

## MAPAS DE KARNAUGH

### MAURICE KARNAUGH

Nace en Nueva York el 4 de octubre de 1924.

Estudió matemáticas y física en el City College de Nueva York (1944-1948), luego en la Universidad de Yale donde hizo su licenciatura (1949), M.Sc. (1950) y Ph.D. en Física con una tesis sobre La teoría de la resonancia magnética y grecas duplicación de Óxido Nítrico (1952).



Ha trabajado como:

- Investigador en los Laboratorios Bell desde 1952 hasta 1966
- En el centro de investigación de IBM de 1966 a 1993
- Profesor de informática en el Politécnico de Nueva York de 1980 a 1999
- Miembro del IEEE desde 1975 (Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos – *Institute of Electrical and Electronics Engineers*)
- Actualmente gobernador emérito del ICCC (Consejo Internacional para las Comunicaciones Computacionales – *International Council for Computer Communication*)

En 1950 creó el método llamado mapa de Karnaugh o de Veitch, cuya función es minimizar o simplificar las funciones algebraicas booleanas.

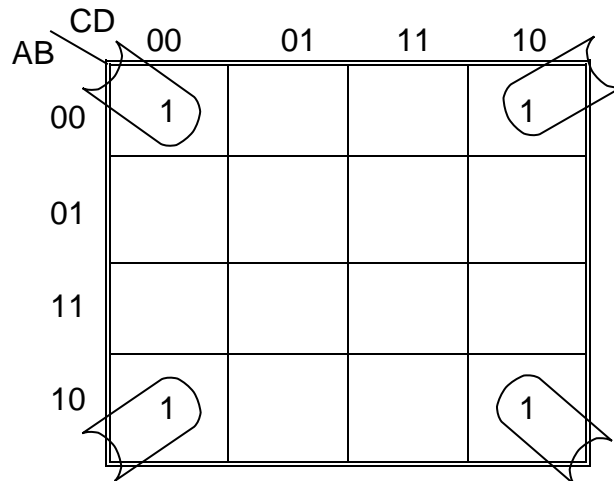
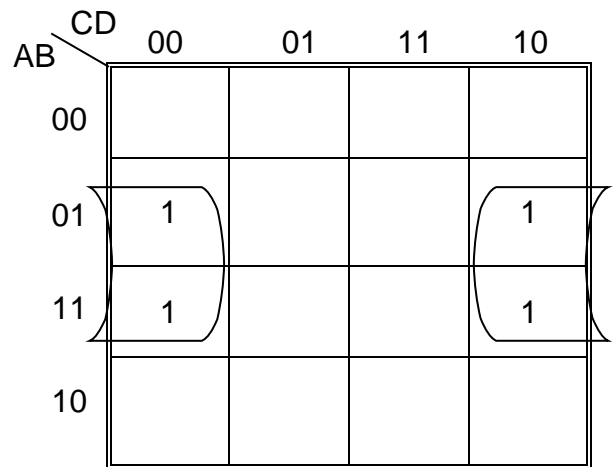
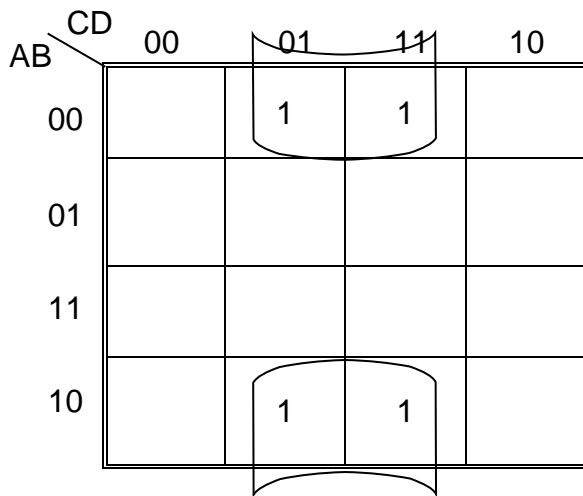
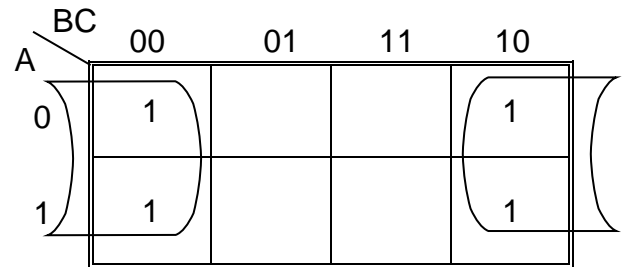
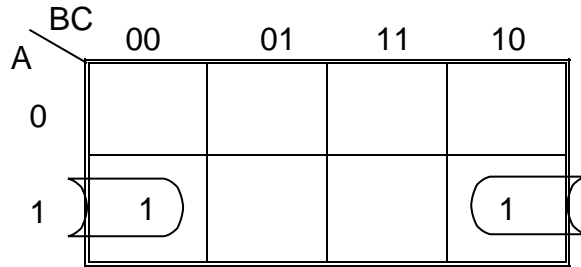
Un mapa de Karnaugh consiste de una serie de cuadrados y cada uno de ellos representa una línea o combinación de la tabla de verdad. La tabla de verdad de una función de  $N$  variables posee  $2^N$  filas o combinaciones, el mapa  $K$  correspondiente debe poseer también  $2^N$  cuadrados y cada cuadrado alberga un '0' o un '1'; depende si la solución es por minterm ( $\Sigma$ ) o por maxterm ( $\pi$ ).

