(1.) Akan dibuktikan bahwa kelas operator komplemen Sugeno $N_s(a) = \frac{1-a}{1+sa}$ adalah fungsi komplemen.

Penyelesaian:

Akan ditunjukkan: $N_s(a) = \frac{1-a}{1+sa}$ memenuhi persyaratan aksiomatik pada komplemen kabur.

Ambil sebarang parameter s, dimana $s > -1$.

Perhatikan bahwa,

(i) Adb. $N_s(0) = 1$ dan $N_s(1) = 0$ (Batas)

Perhatikan bahwa

$N_s(0) = \frac{1-0}{1+s.0} = \frac{1}{1} = 1$ dan $N_s(1) = \frac{1-1}{1+s.1} = \frac{0}{1+s} = 0$ ✓

(ii) Adb $N_s(a) \geq N_s(b)$ jika $a \leq b$ (Kemonotonan)

Misalkan, pilih $a = x$

dan $b = x+1$

| untuk kasus $a=b$, jelas terbukti $N_s(a) = N_s(b)$

Perhatikan bahwa

$N_s(a) = N_s(x) = \frac{1-x}{1+sx}$

$N_s(b) = N_s(x+1) = \frac{1-(x+1)}{1+s(x+1)} = \frac{-x}{1+sx+s}$

Perhatikan bahwa

$\frac{-x+1}{1+sx} > \frac{-x+1}{1+sx+s} > \frac{-x}{1+sx+s}$

sehingga menurut teorema apit, $\frac{-x+1}{1+sx} > \frac{-x}{1+sx+s}$.

Jadi, $N_s(a) \geq N_s(b)$ jika $a \leq b$. ✓

(iii) Adb. $N_s(N_s(a)) = a$ (Involusi)

Perhatikan bahwa,

$N_s(N_s(a)) = N_s\left(\frac{1-a}{1+sa}\right) = \frac{1-\left(\frac{1-a}{1+sa}\right)}{1+\left(s.\frac{1-a}{1+sa}\right)}$

$= \frac{\frac{1+sa}{1+sa} - \left(\frac{1-a}{1+sa}\right)}{\frac{1+sa}{1+sa} + \frac{s-sa}{1+sa}}$

$= \frac{\frac{sa+a}{1+sa}}{\frac{1+s}{1+sa}}$

$= \frac{sa+a}{1+sa} \cdot \frac{1+sa}{1+s}$

$= \frac{sa+a}{1+s}$

$= \frac{a(s+1)}{(1+s)}$

$= a$

$\therefore N_s(N_s(a)) = a$ ✓

Emanuel AS / 18111410008 Matematika Makassar, 10 Maret 2024

② Pada Contoh 3.11 hal 40,

Diketahui : himpunan semesta $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

dan himpunan kabur $\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$,

Tentukan komplemen dari $\tilde{A}$ menurut operator komplemen Sugeno untuk $S = 2$.

Penyelesaian :

Kelas operator komplemen kabur Sugeno untuk $S = 2$ adalah

$$N_2(a) = \frac{1-a}{1+2a}$$

Maka,

$$N_2(0.2) = \frac{1-0.2}{1+2.(0.2)} = \frac{0.8}{1+0.4} = \frac{0.8}{1.4} = 0.57$$

$$N_2(0.5) = \frac{1-0.5}{1+2(0.5)} = \frac{0.5}{1+1} = \frac{0.5}{2} = 0.25$$

$$N_2(0.8) = \frac{1-0.8}{1+2(0.8)} = \frac{0.2}{1+1.6} = \frac{0.2}{2.6} = 0.08$$

$$N_2(1) = \frac{1-1}{1+2(1)} = \frac{0}{1+2} = \frac{0}{3} = 0$$

$$N_2(0.7) = \frac{1-0.7}{1+2(0.7)} = \frac{0.3}{1+1.4} = \frac{0.3}{2.4} = 0.13$$

$$N_2(0.3) = \frac{1-0.3}{1+2(0.3)} = \frac{0.7}{1+0.6} = \frac{0.7}{1.6} = 0.44$$

$\therefore \tilde{A}^c = \{(1, 0.57), (2, 0.25), (3, 0.08), (4, 0), (5, 0.13), (6, 0.44)\}$

③ Akan dibuktikan bahwa belas operator komplemen Yager $N_w(a) = (1-a^w)^{1/w}$ adalah fungsi komplemen!

