



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۴۰۱-۱۴۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

تمرین سری دوازدهم

مسئله‌ی ۱*. پیدا کردن گنج

یک ماتریس n در m به شما داده شده است که خانه‌های آن با ۰ و ۱ پر شده اند، به صورتی که ۰ به معنای بمب و ۱ به معنای خانه‌ی امن است. هدف شروع کردن از خانه‌ای امن از ستون اول و رسیدن به خانه‌ای امن از ستون آخر است. همچنین حرکت فقط در راستاهای بالا، پایین، راست و چپ مجاز است. الگوریتمی ارائه دهید که یک مسیر امن پیدا کند. در شکل زیر نمونه‌ای از یک ماتریس و جواب صحیح را مشاهده می‌کنید.

0	0	1	0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	1	1	1	1	1	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	0	1	1	1

(محمد مهدی ابوترابی)

مسئله‌ی ۲*. مسیر رنگی رنگی

به شما یک گراف جهت دار داده شده است که هر یال آن با یکی از چهار رنگ سبز، بنفش، قرمز و آبی رنگ شده است. همچنین دو راس s و t داده شده است. هدف پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر از s به t است به گونه‌ای که در این مسیر هیچ دو یال متوالی هم‌رنگ نباشند. الگوریتمی برای این کار ارائه دهید.

(محمد مهدی ابوترابی)

مسئله‌ی ۳*. گراف قویاً همبند

گراف جهت داری را قویاً همبند می‌نامیم که از هر راس به هر راس دیگر مسیری وجود داشته باشد.

- الگوریتمی از $O(V^3)$ ارائه دهید که چک کند آیا یک گراف قویاً همبند است یا خیر.
- زمان الگوریتم خود را به $O(V + E)$ بهبود دهید.

(محمد مهدی ابوترابی)

مسئله ۴. درخت دودویی

فرض کنید یک درخت دودویی و نیز دو عدد سطح آغاز و سطح پایان هم به شما داده می‌شود. الگوریتمی از زمان $O(n)$ ارائه دهید که تمام راس‌های میان سطح آغاز و پایان را به ترتیب از سطح آغاز و از چپ به راست چاپ کند. منظور از n تعداد رئوس است.

مسئله ۵*. جد

یک گراف همبند و n راسی را در نظر بگیرید و فرض کنید درخت حاصل از اجرای الگوریتم BFS روی این گراف را با شروع از راس معین s داریم.

- الگوریتمی از مرتبه زمانی $O(n)$ ارائه دهید که دو راس متمایز از گراف را گرفته و پایین‌ترین جد مشترک آن‌ها در درخت BFS را خروجی دهد.
- این بار فرض کنید علاوه بر درخت BFS یک آرایه‌ی n تایی نیز در اختیار داریم که فاصله راس v_i از راس s در خانه‌ی i ام این آرایه قرار گرفته است. این بار الگوریتمی از مرتبه زمانی $O(n)$ و با حافظه‌ای از مرتبه‌ی $O(1)$ ارائه دهید که پایین‌ترین جد مشترک دو راس متمایز را بیابد.

(امیرحسین علی محمدی)

مسئله ۶*. زوج‌ها

زوج مرتب (a, b) می‌تواند زوج مرتب (c, d) را ببرد اگر $a \geq c$ و $b \geq d$. n زوج عدد a_i و b_i به همراه m رابطه‌ی برنده شدن به این صورت که کدام زوج می‌تواند کدام زوج را ببرد داریم. می‌خواهیم هر کدام از این زوج‌ها را به صورت زوج مرتب (a_i, b_i) یا (b_i, a_i) بنویسیم به طوری که تمام m رابطه برقرار باشند. الگوریتمی از $O(E + V)$ ارائه دهید که امکان انجام این کار را بررسی کند.

(امیرحسین علی محمدی)

مسئله ۷*. یک ترتیب

همه‌ی گراف‌های ۴ راسی را بیابید که دارای راسی باشند که بتوان از آن راس الگوریتم‌های DFS و BFS را اجرا و درخت‌های یکسانی تولید کرد. برای یک گراف n راسی چه می‌توان گفت؟ (امیرحسین علی محمدی)