قاعده دوگانی (Duality) : اگر دریک اتحاد ، دوگان آن را پیدا کنید یک اتحاد درست به دست می آید.

$x+3=7 \quad (x=4)$

$(x+1)^2 = x^2+2x+1$

$a+0=a \leftrightarrow a\cdot 1=a$

$a\cdot b+c+\cdots$

اولویت عملگرها

۱- پرانتز

۲- مکمل

۳- ضرب

۴- جمع

اصل های جبر بول :

1) $a+0=a \leftrightarrow a\cdot 1=a$

2) $a+b=b+a \leftrightarrow a\cdot b=b\cdot a$

3) $a\cdot(b+c)=a\cdot b+a\cdot c \leftrightarrow a+(b\cdot c)=(a+b)\cdot(a+c)$

4) $a\cdot\bar{a}=0 \leftrightarrow a+\bar{a}=1$

$a+a=a \leftrightarrow a\cdot a=a$

$a+1=1 \leftrightarrow a\cdot 0=0$

$1'=0 \leftrightarrow 0'=1$

$(a+b)+c=a+(b+c) \leftrightarrow (a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

$*$ ∘

$+$ •

$B=\{0,1\}$

x y	$x\cdot y$	$x+y$
0 0	0	0
0 1	0	1
1 0	0	1
1 1	1	1

$\underbrace{a+(a\cdot b)}=a \leftrightarrow a\cdot(a+b)=a$

$a\cdot 1+a\cdot b=a\cdot(1+b)=a\cdot(b+1)=a\cdot 1=a$

$(a')' = a \leftrightarrow (a')' = a$

$a+(b+c)=(a+b)+c \longleftrightarrow a\cdot(b\cdot c)=(a\cdot b)\cdot c$

$a+\bar{a}b = a+b \leftrightarrow a\cdot(\bar{a}+b)=a\cdot b$

اثبات: $a+\bar{a}\cdot b = \underbrace{(a+\bar{a})}_{1}\cdot(a+b) = 1\cdot(a+b) = a+b$

قضیه دمورگان

De Morgan's law

$\underbrace{(a+b)' = a'\cdot b'}_{\text{اثبات}} \longleftrightarrow (a\cdot b)' = a'+b'$

دو مقدار x و y نقیض هم هستند اگر و تنها اگر:

$\begin{cases} x+y=1 \\ x\cdot y=0 \end{cases}$ $\quad 0+1=1 \checkmark \quad 1+1=1$
$\quad 0\cdot 1=0 \quad 1\cdot 1\neq 0$

$(a+b)$, $a'\cdot b'$
نقیض هم هستند؟

$\begin{cases} (a+b)+a'\cdot b'=1 \checkmark \longrightarrow a+\underline{a'b'}+b = \underbrace{(a+a')}_{1}(a+b')+b = a+\underbrace{b'+b}_{1} = 1 \\ (a+b)\cdot a'b'=0 \checkmark \longrightarrow (a'b')\cdot a+(a'b')\cdot b = 0+0=0 \end{cases}$

قانون جذب

$ab+\bar{a}c+bc = ab+\bar{a}c \longleftrightarrow (a+b)\cdot(\bar{a}+c)\cdot(b+c) = (a+b)\cdot(\bar{a}+c)$

$ab\underbrace{(1+c)}_{1}+\bar{a}c\underbrace{(1+b)}_{1} = ab+abc+\bar{a}c+\bar{a}bc$

$=ab+(a+\bar{a})\cdot bc+\bar{a}c$

$=ab+bc+\bar{a}c=$ سمت چپ

سه حالت خاص جبر بول: جبر مجموعه ها، جبر گزاره ها، جبر سوئیچ ها

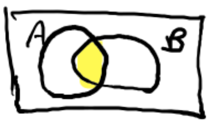
جبر مجموعه ها: اجتماع: $\cup$ ($+$) اشتراک: $\cap$ ($\cdot$) M: مجموعه مرجع (1) ϕ: مجموعه تهی (0)

$A\cup B = B\cup A$

$A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$

$A\cup\phi = A \leftrightarrow A\cap M = A$

$A\cup M = M$



نمودار ون

$a+1=1$

"0" $F=False$ نادرست

"1" $T=True$ درست : جبر گزاره ها

یا $=OR$ ($+$)　　و $=AND$ ($\cdot$)

