



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

درس نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

سوالات نمونه

مجموعه‌ی ۵: زبان‌های منظم - بخش ۲

استاد: دکتر علی موقر

تیم دستیاران درس - نیم‌سال دوم ۰۲ - ۰۱

۱۰ فروردین ۱۴۰۲

۱. مفاهیم ماشین‌های حالت متناهی

۱.۱

برای هر یک زبان های توصیف شده‌ی زیر، ماشین متناهی قطعی طراحی کنید.

الف) مجموعه رشته های قابل تعریف بر روی $\{0, 1\}$ که اگر معادل دودویی آن ها را در نظر بگیریم، باقی مانده آن ها به پیمانه‌ی ۵ برابر با ۲ باشد.

ب) همه رشته های قابل تعریف بر روی $\{a, b\}$ با طول ۴ یا بیشتر که در آن ها دومین حرف از راست با اولین حرف از چپ متفاوت است.

۲.۱

عملیات Op بر روی زبان L را مطابق با تعریف زیر در نظر می گیریم:

$Op(L)$ شامل همه‌ی رشته های w از L است، به گونه‌ای که هیچ رشته‌ی غیرتهی $x \in \Sigma$ وجود نداشته باشد که wx عضوی از L باشد.

فرض کنید ماشین متناهی قطعی D زبان L را می پذیرد، ماشین قطعی D' را به گونه‌ای تعریف کنید که زبان $Op(L)$ را بپذیرد. (به شیوه‌ی صوری تعریف و درخصوص آن توضیح دهید).

۳.۱

فرض کنید D_1 و D_2 دو ماشین متناهی قطعی باشند. تابع $h : Q_1 \rightarrow Q_2$ را یک تابع ریختار^۱ می گویند، هرگاه برای هر $a \in \Sigma$ و هر $q \in Q_1$ این دو ویژگی برقرار باشد ($q_{0,1}$ و $q_{0,2}$ حالت‌های اولیه در D_1 و D_2 هستند):

$$h(\delta_1(q, a)) = \delta_2(h(q), a)$$

$$h(q_{0,1}) = q_{0,2}$$

الف) ثابت کنید اگر f یک ریختار از D_1 به D_2 و g یک ریختار از D_2 به D_3 باشد، آنگاه $g \circ f$ یک ریختار از D_1 به D_3 خواهد بود.

ب) به ازای هر $w \in \Sigma^*$ و $q \in Q_1$ ، ثابت کنید:

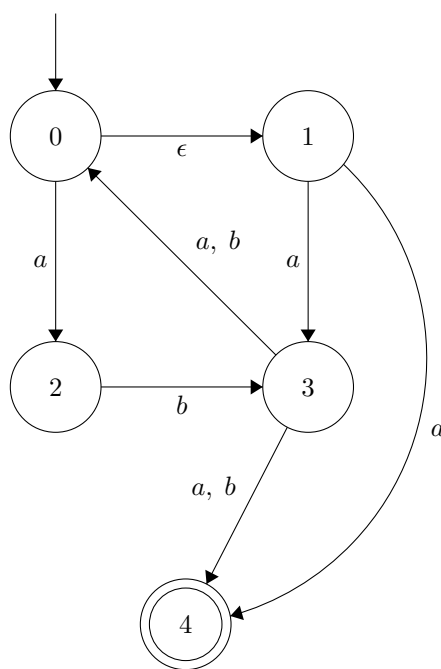
$$h(\delta_1^*(q, w)) = \delta_2^*(h(q), w)$$

¹Morphism

۲. هم‌ارزی و کمینه‌سازی

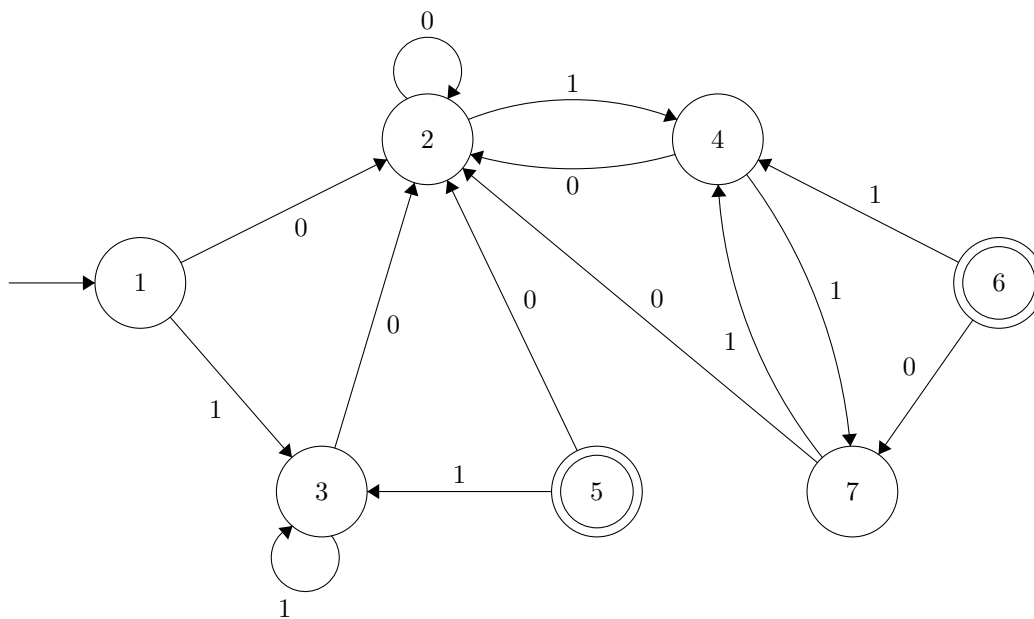
برای NFA زیر، یک DFA معادل رسم کنید.

۱.۲



۲.۲

برای ماشین زیر، DFA معادل با تعداد حالت‌های کمینه را رسم کنید.



۳. خواص بستاری زبان‌های منظم

۱.۳

زبان دلخواه L روی الفبای Σ و همچنین رشته‌ی $x \in \Sigma^*$ را در نظر بگیرید. فرض کنید $put(L, x)$ مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌هایی مانند ω' باشد که به نحوی از درج رشته‌ی x در L به دست آمده باشند. به طور دقیق‌تر داریم:

$$put(L, x) = \{uxv : uv \in L \text{ and } u, v \in \Sigma^*\}$$

اگر L یک زبان منظم باشد، به طور کامل و به روش صوری اثبات کنید که در این صورت زبان $put(L, x)$ نیز منظم خواهد بود.

۲.۳

الف) اگر A و B دو زبان منظم باشند. نشان دهید زبان زیر نیز منظم است.

$$C(A, B) = \{x \in A \mid (\exists y) [|y| = |x|^2, y \in B]\}$$

ب) به کمک قسمت قبل نشان دهید که اگر L یک زبان منظم باشد، آن‌گاه زبان زیر نیز منظم است.

$$SQRT(L) = \{x \mid (\exists y) [|y| = |x|^2, xy \in L]\}$$