

پاسخ سوالات ۱ و ۲ و ۴ تمرین چهارم

سوال 1

(الف) توزیع بتا میتواند یک توزیع خوب برای این سوال باشد چون در اتوبان ها سرعت ماشین ها معمولا بین یک حداکثر و حداقلی است و همچنین پیوسته است.

(ب) چون درآمد یک سوپر مارکت به طور کلی گسسته است و در یک بازه زمانی مشخص هم این مورد خواسته شده است پس میتوان گفت توزیع پواسون یک توزیع خوب است.

(ج) ما از توزیع نمائی استفاده میکنیم زیرا این توزیع هم پیوسته است هم خصوصیت بی حافظه شدن دارد که برای ما خوب است چون یک تمرین به تمرین های قبلی ربطی ندارد.

(د) توزیع نرمال زیرا افراد همگی سعی میکنند نقطه وسط را بزنند و هر چه دور تر برویم این احتمال کمتر میشود.

سوال 2

ما میدانیم احتمال منفی نداریم پس ابتدا در نظر میگیریم برای x های منفی $f(x) = 0$ در نظر میگیریم. حال cdf تابع مورد نظر را بدست میآوریم:

$$\text{if } x < 0 : F(x) = 0$$

$$\text{if } 0 \leq x \leq 1 : F(x) = \int_0^x x^{a-1} dx = \frac{x^a}{a}$$

$$\text{if } 1 < x : F(x) = \int_0^1 x^{a-1} dx + \int_1^x \lambda^{-\lambda x} dx = \frac{1}{a} + \frac{\lambda^{-\lambda} - \lambda^{-\lambda x}}{\lambda * \ln(\lambda)}$$

برای اینکه مساحت زیر نمودار ما برابر 1 هم باشد یک ضریب C_0 هم در مقادیر بالا ضرب میکنیم که تاثیر خاصی ندارد.

حال در ادامه باید با گرفتیم $F^{-1}(x)$ خواسته سوال را بدست بی آوریم:

$$\text{for } 0 \leq x \leq 1 : C_0 * \frac{x^a}{a} = y \rightarrow x = \sqrt[a]{y * \frac{a}{C_0}}$$

$$\text{for } 1 < x : C_0 \left(\frac{1}{a} + \frac{\lambda^{-\lambda} - \lambda^{-\lambda x}}{\lambda * \ln(\lambda)} \right) = y \rightarrow x = \frac{-\ln \left(\ln(\lambda) \left(\frac{\lambda^{-\lambda-1}}{\ln(\lambda)} - \frac{y}{C_0} - \frac{1}{a} \right) \right) - \ln(\lambda)}{\lambda * \ln(\lambda)}$$

پس خواسته سوال را بدست آوردیم.

سوال 4

ابتدا اعداد رندوم را با یک روش دلخواه درست میکنیم (از همان اطلاعات رندوم جنریتور در اسلاید استفاده میکنیم):

$$X_0 = 27, a = 17, c = 43, m = 100$$

$$X_1 = 2 \rightarrow R_1 = 0.02$$

$$X_2 = 77 \rightarrow R_2 = 0.77$$

$$X_3 = 52 \rightarrow R_3 = 0.52$$

$$X_4 = 27 \rightarrow R_4 = 0.27$$

$$X_5 = 2 \rightarrow R_5 = 0.02$$

حال جدول را در پایین بررسی میکنیم:

Interval	Prob	C.Prob	Slop
15<x<30	0.143	0.143	104.9
30<x<45	0.143	0.286	104.9
45<x<60	0.143	0.429	104.9
60<x<90	0.143	0.571	209.79
90<x<120	0.143	0.714	209.79
120<x<180	0.143	0.857	419.58
180<x<300	0.143	1	839.16

پس طبق اعداد رندوم جنریت شده و جدول بالا داریم:

$$R_1 = 0.02 \rightarrow X_1 = 15 + 104.9 * 0.02 = 17.1$$

$$R_2 = 0.77 \rightarrow X_2 = 120 + 419.58 * (0.77 - 0.714) = 143.496$$

$$R_3 = 0.52 \rightarrow X_3 = 60 + 209.79 * (0.52 - 0.429) = 79.09$$

$$R_4 = 0.27 \rightarrow X_4 = 30 + 104.9 * (0.27 - 0.143) = 43.32$$

نمونه سوال مشابه سوال ۳ تمرین به همراه پاسخ

با استفاده از تست Kolmogov – Smirnov و chi-square را روی اعداد زیر برای تست یکنواختی این اعداد انجام دهید و در نهایت بگویید کدام تست به نظرتان بهتر و مفید تر است برای این سوال. (n = 4 , alpha = 0.05)

[0.8 , 0.85 , 0.04 , 0.8 , 0.2 , 0.8 , 0.2 , 0.68 , 0.11 , 0.98 , 0.73 , 0.54]

پاسخ:

R = F(x)	0.04	0.11	0.2	0.54	0.68	0.73	0.8	0.85	0.98
SN	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.8	0.9	1
Sn- F(x)	0.06	0.09	0.1	-	-	-	0	0.05	0.02
F(x) – Sn(i-1)	0.04	0.01	0	0.24	0.28	0.23	0.2	0.05	0.08

پس داریم: $D = \max(0.28, 0.1) = 0.28$

طبق الفا $0.05 = D$ ما داریم $D = 0.41$

پس طبق دو عدد بالا نمیتوان آن را ریجکت نمی شود.

برای chi-square داریم:

$$E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$X_o^2 = \sum_1^4 \frac{(o_i - E_i)^2}{E_i}$$

I	Number of data	interval
O1	3	$0 < x < 0.25$
O2	0	$0.25 < x < 0.5$
O3	3	$0.5 < x < 0.75$
O4	4	$0.75 < x < 1$

پس داریم:

$$X_o^2 = 3.6, X_{0.05}^2 = 7.81$$

پس میتوان گفت یونیفর্ম بودن رد نمیشود.

برای این دیتا ها تست Kolmogorov بهتر است زیرا تعداد کل دیتا ما 10 تاست و تست chi-square معمولاً برای دیتا های بالای 50 تا استفاده میشود.

$$R_5 = 0.02 \rightarrow X_5 = 15 + 104.9 * 0.02 = 17.1$$