

سوال ۱)

$$a) (157/2)_8 + (24/4)_8 = \dots$$

$$\frac{(157/2)_8}{(24/4)_8} \xrightarrow{\text{در تبدیل به مبنای ۲}} \frac{(206/01)_2}{(010000110/000001)_2}$$

هر رقم برابر یک رقم در مبنای ۲ است

$$\xrightarrow{\text{در تبدیل از مبنای ۲ به ۴}} (10000110/000001)_2 = (2012/001)_4 \xrightarrow{\text{در تبدیل از مبنای ۴ به ۱۰}} 2x^3 + 1x^2 + 2x^1 + 1x^0 = 2012$$

هر یک از ارقام عددی را در وزن ضرب می کنیم

$$= (124/015625)_{10}$$

$$\xrightarrow{\text{برای تبدیل از مبنای ۲ به مبنای ۱۶}} (10000110/000001)_2 = (86/04)_{16}$$

می کنیم

$$\xrightarrow{\text{برای تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای BCD}} (124/015625)_{10} = \left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 0001 & 0011 & 0100 & 0000 & 0000 & 0001 & 0010 & 0011 & 0000 & 0001 & 0000 & 0000 \end{array} \right)_{BCD}$$

هر رقم را به صورت چهار رقم می نویسیم

$$b) (2A/156)_{16} - (5/F2)_{16} = \dots$$

$A=10$
 $F=15$

$$\frac{(2A/156)_{16}}{(5/F20)_{16}} \xrightarrow{\text{در تبدیل به مبنای ۲}} \frac{(24/236)_{16}}{(00100100/0010011011010101)_2}$$

هر رقم برابر یک رقم در مبنای ۲ است

$$\xrightarrow{\text{در تبدیل از مبنای ۲ به ۴}} (24/236)_{16} = (0210/020312)_4 \xrightarrow{\text{در تبدیل از مبنای ۴ به ۱۰}} 2x^3 + 1x^2 + 2x^1 + 1x^0 = 2012$$

هر یک از ارقام عددی را در وزن ضرب می کنیم

$$= (36/13818359375)_{10} \xrightarrow{\text{تبدیل به مبنای BCD}} \left(\begin{array}{cccccc|cccccc} 0011 & 0100 & 0001 & 0000 & 0001 & 0000 & 0001 & 0000 & 0001 & 0000 & 0001 & 0000 \end{array} \right)_{BCD}$$

هر رقم را در ۴ بیت به شکل باینری نشان می دهیم

$$\xrightarrow{\text{در تبدیل از مبنای ۲ به ۸}} (100100/001000110110)_2 = (44/1066)_8$$

هر ۳ رقم برابر یک رقم در مبنای ۸ است

$$(24/236)_{16} = (100100/001000110110)_2 = (210/020312)_4 = (44/1066)_8 = (36/13818359375)_{10}$$

$$= (00110110/00010011000000010001000100010001000100010001)_{BCD}$$

$$c) (5432)_4 = \dots \xrightarrow{\text{تبدیل به مبنای ۱۰}} (5432)_4 = 5x3^3 + 4x3^2 + 3x3^1 + 2x3^0 = (1244)_{10}$$

در تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای ۷، عدد را بر ۷ تقسیم، در ادامه خارج قسمت را بر ۷ دوباره تقسیم می کنیم و ادامه می دهیم و زمانی که خارج قسمت ۰ شد، باقی مانده تقسیم آخر اولین رقم عدد از سمت چپ محسوب می شود و باقی مانده تقسیم اول، اولین رقم از سمت راست.

