$0110 = 6$ ← Code word

$1001 = 9$

$d = 4$

$\left.\begin{matrix} 0000 \\ 0001 \end{matrix}\right\} d=1$

تشخیص   تصحیح

$d \rightarrow d-1 \quad \lfloor \frac{d-1}{2} \rfloor$

$\frac{d}{2} - 1 \qquad \frac{d-1}{2}$

Parity bit = بیت توازن

$\begin{array}{c} P \\ \hline 0 \end{array}$ ← Even parity   odd parity : توازن فرد

$d=2 \begin{cases} 0000 & 0 \\ 0001 & 1 \\ 0010 & 1 \\ 0011 & 0 \\ 0100 & 1 \\ 0101 & 0 \\ 0110 & 0 \\ 0111 & 1 \\ 1000 & 1 \\ 1001 & 0 \end{cases}$

$\oplus$: exclusive OR :   تابع فرد

$0 \oplus 1 \oplus 0 = 1$

وقتی "1" می‌شود که تعداد

$1 \oplus 1 \oplus 1 = 1$ "فردّ"ی از ورودی‌ها "1" باشند

$1 \oplus 0 \oplus 0 = 0$

10011

Hamming Code $d = 3 \Rightarrow$ تشخیص یک بیت خطا : کد هینگ
$\begin{cases} \text{تشخیص ۲ بیت خطا} \\ \text{تصحیح ۱ بیت خطا} \end{cases}$

$X_1 X_2 \cancel{X_3} X_4$

اضافه کردن سه بیت توازن به کد ۴ بیتی

$P_1 P_2 X_3 P_4 X_5 X_6 X_7$

$X_i :$ بیت‌های داده

$P_i :$ توازن

فرستنده ← گیرنده

۷ بیت

$X_3 X_5 X_6 X_7$

$(P_1 P_2 P_4)$

$$P_1 \oplus X_3 \oplus X_5 \oplus X_7 = 0$$
$$P_2 \oplus X_3 \oplus X_6 \oplus X_7 = 0$$
$$P_4 \oplus X_5 \oplus X_6 \oplus X_7 = 0$$

$$X_3 X_5 X_6 X_7 = 1010$$
$$P_1 = 1 \quad P_2 = 0 \quad P_4 = 1$$

فرستنده عدد متابل رای نوشته 1011010

فرض : گیرنده عدد 1101010 را دریافت کرده. آیا خطایی رخ داده؟

$$P_1 P_2 X_3 \underset{4}{P} X_5 X_6 X_7$$

$$C_1 = P_1 \oplus X_3 \oplus X_5 \oplus X_7 \rightarrow C_1 = 1$$
$$C_2 = P_2 \oplus X_3 \oplus X_6 \oplus X_7 \rightarrow C_2 = 0$$
$$C_4 = P_4 \oplus X_5 \oplus X_6 \oplus X_7 \rightarrow C_4 = 0$$

خطاست P_1

0101010

$$P_1 P_2 X_3 P_4 X_5 X_6 X_7$$
$$0101010 \quad \text{آن}$$

$$C_1 = 0 \quad 1$$
$$C_2 = 0 \quad 1$$
$$C_4 = 0 \quad 1$$

$$C_4 C_2 C_1 = 111 \quad \underbrace{\quad}_{X_7}$$

$$i = 2^n \Rightarrow \text{جای بیت نوازن (P)}$$

$$C_4 C_2 C_1 = 001 \quad \underset{P_1}{\underbrace{\quad}}$$

$$P_1 P_2 X_3 P_4 X_5 X_6 X_7 P_8 X_9 X_{10} X_{11} X_{12} X_{13} X_{14} X_{15}$$

$$C_8 C_4 C_2 C_1$$

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
C_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
C_4	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1
C_2	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
C_1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1	0	1

شماره بیت اجتماع | — | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15

$$C_8 = P_8 \oplus X_9 \oplus X_{10} \oplus X_{11} \oplus X_{12} \oplus X_{13} \oplus X_{14} \oplus X_{15}$$

$$C_4 = P_4 \oplus X_5 \oplus X_6 \oplus X_7 \oplus X_{12} \oplus X_{13} \oplus X_{14} \oplus X_{15}$$

$$C_2 = P_2 \oplus X_3 \oplus X_6 \oplus X_7 \oplus X_{10} \oplus X_{11} \oplus X_{14} \oplus X_{15}$$

$$C_1 = P_1 \oplus X_3 \oplus X_5 \oplus X_7 \oplus X_9 \oplus X_{11} \oplus X_{13} \oplus X_{15}$$

اگر ‎$C_8 C_4 C_2 C_1 = 0111$‎ ⟸ بیت هفتم (X_7) خطاست.

$$X_3 X_5 X_6 \overline{X_7} X_9 \cdots X_{15}$$ مقدار آن را عکس می‌کنم

Boolean Algebra جبر بول

$$B = \{0, 1\}$$

مثلاً: ‎+‎ ، ‎.‎

۱- بسته بودن نسبت به جمع و ضرب

۲- identity element = عضو بی‌اثر؟ ‎.‎ و ‎+‎

$$\underline{x} + \underline{0} = 0 + x = x$$

$$x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$$

$$\left.\begin{array}{l} x + y = y + x \\ x \cdot y = y \cdot x \end{array}\right\}$$

۳- جابجایی نسبت به جمع و نسبت به ضرب

۴- پخشی یا توزیع‌پذیری (distributive) ضرب نسبت به جمع و جمع

$$x \cdot (y+z) = (x \cdot y) + (x \cdot z)$$

$$x + (y \cdot z) = (x+y) \cdot (x+z)$$

نسبت به ضرب

$$4 + (2 \times 3) = 10$$
$$(4+2) \cdot (4+3) = 72$$ $\neq$

complement) مکمل یا نقیّضی $x \in B$ وجود دارد

$$x + x' = 1$$
$$x \cdot x' = 0$$

$x' = \bar{x}$

۵- برای هر $x \in B$ ، یک

عنصر طوری که :

۶_ حداقل دو عنصر $x, y \in B$ وجود دارد به طوری که $x \neq y$.

———————————————

$$(x+y)+z = x+(y+z)$$ شرکت پذیری

$010l \rightarrow 1010$

$+$.

$$B = \{0, 1\}$$

x y	x·y	x+y
0 0	0	0
0 1	0	1
1 0	0	1
1 1	1	1

x	x'
0	1
1	0

$$x + (y \cdot z) = (x+y) \cdot (x+z)$$

x y z	y·z	x+(y·z)	x+y	x+z	(x+y)·(x+z)
0 0 0	0	0	0	0	0
0 0 1	0	0	0	1	0
0 1 0	0	0	1	0	0
0 1 1	1	1	1	1	1
1 0 0	0	1	1	1	1
1 0 1	0	1	1	1	1
1 1 0	0	1	1	1	1
1 1 1	1	1	1	1	1