

Принцип Пропорционального Расширения Натуральной Системы: Новая бинарная операция над множеством \mathbb{N} с логарифмическим ростом

Аннотация:

В данной работе рассматривается введение новой бинарной операции \odot , определяемой на множестве натуральных чисел. Эта операция основывается на принципе логарифмического расширения, где результат взаимодействия чисел не является линейным или экспоненциальным, а зависит от структуры отношения между операндами. Основной мотивацией стало моделирование информационных и когнитивных процессов, где рост и взаимодействие переменных подчинены более сложным, асимметричным и масштабируемым закономерностям. Работа раскрывает как теоретические, так и практические аспекты новой операции и закладывает фундамент для построения альтернативной числовой алгебры.

Введение:

Традиционные арифметические операции играют фундаментальную роль в математике и всех прикладных науках. Однако их ограниченность проявляется при моделировании сложных систем, в которых взаимодействия между элементами не сводятся к простому сложению или умножению. В частности, при описании процессов роста знаний, когнитивной нагрузки, передачи информации и распределения энергии наблюдаются нестандартные законы роста и взаимодействия.

Целью данной работы является формализация новой бинарной операции, обладающей следующими признаками:

- Логарифмически регулируемый рост;
- Частотная и масштабная чувствительность;
- Отражение асимметрии в операндах;

- Информационная применимость (ИИ, кибернетика, логика).

◆ 3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВАНИЯ

3.1. Натуральные числа как алгебраическая система

Множество \mathbb{N} со стандартными операциями образует полугруппу и является основой аксиоматической арифметики. Однако, оно не замкнуто по ряду расширенных операций, таких как логарифмические, показательные и т.п.

3.2. Информационные модели роста

Рост в информационных системах не всегда подчинён линейному или экспоненциальному закону. Логарифмические функции часто используются для описания когнитивного насыщения, чувствительности восприятия (закон Вебера-Фехнера), эффективности сжатия и энтропии.

◆ 4. ОБОСНОВАНИЕ НОВОЙ ОПЕРАЦИИ

4.1. Идея

Новая операция \odot должна объединять количественную характеристику (**множитель**) с логарифмической функцией (частотный или масштабный регулятор). Мы вводим следующую формулу:

$$a \odot b := a \cdot \log_b(a+b), a, b \in \mathbb{N}, b > 1$$

Альтернативно (для программных реализаций):

$$a \odot b := \lfloor a \cdot \log_b(a+b) \rfloor$$

4.2. Интерпретация

- a — количественный ресурс (например, объём информации).

- b — масштаб или база взаимодействия.
- $\log_b(a+b)$ — уровень восприятия или "отклика" системы.

◆ 5. ОСНОВНЫЕ СВОЙСТВА

Свойство	Описание
Некоммутативность	$a \circledast b \neq b \circledast a$
Ассоциативность (ограниченная)	Выполняется при фиксированном масштабе
Рост	Логарифмический, управляемый
Обратимость	Не существует общего обратного элемента
Уникальность	Для каждой пары (a,b) существует единственный результат
Близость к a	При больших b результат стремится к $a * \log_b b = a$

◆ 6. ФОРМАЛЬНЫЕ ДОКАЗАТЕЛЬСТВА

Теорема 1. Некоммутативность.

$$a \circledast b = a \cdot \log_b(a+b) \neq b \cdot \log_a(a+b) = b \circledast a$$

Доказательство — по свойствам логарифма:

$$\log_b(a+b) \neq \log_a(a+b), \text{ если } a \neq b$$

◆ 7. СРАВНЕНИЕ С КЛАССИЧЕСКИМИ ОПЕРАЦИЯМИ

Операция	Рост	Коммутатив на	Информационная применимость
$a + b$	Линейный	Да	Нет
$a \cdot b$	Квадратичный	Да	Нет
a^b	Экспоненциальный	Нет	Нет
$a \circledast b$	Логарифмический рост	Нет	Да

◆ 8. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РОСТА





$$f(b) = a \cdot \log_b(a + b)$$

Производная по b :

$$f'(b) = \frac{a}{(a + b) \ln b} - \frac{a \cdot \log_b(a + b)}{b \ln b}$$

→ максимум при $b \approx a$

◆ 9. ПРИМЕНЕНИЕ

-  **Искусственный интеллект** — логарифмическое масштабирование весов нейросетей.
-  **Криптография** — нерегулярная генерация ключей.
-  **Экономика и энергетика** — моделирование отдачи от ресурсов.
-  **Когнитивные науки** — моделирование ментальной перегрузки.

