

V. 302

## Elektrische Brückenschaltungen

Jonah Blank

jonah.blank@tu-dortmund.de

David Rolf

david.rolf@tu-dortmund.de

Durchführung: 17.10.2017

Ablage: 24.10.2017

# Einleitung

Im vorliegenden Experiment werden mit Hilfe von Brückenschaltungen unbekannte Widerstände, Kapazitäten und Induktivitäten ermittelt. Dafür wird jeweils mit einer abgeglichenen Brücke gearbeitet. Zudem soll die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke untersucht werden. Zuletzt wird der Klirrfaktor des verwendeten Sinusgenerators berechnet.

## 2 Theorie

Eine Brückenschaltung besteht allgemein aus vier Widerstandsbehafteten Elementen  $Z_i$ , welche wie in Abbildung 1 geschaltet werden:

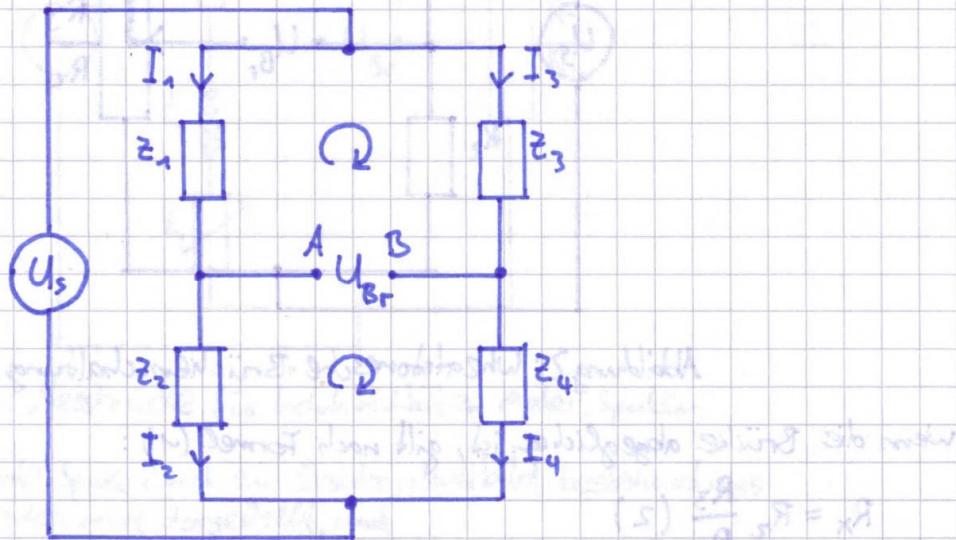


Abbildung 1: allgemeine Brückenschaltung

zwischen den Punkten A und B lässt sich eine Brückenspannung  $U_{Br}$  messen. Diese ist proportional zur Speisespannung  $U_s$ . Aus den Kirchhoff'schen Regeln folgt für eine abgeglichene Brücke:

$$Z_1 = Z_2 \frac{Z_3}{Z_4} \quad (1)$$

Eine Brücke gilt als abgeglichen, wenn die Brückenspannung verschwindet. Somit kann ein unbekanntes Element (hier  $Z_1$ ) bestimmt werden, falls die anderen bekannt sind.

Im Versuch werden verschiedene Brückenschaltungen verwendet, die auf das Bestimmen verschiedener unbekannter Größen spezialisiert sind. Diese werden hier kurz erläutert.

Wien-Robinson-Brücke: Schaltungsskizze oben: Einführung  
z.B.:  $\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_2}$

Wien-Robinson-Brücke: Schaltungsskizze oben: Einführung  
z.B.:  $\frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_2}$

$$(1) \frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_2} \quad (2) \frac{U_A}{U_B} = \frac{R_1}{R_2 + R_3}$$

## 2.1 Wheatstonesche Brücke

Mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke lässt sich ein unbekannter Widerstand ermitteln, weshalb sie auch Widerstandsmessbrücke genannt wird. Sie kann als einzige Brücke sowohl mit Gleich-, als auch mit Wechselspannung betrieben werden.

