c)a'b + b'c'$

$f(a,b,c) = (a'+b+c')(\cancel{aa'}b + a'bc) + b'c' \Longrightarrow$

$f(a,b,c) = a'bc + a'bc + a'bcc' + b'c' \Longrightarrow$

$f(a,b,c) = a'bc + b'c'\cdot(a+a') \Longrightarrow f(a,b,c) = a'bc + ab'c' + a'b'c'$

$\underset{1\times4}{a},\ \underset{1\times2}{b},\ \underset{1\times1}{c}$

بفرض نقیض ۰

$\Longrightarrow \begin{array}{l} a'bc = 3 \\ ab'c' = 4 \\ a'b'c' = 0 \end{array} \Longrightarrow \sum m(0,3,4)$

3) $f(\underset{1\times8}{a},\underset{1\times4}{b},\underset{1\times2}{c},\underset{1\times1}{d}) = ac + bd'$

$ac = ac\cdot(b+b') = (abc+ab'c)\cdot(d+d') = abcd + abcd' + ab'cd + ab'cd'$

$bd' = bd'\cdot(a+a') = (abd'+a'bd')\cdot(c+c') = \underbrace{abcd'}_{\text{تکراری}} + abc'd' + a'bcd' + a'bc'd'$

$\Longrightarrow f(a,b,c,d) = abcd + abcd' + ab'cd + ab'cd' + abc'd' + a'bcd' + a'bc'd'$

$\underset{1\times8}{a},\ \underset{1\times4}{b},\ \underset{1\times2}{c},\ \underset{1\times1}{d}$

نقیض ۰ است!

$\Longrightarrow \begin{array}{l} abcd = 15 \\ abcd' = 14 \\ ab'cd = 11 \\ ab'cd' = 10 \\ abc'd' = 12 \\ a'bcd' = 6 \\ a'bc'd' = 4 \end{array} \Longrightarrow \sum m(4,6,10,11,12,14,15)$

سؤال ۴) الف)

1) $f(a,b,c) = (a+b)(a'+c')(b+c)$

$a+b = (a+b+c)(a+b+c')$

$a'+c' = (a'+b+c')(a'+b'+c')$

$b+c = \underbrace{(a+b+c)}_{\text{تکراری}}(a'+b+c)$

$\Longrightarrow \begin{array}{ccc} a' & b' & c' \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array}$

$f(a,b,c) = (a+b+c)(a+b+c')(a'+b+c')(a'+b'+c')(a'+b+c)$

$a+b+c \to 0$
$a+b+c' \to 1$
$a'+b+c' \to 5$
$a'+b'+c' \to 7$
$a'+b+c \to 4$

$\Longrightarrow \prod M(0,1,4,5,7)$

2) $f(a,b,c,d) = (a'+c+d)(b'+d)$

$a'+c+d = (a'+b+c+d)(a'+b'+c+d)$

$(b'+d) = (a+b'+c+d)\underbrace{(a'+b'+c+d)}_{\text{تکراری}}(a+b'+c'+d)(a'+b'+c'+d)$

$\Rightarrow f(a,b,c,d) = (a'+b+c+d)(a'+b'+c+d)(a+b'+c+d)(a+b'+c'+d)(a'+b'+c'+d)$

$\begin{array}{cccc} a' & b' & c' & d' \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^3 & 2^2 & 2^1 & 2^0 \end{array} \Longrightarrow \prod M(4,6,8,12,14)$

$a'+b+c+d = 8$
$a'+b'+c+d = 12$
$a+b'+c+d = 4$
$a+b'+c'+d = 6$
$a'+b'+c'+d = 14$

سؤال ۴) ب)

1) $f(a,b,c,d) = \sum m(0,1,5,8,12,14,15) + \sum d(3,7,11)$

$\Longrightarrow \overline{f(a,b,c,d)} = \left(\sum m(0,1,5,8,12,14,15)\right)' \cdot \prod D(3,7,11)$

$\Longrightarrow \overline{f(a,b,c,d)} = \prod M(0,1,5,8,12,14,15) \cdot \prod D(3,7,11)$

2) $f(a,b,c,d) = \prod M(1,2,4,9,11) \cdot \prod D(3,8,14)$

$\Rightarrow f'(a,b,c,d) =$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
f	1	0	0	X	0	1	1	1	X	0	1	0	1	1	X	1
f'	0	1	1	X	1	0	0	0	X	1	0	1	0	0	X	0

$\prod M(0,5,6,7,10,12,13,15) \cdot \prod D(8,13,14)$

سؤال ۵)

1)

$f(A,B,C)=\left((B+A')(AB+C)+\underbrace{ABA'}_{\cdot}+A'B'C+(A+B)(A'+C)\right)'$

$\Rightarrow f(A,B,C)=(AB+BC+\underbrace{A'AB}_{0}+A'C+A'B'C+\underbrace{AA'}_{0}+AC+A'B+\underbrace{BC}_{\text{تکراری}})'$

$\Rightarrow f(A,B,C)=(AB+BC+AC+(A+A')C+A'B'C+A'B)'$

$\Rightarrow f(A,B,C)=(AB+BC+AC+(1+A'B')C+A'B)'$

$\Rightarrow f(A,B,C)=(B(A+A')+C(1+A))'\Rightarrow f(A,B,C)=(B+C)'=B'C'$

$\Rightarrow f(A,B,C)=(B'\uparrow C')\uparrow(B'\uparrow C')=((B\uparrow B)\uparrow(C\uparrow C))\uparrow((B\uparrow B)\uparrow(C\uparrow C))$

