Fuzzy Tugas Akhir

Makassar, 6 Juni 2021

Nama : Imanuel Agung Sembe

NIM : 1811141008

Manual

Buat minimal 5 contoh soal fuzzy beserta jawabannya!

① Misalkan $\tilde{A}$ adalah himpunan kabur "bilangan-bilangan riil yang dekat ke 6" dengan fungsi keanggotaan:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{6} & ; \quad 0 < x \leq 6 \\ \frac{12-x}{6} & ; \quad 6 < x < 12 \\ 0 & ; \quad \text{yang lain.} \end{cases} \quad , x \in \mathbb{R}$$

Tunjukkan bahwa syarat-syarat untuk suatu bilangan kabur dipenuhi oleh himpunan kabur $\tilde{A}$, sehingga "bilangan-bilangan riil yang dekat ke 6" adalah suatu bilangan kabur dalam $\mathbb{R}$.

Penyelesaian:

Akan ditunjukkan: $\tilde{A}$ suatu himpunan kabur

Adit: (i) $\tilde{A}$ adalah himpunan kabur normal

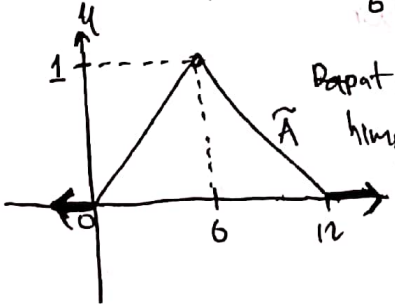
(ii) $\tilde{A}$ adalah himpunan kabur konveks

(iii) A_α merupakan suatu interval tertutup $\forall \alpha \in [0,1]$

Perhatikan bahwa,

(i) Karena ada titik $x \in \mathbb{R}$ yaitu $x = 6$ sedemikian sehingga $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{6}{6} = 1$, maka $\tilde{A}$ adalah himpunan kabur normal.

(ii)



Dapat dilihat dari gambar bahwa $\tilde{A}$ merupakan himpunan kabur konveks.

(iii) A_α merupakan suatu interval tertutup. $\forall \alpha \in [0,1]$.

$\therefore$ $\tilde{A}$ suatu bilangan kabur.

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2021

② Misalkan $\tilde{B}$ = bilangan-bilangan bulat sekitar 4, adalah suatu himpunan kabur yang didefinisikan pada bilangan bulat $\mathbb{Z}$, yaitu:

$$\tilde{B} = \{(-6,0.1), (-5,0.1), (-4,0.2), (-3,0.3), (-2,0.3), (-1,0.5), (0,0.5), (1,0.6), (2,0.8), (3,0.9), (4,1), (5,0.9), (6,0.7), (7,0.4), (8,0.4), (9,0.3), (10,0.2), (11,0.2), (12,0.1)\}$$

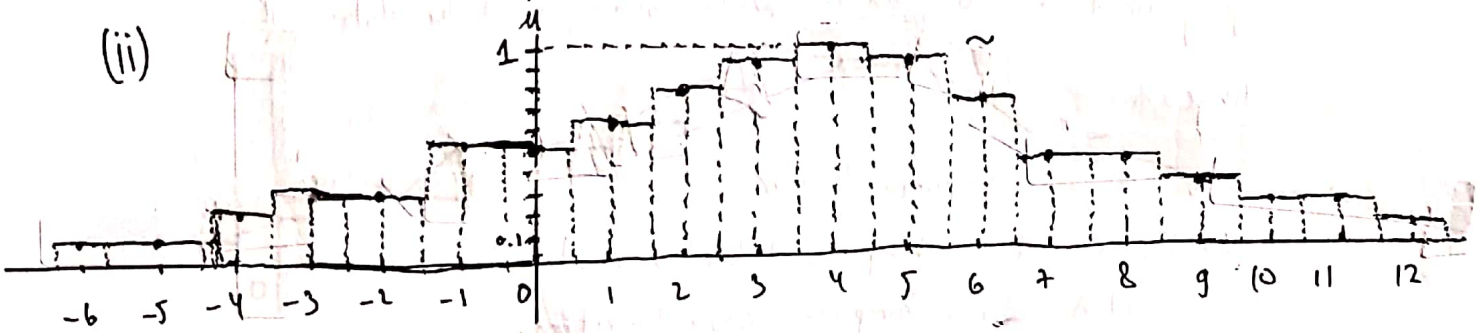
Tunjukkan bahwa himpunan kabur $\tilde{B}$ merupakan suatu bilangan kabur "bilangan-bilangan bulat sekitar 4".

