



دانشگاه صنعتی شریف
دانشکده‌ی مهندسی کامپیوتر

درس نظریه‌ی زبان‌ها و ماشین‌ها

تمرین شماره‌ی ۱

موعد تحویل: شنبه ۱۴۰۲/۰۱/۲۶

استاد: دکتر علی موقر

تیم دستیاران درس - نیم‌سال دوم ۰۲ - ۰۱

۱۰ فروردین ۱۴۰۲

۱. مفاهیم ماشین‌های حالت متناهی

۱.۱

برای هر کدام از زبان‌های منظم^۱ زیر که به زبان طبیعی توصیف شده‌اند، یک ماشین متناهی قطعی^۲ طراحی نمایید که رشته‌های^۳ آن زبان را بپذیرد.

الف) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای $\Sigma = \{p, q, r, s\}$ که هر کدام، فاقد دست‌کم یکی از این کاراکترها هستند. برای نمونه، رشته‌های pqr و qs به این مجموعه تعلق داشته، اما رشته‌ی $qrps$ به این مجموعه تعلق ندارد.

ب) مجموعه‌ی همه‌ی رشته‌های قابل تعریف روی الفبای $\Sigma = \{a, b, c\}$ که هر چهار کاراکتر متوالی را که در نظر بگیریم، بین آن‌ها دست‌کم دو a و یا دو c وجود داشته باشد، به نحوی که فاصله‌ی آن‌ها حداکثر دو باشد (بین آن‌ها حداکثر یک کاراکتر دیگر وجود داشته باشد). برای نمونه، رشته‌های $aabaaa$ و $bcacbccbb$ عضو این مجموعه هستند، اما رشته‌های $aabbabcb$ و $bcacbcbaa$ عضو این مجموعه نیستند.

۲.۱

برای ماشین متناهی قطعی $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ ، تابع δ^* از مجموعه‌ی $Q \times \Sigma^*$ به Q را با فرض اینکه $q \in Q$ ، $a \in \Sigma$ و $\omega \in \Sigma^*$ ، به

شیوه‌ی زیر تعریف می‌کنیم:

$$1) \delta^*(q, \epsilon) = q$$

$$2) \delta^*(q, \omega a) = \delta(\delta^*(q, \omega), a)$$

برای ماشین متناهی غیرقطعی $\mathcal{B} = (\hat{Q}, \Sigma, \hat{\delta}, \hat{q}_0, \hat{F})$ که فاقد گذرهای ϵ باشد، تابع $\hat{\delta}^*$ از مجموعه‌ی $\hat{Q} \times \Sigma^*$ به $P(\hat{Q})$ را با فرض اینکه $\hat{q} \in \hat{Q}$ ، $a \in \Sigma$ و $\omega \in \Sigma^*$ ، $\hat{R} \subseteq \hat{Q}$ به شیوه‌ی زیر تعریف می‌کنیم:

$$1) \hat{\delta}^*(\hat{q}, \epsilon) = \{\hat{q}\}$$

$$2) \hat{\delta}^*(\hat{q}, \omega a) = \hat{\delta}(\hat{\delta}^*(\hat{q}, \omega), a)$$

$$\hat{\delta}(\hat{R}, a) = \bigcup_{\hat{r} \in \hat{R}} \hat{\delta}(\hat{r}, a)$$

¹Regular (Recognizable) Languages

²Deterministic Finite Automata (DFA)

³Strings

حال فرض کنید که برای ماشین‌های A و B گزاره‌های زیر برقرار باشند ($\hat{S} \subseteq \hat{Q}$):

$$Q = P(\hat{Q})$$

$$\delta : P(\hat{Q}) \times \hat{\Sigma} \rightarrow P(\hat{Q}) \text{ Where } \delta(\hat{S}, a) = \bigcup_{\hat{s} \in \hat{S}} \hat{\delta}(\hat{s}, a)$$

$$q_0 = \{\hat{q}_0\}$$

$$F \subseteq Q \text{ where } F = \{\hat{S} : \hat{S} \cap \hat{F} \neq \emptyset\}$$

با توجه به توضیحات بالا و به کارگیری اثبات استقرایی، نشان دهید که:

