



دانشکده مهندسی کامپیوتر

به نام خدا

آزمون میان‌ترم اول - مدارهای منطقی

نیم‌سال دوم ۹۸-۹۹

مدت آزمون: ۶۰ دقیقه

مدرسین: دکتر حسابی،

دکتر همت‌یار،

دکتر ارشدی

بخش اول - سوالات تستی (زمان: ۲۵ دقیقه - هر سوال ۳ نمره)

۱- عبارت $ab + b'd'$ ساده شده‌ی تابع $f(a,b,c,d) = a'b'c'd' + ab'd' + abc'$ است. حداقل چند می‌توانیم بی‌اهمیت برای این تابع وجود دارد؟

د- ۵

ج- ۴

ب- ۳

الف- ۲

۲- کدام یک از توابع زیر می‌تواند به عنوان یک منطق کامل در نظر گرفته شود:

الف- $f(a,b) = a \text{ XOR } b$

ب- $f(a, b, c) = a' + ab$

ج- $f(a, b, c) = ab + bc$

د- $f(a, b) = a \text{ XOR } b'$

۳- معادله $۱۲۰ = ۳۲ + ۱۰ + ۱۳ + ۲۱$ در کدامیک از مبنایهای عددی زیر برقرار است؟

د- مبنای ۷

ج- مبنای ۶

ب- مبنای ۵

الف- مبنای ۴

۴- اگر تابع $f(a,b,c,d) = \sum m(1,3,4,7,11) + d(5,12,13,14,15)$ را به صورت حاصل جمع ضرب‌ها (SOP) تا حد امکان ساده کنیم،

کدام تابع به دست می‌آید؟

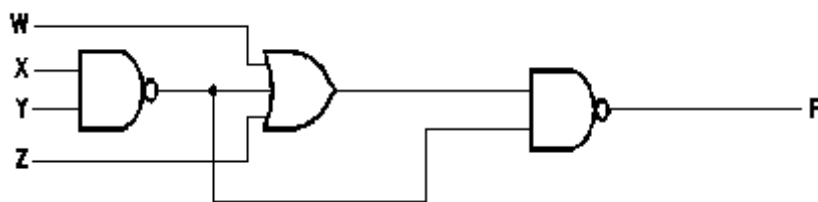
الف- $a'd + bc' + cd + bd$

ب- $a'd + bc' + cd$

ج- $cd' + a'bc' + a'c'd$

د- $a'b'd + a'cd + b'cd + a'bc'd'$

۵- اگر تابع خروجی شکل زیر را تا حد امکان ساده کنیم، کدام گزینه صحیح است؟



الف- $F = w'xyz'$

ب- $F = w'z' + xy$

ج- $F = x' + y'$

د- $F = xy$

بخش دوم - سوالات تشریحی (زمان: ۵۰ دقیقه - هر سوال ۵ نمره)

۱- اعداد دهمی زیر به صورت اندازه-علامت (sign-magnitude) نمایش داده شده‌اند.

الف- جمع‌های خواسته‌شده را با روش مکمل ۱۰ (signed-10's-complement) انجام دهید و جواب را به دست آورید. تعداد رقم‌های نمایش را طوری انتخاب کنید که سرریز (overflow) رخ ندهد.

$$(+931) + (-82)$$

$$(-931) + (-82)$$

ب- دو جمع بالا را در مبنای دو و با روش مکمل ۲ نیز انجام دهید.

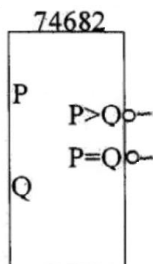
۲- عبارت جبری زیر را با به کارگیری قوانین جبر بول، به عبارت ساده‌شده Sum of Products (SOP) تبدیل کنید.

$$f = ((a + b + c')' \oplus a).(a'.b'.c')'$$

۳- تابع زیر را به کمک جدول کارنو ساده کرده و مدار آن را فقط با استفاده از گیت‌های NOR رسم کنید.

$$f(d, c, b, a) = \sum m(1, 3, 5, 8, 9, 11, 12, 14) + d(0, 7)$$

۴- یک مدار ترکیبی طراحی کنید که حاصل ضرب دو عدد دوبیتی را محاسبه کند.



۵- مدار مجتمع ۷۴۶۸۲ که شمای آن در شکل رویرو نشان داده شده است، یک مقایسه‌کننده

۸ بیتی است. با استفاده از دو مدار مجتمع ۷۴۶۸۲ و تعداد لازم گیت NOR، یک مقایسه‌کننده

۱۶ بیتی بسازید که سه خروجی $P < Q$ ، $P = Q$ و $P > Q$ داشته باشد. توجه کنید خروجی‌های

مقایسه‌کننده‌ای که طراحی می‌کنید باید Active High باشد.