Penyelesaian:

Perhatikan bahwa

(i) Karena ada $x \in \mathbb{Z}$ yakni $x = 4$ sedemikian sehingga $\mu_{\tilde{B}}(x) = 1$ maka $\tilde{B}$ adalah himpunan kabur normal

(ii)



Terlihat dari gambar bahwa, $\tilde{B}$ adalah himpunan kabur konveks

(iii) A_α merupakan suatu interval tertutup $\forall \alpha \in [0,1]$.

$\therefore$ $\tilde{B}$ merupakan suatu bilangan kabur. //

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2024

Soal untuk no. 3 - 6

Misalkan $\tilde{A}$ dan $\tilde{B}$ adalah bilangan kabur dengan fungsi keanggotaan

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{(x+2)}{2} ; & -2 < x \leq 0 \\ \frac{(2-x)}{2} ; & 0 < x < 2 \\ 0 ; & x \text{ yang lain} \end{cases} \quad ; \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \ldots\ldots (*)$$

$$\mu_{\tilde{B}}(x) = \begin{cases} \frac{(x-2)}{2} ; & 2 < x \leq 4 \\ \frac{(6-x)}{2} ; & 4 < x \leq 6 \\ 0 ; & x \text{ yang lain} \end{cases} \quad ; \forall x \in \mathbb{R}^+ \quad \ldots\ldots (**)$$

Tentukan dengan menggunakan metode potongan $-\alpha$:

(3) $\tilde{A} + \tilde{B}$

(4) $\tilde{A} - \tilde{B}$

(5) $\tilde{A} \cdot \tilde{B}$

(6) $\tilde{A} : \tilde{B}$

(7) Gambarkan semua grafiknya.

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel

Makassar, 6 Juli 2021

Penyelesaian :

Dari (*), diperoleh

$$\frac{a_1^{(\alpha)} + 2}{2} = \alpha \qquad \frac{2 - a_2^{(\alpha)}}{2} = \alpha$$

$$a_1^{(\alpha)} + 2 = 2\alpha \qquad 2 - a_2^{(\alpha)} = 2\alpha$$

$$a_1^{(\alpha)} = 2\alpha - 2 \qquad -a_2^{(\alpha)} = 2\alpha - 2$$

$$a_2^{(\alpha)} = 2 - 2\alpha$$

Sehingga potongan $-\alpha$ untuk bilangan kabur $\tilde{A}$ adalah

$$A_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] = [2\alpha - 2, 2 - 2\alpha]$$

Dari (**), diperoleh

$$\frac{b_1^{(\alpha)} - 2}{2} = \alpha \qquad \frac{6 - b_2^{(\alpha)}}{2} = \alpha$$

$$b_1^{(\alpha)} - 2 = 2\alpha \qquad 6 - b_2^{(\alpha)} = 2\alpha$$

$$b_1^{(\alpha)} = 2\alpha + 2 \qquad -b_2^{(\alpha)} = 2\alpha - 6$$

$$b_2^{(\alpha)} = 6 - 2\alpha$$

Sehingga potongan $-\alpha$ untuk bilangan kabur $\tilde{B}$ adalah

$$B_\alpha = [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}] = [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha] \quad \ldots\ldots (**)$$

③ Dengan demikian (***), $\tilde{A}_\alpha + \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] + [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$

$$= [2\alpha - 2, 2 - 2\alpha] + [2\alpha + 2, 6 - 2\alpha]$$

$$= [4\alpha, 8 - 4\alpha]$$

Misalkan $c_1^{(\alpha)} = 4\alpha$ dan $c_2^{(\alpha)} = 8 - 4\alpha$, maka

$$\alpha = \frac{c_1^{(\alpha)}}{4} \quad \text{dan} \quad \alpha = \frac{8}{4} - \frac{c_2^{(\alpha)}}{4}$$

Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{A}+\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0 & ; \ x \leq 0 \text{ atau } x \geq 8 \\ \frac{x}{4} & ; \ 0 < x < 4 \\ \frac{8}{4} - \frac{x}{4} & ; \ 4 \leq x < 8 \end{cases}$$

Imanuel AS / 18114100 8 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2024