$$\begin{array}{r} 1244 \div 7 = 177 \text{ ر } 3 \\ 177 \div 7 = 25 \text{ ر } 2 \\ 25 \div 7 = 3 \text{ ر } 4 \\ 3 \div 7 = 0 \text{ ر } 3 \end{array} \Rightarrow (3425)_7$$

$$(5432)_4 = (1244)_{10} = (3425)_7$$

$$a) \frac{(344)_n}{(14)_n} = (21)_n \Rightarrow \frac{3n^2 + 4n + 4}{n + 4} = 2n + 1 \Rightarrow 3n^2 + 4n + 4 = 2n^2 + 9n + 4$$

$$\Rightarrow n^2 - 5n = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 & \text{غ ق} \\ n = 5 & \checkmark \end{cases}$$

$n = 5 \leftarrow a$ جواب

$$b) (323)_n + (125)_n = (502)_n \Rightarrow (3n^2 + 2n + 3) + (n^2 + 2n + 5) = (5n^2 + 2)$$

$$4n^2 + 4n + 8 = 5n^2 + 2 \Rightarrow -n^2 + 4n + 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 & \text{غ ق} \\ n = 6 & \checkmark \end{cases}$$

$n = 6 \leftarrow b$ جواب

$$c) (1234)_n + (5432)_n = (4444)_n \Rightarrow (n^3 + 2n^2 + 3n + 4) + (5n^3 + 4n^2 + 3n + 2) = (4n^3 + 4n^2 + 4n + 4)$$

$$\Rightarrow 6n^3 + 6n^2 + 6n + 6 = 4n^3 + 4n^2 + 4n + 4 \Rightarrow 0 = 0$$

در نتیجه جواب می تواند هر عدد بزرگتر از ۶ باشد به این دلیل عدد در هر جایگاه نمی تواند از ۶

وینا بیشتر باشد.

$$a) \Delta x^2 - \Delta_0 x + 12\Delta = 0 \xrightarrow[m \text{ قبلی}]{x=5} (\Delta \times 5 \times 5) - (\Delta \times m \times 5) + (m^2 + 2m + \Delta) = 0 \Rightarrow 12\Delta - 2\Delta m + m^2 + 2m + \Delta = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 22m + 130 = 0 \Rightarrow (m-13)(m-10) = 0 \begin{cases} m=10 \\ m=13 \end{cases}$$

$$\Delta x^2 - \Delta_0 x + 12\Delta = 0 \xrightarrow[m \text{ قبلی}]{x=11} (\Delta \times 11 \times 11) - (\Delta \times m \times 11) + (m^2 + 2m + \Delta) = 0 \Rightarrow 32\Delta - 10m + m^2 + 2m + \Delta = 0$$

$$\Rightarrow m^2 - 8m + 32\Delta = 0 \Rightarrow (m-2\Delta)(m-13) = 0 \begin{cases} m=2\Delta \\ m=13 \end{cases}$$

جواب مشترک دو معادله $m=13$ می باشد در نتیجه معادله در قبلی ۱۳ بوده است.

$$b) \frac{x+6x}{2x-10} = x+6 \xrightarrow[m \text{ قبلی}]{x=4} \frac{4+(4m+4)}{12-m} = 10 \Rightarrow 4m+8 = 120-10m \Rightarrow 14m = 112$$

$$\Rightarrow m = 8$$

در نتیجه معادله در قبلی ۷ بوده است.

سؤال ۱۴) برای اینکه تعداد بیت های تو عدد مورد نظرمان یکی شود، علامت سمت چپ هر عدد را به تعداد مورد نیاز گسترش می دهیم، سپس جمع یا تفریق را انجام می دهیم.

a) جواب نهایی ۴۵- است
و سرریزی رخ نداده است.

$$1010110 + 1101 \Rightarrow \begin{array}{r} 1010110 \\ + 1101101 \\ \hline 1010011 \end{array} \quad \begin{array}{r} -42 \\ + -3 \\ \hline -45 \end{array}$$

بیت دور ریخته شده

b) $110101 - 110 \xrightarrow{\text{گسترش علامت}} \begin{array}{r} 110101 \\ - 111 \\ \hline 110110 \end{array} \quad \begin{array}{r} -11 \\ -2 \\ \hline -9 \end{array}$