Los mapas de Karnaugh se utilizan en funciones hasta de 6 variables.

### PASOS A SEGUIR

1. Obtener una expresión booleana en forma de minterm o maxterm.
2. Colocar "1" o "0" en el mapa de Karnaugh de acuerdo a la expresión.
3. Agrupar los conjuntos adyacentes de dos, cuatro u ocho unos o ceros.
  - a) Se encierran los "1" o "0" que no sean adyacentes con otros (islas).
  - b) Se encierran los "1" o "0" que formen grupos de dos pero que no formen grupos de cuatro "1" o "0".
  - c) Se encierran los "1" o "0" que formen grupos de cuatro pero que no formen grupos de ocho "1" o "0".
  - d) Así sucesivamente hasta cuando todos los "1" o "0" del mapa sean cubiertos.
4. Eliminar las variables que aparezcan con sus complementos y guardar las restantes (se tienen en cuenta las que no cambian).

5. Enlazar con operadores OR los grupos obtenidos para formar la expresión simplificada en forma de minterm y con operadores AND en forma de maxterm.



**DOS VARIABLES**

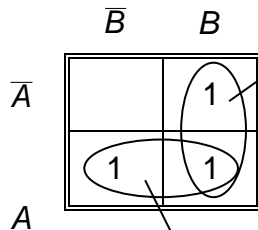
➤ Implementación por medio de minterm con dos variables.

<b>B</b>	<b>A</b>	<b>F</b>
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$$\bar{A} \times B$$

$$A \times \bar{B}$$

$$A \times B$$



Elimina A

$F = (A \times B) + (A \times \bar{B}) + (\bar{A} \times B)$  Función sin simplificar implementada con Minterm.

La expresión simplificada es  $Y = A + B$

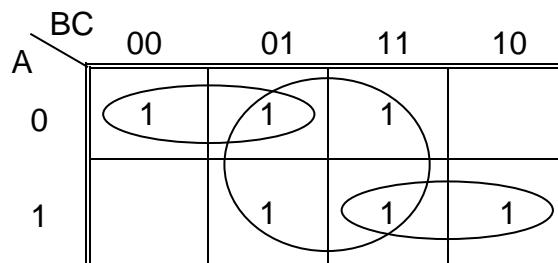
Elimina B

**TRES VARIABLES**

➤ Implementación por medio de minterm con tres variables.

<b>C</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>F</b>
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$F = (A \times B \times C) + (\bar{A} \times \bar{B} \times C) + (A \times B \times \bar{C}) + (A \times \bar{B} \times C) + (\bar{A} \times B \times C) + (\bar{A} \times \bar{B} \times \bar{C})$  Función sin simplificar implementada con Minterm.



La función simplificada es:  $F = (\bar{A} \times \bar{B}) + (A \times B) + C$

Ver archivo Mapas K1.ckt

➤ Implementación por medio de minterm con tres variables.

C	B	A	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

$F = (A \times \bar{B} \times \bar{C}) + (A \times B \times \bar{C}) + (\bar{A} \times \bar{B} \times C) + (A \times \bar{B} \times C) + (\bar{A} \times B \times C)$  Función sin simplificar implementada con Minterm.

