



|                     |                       |             |
|---------------------|-----------------------|-------------|
| یادآوری جلسه سیزدهم | صف اولویت و هرم کمینه | کیان بهادری |
|---------------------|-----------------------|-------------|

در جلسه قبل ابتدا به بررسی روش‌های پیاده سازی صف اولویت پرداختیم و سپس هرم‌ها را مورد بررسی قرار دادیم. داده ساختار صف اولویت، بایستی بتواند دو عمل زیر را انجام دهد:

- $insert(x)$  : این دستور، مقدار  $x$  را در داده ساختار ذخیره می‌کند.
- $deletemin()$  : این دستور، مقدار کمینه اعداد موجود در داده ساختار را از آن حذف کرده و برمی‌گرداند.

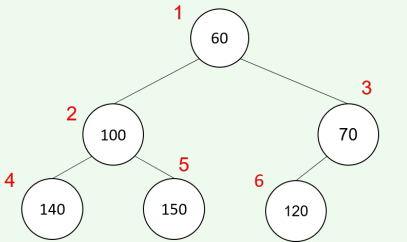
برای پیاده‌سازی صف اولویت روش‌های زیر وجود دارد:

۱. پیاده سازی با استفاده از آرایه
  - اضافه کردن: عدد را به انتهای آرایه اضافه می‌کنیم.  $O(1)$
  - حذف کمینه: عدد کمینه را در آرایه پیدا کرده، حذف می‌کنیم و عناصر پس از آن را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم.  $O(n)$
۲. پیاده سازی با استفاده از لیست پیوندی
  - اضافه کردن: یک عنصر جدید با مقدار  $x$  به لیست پیوندی اضافه می‌کنیم.  $O(1)$
  - حذف کمینه: عدد کمینه را در لیست پیدا می‌کنیم، و آن عنصر را از لیست پیوندی حذف می‌کنیم.  $O(n)$
۳. پیاده سازی با استفاده از آرایه مرتب شده
  - اضافه کردن: جایگاه عدد را در آرایه پیدا کرده و اعداد پس از آن را یک واحد به راست منتقل می‌کنیم.  $O(n)$
  - حذف کمینه: عدد کمینه را از آرایه حذف می‌کنیم. در صورت صعودی بودن مرتب سازی، عنصر اول را حذف کرده و سایر عناصر را یک واحد به چپ منتقل می‌کنیم و در صورت نزولی بودن، کافی است عنصر انتهای آرایه را حذف کنیم. (این عملیات در صورت صعودی بودن آرایه از مرتبه  $O(n)$  و در صورت نزولی بودن از مرتبه  $O(1)$  می‌باشد).

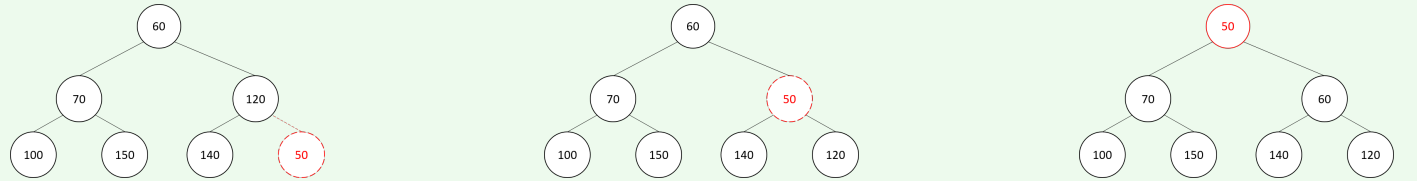
۴. پیاده سازی با استفاده از درخت دودویی جستجوی بالانس شده: مرتبه زمانی عملیات درج و حذف در درخت دودویی با ارتفاع  $h$  از  $O(h)$  می‌باشد. در اینجا ارتفاع ددج از مرتبه  $O(\log n)$  است. بنابراین:

- اضافه کردن: عدد را در درخت درج کنیم.  $O(\log n)$
- حذف کمینه: عدد را از درخت حذف کنیم.  $O(\log n)$