④ Dari (***), diperoleh $\tilde{A}_\alpha - \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] - [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$

$= [2\alpha-2, 2-2\alpha] - [2\alpha+2, 6-2\alpha]$

$= [4\alpha-8, -4\alpha]$

Misalkan $c_1^{(\alpha)} = 4\alpha-8$ dan $c_2^{(\alpha)} = -4\alpha$, maka

$\alpha = \frac{c_1^{(\alpha)}}{4} + \frac{8}{4}$ dan $\alpha = -\frac{c_2^{(\alpha)}}{4}$

Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{A}-\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0 & ; x \le -8 \text{ atau } x \ge 0 \\ \frac{x}{4} + \frac{8}{4} & ; -8 < x < -4 \\ -\frac{x}{4} & ; -4 \le x < 0 \end{cases}$$

⑤ Dari (***), diperoleh $\tilde{A}_\alpha \cdot \tilde{B}_\alpha = [a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}] \cdot [b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}]$

$= [\underset{a}{2\alpha-2}, \underset{b}{2-2\alpha}] \cdot [\underset{d}{2\alpha+2}, \underset{e}{6-2\alpha}]$

$= [\min(4\alpha^2-4, -4\alpha^2+16\alpha-12, -4\alpha^2+4, 4\alpha^2-16\alpha+12)$
$, \max(4\alpha^2-4, -4\alpha^2+16\alpha-12, -4\alpha^2+4, 4\alpha^2-16\alpha+12)]$

$= [4\alpha^2-4, 4\alpha^2-16\alpha+12]$

Misalkan $c_1^{(\alpha)} = 4\alpha^2-4$ dan $c_2^{(\alpha)} = 4\alpha^2-16\alpha+12$, maka

$\alpha = \sqrt{\frac{c_1^{(\alpha)}+4}{4}}$ dan $\alpha = \frac{16-\sqrt{64+c_2^{(\alpha)}}}{8}$

atau $\alpha = \frac{\sqrt{c_1^{(\alpha)}+4}}{2}$ dan $\alpha = \frac{16-\sqrt{64+c_2^{(\alpha)}}}{8}$

Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{A}\cdot\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0 & ; x \le -4 \text{ atau } x \ge 192 \\ \frac{\sqrt{x+4}}{2} & ; -4 < x < 0 \\ \frac{16-\sqrt{64+x}}{8} & ; 0 \le x < 192 \end{cases}$$

Imanuel AS / 18111041008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2021

⑥ Dari (***), diperoleh $\tilde{A}_\alpha : \tilde{B}_\alpha = \left[a_1^{(\alpha)}, a_2^{(\alpha)}\right] : \left[b_1^{(\alpha)}, b_2^{(\alpha)}\right]$

$= [2\alpha-2, 2-2\alpha] : [2\alpha+2, 6-2\alpha]$

$= [2\alpha-2, 2-2\alpha] \cdot \left[\frac{1}{6-2\alpha}, \frac{1}{2\alpha+2}\right]$

$= \left[\min\left(\frac{2\alpha-2}{6-2\alpha}, \frac{2\alpha-2}{2\alpha+2}, \frac{2-2\alpha}{6-2\alpha}, \frac{2-2\alpha}{2\alpha+2}\right),\right.$

$\left.\max\left(\frac{2\alpha-2}{6-2\alpha}, \frac{2\alpha-2}{2\alpha+2}, \frac{2-2\alpha}{6-2\alpha}, \frac{2-2\alpha}{2\alpha+2}\right)\right]$

$= \left[\frac{2\alpha-2}{6-2\alpha}, \frac{2-2\alpha}{2\alpha+2}\right]$

Misalkan $c_1^{(\alpha)} = \frac{2\alpha-2}{6-2\alpha}$ dan $c_2^{(\alpha)} = \frac{2-2\alpha}{2\alpha+2}$, maka

$\alpha = \frac{6c_1^{(\alpha)}+2}{2+2c_1^{(\alpha)}}$ dan $\alpha = -\frac{2c_2^{(\alpha)}-2}{2c_2^{(\alpha)}+2}$

