



دانشگاه صنعتی شریف  
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

درس نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

## سوالات نمونه

مجموعه‌ی ۴ : زبان‌های منظم - بخش ۱

استاد: دکتر علی موقر

تیم دستیاران درس - نیم‌سال دوم ۰۲ - ۰۱

۱۰ فروردین ۱۴۰۲

## ۱. مفاهیم ماشین‌های حالت متناهی

### ۱.۱

برای هر کدام از زبان‌های منظم زیر که به زبان طبیعی توصیف شده‌اند، یک ماشین متناهی قطعی طراحی نمایید که رشته‌های آن زبان را بپذیرد.

الف) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای  $\{a, b\}$  که  $aa$  را دارند اما فاقد  $bb$  هستند.

ب) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای  $\{a, b\}$  که تعداد  $a$ ها مضرب سه بوده و نیز فاقد زیررشته‌ی  $aba$  باشند.

پ) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای  $\{0, 1\}$  که تعداد  $0$ ها و  $1$ ها در آن‌ها برابر باشد و هر پیشوندی<sup>۱</sup> از رشته‌ی مربوطه را که در نظر بگیریم، حداکثر یک  $0$  بیشتر از تعداد  $1$ ها و حداکثر یک  $1$  بیشتر از تعداد  $0$ ها داشته باشد.

ت) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای  $\{0, 1\}$  که اگر آن‌ها را معادل دودویی اعداد طبیعی در نظر بگیریم، عدد مربوطه هم‌نهمشت  $1$  به پیمانه‌ی  $3$  باشد.

ث) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای  $\{0, 1\}$  که صرفاً یا دو  $0$  متوالی و یا دو  $1$  متوالی داشته باشند.

ج) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای  $\{a, b\}$  که هر پنج کاراکتر متوالی را که در نظر بگیریم، بین آن‌ها دست‌کم دو  $a$  وجود داشته باشد.

### ۲.۱

ماشین متناهی قطعی  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$  را در نظر بگیرید. تابع  $\delta^*$  از مجموعه‌ی  $Q \times \Sigma^*$  به  $Q$  با فرض اینکه  $q \in Q$ ،  $a \in \Sigma$  و  $\omega \in \Sigma^*$ ، به شیوه‌ی زیر تعریف می‌کنیم:

$$1) \delta^*(q, \epsilon) = q$$

$$2) \delta^*(q, \omega a) = \delta(\delta^*(q, \omega), a)$$

---

<sup>1</sup>Prefix

اثبات کنید که به ازای هر دو رشته  $\omega_1$  و  $\omega_2$  روی الفبای  $\Sigma$  گزاره‌ی زیر صدق می‌کند:

$$\delta^*(q, \omega_1 \omega_2) = \delta^*(\delta^*(q, \omega_1), \omega_2)$$

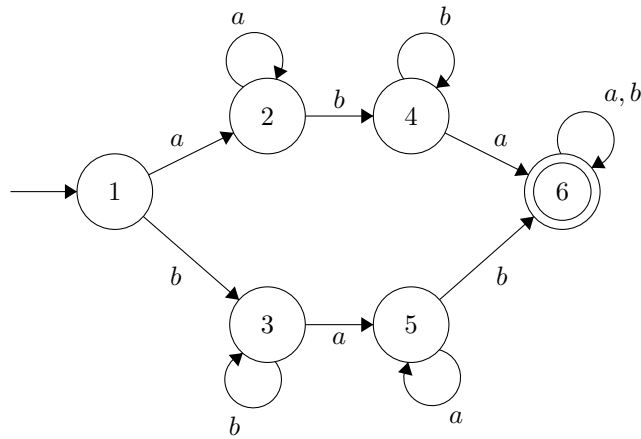
۳.۱

ماشین متناهی قطعی  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma = \{a, b\}, \delta, q_0, F)$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم ماشین جدید  $\mathcal{A}' = (Q', \Sigma', \delta', q_0, F')$  را به شیوه‌ی زیر تعریف کنیم:

$$Q' = Q \cup \{r, s\} \quad \Sigma' = \Sigma \cup \{\$ \} \quad F' = \{s\} \quad \delta'(q, t) = \begin{cases} \delta(q, t) & q \in Q, t \in \Sigma \\ s & q \in F, t = \$ \\ q_0 & q \in Q \setminus F, t = \$ \\ r & q \in \{r, s\}, t \in \{a, b\} \\ s & q \in \{r, s\}, t = \$ \end{cases}$$

الف) برحسب زبان ماشین دلخواه  $\mathcal{A}$  توضیح دهید که ماشین  $\mathcal{A}'$  چه رشته‌هایی را می‌پذیرد.