Penyelesaian :

Akan ditunjukkan : $N_w(a) = (1-a^w)^{1/w}$ memenuhi persyaratan aksiomatik pada komplemen kabur.

Ambil sebarang parameter positif w.

Perhatikan bahwa,

(i) Adb. $N_w(0) = 1$ dan $N_w(1) = 0$ (Batas)

Perhatikan bahwa

$N_w(0) = (1-0^w)^{1/w} = (1)^{1/w} = \sqrt[w]{1} = 1$ ▨

$N_w(1) = (1-1)^{1/w} = (0)^{1/w} = \sqrt[w]{0} = 0$

(ii) Adb. $N_w(a) \geq N_w(b)$ jika $a \leq b$ (kemonotonan)

Misalkan, pilih $a = x$ dan $b = x+1$ | untuk kasus $a = b$, jelas terbukti $N_w(a) = N_w(b)$

Perhatikan bahwa,

$N_w(a) = N_w(x) = (1-x^w)^{1/w}$

$N_w(b) = N_w(x+1) = (1-(x+1)^w)^{1/w}$

Perhatikan bahwa,

$(x)^w < (x+1)^w$ [Jelas]

$-[(x)^w] > -[(x+1)^w]$ [Kedua ruas dikali -1]

$1-[(x)^w] > 1-[(x+1)^w]$ [Kedua ruas ditambah 1]

$(1-[(x)^w])^{1/w} > (1-[(x+1)^w])^{1/w}$ [Kedua ruas dipangkatkan $1/w$]

$(1-(x)^w)^{1/w} > (1-(x+1)^w)^{1/w}$ [Jelas]

Jadi, $N_w(a) \geq N_w(b)$ jika $a \leq b$. ▨

(iii) Adb. $N_w(N_w(a)) = a$ [Involusi]

Perhatikan bahwa,

$$N_w(N_w(a)) = N_w(1-a^w)^{1/w} = \left(1-\left((1-a^w)^{1/w}\right)^w\right)^{1/w}$$

$$= \left(1-(1-a^w)\right)^{1/w}$$

$$= (a^w)^{1/w}$$

$$= a \quad //$$

$\therefore N_w(N_w(a)) = a.$ ▨

Imanuel AS / 1811141008 Makassar, 10 Maret 2021

(4) Pada contoh 3.12 hal. 41,
Diketahui, himpunan semesta $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
dan himpunan kabur $\tilde{A} = \{(1, 0.2), (2, 0.5), (3, 0.8), (4, 1), (5, 0.7), (6, 0.3)\}$.
Tentukan komplemen dari $\tilde{A}$ menurut operator Komplemen Yager untuk $w = 2$.

Penyelesaian :

Kelas operator komplemen kabur Yager untuk $w = 2$ adalah

$$N_2(a) = (1 - a^2)^{1/2}$$

Maka,

$N_2(0.2) = (1-(0.2)^2)^{1/2} = (1-0.04)^{1/2} = (0.96)^{1/2} = 0.98$

$N_2(0.5) = (1-(0.5)^2)^{1/2} = (1-0.25)^{1/2} = (0.75)^{1/2} = 0.87$

$N_2(0.8) = (1-(0.8)^2)^{1/2} = (1-0.64)^{1/2} = (0.36)^{1/2} = 0.6$

$N_2(1) = (1-(1)^2)^{1/2} = (1-1)^{1/2} = (0)^{1/2} = 0$

$N_2(0.7) = (1-(0.7)^2)^{1/2} = (1-0.49)^{1/2} = (0.51)^{1/2} = 0.71$

$N_2(0.3) = (1-(0.3)^2)^{1/2} = (1-0.09)^{1/2} = (0.91)^{1/2} = 0.95$

$\therefore \tilde{A}^c = \{(1, 0.98), (2, 0.87), (3, 0.6), (4, 0), (5, 0.71), (6, 0.95)\}$