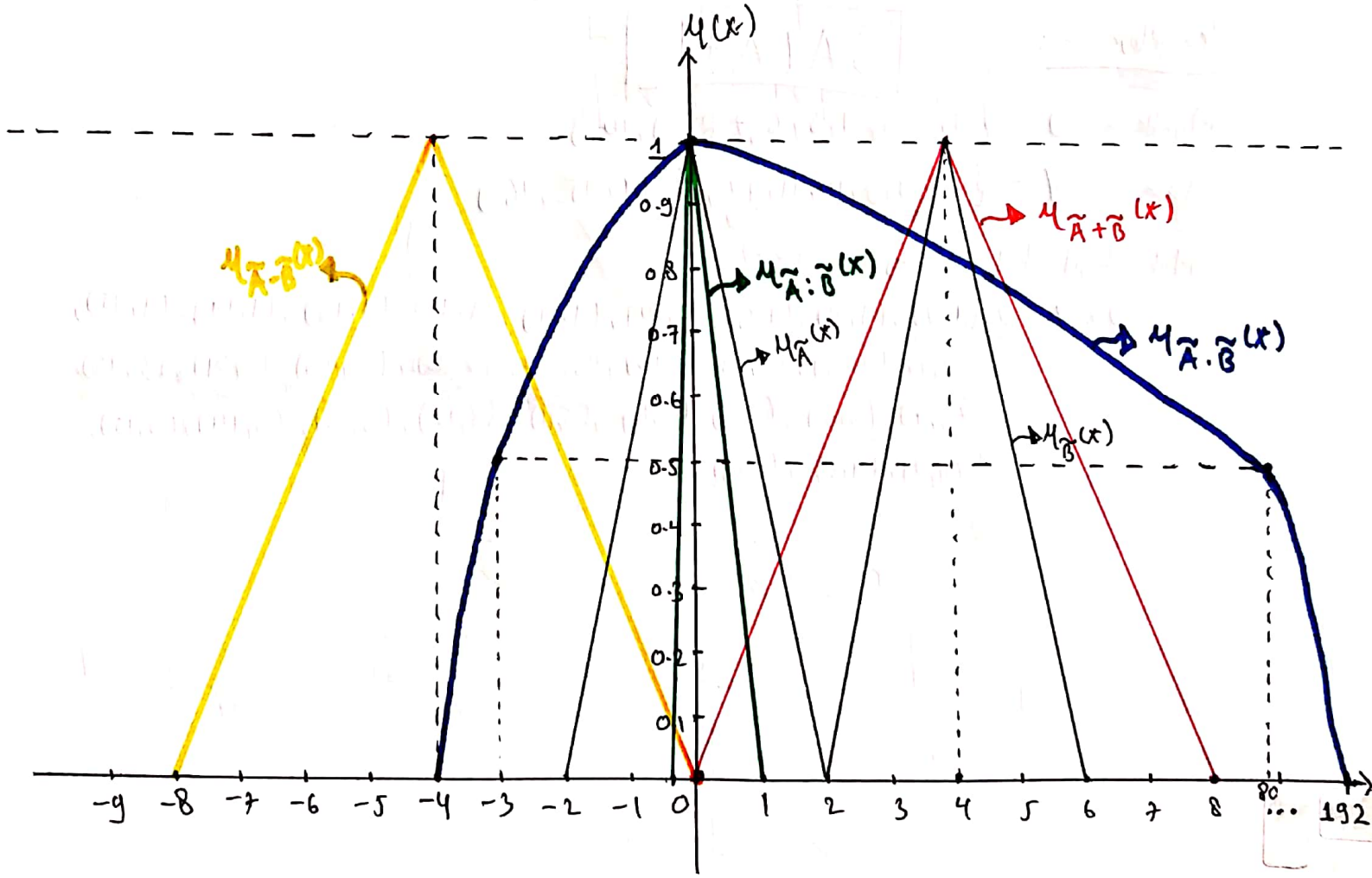
Sehingga diperoleh

$$\mu_{\tilde{A}:\tilde{B}}(x) = \begin{cases} 0 & ; \ x \le -\frac{1}{3} \text{ atau } x \ge 1 \\ \frac{6x+2}{2+x} & ; \ -\frac{1}{3} < x < 0 \\ -\frac{2x-2}{2x+2} & ; \ 0 \le x < 1 \end{cases}$$

Imanuel AS / 18111410008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2024

(7) Gambar Grafiknya:



Imanuel AS / 18111041008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2021

(8) Berikan suatu contoh fungsi keanggotaan relasi kabur $\tilde{R}$:= jauh lebih kecil dari pada" dalam $N_{10} \times N_{10}$ dengan menggunakan matriks relasional."

