



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

تمرین سری پنجم

مسئله‌ی ۱*. کمینی

الف) به کمک پشته و حافظه اضافی از مرتبه‌ی $O(1)$ یک داده ساختار جدید مانند پشته ارائه دهید که بتواند علاوه بر عملیات‌های درج و حذف، عملیات‌های یافتن عنصر کمینه (FindMin) و یافتن عنصر کمینه (FindMax) را از مرتبه زمانی $O(1)$ انجام دهد.

ب) آیا می‌توان داده ساختار قسمت الف را به گونه‌ای تغییر داد که عملیات حذف کمینه (DeleteMin) را نیز در $O(1)$ انجام دهد؟

ج) داده ساختاری همانند صف طراحی کنید که علاوه بر عملیات‌های درج و حذف، عملیات یافتن عنصر کمینه (FindMin) را در $O(1)$ انجام دهد.

(آتوسا چگینی)

مسئله‌ی ۲. پشتک

می‌خواهیم m عدد پشته را در آرایه‌ای با اندازه n نگه‌داری کنیم. یکی از راه‌حل‌های ممکن این است که آرایه را به دسته‌های $\frac{n}{m}$ تایی تقسیم کنیم و هر قسمت را به یک پشته اختصاص دهیم، اما این راه از لحاظ حافظه بهینه نیست (ممکن است در یکی از پشته‌ها درج بیشتری انجام گیرد که منجر به سرریز شود، در صورتی که در بعضی از پشته‌ها همچنان فضای خالی موجود باشد). روشی کارا برای این کار پیشنهاد دهید.

مسئله‌ی ۳*. نیمه برعکس

نیاز به ساختاری شبیه به پشته داریم که سه عملیات زیر را در زمان $O(1)$ انجام دهد:

- Push(x) : عنصر x را به بالای پشته اضافه می‌کند.
- Pop() : عنصر بالای پشته را از آن خارج می‌کند و برمی‌گرداند.
- Reverse() : عنصر بالای پشته را برعکس می‌کند (که k یک عدد ثابت و مشخص است).

فرض کنید دستور سوم تنها زمانی قابل قبول است که تعداد عناصر پشته بیشتر از k باشد. یک پیاده‌سازی برای این داده ساختار ارائه دهید. (علی عباسی)

مسئله‌ی ۴.* به عقب برنمی‌گردیم

یک لیست یک طرفه داریم که هر عنصر فقط به عنصر بعدی خود اشاره دارد. می‌خواهیم با انجام پیش‌پردازشی از زمان $O(n)$ و حافظه‌ی اضافی $O(\sqrt{n})$ ، لیست را به گونه‌ای تغییر دهیم که بعد از پیش‌پردازش، هر عنصر به عنصر قبل از خود در زمان $O(\sqrt{n})$ دسترسی داشته باشد. راهی برای این کار پیشنهاد دهید.

(علی عباسی)

مسئله‌ی ۵. دو فرزند

یک درخت T یا n عنصر در نظر بگیرید که گره‌های غیر برگ آن همگی ۲ فرزند دارند. فرض کنید $E(T)$ و $I(T)$ به ترتیب مجموع عمق برگ‌ها و مجموع عمق عناصر غیر برگ است. رابطه‌ای بین $E(T)$ و $I(T)$ بیابید و آن را ثابت کنید.

مسئله‌ی ۶.* پشته و صف

الف) روش پیاده‌سازی یک صف با دو پشته را توضیح دهید و هزینه‌ی سرشکن n عملیات حذف و اضافه به صف را بیابید.

ب) برای پیاده‌سازی یک پشته با تعدادی صف، حداقل به چه تعداد صف نیاز خواهیم داشت؟ آیا هزینه‌ی سرشکن n عملیات درج و حذف مانند قسمت الف است؟

(علی عباسی)

مسئله‌ی ۷.* پویا

آرایه پویا داده‌ساختاری همانند آرایه است با این تفاوت که در صورتی که تمام خانه‌های آن پر شوند، طول آن دوبرابر می‌شود. با استفاده از روش تابع پتانسیل، هزینه n عمل درج را به صورت سرشکن تحلیل کنید.

(آتوسا چگینی)