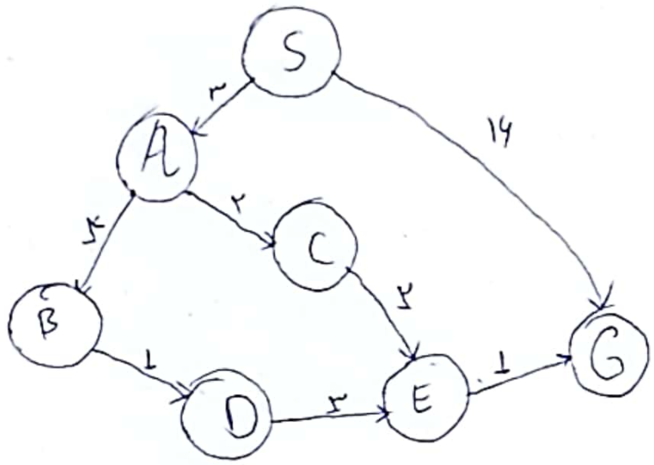
۹۹۱۰۲۲۰۷ ایلیا محمدی تمرین اول هوش مصنوعی .

سؤال ۱)



الف) BFS

S

~~S~~, SA , SG

~~S, SA~~, SG , SAB, SAC

~~S, SA, SG~~, SAB, SAC

⇐ پس خروجی SG است.

ب) DFS

S

~~S~~, SA, SG

~~S~~, ~~SA~~, SG, ~~SAB~~, SAC

~~S~~, ~~SA~~, SG, ~~SAB~~, SAC, ~~SABD~~

~~S~~, ~~SA~~, SG , ~~SAB~~, SAC, ~~SABD~~, ~~SABDE~~

~~S~~, ~~SA~~, SG , ~~SAB~~, SAC, ~~SABD~~, ~~SABDE~~, ~~SABDE~~G

⇐ خروجی SABDEG است.

ج) UCS

⇐ خروجی SACEG۸ هست با طول مسیر ۸

S

~~S~~, SA۳, SG۱۴

~~S~~, ~~SA۳~~, SG۱۴, SAB۷, SAC۵

~~S~~, ~~SA۳~~, SG۱۴, SAB۷, ~~SAC۵~~, SACE۷

~~S~~, ~~SA۳~~, SG۱۴, ~~SAB۷~~, ~~SAC۵~~, SACE۷, SABD۸

~~S~~, ~~SA۳~~, ~~SG۱۴~~ SG۱۴, ~~SAB۷~~, ~~SAC۵~~, ~~SACE۷~~, SABD۸, SACEG۸

~~S~~, ~~SA۳~~, SG۱۴, ~~SAB۷~~, ~~SAC۵~~, ~~SACE۷~~, ~~SABD۸~~, SACEG۸, SABDE۱۱

state	h
S	۳
A	۲
B	۱
C	۲
D	۳
E	۱
G	۰

۱) تابع ← طول کوچکترین یال خروجی از هر راس

بررسی یکنوایی: بدست می آوریم برای هر $a \to b$ ⇐ $h(a) \leq h(b) + ab$

⇐

$h(S) \leq h(A) + SA$	✓	۳ ≤ ۲+۳
$h(S) \leq h(G) + SG$	✓	۳ ≤ ۰+۱۶
$h(A) \leq h(B) + AB$	✓	۲ ≤ ۱+۴
$h(B) \leq h(D) + BD$	✓	۱ ≤ ۳+۱
$h(D) \leq h(E) + DE$	✓	۳ ≤ ۱+۳
$h(A) \leq h(C) + AC$	✓	۲ ≤ ۲+۳
$h(E) \leq h(G) + EG$	✓	۱ ≤ ۰+۱
$h(C) \leq h(E) + CE$	✓	۲ ≤ ۱+۲

⇐ $f(n) = g(n) + h(n)$

~~S~~۳

~~S~~۳, ~~SA~~(۲+۳), SG(۱۶+۰)

~~S~~۳, S~~A~~(۳+۲), SG(۱۶+۰), SAB(۷+۱), SA~~C~~(۵+۲)

~~S~~۳, SA(۳+۲), SG(۱۶+۰), SA~~B~~(۷+۱), SA~~C~~(۵+۲), SACE(۸)

~~S~~۳, SA(۳+۲), SG(۱۶+۰), SA~~B~~(۷+۱), SA~~C~~(۷), SA~~CE~~(۸), SABD(۱۱)

~~S~~۳, SA(۵), SG(۱۶), SA~~B~~(۸), SA~~C~~(۷), SACE(۸), SABD(۱۱),

SACE~~G~~(۸)

SACEG ⇐ خروجی

۵) قابل قبول بودن را بررسی می کنیم :

برای هر رأس a داریم ⇐ $h(a) \leq h^*(a)$

$h^*(S)=۸ \qquad h_1(S) < h_2(S) \leq ۸$ ✓

$h^*(A)=۵ \qquad h_1(A) = h_2(A) < ۵$ ✓

$h^*(B)=۵ \qquad h_1(B) < ۵ \qquad h^*(B) < h_2(B) \Rightarrow$ h_2 قابل قبول نیست