$abc=1$

$a+b+c=1$

تابع فرد　$Exclusive\ OR=XOR$

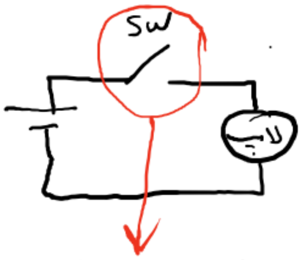
$a\oplus b\oplus c=1 \longrightarrow$ تعداد "1" ها در (a,b,c) فرد است

تابع زوج　$Equivalence = XNOR = Exclusive\ NOR$

	a	b	$a\oplus b$	$\overline{a\oplus b}$
*	0	0	0	1
	0	1	1	0
	1	0	1	0
*	1	1	0	1

$a=b \Leftrightarrow \overline{a\oplus b}=1$

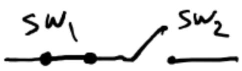
جبر سوئیچ ها　switching Algebra



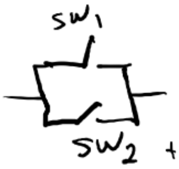
$sw=\begin{cases} \text{وصل} : 1 \longrightarrow \text{لامپ روشن است} \\ \text{قطع} : 0 \longrightarrow \text{لامپ خاموش است} \end{cases}$

$sw_1\ AND\ sw_2 = 1 \longrightarrow$ لامپ روشن

$= 0 \longrightarrow$ لامپ خاموش



$\Rightarrow$ لامپ خاموش



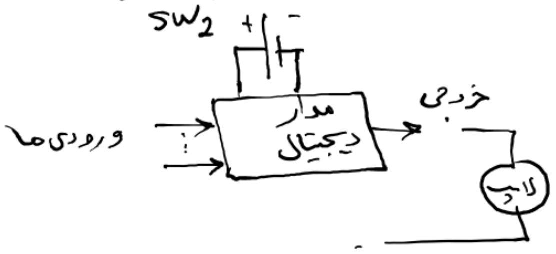
$\Rightarrow SW_1$ OR $SW_2 = 1 \Rightarrow$ لامپ روشن

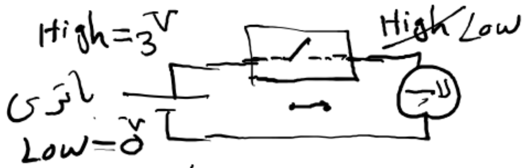
OR ← +

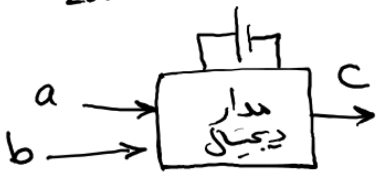
AND ← •

High ← 1 T

Low ← 0







ولتاژ

a	b	c
L	L	L
L	H	L
H	L	L
H	H	H

قرارداد
L=0
H=1

a	b	c
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND
منطق مثبت
positive Logic

قرارداد
L=1
H=0

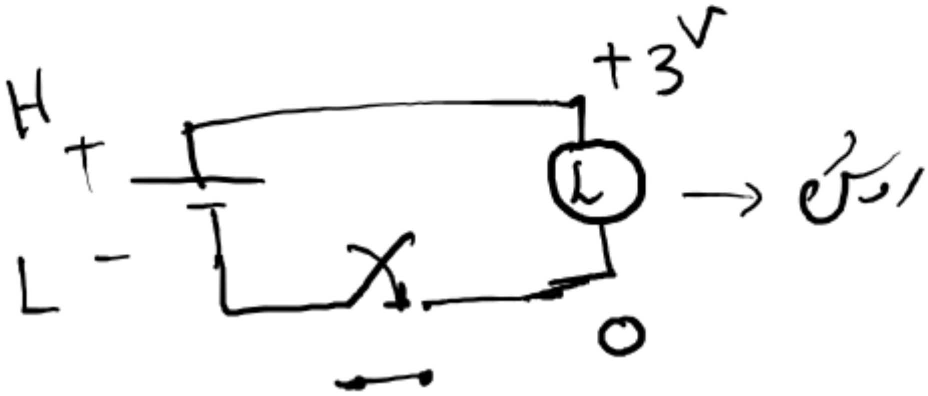
a	b	c
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

OR
منطق منفی
Negative Logic

0 ↔ 1

AND ↔ OR

+ ↔ •



H = 1

L = 0