⑤ Komplemen Sugeno

Diketahui $\tilde{A} = Seg(X: 0,2,4)$. Tentukan $\mu_{\tilde{A}^c}(x)$ dengan menggunakan N_2, serta gambarkan grafik kelas Komplemen Sugeno!

Penyelesaian:

Persamaan fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}$, yaitu:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = Seg(x: 0,2,4) = \begin{cases} 0 & ; x \leq 0 \ \vee \ x \geq 4 \\ \frac{x}{2} & ; 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{4-x}{2} & ; 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Persamaan fungsi keanggotaan dari himpunan kabur $\tilde{A}^c$ dengan menggunakan N_2 Komplemen Sugeno, yaitu:

Himpunan kabur $\tilde{A}^c$ dengan menggunakan N_2 Komplemen Sugeno, dengan menggunakan rumus $N_2(a) = \frac{1-a}{1+2a}$; $s > -1$, yaitu:

$$\mu_{\tilde{A}^c}(x) = \begin{cases} \frac{1-0}{1+(2.0)} = \frac{1}{1} = 1 & ; x \leq 0 \ \vee \ x \geq 4 \\ \frac{1-\frac{x}{2}}{1+(2.\frac{x}{2})} = \frac{\frac{2-x}{2}}{1+x} = \frac{2-x}{2+2x} & ; 0 \leq x \leq 2 \\ \frac{1-\frac{4-x}{2}}{1+(2.\frac{4-x}{2})} = \frac{\frac{x-2}{2}}{1+(4-x)} = \frac{x-2}{10-2x} & ; 2 \leq x \leq 4 \end{cases}$$

Adapun, grafik dari himpunan kabur $\tilde{A}^c$ dengan menggunakan N_2 komplemen Sugeno yaitu:

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel Makassar, 15 Maret 2021

Langkah-langkah menggambar grafik himpunan kabur $\tilde{A}^c$ dengan menggunakan N_2 Komplemen Sugeno:

1.) Untuk Grafik $y = \frac{2-x}{2+2x}$

a.) Titik potong dengan sumbu x.

$\Rightarrow y = 0$

Perhatikan bahwa,

$y = \frac{2-x}{2+2x}$

$\Rightarrow y(2+2x) = 2-x$

$\Rightarrow (0)(2+2x) = 2-x$

$0 = 2-x$

$-2 = -x$

$\boxed{2 = x}$

Maka, diperoleh titik potong A(2, 0)

b.) Titik potong dengan sumbu y.

$\Rightarrow x = 0$

Perhatikan bahwa,

$y = \frac{2-x}{2+2x}$

$\Rightarrow y(2+2x) = 2-x$

$\Rightarrow y(2+2(0)) = 2-(0)$

$\Rightarrow y(2) = 2$

$\Rightarrow \boxed{y = 1}$

Maka, diperoleh titik potong B(0, 1)

c.) Asimtot Datar untuk $y = \frac{2-x}{2+2x}$

$$y = \lim_{x\to\infty} \frac{2-x}{2+2x}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2}{x} - \frac{x}{x}}{\frac{2}{x} + \frac{2x}{x}}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2}{x} - 1}{\frac{2}{x} + 2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{\frac{2}{\infty} - 1}{\frac{2}{\infty} + 2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{0-1}{0+2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow y = (-0{,}5)$$