$h^*(C)=۳ \qquad h_1(C) < ۳$

$h^*(E)=1 \qquad h_1(E) \leq 1$

$h^*(D)=۴ \qquad h_1(D) < ۴$

$h^*(G)=0 \qquad h_1(G)=0 \Rightarrow$ h_1 قابل قبول است

بررسی یکنوایی :

برای هر $a \to b$ باید داشته باشیم $h(a) \leq h(b)+ab$

$SA: ۷ \leq ۷ \qquad ۸ > ۷ \Rightarrow$ h_2 یکنوا نیست

$SG: ۷ \leq ۱۶$

$AB: ۴ \leq ۸$

$AC: ۴ \leq ۴$

$BD: ۴ \leq ۴$

$CE: ۲ \leq ۳$

$DE: ۳ \leq ۴$

$EG: 1 \leq 1$

$\Rightarrow$ h_1 یکنوا است

سوال ۲) الف f برای شکل آ، از شروع مجدد تصادفی و برای ب، از حرکت تصادفی

برای آ چون با یک حرکت تصادفی ممکن است تعداد زیادی از حالت ها را محاسبه کنیم و چون flat local minimum داریم ممکن است به جواب global مدنظرمون نرسیم ولی با شروع مجدد تصادفی ممکن است بعد از چند مرحله سریع به جواب برسیم. برای ب تقریباً حالت همه‌ی نقاط یکسان است و مینیمم های محلی زیادی داریم و با شروع مجدد از یکی ممکن است به دیگری برویم و پس بهتر است از حرکت تصادفی استفاده کنیم و انقدر پیش برویم تا به جواب global برسیم.

ب) f در الگوریتم Beam Search اگر k=1 باشد، مثل hill climbing می‌شود و هر مرحله بهترین همسایه را انتخاب می‌کنیم.

ج) در این حالت شبیه random walk می‌شود. به صورت رندوم شروع به حرکت می‌کنیم بدون اینکه هدفی داشته باشیم.

سؤال ۳) الف) غلط است زیرا DFS ممکن است در عمق پیش برود و غیر optimal و goal را به ما خروجی دهد ولی A^* با طی کردن جواب بهینه و طی کردن تعداد رأس‌های بیشتری، خروجی به ما می‌دهد. بهینه بودن با طی کردن تعداد رأس کمتر لزوماً یکسان نیست.

ب) حالتی از A^* که $h=0$ باشد، به یک اندازه با ucs رأس پیمایش می‌کند؛ پس غلط است.

ج) غلط است زیرا در شرایطی که $h_1 \leq h^* \leq 2h_1$ باشد، h_2 قابل قبول نیست و تضمین نمی‌شود که الگوریتم بهینه باشد.

د) درست است. در صورتی که h_1 admissible باشد، باید حداکثر هم‌مقدار با جواب بهینه خروجی دهد. در نتیجه h_2 دو برابر جواب بهینه ممکن است خروجی دهد.

ه) درست است زیرا مثلاً h_1 و h_2 هر دو، تابع اکتشافی قابل قبول می‌باشند ⇐

$$\begin{aligned} h_1(\alpha) &\leq h^*(\alpha) \\ &, \\ h_2(\alpha) &\leq h^*(\alpha) \end{aligned} \Longrightarrow h_1+h_2(\alpha) \leq 2h^*(\alpha) \Longrightarrow \frac{h_1+h_2(\alpha)}{2} \leq h^*(\alpha) \quad \checkmark$$

سؤال ۴

$|a+۲b+۴c+۵d-۴۰| \rightarrow$ تا جای ممکن نزدیک به ۰

Chromosome[۱] $\rightarrow$ ۱۰+۸+۲۴+۳۵−۴۰ = ۳۷ $\Rightarrow$ Fitness[۱] = $\frac{1}{۳۸}$ ≃ ۰/۰۲۶

Chromosome[۲] $\rightarrow$ ۱۵+۴۰+۴+۰−۴۰ = ۱۹ $\Rightarrow$ Fitness[۲] = $\frac{1}{۲۰}$ = ۰/۰۵۰

Chromosome[۳] $\rightarrow$ ۲+۸+۲۴+۱۰−۴۰ = ۲۵ $\Rightarrow$ Fitness[۳] = $\frac{1}{۲۶}$ ≃ ۰/۰۳۸

Chromosome[۴] $\rightarrow$ ۶+۲+۸+۲۵−۴۰ = ۱ $\Rightarrow$ Fitness[۴] = $\frac{1}{۲}$ = ۰/۵۰۰

Chromosome[۵] $\rightarrow$ ۲+۶+۳۶+۱۰−۴۰ = ۱۴ $\Rightarrow$ Fitness[۵] = $\frac{1}{۱۵}$ ≃ ۰/۰۶۷

