



دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

داده ساختار

نیم‌سال اول ۹۹-۰۰

مدرس: مسعود صدیقین

کوییز دوم

هرتپ سازی و گراف

زمان: یک ساعت

توضیح:

- این کوییز یک و نیم نمره داره و زمان آن یک ساعت است.
- پاسخ هر سوال را بر روی یک برگه جداگانه بنویسید. هر سوال ۰/۷۵ نمره دارد.
- بر روی هر برگه، نام و نام خانوادگی و شماره دانشجویی خود را بنویسید.
- پاسخ‌های خود را داخل کوئرا آپلود کنید.

مسئله‌ی ۱. نادر جا (مرتب‌سازی)

آرایه A شامل n عدد داده شده است. در این آرایه، همه عناصر به غیر از ۵ عنصر در جای درست خود در حالت مرتب شده هستند. در واقع، اگر A را مرتب کنیم، تنها در ۵ خانه با A قبل از مرتب شدن تفاوت دارد و سایر عناصر در جای قبلی خود قرار می‌گیرند. الگوریتمی ارائه دهید که این آرایه را مرتب کند. پیچیدگی زمانی الگوریتم خود را تا حد ممکن بهینه کنید.

مسئله ۲. رنگ آمیزی (BFS)

یک رنگ آمیزی معتبر برای یک گراف رنگ کردن هر کدام از راس های آن است، به طوری که دو راس مجاور دارای رنگ یکسان نباشند. عدد رنگی گراف G که با $\chi(G)$ نشان می دهند، کمترین تعداد رنگ لازم است که با آنها می توان گراف G را به صورت معتبر رنگ کرد.

الف) اگر G دو بخشی با حداقل یک یال باشد، $\chi(G)$ آن چند است؟

ب) اگر در گراف G ، درجه هر راس حداکثر برابر با k باشد، نشان دهید که $\chi(G) \leq k + 1$. (راهنمایی: راس ها را یکی یکی رنگ کنید)

ج) با استفاده از قسمت ب، این گزاره را ثابت کنید: فرض کنید در گراف G ، از هر راس حداکثر k دور با طول فرد عبود می کند. در این صورت، نشان دهید $\chi(G) < 2k + 2$. (راهنمایی: از یک راس دلخواه BFS بزنید. به یاد آورید در چه صورتی دور فرد داشتیم...)