ب) اگر  $\mathcal{A}$  ماشین زیر باشد، دیاگرام مربوط به  $\mathcal{A}'$  را رسم نمایید.

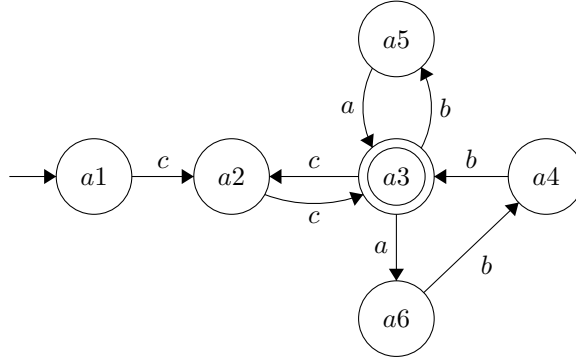


۴.۱

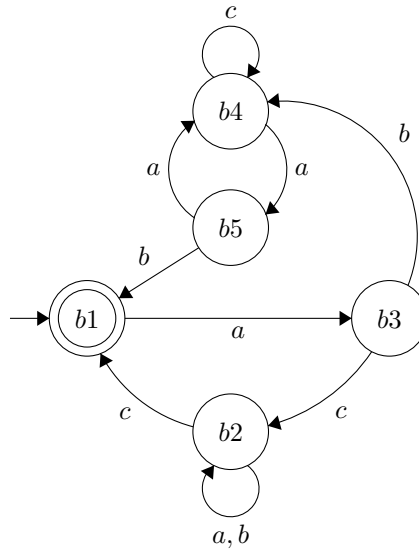
ماشین متناهی غیرقطعی  $\mathcal{A} = (Q_1, \Sigma = \{a, b, c\}, \delta_1, q_{01}, F_1)$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم ماشین جدید  $\mathcal{A}' = (Q_1, \Sigma, \delta'_1, q_{01}, F'_1)$  را به شیوه‌ی زیر تعریف کنیم:

$$F'_1 = \{q_{01}\} \quad \delta'_1(q, t) = \begin{cases} \delta_1(q, t) & \text{if } \delta_1(q, t) \cap F_1 = \emptyset \\ \delta_1(q, t) \cup \{q_0\} & \text{Otherwise} \end{cases}$$

الف) اگر  $\mathcal{A}$  ماشین زیر باشد، دیاگرام مربوط به  $\mathcal{A}'$  را رسم نمایید.



ب) فرض کنید که  $\mathcal{A}'$  ماشین حاصل از قسمت الف و  $\mathcal{B} = (Q_2, \Sigma, \delta_2, q_{02}, F_2)$  بیانگر ماشین متناهی غیرقطعی زیر باشد:



عملگر فرضی  $\diamond$  را در نظر می‌گیریم. اگر  $\mathcal{L}(\mathcal{A}')$  زبان ماشین  $\mathcal{A}'$  و  $\mathcal{L}(\mathcal{B})$  زبان ماشین  $\mathcal{B}$  باشد، ماشین  $C = (Q_3, \Sigma, \delta_3, q_{03}, F_3)$  را که پذیرنده‌ی زبان  $\mathcal{L}(\mathcal{B}) \diamond \mathcal{L}(\mathcal{A}')$  است و به شیوه‌ی زیر تعریف می‌گردد، رسم نمایید.

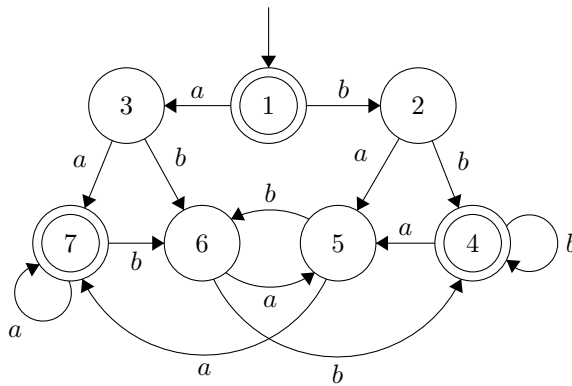
$$Q_3 = Q_1 \cup Q_2 \quad q_{03} = q_{02} \quad F_3 = F'_1 \quad \delta_3(q, t) = \begin{cases} \delta_2(q, t) & \text{if } q \in Q_2 \text{ and } \delta_2(q, t) \cap F_2 = \emptyset \\ \delta_2(q, t) \cup \{q_{01}\} & \text{if } q \in Q_2 \text{ and } \delta_2(q, t) \cap F_2 \neq \emptyset \\ \delta'_1(q, t) & \text{if } q \in Q'_1 \end{cases}$$