موفق باشید

پاسخ سوالات تستی

۱- جواب ب صحیح است (۳ میترم)

مطابق جدول مقابل

ab \ cd	00	01	11	10
00	1		1	1
01			1	
11			X	
10	X		X	1

۲- جواب ب صحیح است $(f(a, b, c) = a' + ab)$

راه حل: با تابع XOR نمی توان AND یا OR را ساخت (ولی معکوس کننده را می توان). گزینه د هم XNOR است که مشابه XOR است. گزینه ج هیچ راهی برای نقیض گرفتن ندارد. اما گزینه ب:

$$f(a, 0, X) = a'$$

$$f(a, b', X) = a' + ab' = a' + b' = (ab)'$$

پس چون گیت NAND را می سازد تابع کامل است. جمله اول برای این نوشته شده که نشان دهد می توان در جمله دوم، از b' استفاده کرد. البته چون سوال تستی است ذکر این نکته چندان ضروری نبود.

۳- جواب ج صحیح است (مبنای ۶)

$$2a + 1 + a + 3 + a + 0 + 3a + 2 = a^2 + 2a + 0 \Rightarrow a^2 - 5a - 6 = 0 \Rightarrow (a-6)(a+1) = 0 \Rightarrow a = 6$$

۴- جواب ب صحیح است $(a'd + bc' + cd)$

AB \ CD	00	01	11	10
00	0	1	X	0
01	1	X	X	0
11	1	1	X	1
10	0	0	X	0

۵- جواب د صحیح است $(F = xy)$

$$F = [(W + (XY)' + Z) \cdot (XY)']' = (W' \cdot XY \cdot Z') + XY = XY$$

پاسخ سوالات تشریحی

۱-

$$0931 + 9918 = 0849$$

$$99069 + 99918 = 98987$$

$$01110100011 + 11110101110 = 101101010001 + 849$$

$$10001011101 + 11110101110 = 110000001011 - 1013$$

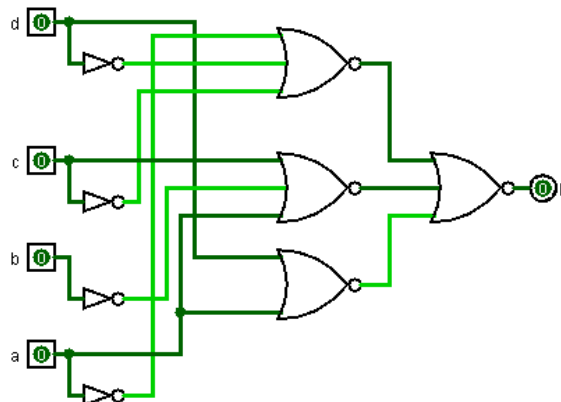
-۲

$$\begin{aligned}
 f &= ((a + b + c')' \oplus a) \cdot (a' \cdot b' \cdot c')' = (a'b'c \oplus a) (a+b+c) = ((a'b'c)'a + (a'b'ca')) (a+b+c) = \\
 &= ((a+b+c')a + a'b'c)(a+b+c) = ((a+b+c')(a+0) + a'b'c)(a+b+c) = (a+a'b'c)(a+b+c) = \\
 &= (a+b'c)(a+b+c) = (a+b')(a+c)(a+b+c) = (a+b')(a+c)(1+b) = a+b'c
 \end{aligned}$$

-۳

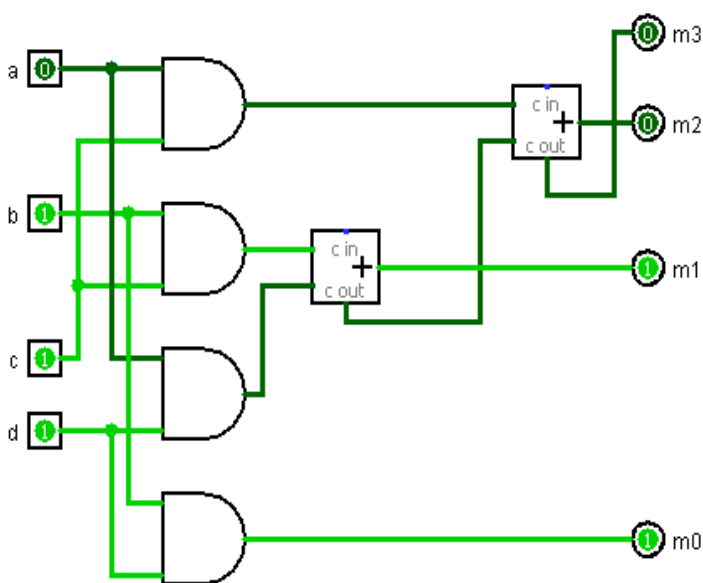
dc \ ba	00	01	11	10
00	x	0	1	1
01	1	1	0	1
11	1	x	0	1
10	0	0	1	0

$$f = (d' + c' + a')(c + b' + a)(d + a)$$



-۴

راه حل اول:



پاسخ به صورت شکل است، با این توضیح که جمع کننده ها باید half adder باشند. این مدار دو عدد ab و cd را در هم ضرب می کند و نتیجه ضرب $m_3m_2m_1m_0$ است.

راه حل دوم:

a	b	c	d	m3	m2	m1	m0
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1	1	0
1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0	0	1

$$m3 = abcd$$

$$m2 = ab'c + acd'$$

$$m1 = a'bc + bcd' + ab'd + ac'd$$

$$m0 = bd$$

