



(۱)

الف) با توجه به جدول کارنوی زیر برای تابع  $F$  داریم:

$$F(A, B, C, D) = A'D + BC' + CD$$

$F$	$C, D$			
	00	01	11	10
$A, B$ 00	0	1	1	0
01	1	-	1	0
11	-	-	-	-
10	0	0	1	0

ب) همانند قسمت قبل:

$$F(A, B, C, D) = (B + D)(C' + D)(A' + C)$$

$F$	$C, D$			
	00	01	11	10
$A, B$ 00	0	1	1	0
01	1	-	1	0
11	-	-	-	-
10	0	0	1	0

پ) خیر.

خیر، زیرا در دو حالت برای خانه های don't care مقادیر مختلفی در نظر گرفته می شود.

رابطه داده شده برای تابع  $f$  می‌دانیم همان رابطه  $Xor$  است. یعنی:

$$f = g \oplus h$$

جدول کارنوهای توابع  $g$  و  $h$  مطابق شکل زیر می‌باشند:

$h$		$a,b$				$g$		$a,b$			
		00	01	11	10			00	01	11	10
$c,d$	00	1	0	0	0	$c,d$	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	0		01	0	1	1	0
	11	1	1	1	0		11	0	1	1	0
	10	1	0	0	0		10	0	0	1	0

در نتیجه برای بدست آوردن جدول کارنوی تابع  $f$  باید مقادیر متناظر در جداول  $g$  و  $h$  را  $Xor$  می‌کنیم:

$f$		$a,b$			
		00	01	11	10
$c,d$	00	1	0	1	1
	01	0	1	0	0
	11	1	0	0	0
	10	1	0	1	0

لذا مقدار تابع  $f$  به صورت زیر می‌شود:

$$f = b'c'd' + abd' + a'bc'd + a'b'c$$

(۳)

اعدادی که در شرایط ذکر شده صدق می کنند عبارتند از ۰،۱،۳،۵،۶،۷،۹،۱۱،۱۲،۱۳،۱۵  
حال باید جدول کارنو را رسم کنیم:

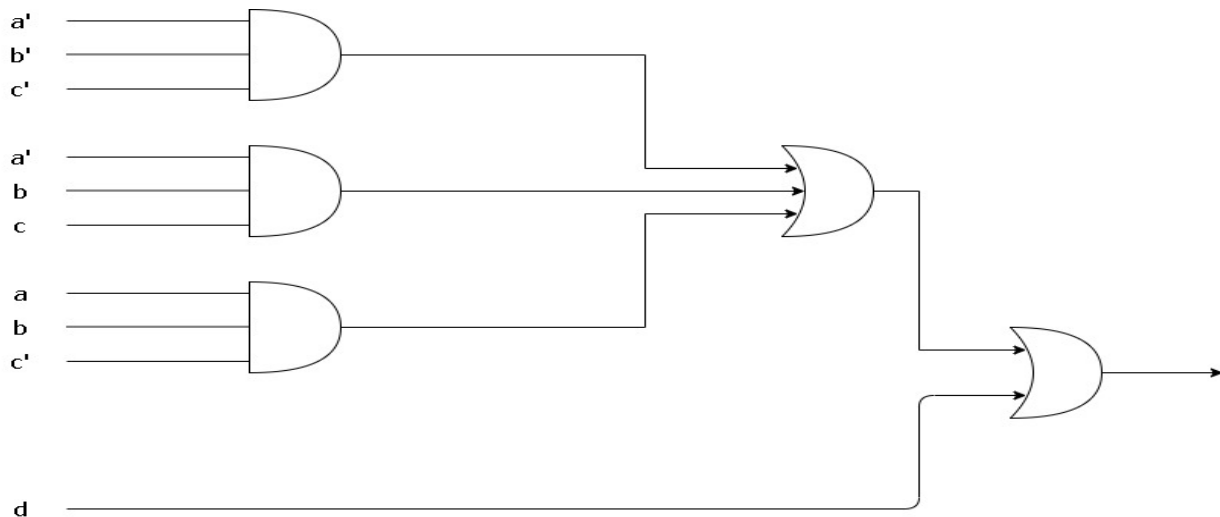
$f$		$a,b$			
		00	01	11	10
$c,d$	00	1	0	1	0
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10	0	1	0	0

\*\* دقت کنید که عدد چهاررقمی را به صورت  $abcd$  فرض کرده ایم.

