



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

درس نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

سوالات نمونه

مجموعه‌ی ۲: مقدمات درس

استاد: دکتر علی موقر

تیم دستیاران درس - نیم‌سال دوم ۰۲ - ۰۱

۱۹ اسفند ۱۴۰۱

۱

همارزی‌های زیر را بدون استفاده از جدول درستی اثبات کنید.

(الف)

$$((\neg p) \rightarrow (r \vee q)) \equiv ((\neg r) \rightarrow ((\neg p) \rightarrow q))$$

(ب)

$$(p \rightarrow (r \rightarrow q)) \equiv (p \rightarrow q) \vee \neg r$$

۲

به ازای هر کدام از گزاره‌های زیر، چنانچه گزاره‌ی مربوطه یک همان‌گویی^۱ است، با استفاده از قوانین استنتاج^۲ درستی آن را اثبات کنید و در غیر این صورت، مثال نقض بنویسید.

(الف)

$$((a \vee b) \wedge (a \rightarrow c)) \rightarrow (b \vee c)$$

(ب)

$$(p \rightarrow r) \rightarrow ((q \rightarrow r) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r))$$

(پ)

$$\neg p \Leftrightarrow (q \wedge \neg(p \rightarrow r))$$

¹ Tautology

² Inference Rules

۳

فرض کنید R_1 و R_2 دو رابطه‌ی هم‌ارزی^۳ روی یک مجموعه باشند.

الف) ثابت کنید $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$ یک رابطه‌ی هم‌ارزی است، اگر و فقط اگر $R_1 \circ R_2 = R_2 \circ R_1$.

ب) ثابت کنید $R_1 \cup R_2$ یک رابطه‌ی هم‌ارزی است، اگر و فقط اگر $R_1 \cap R_2 = R_1 \circ R_2$.

۴

فرض کنید A یک مجموعه‌ی ناشمارا^۴ و f یک تابع از A به \mathbb{N} باشد. ثابت کنید زیرمجموعه‌ای ناشمارا از A مانند B وجود دارد، به‌طوری که

$$\forall x \in B . f(x) = c$$

صدق کند.

۵

مجموعه‌ی A را شامل همه‌ی توابع $\mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}$ تعریف می‌کنیم. ثابت کنید کاردینالیتی A با \mathbb{R} برابر است.

³Equivalence Relation

⁴Uncountable