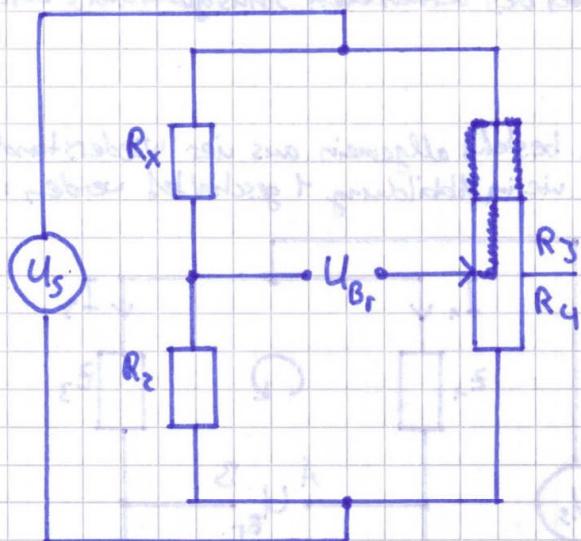


Abbildung 2: Wheatstonesche Brückenschaltung

Wenn die Brücke abgeglichen ist, gilt nach Formel (1):

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (2)$$

## 2.2 Kapazitätsmessbrücke

Die Kapazitätsmessbrücke wird verwendet, um eine unbekannte Kapazität zu bestimmen. Sie wird wie alle folgenden Brücken mit Wechselspannung betrieben.

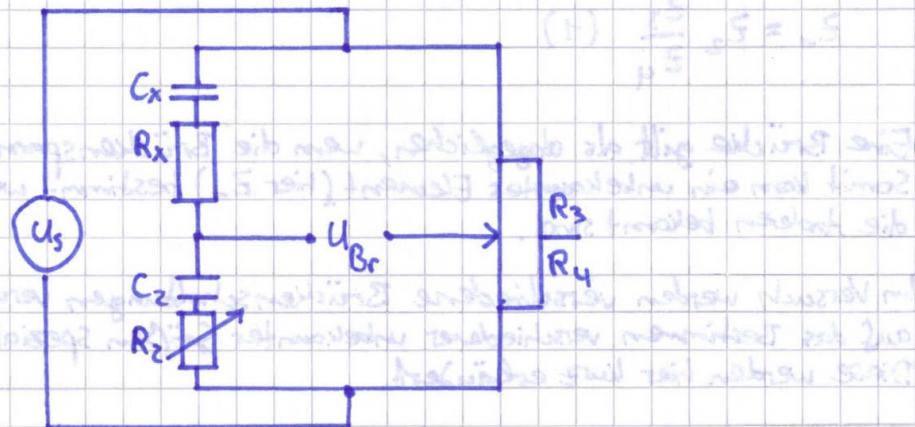


Abbildung 3: Kapazitätsmessbrücke für reale Kondensatoren oder RC-Glieder

Hier ist zu beachten, dass ein realer Kondensator dielektrische Verluste besitzt, weshalb er im Schaltbild durch eine ideale Kapazität in Reihe geschaltet mit einem ohmschen Widerstand dargestellt wird. Somit muss  $R_2$  variabel gewählt werden, um eventuelle Phasenverschiebungen auszugleichen. Für die abgeglichene Brücke gilt:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (3) \quad \text{und} \quad C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} \quad (4)$$

### 3 Induktivitätsmessbrücke

Die Induktivitätsmessbrücke ist ähnlich aufgebaut, wie die Kapazitätsmessbrücke und wird verwendet, um Induktivitäten zu bestimmen:

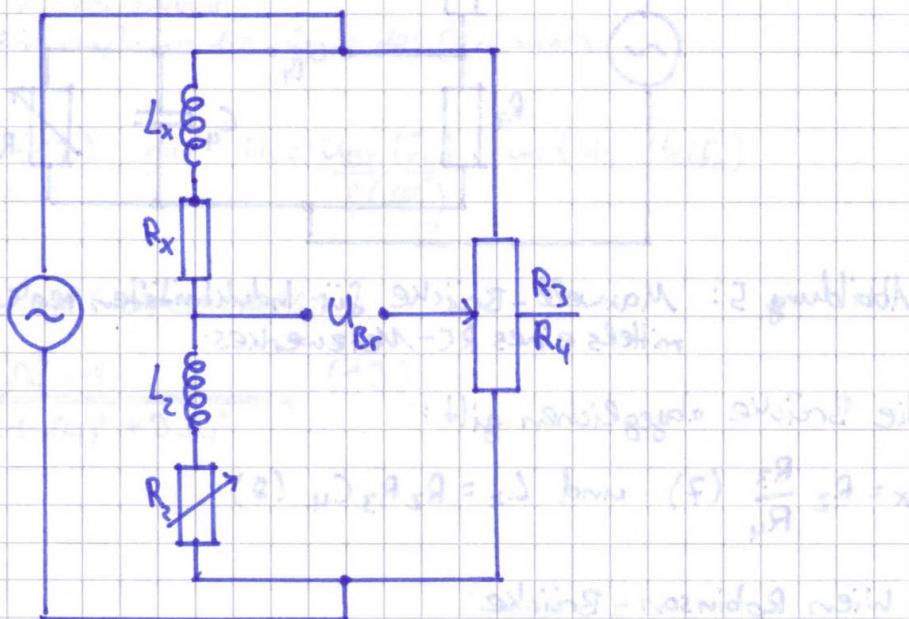


Abbildung 4: Messbrücke für Induktivitäten realer Spulen

Auch hier ist die reale Spule durch ein Ersatzschaltbild bestehend aus Induktivität und Widerstand dargestellt.

