

فضای نمونه: همه‌ی مقادیر ممکن برای یک متغیر تصادفی که با  $R_X$  یا  $\Omega$  نمایش داده می‌شود.

رویداد: هر زیر مجموعه از فضای نمونه / فضای رویداد: مجموعه‌ی همه‌ی رویدادهای ممکن

رویدادهای یکنواخت: مجموعه‌ی رویدادهای  $A_i$  با شرط  $A_1 \subset A_2 \subset A_3 \subset \dots$

متغیر تصادفی: تابعی که یک مقدار حقیقی را به رویدادهای یک فضای نمونه نسبت می‌دهد

**PMF**: تابع توزیع احتمال متغیر تصادفی گسسته / **PDF**: تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی پیوسته / **CDF**:

تابع توزیع تجمعی متغیر تصادفی

شاخص‌های آماری: پارامتر و معیارهایی که برای مقایسه حداقل دو توزیع آماری استفاده می‌شوند. به سه

دسته‌ی «شاخص‌های مرکز‌گرا، شاخص‌های پراکندگی، شاخص‌های پراکندگی نسبی» تقسیم می‌شوند.

مومنوم متغیر تصادفی: یک مقدار کمی که شکل تابع توزیع احتمالی متغیر تصادفی را مشخص می‌کند.

واریانس یا  $V(X)$ : یک پارامتر که میزان پراکندگی متغیر تصادفی را مشخص می‌کند.

---

سیستم‌های صف: اگر زمان بین ورود و زمان سرویس‌دهی کاملاً تصادفی باشد از توزیع نمایی استفاده می‌کنیم. اگر بین احتمال مقادیر مختلف تفاوتی وجود نداشته باشد، از توزیع نرمال و یا توزیع نرمال بدون دنباله بهره می‌بریم.

سیستم‌های زنجیره تامین: از توزیع گاما برای  $lead\ time$  و از توزیع پواسون، دو جمله‌ای منفی (برای بازه‌های بزرگتر) و یا هندسی (در حالتی که حداقل یک تقاضا حتما داریم) برای میزان تقاضا استفاده می‌شود.

**TTF** یا **Time To Failure**: مدت زمان بین دو خرابی سیستم را نمایش می‌دهد و پارامتر مهمی در

سیستم‌های *reliable* می‌باشد. از توزیع نمایی برای مدل‌سازی این پارامتر استفاده می‌کنیم. در سیستم‌های چند جزئی، هر جز  $TTF$  جداگانه دارد و  $TTF$  کل سیستم از تابع گاما پیروی می‌کند.

آزمایش برنولی: یک آزمایش احتمالی با تنها دو خروجی موفقیت یا شکست / **پروسه‌ی برنولی**: تعدادی آزمایش برنولی مستقل از هم.

**توزیع دو جمله‌ای**: تعداد حالات موفقیت در یک پروسه‌ی برنولی با  $n$  آزمایش

**توزیع هندسی**: تعداد آزمایش برنولی مورد نیاز برای مشاهده‌ی اولین موفقیت

**توزیع دو جمله‌ای منفی**: تعداد آزمایش برنولی مورد نیاز برای مشاهده‌ی  $K$ امین موفقیت

---

**توزیع پواسون**: همانند توزیع دو جمله‌ای، تعداد حالات موفقیت در یک بازه‌ی زمانی / مکانی مشخص با سه شرط:

رویدادها مستقل باشند – احتمال وقوع دو رویداد در یک زمان صفر باشد – تعداد رویدادها در یک بازه متناسب با طول بازه باشد

در توزیع پواسون  $\lambda$  همان نرخ وقوع رویدادها است.

**توزیع یکنواخت:** احتمال تمامی حالات برابر است.

**توزیع نمایی:** در توزیع پواسون تعداد رویدادها در یک بازه مهم است ولی در توزیع نمایی مدت زمان وقوع تا رخداد بعدی مهم است.

**توزیع گاما:** متغیر تصادفی توزیع گاما برابر است با مجموع  $\beta$  متغیر تصادفی نمایی

**توزیع ارلانگ:** تابع توزیع گاما با  $\beta$  صحیح، توزیع ارلانگ از مرتبه  $\beta$  نامیده می‌شود.

**توزیع نرمال:** یکی از مهم‌ترین و معروف‌ترین توزیع‌های دنیا که با دو پارامتر مشخص می‌شود. معمولاً از توزیع نرمال استاندارد استفاده می‌کنیم و برای این کار، از تغییر متغیر استفاده می‌کنیم. از خاصیت تقارنی این توزیع استفاده‌های زیادی نیز می‌شود.

اگر با استفاده از جدول توزیع گاوسی بخواهیم مقداری را محاسبه کنیم که در جدول وجود ندارد، از تقریب خطی بین دو نقطه‌ی موجود استفاده می‌کنیم.