d.) Asimtot tegak untuk $y = \frac{2-x}{2+2x}$

Langkah I : Mencari persamaan dalam bentuk x

$$y = \frac{2-x}{2+2x}$$

$$\Rightarrow y(2+2x) = 2-x$$

$$\Rightarrow 2y + 2yx = 2-x$$

$$\Rightarrow 2yx + x = 2-2y$$

$$\Rightarrow (2y+1)x = 2-2y$$

$$\Rightarrow x = \frac{2-2y}{2y+1}$$

Langkah II : Mencari asimtot tegak

$$x = \frac{2-2y}{2y+1}$$

$$\Rightarrow x = \lim_{y\to\infty} \frac{2-2y}{2y+1}$$

$$\Rightarrow x = \lim_{y\to\infty} \frac{\frac{2}{y} - \frac{2y}{y}}{\frac{2y}{y} + \frac{1}{y}}$$

$$\Rightarrow x = \lim_{y\to\infty} \frac{\frac{2}{y} - 2}{2 + \frac{1}{y}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{2}{\infty} - 2}{2 + \frac{1}{\infty}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{0-2}{2+0}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2}{2}$$

$$\Rightarrow x = -1$$

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel

Makassar, 15 Maret 2021

2.) Untuk Grafik $y = \frac{x-2}{10-2x}$

a.) Titik potong dengan sumbu x.

$\Rightarrow y = 0$

Perhatikan bahwa,

$y = \frac{x-2}{10-2x}$

$\Rightarrow y(10-2x) = x-2$

$\Rightarrow (0)(10-2x) = x-2$

$\Rightarrow \quad 0 = x-2$

$\Rightarrow \quad \boxed{2 = x}$

Maka, diperoleh titik potong A (2,0)

b.) Titik potong dengan sumbu y.

$\Rightarrow x = 0$

Perhatikan bahwa,

$y = \frac{x-2}{10-2x}$

$\Rightarrow y(10-2x) = x-2$

$\Rightarrow y(10-2(0)) = (0)-2$

$\Rightarrow \quad 10y = -2$

$\Rightarrow \quad y = \frac{-2}{10}$

$\Rightarrow \quad y = -\frac{1}{2}$

Maka, diperoleh titik potong B $(0, -\frac{1}{2})$

c.) Asimtot Datar untuk $y = \frac{x-2}{10-2x}$

$$y = \lim_{x\to\infty} \frac{x-2}{10-2x}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{x}{x} - \frac{2}{x}}{\frac{10}{x} - \frac{2x}{x}}$$

$$\Rightarrow y = \lim_{x\to\infty} \frac{1 - \frac{2}{x}}{\frac{10}{x} - 2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1 - \frac{2}{\infty}}{\frac{10}{\infty} - 2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1-0}{0-2}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{-2}$$

$$\Rightarrow y = (-0{,}5)$$

d) Asimtot tegak untuk $y = \frac{x-2}{10-2x}$

Langkah I : Mencari persamaan dalam bentuk x

$$y = \frac{x-2}{10-2x}$$

$$\Rightarrow y(10-2x) = x-2$$

$$\Rightarrow 10y - 2xy = x-2$$

$$\Rightarrow -2xy - x = -2-10y$$

$$\Rightarrow (-2y-1)x = -2-10y$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2-10y}{-2y-1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2+10y}{2y+1}$$

Langkah II : Mencari asimtot tegak

$$x = \frac{2+10y}{2y+1}$$

$$\Rightarrow x = \lim_{y\to\infty} \frac{2+10y}{2y+1}$$

$$\Rightarrow x = \lim_{y\to\infty} \frac{\frac{2}{y} + \frac{10y}{y}}{\frac{2y}{y} + \frac{1}{y}}$$

$$\Rightarrow x = \lim_{y\to\infty} \frac{\frac{2}{y} + 10}{2 + \frac{1}{y}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\frac{2}{\infty} + 10}{2 + \frac{1}{\infty}}$$

$$\Rightarrow x = \frac{0+10}{2+0}$$

$$\Rightarrow x = 5$$

Imanuel AS / 18111410 08 Imanuel Makassar, 15 Maret 2021

Grafik dari himpunan $\tilde{A}^c$ dengan menggunakan N_2 Komplemen Sugeno tampak pada gambar berikut ini :