## ۵.۱

ماشین متناهی قطعی  $\mathcal{A} = (Q, \Sigma = \{a, b\}, \delta, q_0, F)$  را در نظر بگیرید. می‌خواهیم ماشین جدید  $\mathcal{A}' = (Q', \Sigma, \delta', q_0, F')$  را به شیوه‌ی زیر تعریف کنیم:

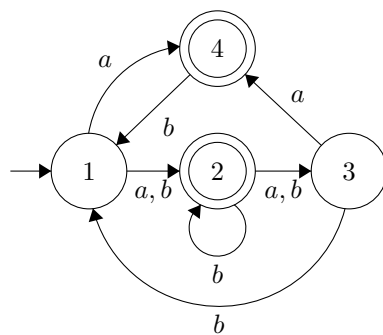
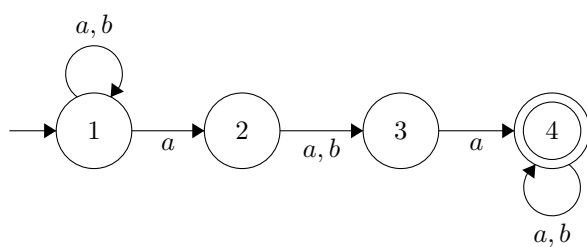
$$Q' = Q \cup \{s\} \quad F' = \{s\} \quad \delta'(q, t) = \begin{cases} s & q \in F \text{ and } \exists p \in Q . \delta(p, t) = q \\ s & q \notin F \text{ and } \forall p \in Q . ( (\exists r \in \Sigma . \delta(p, r) = q ) \rightarrow \delta(p, \Sigma - \{t\}) = q ) \\ \delta(q, t) & \text{Otherwise} \end{cases}$$

درخصوص تابع  $\delta'$  توضیح دهید. اگر  $\mathcal{A}$  ماشین زیر باشد، دیاگرام مربوط به  $\mathcal{A}'$  را رسم نمایید.



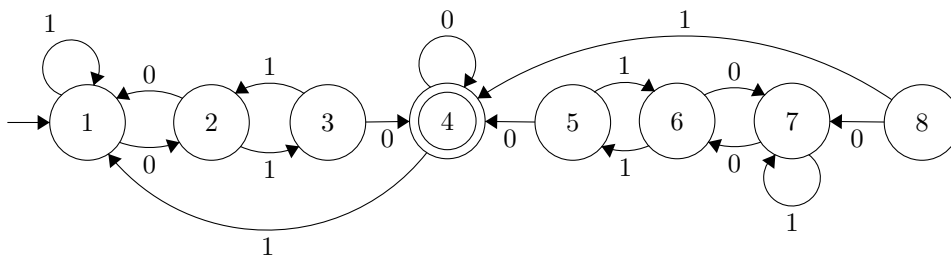
## ۲. هم‌ارزی ماشین‌های متناهی قطعی و غیرقطعی

برای هر کدام از NFAهای زیر، یک DFA معادل رسم کنید.

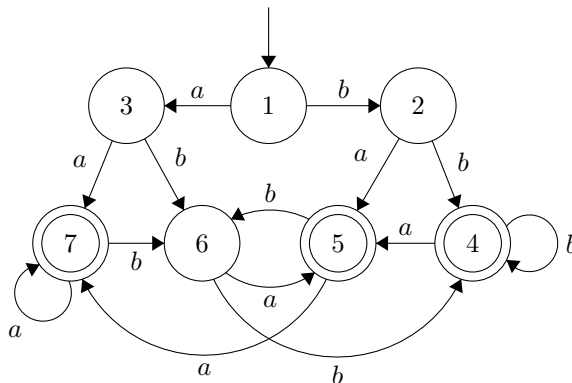


## ۳. کمینه‌سازی ماشین‌های متناهی قطعی

برای هر کدام از ماشین‌های زیر، DFA معادل با تعداد حالت‌های کمینه را طراحی کنید.



(ب)



## ۴. خواص بستاری زبان‌های منظم

### ۱.۴

زبان حاصل از عمل درهم‌سازی کامل<sup>۲</sup> دو زبان  $A$  و  $B$  را مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های  $\omega = a_1b_1 \dots a_kb_k$  تعریف می‌کنیم که  $a_i, b_i \in \Sigma$  و  $a_1 \dots a_k \in A$  و  $b_1 \dots b_k \in B$  باشد. با اثبات ساختاری نشان دهید که مجموعه‌ی زبان‌های منظم تحت عمل درهم‌سازی کامل بسته است. پس از ارائه‌ی یک تعریف صوری از ماشین پذیرنده‌ی زبان مربوطه، صحت<sup>۳</sup> عملکرد آن را نشان دهید.

<sup>۲</sup>Perfect Shuffle

<sup>۳</sup>Correctness