$$\hat{\delta}^*(q_0, \omega) = \delta^*(\{\hat{q}_0\}, \omega)$$

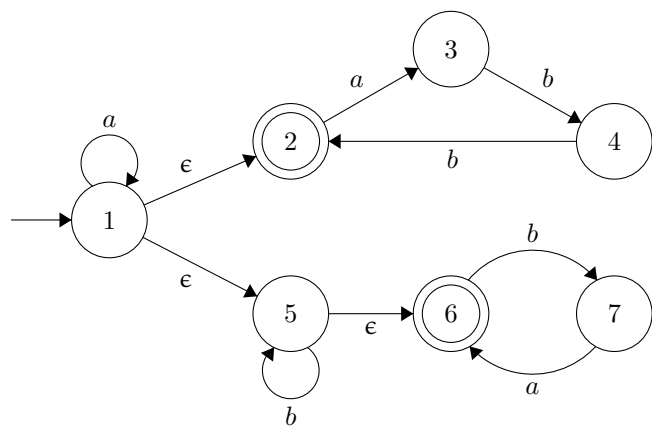
۳.۱

ماشین غیرقطعی متناهی \mathcal{M} را در نظر بگیرید که تنها یک حالت پذیرش q_f دارد. زبانی که این ماشین می‌پذیرد $L \subseteq \{a, b\}^*$ می‌باشد. برای اینکه بتوانیم ماشین \mathcal{M} را به طوری تغییر دهیم که زبان‌های $L\{a\}^*$ و $\{a\}^*L$ را بپذیرد، می‌توانیم یک گذار a از حالت q_0 به خودش و یک گذار a از حالت q_f به خودش اضافه کنیم. با ارائه‌ی دو ماشین با شرایط ماشین \mathcal{M} به عنوان مثال نشان دهید که هیچ‌یک از دو تکنیک گفته شده همیشه درست کار نمی‌کند.

۲. هم‌ارزی و کمینه‌سازی

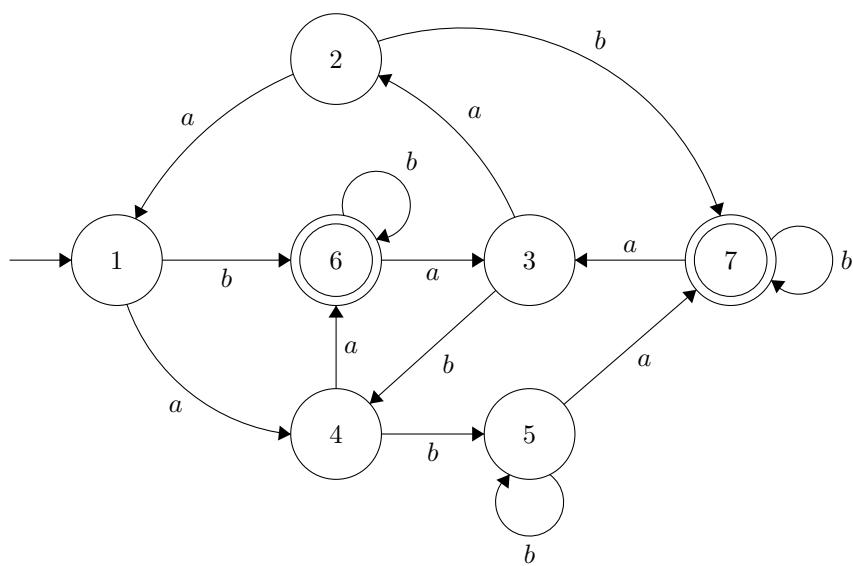
۱.۲

برای ماشین متناهی غیرقطعی زیر، یک ماشین متناهی قطعی طراحی کنید که صرفاً پذیرنده‌ی همین زبان باشد؛ به این معنی که رشته‌های عضو این زبان را بپذیرد و رشته‌های غیرعضو در این زبان را نپذیرد.



۲.۲

برای ماشین متناهی قطعی زیر، ماشین متناهی کمینه را رسم کنید.



۳. خواص بستاری^۴ زبان‌های منظم

فرض کنید که L_1, L_2 و L_3 سه زبان منظم روی الفبای Σ می‌باشند. دو عملگر یکه^۵ و دودویی^۶ در ادامه توصیف شده‌اند. بررسی کنید این عملگرها نسبت به رده‌ی زبان‌های منظم بسته هستند یا خیر. ادعای خود را به کمک اثبات ساختاری^۷ یا مثال نقض^۸ تایید کنید.

$$Op_1(L_1, L_2) = \{\omega \mid (\omega \in L_1 \vee \omega \in L_2) \wedge (\omega \notin L_1 \cap L_2)\}$$

$$Op_2(L_3) = \{vu \mid vwu \in L_3 \wedge v, u \in \Sigma^* \wedge \omega \in \Sigma\}$$

در اثبات ساختاری، نیاز است که یک تعریف صوری^۹ (نظیر آنچه که در اسلایدهای درس دیده‌اید) از ماشین مربوطه ارائه دهید. برای تایید صحت عملکرد ماشینی که ساخته‌اید، می‌توانید به کمک استقراء و به کارگیری تعاریف توابع گذار ماشین‌ها، نشان دهید که هر رشته تنها زمانی پذیرفته خواهد شد که شرایط خواسته‌شده‌ی مسئله صدق کنند. با این حال، در پاسخ به این سوال، ارائه‌ی تعریف ماشین مربوطه کفایت می‌کند.

⁴Closure Properties

⁵Unary Operation

⁶Binary Operation

⁷Proof By Construction

⁸Counterexample

⁹Formal Definition