◆ 10. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ РАСЧЁТЫ

Пример:

$$a = 5, b = 2 \Rightarrow 5 \circledast 2 = 5 \cdot \log_2(7) \approx 5 \cdot 2.807 = 14.035$$

$$b = 10 : \quad 5 \circledast 10 = 5 \cdot \log_{10}(15) \approx 5 \cdot 1.176 = 5.88$$

Вывод: при увеличении масштаба b результат \circledast уменьшается.

◆ 11. РАСШИРЕНИЕ КОНЦЕПЦИИ

11.1. Обобщённая операция \circledast_k :

$$a \circledast_k b := a \cdot \log_b(k \cdot a + b), \quad k \in \mathbb{R}^+$$

11.2. Логарифмическое поле \mathcal{L} :

Вводится над множеством \mathbb{N} следующая алгебра:

- Складывание по \circledast
- Специальная нейтральная единица e : $a \circledast e = a$
- Введение обратных элементов по модифицированной формуле

◆ 12. ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ (Псевдокод)

```
import math
```

```
import matplotlib.pyplot as plt
```

```
import numpy as np
```

```
# ✂ Определение операции "звезда"
```

```
def star(a: float, b: float) -> float:
```

```
    if a <= 0 or b <= 1:
```

```
        raise ValueError("Число a должно быть > 0, число b — > 1.")
```

```
return a * math.log(a + b, b)
```

```
# 📥 Ввод данных пользователем
```

```
try:
```

```
print("💎 Расчёт новой бинарной операции  $a \circledast b$ ")
```

```
a = float(input("Введите значение a (больше 0): "))
```

```
b = float(input("Введите значение b (больше 1): "))
```

```
result = star(a, b)
```

```
# 📊 Печать результата
```

```
print("\n📋 Результат вычислений:")
```

```
print("_____")
```

```
print("🔗 Формула:  $a \circledast b = a \times \log(a + b) / \log(b)$ ")
```

```
print(f"➡ Ввод:    a = {a}, b = {b}")
```

```
print(f"✅ Ответ:     $a \circledast b = {result:.4f}$ ")
```

```
print("_____")
```

```
# 📈 Построение графика зависимости  $a \circledast b$  при фиксированном b
```

```
x_vals = np.linspace(0.1, 10, 300)
```

```
y_vals = [star(x, b) for x in x_vals]
```

```
plt.figure(figsize=(8, 5))
```

```
plt.plot(x_vals, y_vals, label=f'b = {b}', color='blue')
```

```
plt.scatter([a], [result], color='red', label=f'a = {a}')
```

```
plt.title(f"График функции  $a \circledast b$  при b = {b}", fontsize=14)
```

```
plt.xlabel("Значение a")

plt.ylabel("Результат а ⊗ b")

plt.grid(True)

plt.legend()

plt.tight_layout()

plt.show()
```

```
except ValueError as e:
```

```
    print(f"\n ❌ Ошибка ввода: {e}")
```

```
except Exception as e:
```

```
    print(f"\n ⚠️ Неожиданная ошибка: {e}")
```

