

Matassar, 2 Juni 2024

# Analisis Kompleks

Pertemuan ke - 11

Nama : Immanuel Agung Sembé

NIM : 1811141008

  
Immanuel

Imanuel Agung Sembu

1811141008

~~Immanuel~~  
ImmanuelFungsi Kompleks sebagai Pemetaan

$$w = f(z)$$

↳ dipandang sebagai pemetaan titik  $(x, y)$  di bidang  $z$  ke titik  $(u, v)$  di bidang  $w$ .

E

Akan ditentukan peta dari daerah

$$D = \{(x, y) \mid 0 < x < 1, -x < y < x\}$$

$$\text{oleh } f(z) = (x^2 - y^2) + 2xyi$$

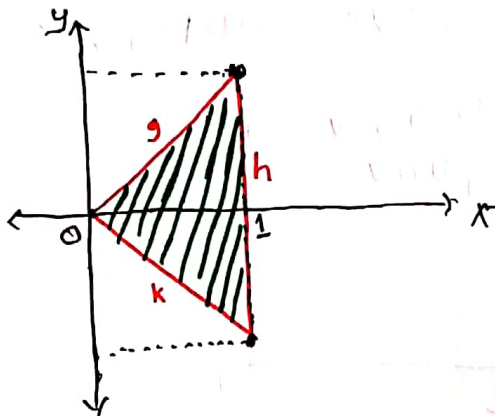
$$z = x + iy = (x, y)$$

Solusi:

$$D = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, -x < y < x\}$$

$$f(z) = \underbrace{(x^2 - y^2)}_{u(x, y)} + \underbrace{2xyi}_{v(x, y)}$$

$$u = x^2 - y^2 \quad v = 2xy$$



① Peta garis  $g: y = x, 0 \leq x \leq 1$  oleh  $f$  adalah

$$u = x^2 - y^2 = x^2 - x^2 = 0$$

$$v = 2xy = 2x^2 \quad 0 \leq v \leq 2$$

dari sini  
(interval  $x$ )Jadi peta  $g$  adalah

$$g^*: u = 0 \quad 0 \leq v \leq 2$$

② Peta garis  $h: x=1$   $-1 \leq y \leq 1$

oleh  $f$  adalah

$$u = x^2 - y^2 = 1 - y^2$$

$$v = 2xy = 2y$$

diperoleh

$$y^2 = (2y)^2 = 4y^2 = 4(1-u) \quad 0 \leq u \leq 1$$

$$\text{dan } -2 \leq v \leq 2 \text{ dari } v = 2y \text{ dan } -1 \leq y \leq 1$$

Jadi, peta  $h$  adalah

$$h^*: v^2 = 4(1-u), -2 \leq v \leq 2$$

③ Peta garis  $k: y = -x$   $0 \leq x \leq 1$

oleh  $f$  adalah

$$u = x^2 - y^2 = x^2 - (-x)^2 = 0$$

$$v = 2xy = -2x^2, -2 \leq v \leq 0$$

Jadi peta  $k$  adalah

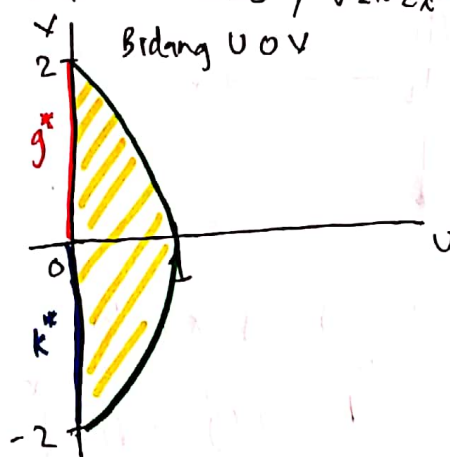
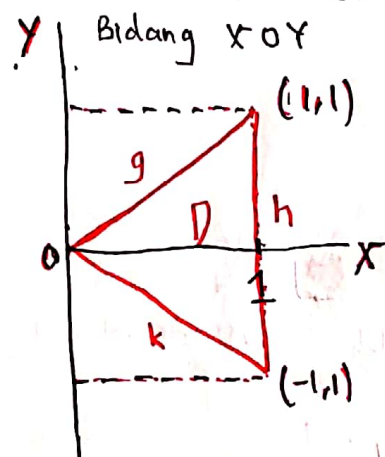
$$k^*: u = 0, v = -2x^2, -2 \leq v \leq 0$$

∴ Diperoleh:

$$g: y = x, 0 \leq x \leq 1 \rightarrow g^*: u = 0, v = 2x^2, 0 \leq v \leq 2$$

$$h: x = 1, -1 \leq y \leq 1 \rightarrow h^*: v^2 = 4(1-u), -2 \leq v \leq 2, u = 1 - y^2, 0 \leq u \leq 1$$

$$k: y = -x, 0 \leq x \leq 1 \rightarrow k^*: u = 0, v = -2x^2$$



∴ Peta  $D$  oleh  $f$  adalah  $D^* = \{(u,v) \mid v^2 = 4(1-u); 0 \leq u \leq 1, -2 \leq v \leq 2\}$

## Pemetaan Linear Kompleks

Pemetaan Linear  $w = f(z) = a z$  memenuhi

$$f(z_1 + z_2) = f(z_1) + f(z_2) \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$$

$$f(\alpha z) = \alpha \cdot f(z) \quad \forall \alpha \in \mathbb{C}, z \in \mathbb{C}$$

Pemetaan ini dapat ditulis dalam bentuk

$$\begin{aligned} w = u + vi &= \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = f(x + yi) \\ &= f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \end{aligned}$$

**E**

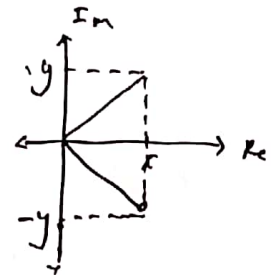
(1)  $f(z) = w = \bar{z}$  ini memetakan

$$z = x + yi \text{ ke } \bar{z} = x - yi \text{ dan}$$

ini merupakan pencerminan dengan sumbu  $x$ .

Tetapi yang menarik bahwa

$$\begin{aligned} w = u + vi &= \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = f(x + yi) \\ &= f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} x \\ -y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = x - yi \end{aligned}$$



(2)  $f(z) = -i\bar{z}$  memetakan  $z = x + yi \rightarrow f(z) = i(x - yi) = y - xi$   
(Cari Matriksnya)

Solusi:

$$\begin{aligned} w = u + vi &= \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix} = f(x + yi) \\ &= f \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} y \\ -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = y - xi \end{aligned}$$