حال به بررسی هرم کمینه می‌پردازیم.هرم کمینه یک درخت دودویی کامل است که مقدار ذخیره شده در هر راس آن از مقدار ذخیره شده در فرزندانش کمتر است. ویژگی مهم درخت دودویی کامل این است که پیاده‌سازی بسیار خوبی دارد:  
اندیس پدر  $i$  برابر  $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$  و اندیس فرزندان  $i$  برابر  $(i + 1) \times 2$  و  $i \times 2$  می‌باشد. این شماره گذاری کمک می‌کند تا هرم را بتوان به کمک آرایه پیاده سازی کرد.

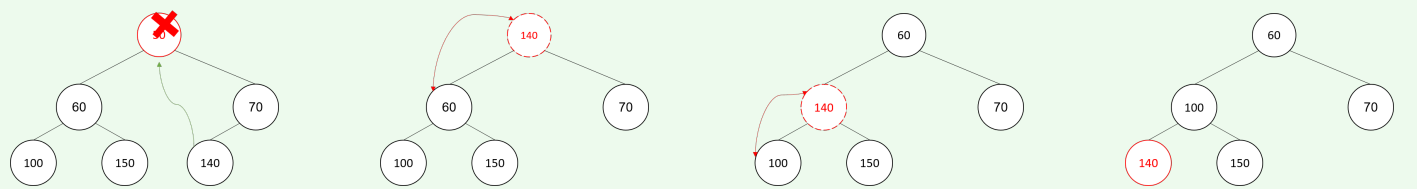


**اضافه کردن:** برای اضافه کردن یک عنصر به درخت کمینه کافیت عنصر را در راسی که برای حفظ کامل بودن درخت دودویی مشخص است، اضافه کرده و سپس آن را با پدرش مقایسه کنیم. اگر مقدار ذخیره شده در این راس از پدرش کمتر باشد، آن‌را با پدرش جابه‌جا می‌کنیم و این مراحل را تا زمانی که مقدار این راس بزرگ‌تر یا مساوی مقدار ذخیره شده در پدرش باشد ادامه می‌دهیم.



شکل ۱: مراحل اضافه کردن عدد ۵۰ به هرم کمینه

**حذف کمینه:** برای حذف کمینه، بایستی عنصر ریشه را حذف کرده و آخرین عنصر هرم را به جای آن قرار دهیم؛ سپس مقدار آن‌را با فرزندانش مقایسه می‌کنیم و در صورت کوچکتر بودن حداقل یکی از فرزندانش، آن‌را با کوچکترین فرزند جابجا می‌کنیم و این مراحل را تا جایی که مقدار ذخیره شده در این عنصر کوچک‌تر یا مساوی هر دو فرزندش باشد، ادامه می‌دهیم. در شکل زیر مراحل حذف کمینه هرم نشان داده شده است:



شکل ۲: مراحل حذف کمینه از یک هرم کمینه

**مرتب‌سازی هرمی:** در این مرتب‌سازی، ابتدا آرایه را به هرم تبدیل می‌کنیم(آرایه را در مرتبه زمانی  $O(n)$  یا  $O(n \log n)$  می‌توان به هرم تبدیل کرد). و سپس،  $n$  بار عمل حذف کمینه را انجام می‌دهیم که هر یک از مرتبه زمانی  $O(\log n)$  است پس پیچیدگی زمانی نهایی  $O(n \log n)$  می‌باشد.



**پرسش:** ارقام شماره دانشجویی خود را در نظر بگیرید. ابتدا رقم‌های تکراری آن را حذف کنید. سپس، این اعداد را به همراه اعداد ۱۳ و ۱۷ در یک هرم کمینه قرار دهید. سپس پیاده‌سازی آن در یک آرایه را مشخص کنید. هرم شما باید به گونه‌ای باشد که آرایه نهایی به صورت مرتب شده نباشد.  
پاسخ‌های خود را به [این لینک](#) ارسال کنید.