برای خلاص شدن از علامت منهای ۱۱۱۱۰، مکمل ۲ آن را بدست می آوریم.
برای مکمل ۲ بدست آوردن یک عدد با بیتی که در مکمل ۲ نشان داده شده، همه بیت های آن را معکوس می کنیم و سپس ۱ را به آن اضافه می کنیم.

$$111110 \rightarrow 000001 \rightarrow 000010 \Rightarrow \begin{array}{r} 110101 \\ + 000010 \\ \hline 110111 \end{array} \quad \begin{array}{r} -11 \\ +2 \\ \hline -9 \end{array}$$

جواب نهایی برابر با ۹- است پس Overflow رخ نداده است!

c) $011100 - 01010 \xrightarrow{\text{گسترش علامت}} 011100 - 010100 = 011100 - 101010$

مکمل ۲ی عدد ۰۱۰۱۰۰ را بدست می آوریم تا از علامت منهای خلاص شویم

$$011100 - 101010 \Rightarrow 011100 \rightarrow 110100 \rightarrow 110100 \Rightarrow \begin{array}{r} 011100 \\ + 110100 \\ \hline 101000 \end{array} \quad \begin{array}{r} -10 \\ +47 \\ \hline +37 \end{array}$$

بیت دور ریخته شده

جواب حاصل برابر با ۳۷ بوده پس Overflow رخ نداده است!

اگر جواب نهایی با جواب مورد انتظار با یکدیگر برابر باشد سرریزی رخ نداده است که اینجا در هیچ موردی سرریزی رخ نداد!

سؤال ۶)

در سیستم بدون علاقت و پیوسته عدد زوجی ساخته می شود که همه بیت های یک n رهمی ، ۱ باشند پس مقدارش برابر است با:

$$2^{n-1} + 2^{n-2} + 2^{n-3} + \dots + 2^0 = 2^n - 1$$

در سیستم کامل ۲ عدد آخر نشان دهنده علاقت است ، پس آن را ۰ قرار داده تا عدد مثبت باشد و مقدار بقیه بیت ها را ۱ قرار داده در نتیجه عدد $2^{n-1} - 1$ را

$$2^{n-2} + 2^{n-3} + 2^{n-4} + \dots + 2^0 = 2^{n-1} - 1$$

نشان می دهد.

$$(2^n - 1) - (2^{n-1} - 1) = 2^n - 2^{n-1}$$

اختلاف این دو برابر است با:

$$= 2(2^{n-1}) - 2^{n-1} = \underline{\underline{2^{n-1}}}$$

سؤال ۷

فکلی b-1 ←

$$r^n - r^{-m} - N$$

ر^{مثبت}
n تعداد رقم صحیح
m تعداد رقم اعشاری
N عدد مورد نظر

فکلی b ←

$$r^n - N$$

ر^{مثبت}
n تعداد رقم صحیح
N عدد مورد نظر

a) (۵۰۱۰)_{۱۰}

$$۱۰ \text{ فکلی} \rightarrow ۱۰^4 - ۵۰۱۰ = ۹۹۹۰$$

$$۹ \text{ فکلی} \rightarrow ۱۰^4 - ۱۰ - ۵۰۱۰ = ۹۹۸۹$$

بیت نقلی است که حذف می شود

$$\begin{array}{r} ۵۰۱۰ \\ + ۹۹۹۰ \\ \hline ۱۴۰۰۰ \\ ۱۴۰۰۰ \end{array}$$

b) (۵۴۷/۲۶)_۸

$$۸ \text{ فکلی} \rightarrow ۸^3 - (۵۴۷/۲۶)_8 \xrightarrow{\text{بیمینای ۸}} \begin{array}{r} (۱۰۰۰/۰۰۰)_8 \\ - (۵۴۷/۲۶)_8 \\ \hline (۲۳۰/۵۲)_8 \end{array}$$