Penyelesaian:

Misalkan derajat keanggotaan relasi " jumlah dari hasil kali kartesian himpunan - himpunan U_1 dan U_2 jauh lebih kecil daripada 190" di antara himpunan U_1 sampai himpunan U_2 dinyatakan dengan matriks relasional berikut:

U_1 \ U_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
6	0,99	0.98	0.97	0.96	0.95	0.94	0.93	0.92	0.91	0.90
7	0.89	0.88	0.87	0.86	0.85	0.84	0.83	0.82	0.81	0.80
8	0.79	0.78	0.77	0.76	0.75	0.74	0.73	0.72	0.71	0.70
9	0.69	0.68	0.67	0.66	0.65	0.64	0.63	0.62	0.61	0.60
10	0.59	0.58	0.57	0.56	0.55	0.54	0.53	0.52	0.51	0.50
11	0.49	0.48	0.47	0.46	0.45	0.44	0.43	0.42	0.41	0.40
12	0.39	0.38	0.37	0.36	0.35	0.34	0.33	0.32	0.31	0.30
13	0.29	0.28	0.27	0.26	0.25	0.24	0.23	0.22	0.21	0.20
14	0.19	0.18	0.17	0.16	0.15	0.14	0.13	0.12	0.11	0.10

Maka relasi kabur " jumlah dari hasil kali kartesian himpunan - himpunan U_1 dan U_2 jauh lebih kecil dari pada 190" $\tilde{R}$ adalah sebagai berikut:

$\tilde{R} = \{((6,1), 0.99), ((6,2), 0.98), ((6,3), 0.97), ((6,4), 0.96), ((6,5), 0.95),$
$((6,6), 0.94), ((6,7), 0.93), ((6,8), 0.92), ((6,9), 0.91), ((6,10), 0.90),$
$((7,1), 0.89), ((7,2), 0.88), ((7,3), 0.87), ((7,4), 0.86), ((7,5), 0.85),$
$((7,6), 0.84), ((7,7), 0.83), ((7,8), 0.82), ((7,9), 0.81), ((7,10), 0.80),$

. . . . . .

$((13,1), 0.29), ((13,2), 0.28), ((13,3), 0.27), ((13,4), 0.26), ((13,5), 0.25)$
$((13,6), 0.24), ((13,7), 0.23), ((13,8), 0.22), ((13,9), 0.21), ((13,10), 0.20),$
$((14,1), 0.19), ((14,2), 0.18), ((14,3), 0.17), ((14,4), 0.16), ((14,5), 0.15),$
$((14,6), 0.14), ((14,7), 0.13), ((14,8), 0.12), ((14,9), 0.11), ((14,10), 0.10)\}$

//

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2021

⑨ Misalkan suatu relasi kabur $\tilde{R}$ pada $\tilde{A} \times \tilde{B}$ didefinisikan dengan menggunakan matriks relasional berikut :

$\tilde{B}$ \ $\tilde{A}$	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5
x_1	0.5	0	1	0.9	0.9
x_2	1	0.4	0.5	0.3	0.1
x_3	0.7	0.8	0	0.2	0.6
x_4	0.1	0.3	0.7	1	0

a.) Tentukan proyeksi pertama dan proyeksi kedua dari relasi $\tilde{R}$

Penyelesaian :

Proyeksi pertama

$\mu_{\tilde{R}(1)}(x_1) = \max_y [\mu_{\tilde{R}}(x_1, y)] = \max[0.5, 0, 1, 0.9, 0.9] = 1$

$\mu_{\tilde{R}(1)}(x_2) = \max_y [\mu_{\tilde{R}}(x_2, y)] = \max[1, 0.4, 0.5, 0.3, 0.1] = 1$

$\mu_{\tilde{R}(1)}(x_3) = \max_y [\mu_{\tilde{R}}(x_3, y)] = \max[0.7, 0.8, 0, 0.2, 0.6] = 0.8$

$\mu_{\tilde{R}(1)}(x_4) = \max_y [\mu_{\tilde{R}}(x_4, y)] = \max[0.1, 0.3, 0.7, 1, 0] = 1.$

Sehingga, $\tilde{R}^{(1)} = \{(x_1, 1), (x_2, 1), (x_3, 0.8), (x_4, 1)\}$

Proyeksi kedua

$\mu_{\tilde{R}(2)}(y_1) = \max_x [\mu_{\tilde{R}}(y_1, x)] = \max[0.5, 1, 0.7, 0.1] = 1$

