



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

درس نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

تمرین شماره‌ی ۳

موعد تحویل: یک‌شنبه ۱۴۰۲/۰۲/۳۱

استاد: دکتر علی موقر

تیم دستیاران درس - نیم‌سال دوم ۰۲ - ۰۱

۱۷ اردیبهشت ۱۴۰۲

۱. گرامر زبان‌های مستقل از متن^۱

۱.۱

برای زبان‌های مستقل از متن زیر، یک گرامر مستقل از متن بنویسید.

a) $L = \{a^m b^n c^p d^q \mid m + n = p + q\}$

b) $L = \{uawb \mid u, w \in \{a, b\}^* \text{ and } |u| = |w|\}$

۲.۱

زبان هر یک از گرامرهای مستقل از متن زیر را توصیف نمائید. (برای توصیف یک زبان نوشتن چیزی شبیه به $\{0^n 1^m \mid n, m \geq 0\}$ کفایت می‌کند.)

(آ)

$$S \rightarrow S \# S \mid A$$

$$A \rightarrow 10 \mid 0A$$

(ب)

$$S \rightarrow aY \mid bY$$

$$Y \rightarrow aYa \mid bYb \mid aYb \mid bYa \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow Ab \mid Sa \mid b$$

¹Context-Free Language

۳.۱

گرامر زیر را بر روی الفبای $\Sigma = \{a, b\}$ در نظر بگیرید.

$$S \rightarrow ASB \mid BB$$

$$A \rightarrow SAa \mid bB \mid a$$

$$B \rightarrow Ab \mid Sa \mid b$$

آ) با نشان دادن دو درخت اشتقاق^۲ متفاوت برای یک رشته نشان دهید که گرامر ابهام دارد.

ب) گرامر را به فرم نرمال چامسکی^۳ تبدیل کنید.

ج) آیا گرامر قسمت ب هنوز هم بر روی رشته قسمت آ ابهام دارد؟

۲. خواص بستاری زبان‌های مستقل از متن

۱.۲

آ) نشان دهید زبان‌های مستقل از متن تحت عمل الحاق^۴ بسته هستند.

ب) نشان دهید زبان‌های مستقل از متن تحت عملگر *^۵ بسته هستند.

۲.۲

با استفاده از خواص زبان‌های مستقل از متن ثابت کنید که زبان‌های زیر مستقل از متن هستند. (می‌توانید از خواص اثبات شده در کلاس و نتایج قسمت آ و ب سوال قبل استفاده کنید. هر خاصیت دیگری از زبان‌های مستقل از متن نیاز به اثبات مجزا دارد).

$$a) L = \{a^m b^k c^n \mid m, n \geq 0 \text{ and } (m = k + n \text{ or } k = m + n \text{ or } n = k + m)\}$$

²Parse Tree

³Chomsky Normal Form

⁴Concatenation

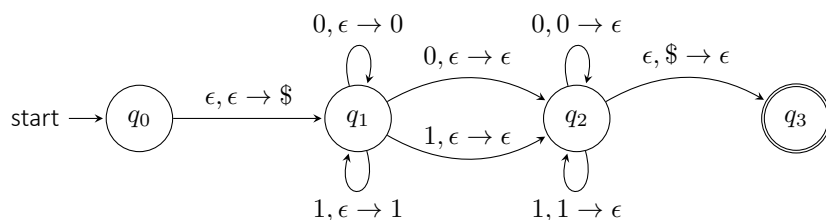
⁵Kleene Star

b) $L = \{a^{m_1}b^{k_1}c^{n_1} \dots a^{m_i}b^{k_i}c^{n_i} \mid i \geq 0 \text{ and } \forall j \leq i \ m_j, n_j \geq 0 \text{ and } k_j = 3m_j + 4n_j\}$

۳. ماشین‌های پشته‌ای^۶

۱.۳

ماشین پشته‌ای زیر را در نظر بگیرید.



آ) توضیح دهید چرا زبانی که این ماشین می‌پذیرد با $L = \{w \mid w \in \{0,1\}^* \text{ and } w = w^R\}$ متفاوت است.

ب) تنها یک گذار به این ماشین اضافه کنید تا زبان L را بپذیرد.

۲.۳

برای هر یک از زبان‌های مستقل از متن زیر یک ماشین پشته‌ای رسم کنید.

a) $L = \{a^i b^j \mid i = j \text{ or } i = 3j\}$

b) $L = \{a^i b^j c^k \mid k \geq \min(i, j)\}$

c) $L = \{0^n 1^m \mid n \neq 2m + 1 \text{ and } n, m > 0\}$

⁶Pushdown Automata

۴. لم تزریق^۷ برای زبان‌های مستقل از متن

۱.۴

آیا زبان‌های زیر مستقل از متن هستند؟ برای هر مورد یا گرامر مستقل از متن ارائه کنید یا با استفاده از لم تزریق اثبات کنید که مستقل از متن نیست.

a) $L_1 = \{w\#x\#y\#z \mid w, x, y, z \in \{a, b\}^* \text{ and } |w| = |z|, |x| = |y|\}$

b) $L_2 = \{w\#x\#y\#z \mid w, x, y, z \in \{a, b\}^* \text{ and } |w| = |y|, |x| = |z|\}$

۲.۴

با استفاده از لم تزریق نشان دهید زبان‌های زیر مستقل از متن نیستند.

a) $L_1 = \{a^{2n}b^{3n}c^n \mid n \geq 0\}$

b) $L_2 = \{a^{(n-1)(n+1)} \mid n \geq 0\}$

c) $L_3 = \{a^n b^n c^i \mid n \leq i \leq 2n\}$

⁷Pumping Lemma