



ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

نیم‌سال اول ۱۴۰۰-۱۴۰۱
مدرس: مسعود صدیقین

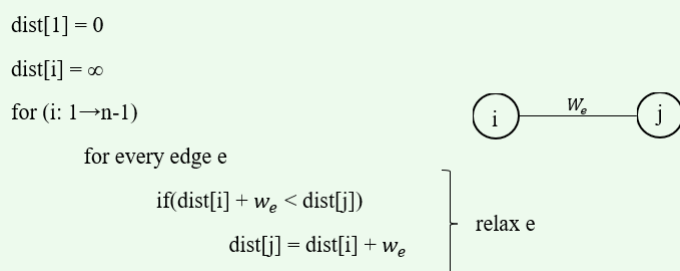
علی نظری

کوتاه‌ترین مسیر در گراف

یادآوری جلسه بیست‌وپنجم

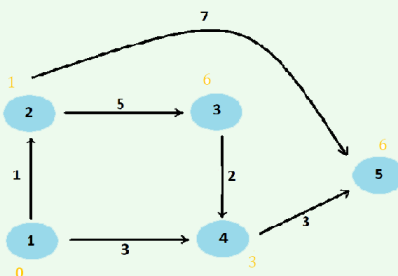
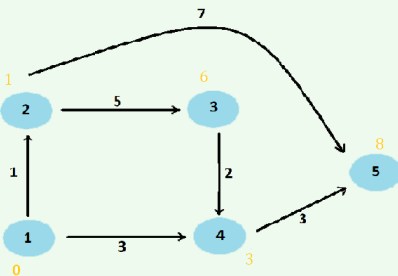
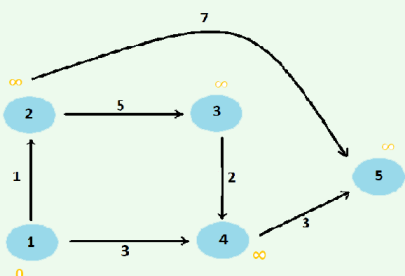
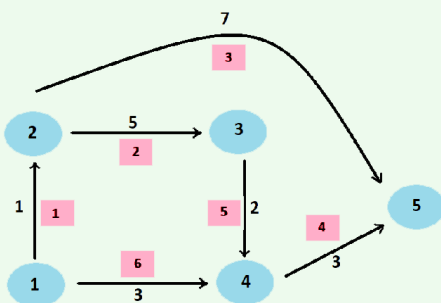
در جلسات پیش‌تر الگوریتم دایسترا، برای به‌دست آوردن کوتاه‌ترین مسیر بین دو راس در گراف جهت‌دار با یال‌هایی با وزن مثبت معرفی شد. این الگوریتم برای گراف دارای یال‌های با وزن منفی به‌درستی عمل نمی‌کند. در جلسه گذشته ابتدا الگوریتم بلمن فورد را مورد بحث قرار دادیم و سپس به بررسی الگوریتم فلویید-وارشال پرداختیم.

الگوریتم بلمن فورد: این الگوریتم نیز کوتاه‌ترین مسیر بین یک راس تا سایر راس‌ها را می‌یابد. نحوه انجام این الگوریتم به صورت زیر می‌باشد:



- زمان اجرای الگوریتم بلمن فورد از مرتبه $O(nm)$ است.
- این الگوریتم، برای گراف‌هایی که یال با وزن منفی دارند اما دور منفی ندارند نیز کاربرد دارد.

حال می‌خواهیم الگوریتم بلمن فورد را برای گراف شکل زیر که ترتیب *relax* کردن یال‌ها با رنگ صورتی مشخص شده است، پیاده‌سازی کنیم.



الگوریتم فلویید وارشال: این الگوریتم کوتاه‌ترین مسیر بین تمام راس‌ها را به دست می‌آورد. روش پیاده‌سازی این الگوریتم به صورت زیر است:

$$\forall_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n} \text{dist}[i][j] = \begin{cases} 0 & \text{if } i = j \\ \infty & \text{if } i \neq j \end{cases}$$

ابتدا آرایه dist را در نظر گرفته و آن را به صورت روبه‌رو مقداردهی اولیه می‌کنیم:

```
for (k: 1→n)
  for (i: 1→ n)
    for (j: 1→n)
      if ( dist[i][j] > dist[i][k] + dist[k][j])
        dist[i][j] = dist[i][k] + dist[k][j]
```

- پیچیدگی زمانی این الگوریتم از مرتبه $O(n^3)$ است.

