a	b	c	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

حرف : Literal a ، b'

جمله ضربی : PT a' ، bc

جمله جمع : ST a , $a'+b$

ضرب تمام حرف‌ها :minterm

جمع = = :Maxterm

$$F = a' \cdot b' \cdot c + a'bc' + ab'c' + abc'$$

($a'b'c$: 0 0 1, $ab'c'$: 1 0 0, abc': 1 1 0)

$$= m_1 + m_2 + m_4 + m_6$$

$$= \sum m(1,2,4,6)$$

$$F = (a+b+c) \cdot (a+b'+c') \cdot (a'+b+c') \cdot (a'+b'+c')$$

($a+b+c$: 0 0 0; $a+b'+c'$: $abc = 011$; $a'+b+c'$: 1 0 1; $a'+b'+c'$: 1 1 1)

$$= M_0 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7 = \prod M(0,3,5,7)$$

نمایش تابع به صورت { مجموع مینترم‌ها / یا / حاصل‌ضرب ماکسترم‌ها

نمایش متعارف
(canonical representation)

$F' = (a+b+c')(a+b'+c).(a'+b+c).(a'+b'+c)$
$\quad\;\; 0\;0\;1 \quad 0\;1\;0 \quad 1\;0\;0 \quad 1\;1\;0$

$F = M_1 \cdot M_2 \cdot M_4 \cdot M_6 \Rightarrow F = M_0 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_7$

$m_i = \overline{M_i}$

شماره	xyz	term	علامت	term	شماره
		minterm		Maxterm	
0	000	$x'y'z'$	m_0	$x+y+z$	M_0
1	001	$x'y'z$	m_1	$x+y+z'$	M_1
2	010	$x'yz'$	m_2	$x+y'+z$	M_2
3	011	$x'yz$	m_3	$x+y'+z'$	M_3
4	100	$xy'z'$	m_4	$x'+y+z$	M_4
5	101	$xy'z$	m_5	$x'+y+z'$	M_5
6	110	xyz'	m_6	$x'+y'+z$	M_6
7	111	xyz	m_7	$x'+y'+z'$	M_7

مثال: $F = A + \bar{B}C$ را به صورت متعارف نشان دهید.

۱) به صورت مجموع minterm

$A = A \cdot \underbrace{(B+B')}_{1} = AB + AB' = AB(C+C') + AB'(C+C')$
$= ABC + ABC' + AB'C + AB'C'$
$= m_7 + m_6 + m_5 + m_4$

$\bar{B}C = (A+\bar{A})\cdot\bar{B}C = A\bar{B}C + \bar{A}\bar{B}C = m_5 + m_1$

$F = m_1 + m_4 + m_5 + m_5 + m_6 + m_7$

$F = \sum m(1,4,5,6,7)$ $\quad a+a=a$

$F = \prod M(0,2,3)$

$F = A+\bar{B}C = (A+\bar{B})\cdot(A+C) = (A+\bar{B}+\bar{C}C)(A+\bar{B}B+C)$

$= (A+\bar{B}+\bar{C})\cdot(A+\bar{B}+C)\cdot(A+\bar{B}+C)(A+B+C)$

$\quad\ 0\ 1\ 1 \qquad 0\ 1\ 0 \qquad 0\ 1\ 0 \qquad 0\ 0\ 0$

$= M_3 \cdot M_2 \cdot M_2 \cdot M_0$ $\quad a\cdot a = a$

$= \prod M(0,2,3)$

ترتیب متغیرها در نوشتن تابع برحسب مینترم (ماکسترم) مهم است.

$f_1(a,b,c) = \sum m(2,3,6,7) = m_2 + m_3 + m_6 + m_7$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\quad 010 \quad 011 \quad 110 \quad 111$

$= \acute{a}b\acute{c} + \acute{a}bc + ab\acute{c} + abc$

$f_2(b,c,a) = \sum m(2,3,6,7)$

$= \acute{b}c\acute{a} + \acute{b}ca + bc\acute{a} + bca$

$= a'b'c + ab'c + a'bc + abc$ $\quad f_1 \neq f_2$

$f_2(a,b,c) = \sum m(1,5,3,7)$

$$\begin{cases} f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \bar{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) = 1 \\ f(x_1, x_2, \dots, x_n) + \bar{f}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^{n} m_i \end{cases}$$

$$\sum_i m_i = 1 \qquad \prod_i M_i = 0$$

نمایش های استاندارد توابع:

- مجموع PT ها (Sum of Products) SOP
- حاصلضرب جمع ها (ST)

Product of Sums = POS

Karnaugh Map (KM) جدول کارنو

۱- متغیرها در سطر و ستون بخش می‌شوند.

۲- به ترتیب کد Gray نوشته می‌شوند.

فاصله‌ی همینگ = 1

AB	00	01	10	11
	0	0	0	1

$F = A.B$

B \ A	0	1
0	0	0
1	0	1

$F = A.B = m_3$

$\bar{B}$ \ A	$\bar{A}$	A
$\bar{B}$		
B		

نمودار ون

$A.B$

B \ A	0	1
0	0	1
1	1	1

$F = A + B = M_0$

هر خانه جدول کارنو = minterm

ab \ cd	00	01	11	10
00	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}d$	$\bar{a}\bar{b}c\bar{d}$	$\bar{a}\bar{b}cd$	$\bar{a}b\bar{c}d$
01	$\bar{a}b\bar{c}d$		$\bar{a}bcd$	$\bar{a}bc\bar{d}$
11			$abcd$	
10	$a\bar{b}\bar{c}d$			

00, 01, 10, 11

d = 2

$\bar{a}bc$

ab \ cd	00	01	11	10
00	m_0	m_1	m_3	m_2
01	m_4	m_5	m_7	m_6
11	m_{12}	m_{13}	m_{15}	m_{14}
10	m_8	m_9	m_{11}	m_{10}

M

$f(a,b,c,d)$

ab \ cd	00	01	11	10
00	m_0	m_4	m_{12}	m_8
01	m_1	m_5	m_{13}	m_9
11	m_3	m_7	m_{15}	m_{11}
10	m_2	m_6	m_{14}	m_{10}

اساس ساده سازی برمبنای KM : فاصله همینگ = 1

$AB + A\bar{B} = A$ $\quad ab'c' + abc' = ac'$

مثال: تابع $F = \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + x\bar{y}z$ را ساده کنید.

xy \ z	00	01	11	10
0		1		1
1		1		1

$\bar{x}yz' + \bar{x}yz = \bar{x}y(z+z')$

$F = \bar{x}y + x\bar{y}$