۲) $f(x_0,x_1,x_2,x_3)=x_0'x_1x_2+x_0x_1'x_2+x_0x_1x_3+x_0'x_1'x_3$

$\Rightarrow f(x_0,x_1,x_2,x_3)=\left[(x_0+x_1'+x_2')\cdot(x_0'+x_1+x_2')\cdot(x_0'+x_1'+x_3')\cdot(x_0+x_1+x_3')\right]'$

$\Rightarrow f(x_0,x_1,x_2,x_3)=(x_0'\uparrow x_1\uparrow x_2)\uparrow(x_0\uparrow x_1'\uparrow x_2)\uparrow(x_0\uparrow x_1\uparrow x_3)\uparrow(x_0'\uparrow x_1'\uparrow x_3)$

Nand تعریف: $(abc)'=a\uparrow b\uparrow c$

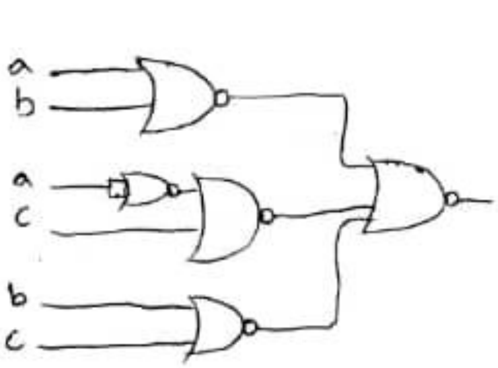
سؤال ۶)

1) $f(a,b,c)=(a+b)(a'+c)(b+c)$

$\Rightarrow f(a,b,c)=(a+b)'\downarrow(a'+c)'\downarrow(b+c)'$

$\Rightarrow f(a,b,c)=(a\downarrow b)\downarrow(a'\downarrow c)\downarrow(b\downarrow c)$

$\Rightarrow f(a,b,c)=(a\downarrow b)\downarrow((a\downarrow a)\downarrow c)\downarrow(b\downarrow c)$



۲) $f(x_0,x_1,x_2,x_3)=x_0'x_1x_2+x_0x_1'x_2+x_0x_1x_3+x_0'x_3x_1'$

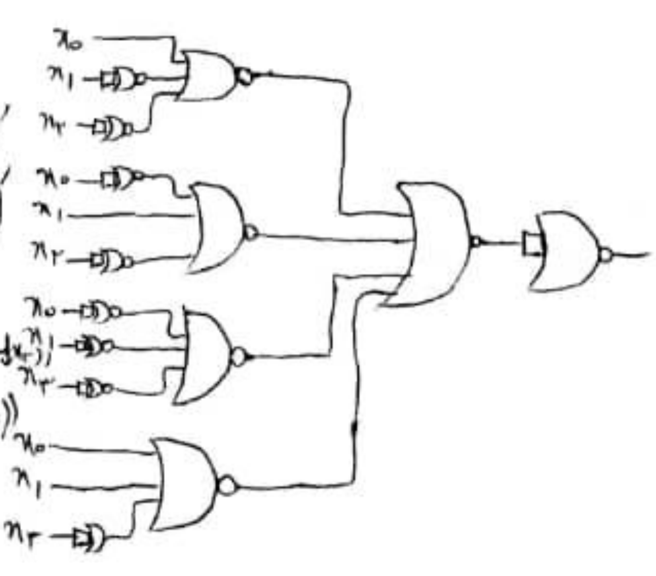
$\Rightarrow f(x_0,x_1,x_2,x_3)=\left((x_0'x_1x_2)'\downarrow(x_0x_1'x_2)'\downarrow(x_0x_1x_3)'\downarrow(x_0'x_1'x_3)'\right)'$

$\Rightarrow f(x_0,x_1,x_2,x_3)=$

$((x_0\downarrow(x_1\downarrow x_1)\downarrow(x_2\downarrow x_2))\downarrow((x_0\downarrow x_0)\downarrow x_1\downarrow(x_2\downarrow x_2))\downarrow((x_0\downarrow x_0)\downarrow(x_1\downarrow x_1)\downarrow(x_3\downarrow x_3))$

$\downarrow(x_0\downarrow x_1\downarrow(x_3\downarrow x_3))\Big)\downarrow\Big((x_0\downarrow(x_1\downarrow x_1)\downarrow(x_2\downarrow x_2))\downarrow((x_0\downarrow x_0)\downarrow x_1\downarrow(x_2\downarrow x_2))$

$\downarrow((x_0\downarrow x_0)\downarrow(x_1\downarrow x_1)\downarrow(x_3\downarrow x_3))\downarrow(x_0\downarrow x_1\downarrow(x_3\downarrow x_3))\Big)$



سؤال ۷

a	b	c	d	f_1	f_2
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1

$$f_1 \Rightarrow f_1(a, b, c, d) = (b + c\bar{d})(c + b\bar{d})$$

$$f_2 \Rightarrow f_2(a, b, c, d) = (cd + b'c + bd')(b + \bar{d})$$

$$\Rightarrow f_1 = f_1(a, b, c, d) = \sum m\,(3, 5, 6, 7, 11, 13, 14, 15)$$

$$\Rightarrow f_2 = f_2(a, b, c, d) = \sum m\,(3, 4, 6, 7, 11, 12, 14, 15)$$