ab \ cd	00	01	11	10
00				
01		1	1	
11		1	1	
10				

$$\bar{a}b\bar{c}d + ab\bar{c}d = b\bar{c}d$$

$$bcd$$

$$b\bar{c}d + bcd = bd(\underbrace{\bar{c}+c}_{1})$$

$$bd$$

در جدول کارنو ۴ متغیری:
یک مربع ⟵ شامل ۴ حرف (literal): مینترم
دو مربع همسایه ⟵ شامل ۳ حرف (یک متغیر حذف می‌شود)
۴ مربع همسایه ⟵ شامل ۲ حرف (دو متغیر حذف می‌شود)
۸ مربع همسایه ⟵ شامل ۱ حرف (سه متغیر حذف می‌شود)
۱۶ مربع همسایه ⟵ تابع "1" (۴) (چهار متغیر حذف می‌شود)

اگر n^2 مربع همسایه داشته باشیم n متغیر حذف می‌شود.

n^2

مثال ۲: ساده کنید.

$$F(x,y,z) = \sum m(0,2,4,6,7)$$

اصول ساده سازی با KM:

۱- تعداد گروه ها تا حد امکان کم باشد

۲- هر گروه تا حد امکان بزرگ باشد

z \ xy	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0

$$F = xy + \bar{z}$$

$$x + x = x \qquad m_3 + m_3 = m_3$$

مثال ۳: F را ساده کنید.

$$F = A'B'C' + B'CD' + A'BCD' + AB'C'$$

CD \ AB	00	01	11	10
00	1			1
01	1			1
11				
10	1	1		1

$$F = \underbrace{\bar{B}\bar{C} + \bar{A}C\bar{D} + \bar{B}\bar{D}}_{SOP}$$

مثال ۴: جدول مقابل را به صورت SOP و POS ساده کنید.

c \ ab	00	01	11	10
0	0	0	1	0
1	0	1	1	1

$$f(a,b,c) = \sum m(3,5,6,7)$$

c \ ab	00	01	11	10
0	0	0		0
1	0			

$$f = ab + ac + bc \equiv f = (a+b)\cdot(b+c)\cdot(a+c)$$

c \ ab	00	01	11	10
0	1	1	0	1
1	1	0	0	0

$$f' = \bar{a}\bar{b} + \bar{b}\bar{c} + \bar{a}\bar{c} \Rightarrow f = \overline{\bar{a}\bar{b}} \cdot \overline{\bar{b}\bar{c}} \cdot \overline{\bar{a}\bar{c}}$$

مثال ۵: ساده کنید (به صورت SOP و POS)

$$f(a,b,c,d) = \sum m(0,2,10,11,12,14) = \prod M(1,3,4,5,6,7,8,9,13,15)$$

cd \ ab	00	01	11	10
00	1		1	
01				
11				1
10	1		1	1

$$f = ab'c + abd' + a'b'd'$$

(SOP)

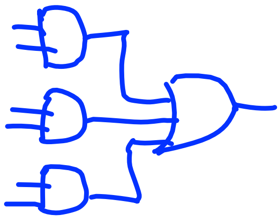
cd \ ab	00	01	11	10
00		0		0
01	0	0	0	0
11	0	0	0	
10		0		

$$f = (a'+b+c)\cdot(a+b')(a+d')(b'+d')$$

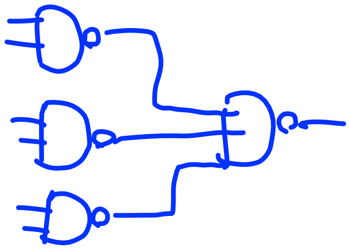
۱- جدول کارنو ساده‌ترین صورت تابع به شکل { SOP یا POS } را می‌دهد.

۲- تابع فقط با دو طبقه قابل ساختن است.

