Métodos computacionales

Taller 4

- Técnicas de conteo

20. $$C_r^n = \binom{n+r-1}{r} = \frac{(n+r-1)!}{r!\,(n-1)!}$$

Tomamos como ejemplo un conjunto: A, B, C. 3 elementos con los que se quiere seleccionar de a 2 elementos y se permite la repetición para todas las posibles combinaciones: AA, AB, BB, BC, CC, AC.
Tomamos la cantidad de elementos del conjunto como $n=3$ y la cantidad de elementos a elegir por combinación $r=2$.
Podemos usar la siguiente idea para visualizar las combinaciones:

	A	B	C
AA	00/	/	
AB	0/	0/	
BB	/	00/	
BC	/	0/	0
CC	/	/	00
AC	0/	/	0

→ Cada elemento es un espacio y cada bolita es cuando es elegido ese elemento en la combinación, donde '/' es un separador entre los espacios. Las bolitas y los separadores son objetos, por combinación hay 4 objetos.

Permutación con repetición:

$$PR_{2,2}^{4} \Rightarrow \frac{4!}{2!\cdot 2!} = \binom{4}{2} = \binom{3+2-1}{2}$$

4 → objetos; 2 → separadores; 2 → bolitas a elegir

Lo cual coincide con la formula $C_r^n = \binom{n+r-1}{r}$

22. Cuántas sumas de 3 enteros no negativos dan 10.

$C^n_r = \binom{n+r-1}{r}$, en este caso: $n = 10$

$= \frac{n!}{r!(n-1)!}$ $r = 3$

$\binom{12}{3} = \frac{12!}{3!(9!)} = 220$ $C^n_r = 220 \cdot x = 66$

$\frac{220}{66} = \frac{1}{x}$

$C^n_r = 66$ $\Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{10}{3} \Rightarrow x = \frac{3}{10}$

$C^n_r = 220 \cdot \frac{3}{10} = 66$

23. Se tienen 9 llaves: 3 rojas, 3 azules y 3 verdes. Si elegimos 4, ¿de cuántas formas se pueden distribuir los colores?

$n = 3$ $r = 4$

$C^n_r = 12$

$C^n_r = \binom{3+4-1}{4} - 3$ Se resta 3 por los 3 casos en los que las 4 llaves elegidas sean del mismo color

$C^n_r = \frac{6!}{4!\,2!} - 3$

$= 15 - 3$

$C^n_r = 12$