Interpolación de Lagrange 1.

Suponiendo que hay 2 polinomios de lagrange $P(x)$, $Q(x)$ que interpolan los mismos puntos y asumimos que den los mismos resultados. Esto haría que $P(x) - Q(x) = 0$ ó $P(x) = Q(x)$

$P(x_i) = y\_i$ y $Q(x_i) = y\_i$

para $i = 0, 1, \dots, n$

$$R(x_i) = P(x_i) - Q(x_i) = y\_i - y\_i = 0$$

$R(x)$ tiene $n+1$ raíces, como $P(x)$ y $Q(x)$ tienen grado n

$R(x)$ es el polinomio nulo lo que significa que $P(x)$ y $Q(x)$ son el mismo polinomio.

Regla del trapecio

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \int_a^b p_1(x)dx = \frac{b-a}{2}(f(a)+f(b)), \forall x \in [a,b]$$

Sea $f(x)$ una función tal que $\int_a^b f(x)$, $\forall x \in [a,b]$; $h = \frac{(b-a)}{n}$

evalúa $f(x)$ en $x=a$, $x=a+2h, \dots, x=b-h, x=b$

(los extremos de cada subintervalo) [nodos de integración]

Se aplica la formula del trapecio en cada nodo

$$\int f(x)\,dx = h/2\,[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + 2f(b-h) + f(b)]$$

y se suma el número de veces que se dividió el intervalo, n

$$\int f(x) = (h/2)[f(a) + 2f(a+h) + 2f(a+2h) + \dots + 2f(b-h) + f(b)]*n$$

Simpson Libre

$$\int_a^b f(x)dx \cong \int_a^b P_2(x)dx = \frac{h}{3}(f(a) + 4f(x_m) + f(b))$$

Sea $f(x)$ una función tal que $\int_a^b f(x)$, $\forall x \in [a,b]$; $h = \frac{(b-a)}{n}$

se identifican los nodos de integración. En cada subintervalo hay 3 nodos, los extremos y el punto medio.

Se evalúa la función en los subintervalos $f_0 = f(a)$, $f_1 = f(a+h)$,

$f_2 = f(a+2h), \dots, f_{n-1} = f(b-h)$, $f_n = f(b)$

y se usa la regla de Simpson para aproximar la integral

$$\int_a^b f(x)\,dx \approx h/3\,[f_0 + 4f_1 + 2f_2 + 4f_3 + \dots + 2f_{n-2} + 4f_{n-1} + f_n].$$

donde 2 y 4 se alternan entre los términos de la suma.