

Nama: Imanuel AS
NIM: 1811141008

Tugas: Analisis Real II

1.) Jika $x \in \mathbb{R}$, didefinisikan $\llbracket x \rrbracket$ sebagai bilangan bulat terbesar n sehingga $n \leq x$.

Tentukan titik-titik dimana fungsi berikut tidak kontinu.

a.) $f(x) = \llbracket x \rrbracket$

Penglesaian:

Note: $f(x) = \llbracket x \rrbracket = \lceil \lfloor x \rfloor \rceil$

Misalkan $\mathbb{R} = \{ -\infty < x < \infty \mid x \in \mathbb{R} \}$

$$A = \{ -\infty < n < \infty \mid n \in \mathbb{R} \}$$

$A \subseteq \mathbb{R}$, $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ dan $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \in A$.

f diskontinu di titik $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \in A$

Karena ada barisan (x_n) di A yang konvergen ke $\dots, -1, 0, 1, \dots$, tetapi barisan $(f(x_n))$ tidak konvergen ke $\dots, f(-1), f(0), f(1), \dots$.

b.) $g(x) = x \llbracket x \rrbracket$

Penglesaian:

Misalkan $\mathbb{R} = \{ -\infty < x < \infty \mid x \in \mathbb{R} \}$

$$A = \{ -\infty < n < \infty \mid n \in \mathbb{R} \}$$

$A \subseteq \mathbb{R}$, $g: A \rightarrow \mathbb{R}$ dan $1, 2, 4, 9, \dots \in A$.

g diskontinu di titik $1, 4, 9, \dots \in A$

Karena ada barisan (x_n) di A yang konvergen ke $1, 4, 9, \dots$, tetapi barisan $(g(x_n))$ tidak konvergen ke $g(1), g(4), g(9), \dots$.

c) $h(x) = \lfloor \sin(x) \rfloor$

Misalkan $R = \{ -\infty < x < \infty \mid x \in \mathbb{R} \}$

$A = \{ -\infty < n < \infty \mid n \in \mathbb{R} \}$

$A \subseteq \mathbb{R}$, $h: A \rightarrow \mathbb{R}$ dan $\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots \in A$

A diskontinu di titik $\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots \in A$

karena ada barisan (x_n) di A yang konvergen ke $\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots$

tetapi barisan $(h(x_n))$ tidak konvergen ke $\dots, h(-6), h(-3), h(0), h(3), h(6), \dots$

d) $k(x) = \lfloor 1/x \rfloor$, $(x \neq 0)$

Misalkan $R = \{ -\infty < x < \infty \mid x \in \mathbb{R} \}$

$A = \{ -\infty < n < \infty \mid n \in \mathbb{R} \}$

$A \subseteq \mathbb{R}$, $k: A \rightarrow \mathbb{R}$ dan $\dots, -1, 0, 1, \dots \in A$

k diskontinu di titik $\dots, -1, 0, 1, \dots \in A$

karena ada barisan (x_n) di A yang konvergen ke $\dots, -1, 0, 1, \dots$

tetapi barisan $(k(x_n))$ tidak konvergen ke $\dots, k(-1), k(0), k(1), \dots$