$\mu_{\tilde{R}(2)}(y_2) = \max_x [\mu_{\tilde{R}}(y_2, x)] = \max[0, 0.4, 0.8, 0.3] = 0.8$

$\mu_{\tilde{R}(2)}(y_3) = \max_x [\mu_{\tilde{R}}(y_3, x)] = \max[1, 0.5, 0, 0.7] = 1$

$\mu_{\tilde{R}(2)}(y_4) = \max_x [\mu_{\tilde{R}}(y_4, x)] = \max[0.9, 0.3, 0.2, 1] = 1$

$\mu_{\tilde{R}(2)}(y_5) = \max_x [\mu_{\tilde{R}}(y_5, x)] = \max[0.9, 0.1, 0.6, 0] = 0.9$

Sehingga, $\tilde{R}^{(2)} = \{(y_1, 1), (y_2, 0.8), (y_3, 1), (y_4, 1), (y_5, 0.9)\}$

Imanuel AS / 1811141008 Imanuel

Makassar, 6 Juni 2024

b.) Tentukan perluasan cylindric dari proyeksi pertama dan proyeksi kedua relasi $\tilde{R}$.

Penyelesaian:

Perluasan cylindric dari proyeksi pertama

Perluasan cylindric dari $\tilde{R}^{(1)}$ pada $\tilde{A} \times \tilde{B}$ mempunyai derajat keanggotaan sebagai berikut:

$\mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_1, y_1) = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_1, y_2) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_1, y_5) = \mu_{\tilde{R}^{(1)}}(x_1) = 1$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_2, y_1) = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_2, y_2) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_2, y_5) = \mu_{\tilde{R}^{(1)}}(x_2) = 1$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_3, y_1) = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_3, y_2) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_3, y_5) = \mu_{\tilde{R}^{(1)}}(x_3) = 0.8$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_4, y_1) = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_4, y_2) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(1)}}(x_4, y_5) = \mu_{\tilde{R}^{(1)}}(x_4) = 1$

sehingga $\tilde{R}_L^{(1)} = \{((x_1, y_1), 1), ((x_1, y_2), 1), \ldots, ((x_1, y_5), 1),$
$((x_2, y_1), 1), ((x_2, y_2), 1), \ldots, ((x_2, y_5), 1),$
$((x_3, y_1), 0.8), ((x_3, y_2), 0.8), \ldots, ((x_3, y_5), 0.8),$
$((x_4, y_1), 1), ((x_4, y_2), 1), \ldots, ((x_4, y_5), 1)\}$

Perluasan cylindric dari proyeksi kedua.

Perluasan cylindric dari $\tilde{R}^{(2)}$ pada $\tilde{A} \times \tilde{B}$ mempunyai derajat keanggotaan sebagai berikut:

$\mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_1, y_1) = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_2, y_1) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_4, y_1) = \mu_{\tilde{R}^{(2)}}(y_1) = 1$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_1, y_2) = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_2, y_2) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_4, y_2) = \mu_{\tilde{R}^{(2)}}(y_2) = 0.8$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_1, y_3) = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_2, y_3) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_4, y_3) = \mu_{\tilde{R}^{(2)}}(y_3) = 1$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_1, y_4) = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_2, y_4) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_4, y_4) = \mu_{\tilde{R}^{(2)}}(y_4) = 1$

$\mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_1, y_5) = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_2, y_5) = \ldots = \mu_{\tilde{R}_L^{(2)}}(x_4, y_5) = \mu_{\tilde{R}^{(2)}}(y_5) = 0.9$

Sehingga $\tilde{R}_L^{(2)} = \{((x_1, y_1), 1), ((x_2, y_1), 1), \ldots, ((x_4, y_1), 1),$
$((x_1, y_2), 0.8), ((x_2, y_2), 0.8), \ldots, ((x_4, y_2), 0.8),$
$((x_1, y_3), 1), ((x_2, y_3), 1), \ldots, ((x_4, y_3), 1),$
$((x_1, y_4), 1), ((x_2, y_4), 1), \ldots, ((x_4, y_4), 1),$
$((x_1, y_5), 0.9), ((x_2, y_5), 0.9), \ldots, ((x_2, y_5), 0.9)\}$.