**توزیع ویبول:** سه پارامتر دارد و این موضوع باعث می‌شود که انعطاف زیادی باشد.

**توزیع لاگ - نرمال:** برای متغیرهایی استفاده می‌شود که به صورت تجمعی تغییر می‌کنند. رابطه‌ی نمایی با توزیع نرمال دارد.

**توزیع مثلثی:** برای مدل‌سازی متغیرهای *fuzzy* استفاده می‌شود. این متغیرها بیش از دو مقدار اتخاذ می‌کنند.  
**توزیع بتا:** متغیرهایی که مقدار بین صفر و یک دارند، احتمالاً با این توزیع مدل می‌شوند.

---

**فرایند پواسون:** در بسیاری از کاربردها، یک تابع شمارنده‌ی تعداد رخدادها در بازه‌ی زمانی  $[0, t]$  نیاز است. احتمال اینکه این شمارنده برابر یک مقدار خاص باشد، از توزیع پواسون پیروی می‌کند. اگر این بازه از صفر هم شروع نشود، کفایت به جای مقدار  $t$  در فرمول‌های پواسون، مقدار  $\Delta t$  را قرار دهیم.  
اگر در فرایند پواسون مقدار نرخ رخدادها متغیر باشد، یک *NSPP* داریم و به جای لاند، از  $\lambda(t)$  استفاده می‌کنیم.

**توزیع‌های *empirical*:** توزیع‌هایی که با استفاده از نمونه‌گیری، توزیع احتمالی آن‌ها را بدست می‌آوریم و تجربی هستند.

---

**فرایندهای تصادفی:** بر اساس پیوسته یا گسسته بودن فضای نمونه و زمان، به چهار دسته تقسیم می‌شوند.  
زنجیره‌ها فرایندهای تصادفی هستند که فضای نمونه گسسته دارند.  
**فرایندهای مارکوف:** فرایندهای تصادفی مرتبه یک که احتمال حضور در یک استیت تنها به استیت قبلی وابسته است.

فرایندهای مارکوف همگن: فرایندهای مارکوفی که تاریخچه‌ی گذشته‌ی کل فرایند در وضعیت کنونی خلاصه شده است.

فرایندهای مارکوف گسسته در زمان یا **DTMC**: فرایندهای مارکوفی که واحد زمانی گسسته و مشخصی دارند. همچنین در حالت همگن، زمان در احتمال وارد شدن به یک استیت اثر ندارد و احتمال وقوع هر استیت تنها با توجه به استیت قبلی و با استفاده از یک ماتریس نمایش داده می‌شود.

استیت‌های **transient**: استیتی که پس از خروج از آن با احتمالی مثبت سیستم به آن باز نگردد.

استیت‌های **recurrent**: استیتی که سیستم پس از خروج از آن در نهایت بتواند به آن باز گردد. با توجه به مقدار  $d_{ii}$  به دو دسته تقسیم می‌شوند: غیر دوره‌ای ( $d_{ii} = 1$ ) و دوره‌ای ( $d_{ii} > 1$ )

استیت‌های در ارتباط (**communication**): دو استیتی که به یکدیگر مسیر مستقیم دارند.

دیاگرام‌های **irreducible**: دیاگرامی که در آن هر استیت **recurrent** از دیگر استیت‌ها قابل دسترسی باشد.

ماتریس **Q**: در **CTMC** ها، ماتریسی که درایه‌های غیر قطری آن با استفاده از نرخ جا به جایی بدست آیند، ماتریس مولد نامیده می‌شود.

اطلاعات داخل چیت‌شیت: هر بخش که با خط جدا شده شامل موارد زیر است (به ترتیب از سمت راست بالا به پایین)

بخش اول: توابع احتمالی، **CDF** و مومنتوم.

بخش دوم – توزیع‌های گسسته: توزیع برنولی، توزیع دو جمله‌ای، توزیع هندسی و توزیع دو جمله‌ای منفی، توزیع پواسون

بخش سوم – توزیع‌های پیوسته: توزیع یکنواخت، توزیع نمایی، توزیع گاما، توزیع ارلانگ، توزیع نرمال، توزیع ویبول، لاگ – نرمال، توزیع مثلثی، توزیع بتا

بخش چهارم: فرایند پواسون

بخش پنجم: فرایندهای مارکوف. **HMC** (فرایند مارکوف همگن). معادلات مرتبط با حل **transient** (مشخص شده با علامت **tr**) و **steady state** (مشخص شده با علامت **ss**)، فرمول بهره‌روی ( $\rho$ )

بخش ششم: ویژگی‌های تبدیل لاپلاس و تبدیل‌های لاپلاس معکوس

⇐ در چیت شیت، هر جا از **Z** استفاده شده، منظور متغیر کمکی است که از روی متغیر اصلی تعریف می‌شود.

⇐ هرگاه در ابتدای شروع یک خط، علامت ویرگول قرار داشته باشد، یعنی آن خط ادامه‌ی خط قبلی می‌باشد