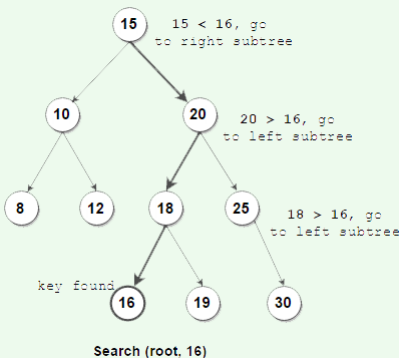




در جلسه قبل در مورد درخت دودویی جستجو صحبت کردیم و نحوه‌ی جستجو، درج و حذف از ددج و همچنین مرتب سازی با استفاده از ددج را مورد بررسی قرار دادیم. ابتدا به نحوه‌ی جستجو، درج و حذف از درخت دودویی جستجو می‌پردازیم:

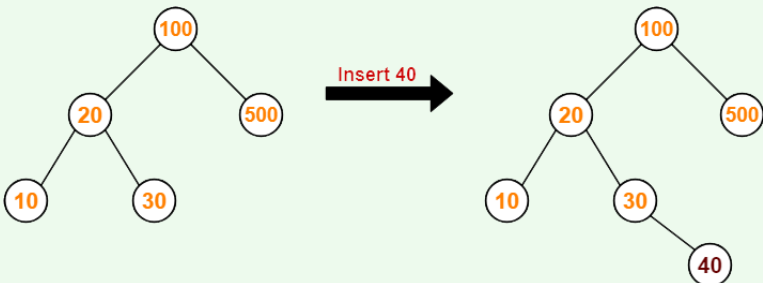
- جستجو در ددج: برای پیدا کردن یک عدد در ددج ابتدا عدد مورد نظر را با راس اول مقایسه کرده و اگر از آن کوچک‌تر بود به زیر درخت سمت چپ می‌رویم و اگر از آن بزرگ‌تر بود به سمت راست رفته و مقایسه را تا پیدا کردن عدد مورد نظر ادامه می‌دهیم. در تصویر زیر نحوه‌ی جستجوی عدد ۱۶ در ددج آمده است:



مرتبه زمانی جستجوی یک عدد در ددج برابر $O(h)$ است که h ارتفاع درخت دودویی جستجو می‌باشد.

- درج کردن در ددج: درج کردن یک عدد جدید در ددج مشابه جستجو است. با این تفاوت که تا جایی پیش می‌رویم که دیگر راسی برای مقایسه وجود نداشته باشد و سپس عدد را به عنوان برگ به ددج اضافه می‌کنیم. بنابراین مرتبه زمانی درج کردن در ددج $O(h)$ است.

در تصویر زیر چگونگی درج عدد ۴۰ در ددج آمده است:



- حذف کردن از ددج: ابتدا دو اصطلاح $pre(x)$ و $post(x)$ را تعریف می‌کنیم:

– بزرگ ترین عضو زیردرخت چپ x را $pre(x)$ می‌نامیم.

– کوچک ترین عضو زیردرخت راست x را $post(x)$ می‌نامیم.

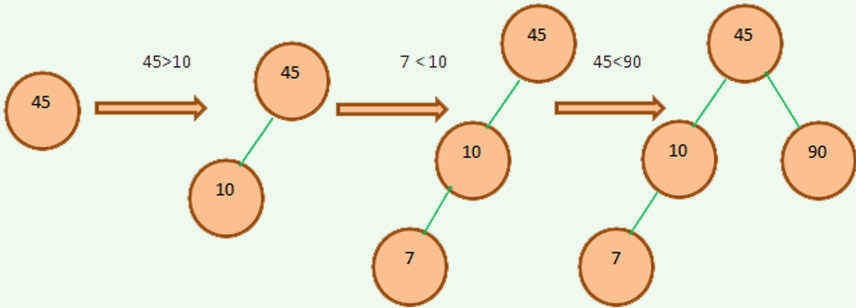
حال برای حذف راس x دو حالت وجود دارد:

۱. راس x برگ باشد: راس را به راحتی از ددج حذف می‌کنیم.

۲. راس x برگ نباشد: در این صورت x را با $pre(x)$ جایگزین کرده و $pre(x)$ را به صورت بازگشتی حذف می‌کنیم. اگر $pre(x)$ موجود نباشد (راس x فرزند چپ نداشته باشد)، راس x را با $post(x)$ جایگزین کرده و $post(x)$ را به طور بازگشتی از ددج حذف می‌کنیم.

حال به بررسی الگوریتم مرتب سازی با استفاده از ددج می‌پردازیم:

می‌دانیم که پیمایش میان‌ترتیب یک درخت دودویی جستجو دنباله‌ای مرتب تولید می‌کند. پس اگر اعداد دنباله را در یک ددج درج کرده و سپس یک پیمایش میان‌ترتیب انجام دهیم، دنباله مرتب شده حاصل می‌شود. می‌خواهیم دنباله ۴۵، ۱۰، ۷، ۹۰ را با استفاده از ددج مرتب می‌کنیم. همانند شکل زیر ابتدا ددج مربوط به این دنباله را ایجاد و سپس ددج را به صورت میان‌ترتیب پیمایش می‌کنیم. دنباله حاصل ۷، ۱۰، ۴۵، ۹۰ خواهد شد.



این الگوریتم را در بهترین حالت، حالت متوسط و بدترین حالت بررسی می‌کنیم:

- بدترین حالت: این حالت زمانی اتفاق می‌افتد که اعداد دنباله صعودی و یا نزولی باشند. در این صورت برای درج هر عدد در ددج بایستی آن را با تمام اعداد قبلی مقایسه کرد. بنابراین زمان اجرای الگوریتم در بدترین حالت از $O(n^2)$ است.
- بهترین حالت: در این حالت ارتفاع درخت از مرتبه $O(\log n)$ است. بنابراین تعداد مقایسه برای درج هر عدد در ددج $O(\log n)$ بوده و تعداد کل مقایسه از مرتبه $O(n \log n)$ می‌باشد.
- حالت متوسط: حالت متوسط را با این شرط حساب می‌کنیم که احتمال همه حالت های قرار گیری اعداد یکسان باشد. می‌دانیم که هر عضو دنباله تنها با اعضای پیش از خود مقایسه می‌شود. حال متوسط تعداد اجداد عدد x را حساب کرده و ملاحظه می‌کنیم که از $\theta(\log n)$ می‌باشد. بنابراین الگوریتم در حالت متوسط از $\theta(n \log n)$ می‌باشد.