ب) حالا محاسبه‌ی $P[i]$ با فرمول

$$P[i] = \frac{Fitness(i)}{\sum_{k=1}^{5} Fitness(k)}$$

$\Leftarrow$

P[۱] ≃ ۰/۰۴

P[۲] = ۰/۰۷

P[۳] = ۰/۰۶

P[۴] ≃ ۰/۷۳

P[۵] = ۰/۱۰

$\xRightarrow{CDF}$

C[۱] = ۰/۰۴

C[۲] = ۰/۱۱

C[۳] = ۰/۱۷

C[۴] = ۰/۹۰

C[۵] = ۱

$\Rightarrow$

C[۳] < R[۱] < C[۴]

C[۳] < R[۲] < C[۴]

۰ < R[۳] < C[۱]

C[۴] < R[۴] < C[۵]

C[۲] < R[۵] < C[۳]

$\Leftarrow$ کروموزوم های جدید: ۴ و ۴ و ۱ و ۵ و ۳ $\Leftarrow$

R[۱] < ۰/۲۵ $\rightarrow$ ۴ قبلی

R[۲] > ۰/۲۵ ×

R[۳] > ۰/۲۵ ×

R[۴] < ۰/۲۵ $\rightarrow$ ۵ قبلی

R[۵] < ۰/۲۵ $\rightarrow$ ۳ قبلی

$\Rightarrow$ در صفحه‌ی بعد

در نهایت مقدار h را خروجی می دهیم

[۶,۱,۲,۵] → [۳,۴,۲,۵]

[۴,۳,۹,۲] → [۶,۱,۹,۲]

[۳,۴,۶,۶] → [۲,۳,۶,۶]

⇒

[۶,۱,۹,۲]

[۶,۱,۲,۵]

[۱۰,۴,۶,۲۴]

[۲,۳,۶,۶]   [۳,۴,۲,۵]

~~[۳,۴,۲,۵]~~

$۳+۸+۴+۲۵-۴۰=۰$

تابع هدف به ازای کروموزوم ۵ ام، صفر شد

⇐ بهینه است جواب

سوال ۵)

$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - xy \qquad \frac{\partial f}{\partial x} = 2x - y \qquad \frac{\partial f}{\partial y} = 4y - x$$

$$\begin{pmatrix} x_i \\ y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \end{pmatrix} - \eta \nabla f$$

الف)

$$\begin{pmatrix} 1/1 \\ 1/9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - 0/1 \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1/1 \\ 1/9 \end{pmatrix} - 0/1 \begin{pmatrix} 0/3 \\ 6/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/08 \\ 1/25 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1/08 \\ 1/25 \end{pmatrix} - 0/1 \begin{pmatrix} 0/91 \\ 3/92 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0/989 \\ 0/858 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad f(x_1, y_1) = 16$$
$$f(x_2, y_2) = 6/33$$
$$f(x_3, y_3) = 2/94$$
$$f(x_4, y_4) = 1/6$$

ب)

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} - 0/7 \begin{pmatrix} -1 \\ 11 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/7 \\ -4/7 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1/7 \\ -4/7 \end{pmatrix} - 0/7 \begin{pmatrix} 8/1 \\ -20/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3/97 \\ 9/65 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -3/97 \\ 9/65 \end{pmatrix} - 0/7 \begin{pmatrix} -17/6 \\ 42/57 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8/34 \\ -20/15 \end{pmatrix}$$

$$f(x_1, y_1) = 16$$
$$f(x_2, y_2) = 55$$
$$f(x_3, y_3) = 240/3$$
$$f(x_4, y_4) = 1049/7$$

ج)

$\eta = 0/1 \Leftarrow$ تابع با روند مناسبی در حال کاهش و کمینه شدن است

$\eta = 0/7 \Leftarrow$ بزرگ است این مقدار و برای همین مقادیر زیگزاگی تغییر می‌کنند و مشخص است از حالت کمینه عبور می‌کند

۶) جواب این سوال رو تایپ می‌کنم... پاره شدم سر نوشتن سوالای قبلی

الف- بزرگی فضای حالت برابر است با ضرب تعداد خانه‌ها در تعداد زیرمجموعه‌های ممکن از انگشترها پس برابر است با:

$$8 \times 2^{50}$$

ب۱- غلط است چون در صورتی که خانه‌ی بعدی را در هر صورتی همسایه محسوب کنیم با این فرمول، در هر goal نیز h مقداری بزرگ‌تر از ۰ می‌شود در حالی که باید ۰ شود چون خودشان goal هستند. پس یکنوا نیست، همچنین قابل قبول نیز نمی‌باشد.

ب۲- قابل قبول است چون کمترین فاصله‌ی خانه کاستافیورا تا نزدیک‌ترین همسایه‌ی دزد یکی از انگشترهای باقی‌مونده رو نشون می‌ده.
ولی یکنوا نیست چون برای مثال از s2 به s3 یه دونه تغییر کرده، از از یک به دو، ۵ تا

ج۱- می‌شود t(m, m') زیرا کوتاه‌ترین فاصله‌ی دو همسایه، فاصله‌ی بین آن دو است.

ج۲- می‌شود $\min_{r \in s}\left(\min_{m' : r \in m'} t\,(m, m')\right)$ یعنی نزدیک‌ترین همسایه‌ی m به شکلی که حداقل ۱ انگشتر از انگشترهای باقی‌مونده را دزدیده است.