با توجه به ساده سازی انجام شده مقدار تابع  $f$  می شود:

$$f = d + a'b'c' + abc' + a'bc$$

مدار این تابع هم به صورت زیر می شود:



(۴)

جدول کارنو را رسم می‌کنیم. (برای هر کدام از مقادیر  $a$  یک جدول  $4 \times 4$  رسم می‌کنیم).  
به این صورت عمل می‌کنیم که از روی مقدار داده‌شده تابع  $F$  خانه‌هایی که مقدار یک می‌دهند را در جدول مشخص می‌کنیم. حال ساده‌سازی معادل تابع داده‌شده  $F$  بعد ساده‌سازی را روی جدول انجام می‌دهیم و هر جا که نیاز به مقدار یک داشتیم، مقدار don't care قرار می‌دهیم. خانه‌های باقی‌مانده را صفر می‌دهیم زیرا سوال از ما کوچکترین مجموعه don't care ها را خواسته‌است. دقت کنید که هر یک از این خانه‌های صفر می‌توانستند don't care باشند.

$F$	$d,e$			
	00	01	11	10
$b,c$ 00	1	0	0	1
01	-	0	0	-
11	0	-	1	0
10	0	1	-	0

$a = 1$

$F$	$d,e$			
	00	01	11	10
$b,c$ 00	-	0	0	1
01	-	0	0	1
11	0	1	1	0
10	0	1	1	0

$a = 0$

از روی این جداول حداقل  $2+4$  یعنی ۶ حالت بی‌اهمیت داریم که شماره‌های زیر می‌باشند.

$$d(0, 4, 20, 22, 27, 29)$$

(۵)

(a)

$F$	$C,D$			
	00	01	11	10
$A,B$ 00	0	1	0	0
01	0	1	1	1
11	1	1	1	0
10	0	0	1	0

با توجه به جدول کارنوی بالا داریم:

prime implicant :  $A'C'D$  ,  $A'BC$  ,  $ABC'$  ,  $ACD$  ,  $BD$

essential prime implicant :  $A'C'D$  ,  $A'BC$  ,  $ABC'$  ,  $ACD$

در نتیجه برای تابع  $F$  داریم:

$$F(A,B,C,D) = A'C'D + A'BC + ACD + ABC'$$

(b)

$F$		$C,D$			
		00	01	11	10
$A,B$	00	0	1	1	0
	01	1	1	1	0
	11	1	0	0	0
	10	1	1	0	0

با توجه به جدول کارنوی بالا داریم:

prime implicant :  $A'D$  ,  $AC'D'$  ,  $BC'D'$  ,  $A'BC'$  ,  $AB'C'$  ,  $B'C'D$

essential prime implicant :  $A'D$

در نتیجه برای تابع  $F$  داریم:

$$F(A,B,C,D) = A'D + BC'D' + AB'C'$$

(c)

(NAND) ابتدا جدول کارنو را تکمیل می کنیم.

$F$		$C,D$			
		00	01	11	10
$A,B$	00	0	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	0	0
	10	1	0	0	1

حال با استفاده از ساده‌سازی انجام‌شده داریم:

$$F(A, B, C, D) = A'B'C + A'BD + AB'D' + ABC' =$$

$$((A'B'C + A'BD + AB'D' + ABC'))' =$$

$$((A'B'C)' (A'BD)' (AB'D')' (ABC'))'$$

\*\*جدول را می‌شد به صورت  $A'CD' + BC'D + A'CD + B'CD'$  هم ساده کرد.

(NOR) مثل قسمت قبل عمل می‌کنیم. با این تفاوت که باید به صورت  $POS$  ساده‌سازی را انجام دهیم:

$F$		$C, D$			
		00	01	11	10
$A, B$	00	0	0	1	1
	01	0	1	1	0
	11	1	1	0	0
	10	1	0	0	1

سپس داریم:

$$F(A, B, C, D) = (A + B + C)(A + B' + D)(A' + B + D')(A' + B' + C') =$$

$$(((A + B + C)(A + B' + D)(A' + B + D')(A' + B' + C')))' =$$

$$((A + B + C)' + (A + B' + D)' + (A' + B + D')' + (A' + B' + C')')'$$

مدارات خواسته‌شده با توجه به ساده‌سازی‌هایی که انجام دادیم به راحتی قابل رسم هستند.