		BC			
		00	01	11	10
A	0		1	1	
	1	1	1		1

La función simplificada es:  $F = (\bar{A} \times C) + (\bar{B} \times C) + (A \times \bar{C})$

Ahora,  $F = (A + B + C) \times (A + \bar{B} + C) \times (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$  Función sin simplificar implementada con Maxterm.

		B+C			
		0+0	0+1	1+1	1+0
A	0	0			0
	1			0	

La función simplificada es:  $F = (A + C) \times (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C})$

➤ Implementación por medio de maxterm con tres variables.

<b>C</b>	<b>B</b>	<b>A</b>	<b>F</b>
0	0	0	<b>0</b>
0	0	1	<b>0</b>
0	1	0	1
0	1	1	<b>0</b>
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

$$(A + B + C)$$

$$(\bar{A} + B + C)$$

$$(\bar{A} + \bar{B} + C)$$

$F = (A + B + C) \times (\bar{A} + B + C) \times (\bar{A} + \bar{B} + C)$  Función sin simplificar implementada con Maxterm.

		B+C			
		0+0	0+1	1+1	1+0
A	0	0			
	1	0			0

La función simplificada es:  $F = (B + C) \times (\bar{A} + C)$

Ahora,  $F = (\bar{A} \times B \times \bar{C}) + (\bar{A} \times \bar{B} \times C) + (A \times \bar{B} \times C) + (\bar{A} \times B \times C) + (A \times B \times C)$  Función sin simplificar implementada con Minterm.

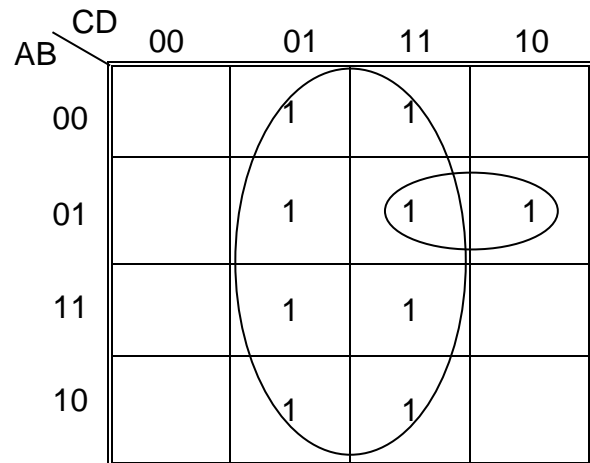
		BC			
		00	01	11	10
A	0		1	1	1
	1		1	1	

La función simplificada es:  $F = C + (\bar{A} \times B)$

**CUATRO VARIABLES**

➤ Implementación por medio de minterm con cuatro variables.

D	C	B	A	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1



Función sin simplificar implementada con Minterm.

$$F = (\bar{A} \times B \times C \times \bar{D}) + (\bar{A} \times \bar{B} \times \bar{C} \times D) + (A \times \bar{B} \times \bar{C} \times D) + (\bar{A} \times B \times \bar{C} \times D) +$$

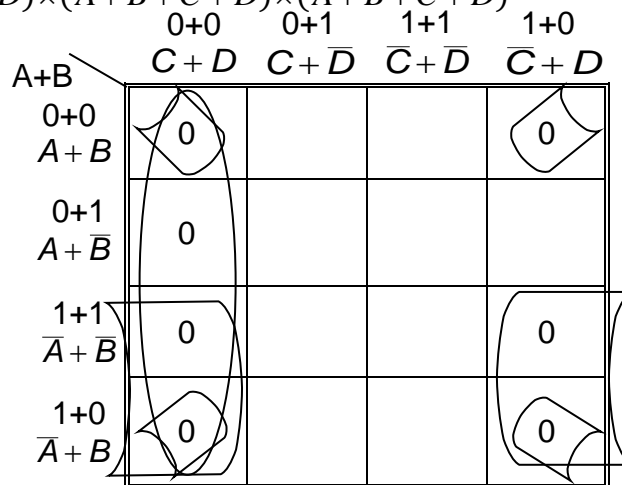
$$(A \times B \times \bar{C} \times D) + (\bar{A} \times \bar{B} \times C \times D) + (A \times \bar{B} \times C \times D) + (\bar{A} \times B \times C \times D) + (A \times B \times C \times D)$$

Función simplificada.  $F = D + (\bar{A} \times B \times C)$

Ahora, función sin simplificar implementada con Maxterm.

$$F = (A + B + C + D) \times (\bar{A} + B + C + D) \times (A + \bar{B} + C + D) \times (\bar{A} + \bar{B} + C + D) \times$$

$$(A + B + \bar{C} + D) \times (\bar{A} + B + \bar{C} + D) \times (\bar{A} + \bar{B} + \bar{C} + D)$$



Función simplificada.  $F = (C + D) \times (B + D) \times (\bar{A} + D)$ ,  $F = D + (\bar{A} \times B \times C)$



➤ Implementación por medio de maxterm con cuatro variables.