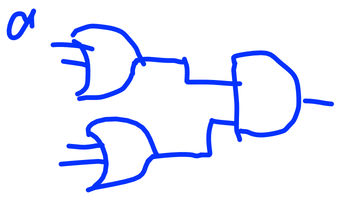
SOP:



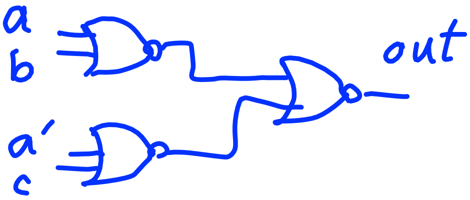
≡



POS:



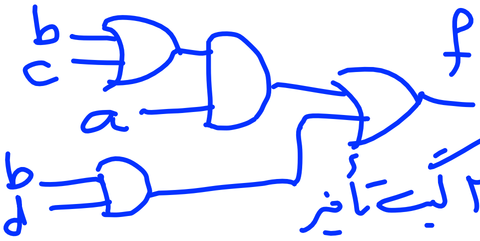
≡



۲ طبقه

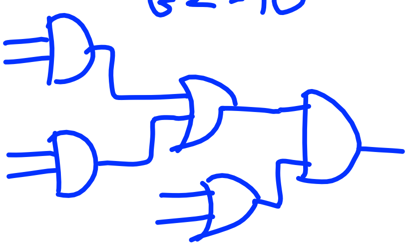
عمق (ترکیبی) مدار

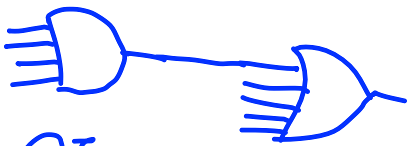
$f = a(b+c) + bd$



۳ گیت تاخیر

GI=10





GI=4 GI=5

G=5

تعداد گیت‌ها

تعداد ورودی‌های گیت‌ها

GI=9

مثال: f را ساده کنید

$f(a,b,c,d)=\sum m(1,5,6,7,11,12,13,15)$

cd \ ab	00	01	11	10
00			1	
01	1	1	1	
11		1	1	1
10		1		

$f=\cancel{bd}+\underbrace{\bar{a}\bar{c}d+ab\bar{c}+acd+\bar{a}bc}_{EPI}$

$bd \rightarrow$ PI , ~~EPI~~

عامل (Implicant): یک PT (یا ST) که می‌تواند برای پوشش دادن به یک یا چند مینترم (ماکسترم) همسایه به کار رود.

$a'b'c'd,\ a'c'd,\ bd, \dots$

عامل اولیه (Prime Implicant) یا PI:
یک عامل که به طور کامل زیرمجموعه‌ای از عامل دیگری نیست

$a'b'c'd$ ← عامل اولیه نیست

$a'c'd$: هست

عامل اولیه ضروری EPI = (Essential Prime Implicant)
یک PI است که حداقل یک "1" (یا "0") دارد که در هیچ PI دیگری نیست.

برای ساده سازی: اول EPIها و پس PIها

حالت های بی اهمیت (don't care)

بعضی حالت های ورودی:

۱- هیچ گاه رخ نمی دهد

۲- خروجی به ازای آنها برایمان اهمیت ندارد.

۳- غیرمجاز هستند.

d, x, -

مثال: مداری طرح کنید که اگر ورودی یک $X=x_3x_2x_1x_0$ عدد اول باشد خروجی آن یک شود، به شرطی که:

الف - X یک عدد باینری است.

ب - X == BCD است.

الف

x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0	0	0	0
01	0	1	1	0
11	1	1	0	1
10	1	0	0	0

ب

x_1x_0 \ x_3x_2	00	01	11	10
00	0	0	X	0
01	0	1	X	0
11	1	1	X	X
10	1	0	X	X

$$f=\bar{x}_3\bar{x}_2x_1+x_2\bar{x}_1x_0+\bar{x}_2x_1x_0+\begin{cases}\bar{x}_3x_1x_0\\ \bar{x}_3x_2x_1\end{cases}$$

ب - $f_2=\bar{x}_2x_1+x_2x_0$

SOP ≡ POS (به شرطی که d نداشته باشیم)

مثال: $f=\sum m(0,2,3,6,7,8,9,15)+d(4,11,14)$

cd \ ab	00	01	11	10
00	1	X	0	1
01	0	0	0	1
11	1	1	1	X
10	1	1	X	0

cd \ ab	00	01	11	10
00		X	0	
01	0	0	0	
11				X
10			X	0

$f_1=a\bar{b}\bar{c}+\bar{a}\bar{d}+cd$

$f_2=(a+c+\bar{d})\cdot(\bar{a}+\bar{c}+d)(\bar{b}+c)$

$f_1(4)=1 \neq f_2(4)=0$

$f_1(11)=1 = f_2(11)=1$

$f_1(14)=1 \neq f_2(14)=0$