$$۷ \text{ فکلی} \rightarrow ۸^3 - ۸^{-۲} - (۵۴۷/۲۶)_8 \xrightarrow{\text{بیمینای ۸}} \begin{array}{r} (۱۰۰۰/۰۰۰)_8 \\ - (۵۴۷/۲۶)_8 \\ \hline (۲۳۰/۵۲)_8 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} (۲۳۰/۵۲)_8 \quad ۸ \text{ فکلی} \\ + (۵۴۷/۲۶)_8 \quad ۸ \text{ عدد} \\ \hline (۷۷۷/۷۷)_8 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} (۷۷۷/۷۷)_8 \\ + (۱۰۰۰/۰۰۰)_8 \\ \hline (۱۷۷۷/۷۷)_8 \end{array}$$

بیت نقلی حذف می شود

c) (۱۰۱۱۰۱۱)_۲

$$۲ \text{ فکلی} \rightarrow ۲^7 - (۱۰۱۱۰۱۱)_2 \rightarrow \begin{array}{r} (۱۰۰۰۰۰۰۰)_2 \\ - (۱۰۱۱۰۱۱)_2 \\ \hline (۰۱۰۰۱۰۱)_2 \end{array}$$

$$۱ \text{ فکلی} \rightarrow ۲^7 - ۲^0 - (۱۰۱۱۰۱۱)_2 \rightarrow (۰۱۰۰۱۰۰)_2$$

$$\begin{array}{r} (۱۰۱۱۰۱۱)_2 \quad ۲ \text{ عدد} \\ + (۰۱۰۰۱۰۰)_2 \quad ۲ \text{ فکلی} \\ \hline (۱۰۱۱۱۱۱)_2 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{array}{r} (۱۰۱۱۱۱۱)_2 \\ + (۱۰۰۰۰۰۰)_2 \\ \hline (۱۰۱۱۱۱۱)_2 \end{array}$$

بیت نقلی که حذف می شود

ا) یک بیت توازن زوج یعنی که حاصل تعداد زوج بیت ۱ را شامل است و بیتی که در جیب ترین موقعیت قرار دارد بیت توازن است که ارزش رقی ندارد و برای زوج کردن تعداد بیت "۱" به کد اضافه شده است. در این روش تعداد زوج خطا را نمی توان تشخیص داد ولی تعداد فرد خطا را می توان تشخیص داده پس اگر یک بیت خطا سود می توانیم بگویم که توازن را از دست داده و تغییر کرده ولی نمی توانیم بفهمیم کدام بیت خطا است.

ب) کو هینگ به صورت $P_1 P_2 X_3 P_4 X_5 X_6 X_7$ می یاست پس کد بیت های $P_1 P_2 P_4$ را برای 0110101 تشخیص خطا به کد اضافه می کنیم.

$$C_1 \Rightarrow P_1 \oplus X_3 \oplus X_5 \oplus X_7 = 0 \quad 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 1 \neq 0 \quad C_1 = 1$$

$$C_2 \Rightarrow P_2 \oplus X_3 \oplus X_6 \oplus X_7 = 0 \quad 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \neq 0 \quad C_2 = 1$$

$$C_3 \Rightarrow P_4 \oplus X_5 \oplus X_6 \oplus X_7 = 0 \quad 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 = 0 \quad C_3 = 0$$

کد خطا ۱۱۰ می یاست پس X_3 خطای یاست و کد اصلی 0100101 بوده است.

$$(0101)_2 = (5)_{10} = (0101)_{BCD} \quad \Leftarrow X_3 X_5 X_6 X_7 \rightarrow (1101)_2 \quad \text{داده فرستاده شده}$$

$$(0100101)_2 = (37)_{10} = (\overset{3}{0010} \overset{7}{0110})_{BCD} \quad \text{کد اصلی}$$