D	C	B	A	F
0	0	0	0	0
0	0	0	1	0
0	0	1	0	1
0	0	1	1	1
0	1	0	0	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	0
1	0	0	1	1
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
1	1	0	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1
1	1	1	1	1

	C+D	0+0	0+1	1+1	1+0
		C+D	C+D	C+D	C+D
A+B	0+0	0	0		0
A+B	0+1				
A+B	1+1				
A+B	1+0	0			0

Función sin simplificar implementada con Maxterm.

$$F = (A + B + C + D) \times (A + B + C + \bar{D}) \times (A + B + \bar{C} + D) \times (\bar{A} + B + C + D) \times (\bar{A} + B + \bar{C} + D)$$

Ver archivo Mapas K2.ckt

Función sin simplificar implementada con Minterm.

$$F = (\bar{A} \times B \times \bar{C} \times \bar{D}) + (A \times B \times \bar{C} \times \bar{D}) + (\bar{A} \times B \times C \times \bar{D}) + (A \times B \times C \times \bar{D}) + (A \times \bar{B} \times \bar{C} \times D) + (\bar{A} \times B \times \bar{C} \times D) + (A \times B \times \bar{C} \times D) + (\bar{A} \times \bar{B} \times C \times D) + (A \times \bar{B} \times C \times D) + (\bar{A} \times B \times C \times D) + (A \times B \times C \times D)$$

	CD	00	01	11	10
AB	00			1	
	01	1	1	1	1
	11	1	1	1	1
	10		1	1	

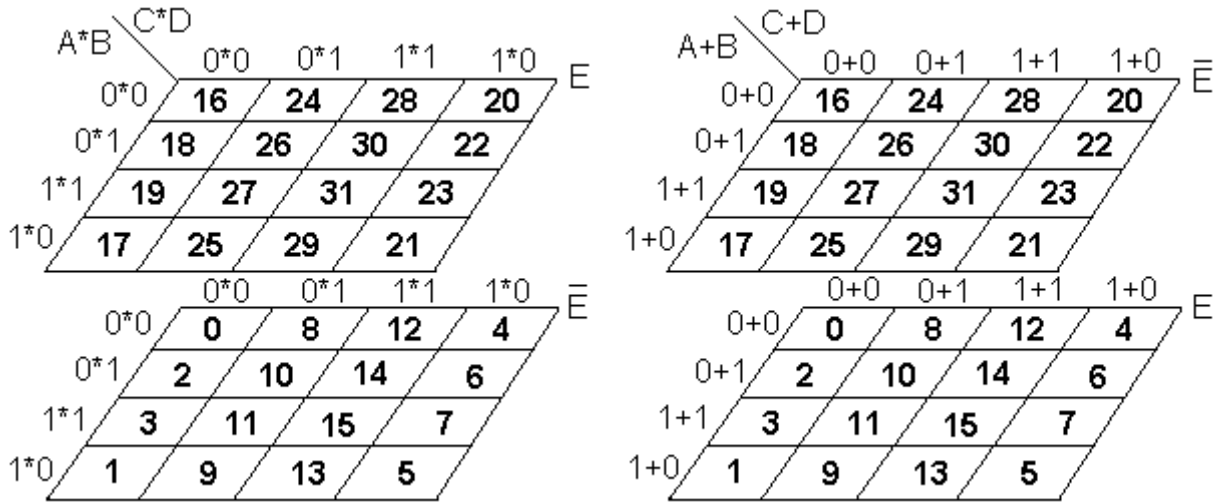
Función simplificada.

$$F = B + (C \times D) + (A \times D)$$



### CINCO VARIABLES

Se realiza un mapa tridimensional, con un mapa E y otro  $\bar{E}$ . Es una replica de los mapas de 4 variables y su procedimiento es similar.