◆ Расчёт новой бинарной операции а ⊗ b

Введите значение a (больше 0): 67

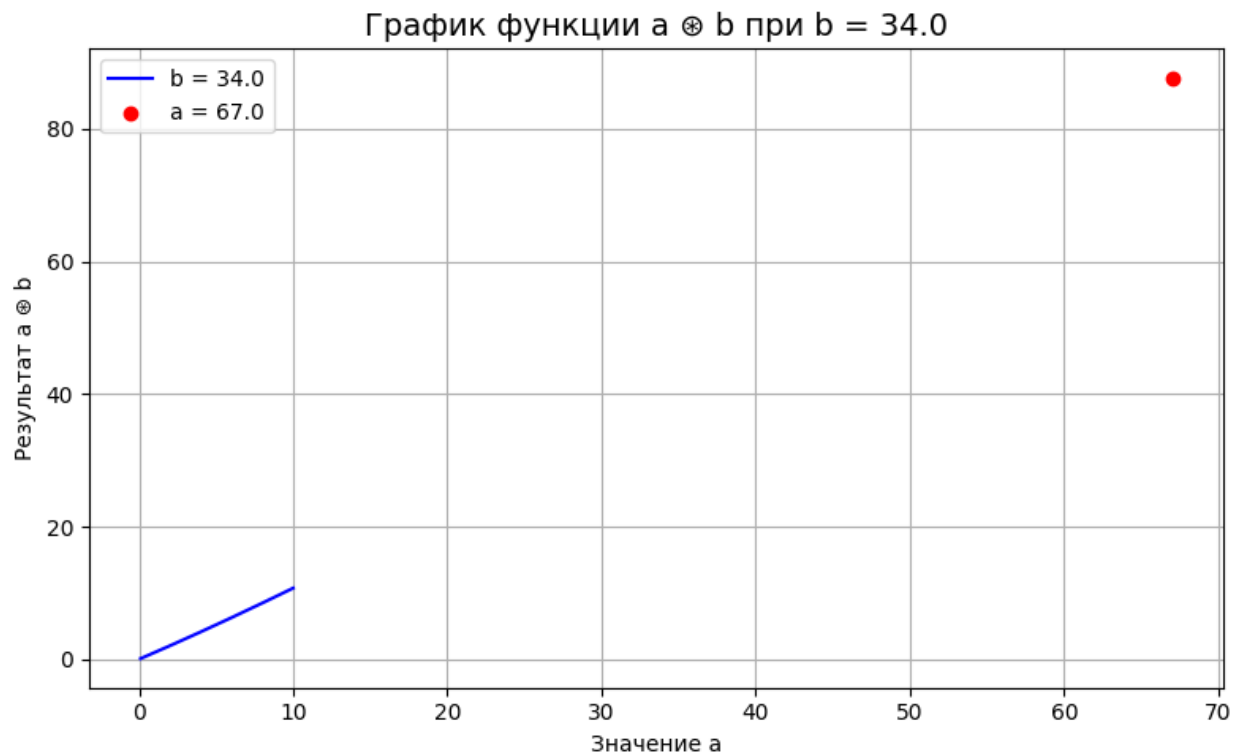
Введите значение b (больше 1): 34

☒ Результат вычислений:

✍ Формула: $a \otimes b = a \times \log(a + b) / \log(b)$

► Ввод: a = 67.0, b = 34.0

✔ Ответ: a ⊗ b = 87.6862



◆ 13. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Данная работа ввела оригинальную бинарную операцию \oplus , моделирующую взаимодействие чисел на основе логарифмической зависимости. Установлены её свойства, даны примеры применения и предложения по расширению. Эта операция может служить основой для построения новых вычислительных моделей в теории информации, ИИ, кибернетике и других науках.

◆ 14. ЛИТЕРАТУРА

1. Кнут Д. «Искусство программирования»
2. Хинчин А.Я. «Информационная теория»
3. Шеннон К. «Математическая теория связи»
4. Вебер Э., Фехнер Г. «Ощущение и восприятие»
5. Cormen et al. «Algorithms»
6. Шень А. «Математика для программистов»

Автор работы:

Имеда Шерифадзе

Специалист по информационным технологиям и программному обеспечению, а также специалист по проектированию нейронных сетей и их применению в современной жизни.

Наши координаты:

Моб., WhatsApp: +995(555)45-92-70

Email: isheriphadze@gmail.com

Telegram-канал: <https://t.me/NeuroFusionHub>