### Ejercicio Resuelto

Se tiene la siguiente tabla de verdad y se desea simplificar por medio de los mapas de Karnaugh:

ENTRADAS						SALIDAS	ENTRADAS						SALIDAS
No.	E	D	C	B	A	Y	No.	E	D	C	B	A	Y
0	0	0	0	0	0	0	16	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	17	1	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	0	0	18	1	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	0	19	1	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	20	1	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	21	1	0	1	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	22	1	0	1	1	0	0
7	0	0	1	1	1	0	23	1	0	1	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1	24	1	1	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0	25	1	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	1	26	1	1	0	1	0	1
11	0	1	0	1	1	0	27	1	1	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	0	28	1	1	1	0	0	0
13	0	1	1	0	1	1	29	1	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0	30	1	1	1	1	0	0
15	0	1	1	1	1	0	31	1	1	1	1	1	0

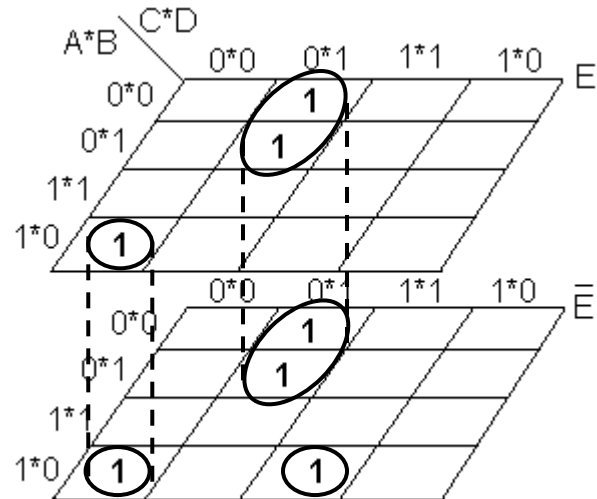
La función simplificada por Karnaugh

$$Y = (\bar{A} \times \bar{C} \times D) + (A \times \bar{B} \times \bar{C} \times \bar{D}) + (A \times \bar{B} \times C \times D \times \bar{E})$$



Los números en los que se activa la salida son: 1 – 8 – 10 – 13 – 17 – 24 – 26.

Ver archivo Mapas K5.dsn



### Ejercicio Propuesto

Se tiene la siguiente tabla de verdad y se desea simplificar por medio de los mapas de Karnaugh:

ENTRADAS						SALIDAS	ENTRADAS						SALIDAS
No.	E	D	C	B	A	F	No.	E	D	C	B	A	F
0	0	0	0	0	0	0	16	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	17	1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	18	1	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	0	19	1	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	20	1	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	1	21	1	0	1	0	1	1
6	0	0	1	1	0	0	22	1	0	1	1	0	0
7	0	0	1	1	1	0	23	1	0	1	1	1	0
8	0	1	0	0	0	0	24	1	1	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	0	25	1	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	26	1	1	0	1	0	1
11	0	1	0	1	1	0	27	1	1	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	0	28	1	1	1	0	0	1
13	0	1	1	0	1	1	29	1	1	1	0	1	1
14	0	1	1	1	0	0	30	1	1	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	31	1	1	1	1	1	0

✓ Respuesta:  $F = (A \times \bar{B} \times C) + (\bar{A} \times D \times E)$

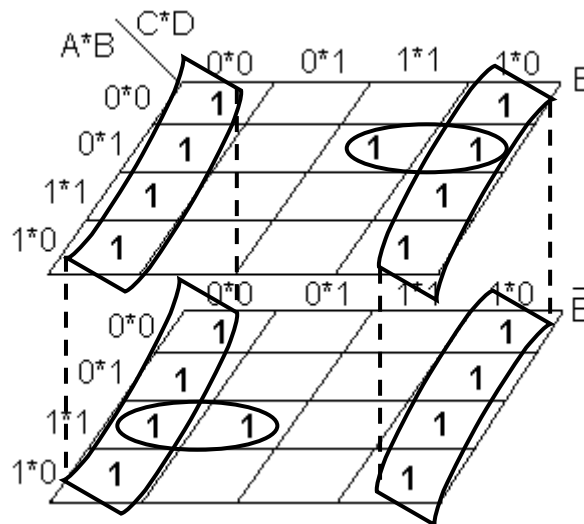


### Ejercicio Resuelto

Se tiene la siguiente tabla de verdad y se desea simplificar por medio de los mapas de Karnaugh utilizando las salidas activas:

ENTRADAS						SALIDAS	ENTRADAS						SALIDAS
No.	E	D	C	B	A	Y	No.	E	D	C	B	A	Y
0	0	0	0	0	0	1	16	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	17	1	0	0	0	1	1
2	0	0	0	1	0	1	18	1	0	0	1	0	1
3	0	0	0	1	1	1	19	1	0	0	1	1	1
4	0	0	1	0	0	1	20	1	0	1	0	0	1
5	0	0	1	0	1	1	21	1	0	1	0	1	1
6	0	0	1	1	0	1	22	1	0	1	1	0	1
7	0	0	1	1	1	1	23	1	0	1	1	1	1
8	0	1	0	0	0	0	24	1	1	0	0	0	0
9	0	1	0	0	1	0	25	1	1	0	0	1	0
10	0	1	0	1	0	0	26	1	1	0	1	0	0
11	0	1	0	1	1	1	27	1	1	0	1	1	0
12	0	1	1	0	0	0	28	1	1	1	0	0	0
13	0	1	1	0	1	0	29	1	1	1	0	1	0
14	0	1	1	1	0	0	30	1	1	1	1	0	1
15	0	1	1	1	1	0	31	1	1	1	1	1	0

Los números en los que se activa la salida son: 0 – 1 – 2 – 3 – 5 – 6 – 7 – 11 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – 30.



La función simplificada por Karnaugh es:

$$Y = \overline{D} + (A \times B \times \overline{C} \times \overline{E}) + (\overline{A} \times B \times C \times E)$$

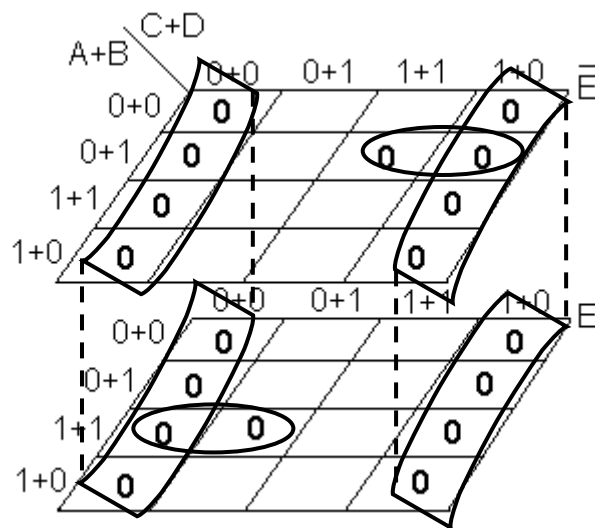


➤ Ahora, se invierten las salidas de la tabla:

Se desea simplificar por medio de los mapas de Karnaugh utilizando las salidas inactivas:

ENTRADAS						SALIDAS	ENTRADAS						SALIDAS
No.	E	D	C	B	A	Y	No.	E	D	C	B	A	Y
0	0	0	0	0	0	0	16	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	1	0	17	1	0	0	0	1	0
2	0	0	0	1	0	0	18	1	0	0	1	0	0
3	0	0	0	1	1	0	19	1	0	0	1	1	0
4	0	0	1	0	0	0	20	1	0	1	0	0	0
5	0	0	1	0	1	0	21	1	0	1	0	1	0
6	0	0	1	1	0	0	22	1	0	1	1	0	0
7	0	0	1	1	1	0	23	1	0	1	1	1	0
8	0	1	0	0	0	1	24	1	1	0	0	0	1
9	0	1	0	0	1	1	25	1	1	0	0	1	1
10	0	1	0	1	0	1	26	1	1	0	1	0	1
11	0	1	0	1	1	0	27	1	1	0	1	1	1
12	0	1	1	0	0	1	28	1	1	1	0	0	1
13	0	1	1	0	1	1	29	1	1	1	0	1	1
14	0	1	1	1	0	1	30	1	1	1	1	0	0
15	0	1	1	1	1	1	31	1	1	1	1	1	1

Los números en los que se desactiva la salida son: 0 – 1 – 2 – 3 – 5 – 6 – 7 – 11 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – 30.



La función simplificada por Karnaugh es:

$$Y = (D) \times (\bar{A} + \bar{B} + C + E) \times (A + \bar{B} + \bar{C} + \bar{E})$$