Bei  $R_z$  handelt es sich ebenfalls um einen variablen Widerstand.  
Im abgeglichenen Fall gilt:

$$R_x = R_z \frac{R_3}{R_4} \quad (5) \quad \text{und} \quad L_x = L_z \frac{R_3}{R_4} \quad (6)$$

Für eine gute Bestimmung von  $L_x$  sollte  $L_z$  möglichst geringe Verluste besitzen. Dies ist im Niederschwengenbereich jedoch schwierig umzusetzen.  
Deshalb nutzt man häufig die Maxwell-Brücke.

### 2.4 Maxwell-Brücke

Die Maxwell-Brücke wird ebenfalls zur Bestimmung einer unbekannten Induktivität verwendet. Hier wird jedoch auf eine reine Induktivität verzichtet, um obiges Problem zu umgehen.

Stattdessen wird wie in Abbildung 5 zu sehen eine Kapazität verwendet.  
Die variablen Widerstände sind  $R_3$  und  $R_4$ .

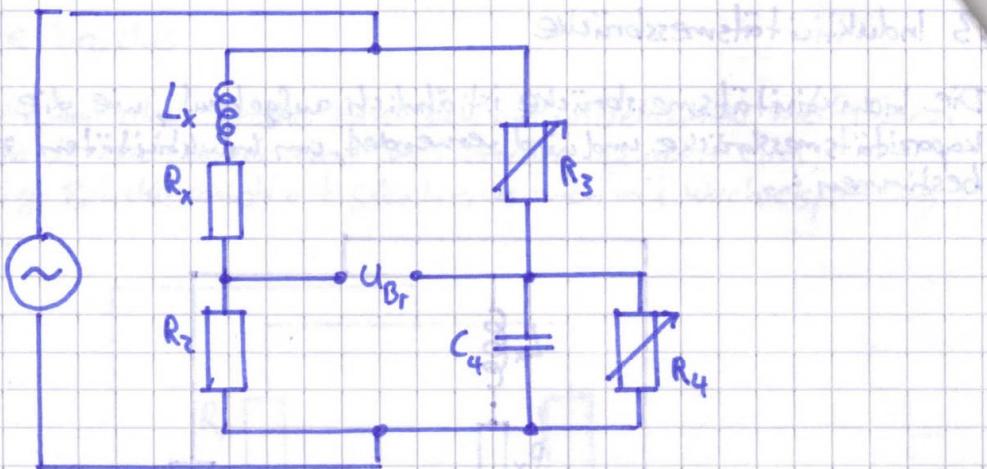


Abbildung 5: Maxwell - Brücke für Induktivitäten realer Spulen mittels eines RC - Netzwerkes

Ist die Brücke abgeglichen gilt:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} \quad (7) \quad \text{und} \quad L_x = R_2 R_3 C_4 \quad (8)$$

## 2.5 Wien Robinson - Brücke

Im Unterschied zu den Brückenschaltungen aus den Abschnitten 2.1 bis 2.4 geht in die Wien-Robinson - Brücke die Frequenz der Speisespannung mit ein, sodass der Abgleich nur bei einer bestimmten Frequenz möglich ist.  
Diese berechnet sich durch:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi RC} \quad (9)$$

In der Theorie stellt  $U_{Br}$  hier mit OV das Minimum dar, dies wird in der Praxis wegen der Oberwellen des Sinus - Generators jedoch nicht erreicht.  
Das Schaltbild sieht folgendermaßen aus:

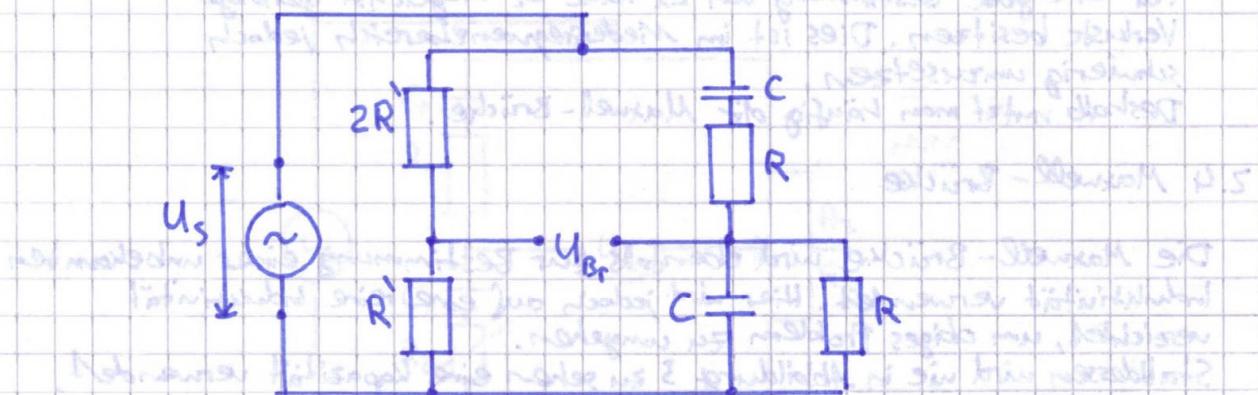


Abbildung 6: Wien - Robinson - Brücke

Für die Frequenzabhängigkeit gilt:

$$\left| \frac{U_{Br}}{U_s} \right|^2 = \frac{1}{9} \frac{(\omega^2 - 1)^2}{(1 - \omega^2)^2 + 9\omega^2} \quad (10) \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{f}{f_0} \quad (11)$$

## 2.6 Klirrfaktor

Der Klirrfaktor beschreibt den Anteil der Oberwellen im Verhältnis zur Grundwelle eines Sinusgenerators.

Der Klirrfaktor macht sich bei der Brückenspannung in Abschnitt 2.5 durch ein Minimum  $> 0$  bemerkbar.

Zudem gilt er als ein Maß für die Güte des Generators.

Es gilt:

$$k := \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^n U_i^2}{U_1}} \quad (12) \quad \text{mit} \quad U_i = \frac{U_{Br}(f_0)}{f(\Omega_i)} \quad \text{und} \quad U_1 = U_s(f_0)$$

$f(\Omega_i)$  wird aus Formel (10) ermittelt:

$$f(\Omega_i) = \frac{1}{3} \frac{\Omega_i^2 - 1}{\sqrt{(\Omega_i^2 - 1)^2 + 9\Omega_i^2}} \quad (13)$$

## Durchführung

Es sollen mit Hilfe der zuvor beschriebenen Brückenschaltungen die Werte verschiedener Bauteile bestimmt werden.

In allen Teilver suchen ~~wurde~~ dabei ein Sinusgenerator als Speisespannung verwendet.

Mit Ausnahme der Wien-Robinson-Brücke (2.6) ist zusätzlich ein Tiefpassfilter vor dem Oszilloskop geschaltet, um hochfrequente Störspannungen zu unterdrücken.

### 3.1 Frequenzunabhängige Brückenschaltungen

Die Brückenschaltungen aus den Abschnitten 2.1 bis 2.4 werden nach den entsprechenden Abbildungen aufgebaut und mit Hilfe der Stellglieder abgeglichen.

Bei mehreren Stellgliedern werden diese abwechselnd justiert, bis die Brücke abgeglichen ist.

Die bekannten Größen werden zusammen mit den Widerständen der Stellglieder bei abgeglichen Brücke notiert.

Zur Fehlerbestimmung wird jeweils die bekannte Größe  $R_2$  bzw.  $C_2$  oder  $L_2$  variiert und aus den Ergebnissen der Mittelwert gebildet.

Der Vorgang wird für alle Bauteile analog wiederholt.

### 3.2 Wien-Robinson-Brücke

In diesem Teilver such wird die Frequenzabhängigkeit der Brückenspannung einer Wien-Robinson-Brücke untersucht.

Dafür baut man die Schaltung nach Abbildung 6 auf und misst die Spannungen  $U_{BR}$  und  $U_S$  in Abhängigkeit der Frequenz.

Der Frequenzbereich geht von 20 bis 30000 Hertz.

Aus den Werten wird darauf der Quotient  $U_{BR}/U_S$  gebildet und in Abhängigkeit von  $f/f_0$  in einem halblogarithmischen Diagramm aufgetragen.

Das Ergebnis soll mit der Theoriekurve aus Formel (13) verglichen werden.

### 3.3 Klirrfaktorbestimmung

Zuletzt soll nach der Klirrfaktor, wie in Abschnitt 2.16 beschrieben, bestimmt werden. Dabei wird zur Vereinfachung angenommen, dass nur die zweite Oberwelle existiert.

Auswertung

## 4. Auswertung

Im folgenden werden - nur die über Fehlerfortpflanzung berechneten Fehler, nicht jedoch die Standardabweichung vom Mittelwert angegeben, da in den Abschnitten 4.1.-4.4. jeweils nur drei Werte berechnet wurden und diese somit wenig sinnvoll wäre. Mittelwert soll aber, ist auch sinnvoll.

### 4.1 Wheatstonesche Brücke

Über Gleichung (2) kann der unbekannte Widerstand  $R_x$  berechnet werden.

Für den untersuchten Widerstand  $R_{x1}$  werden die Werte aus Tabelle 1 und für  $R_{x2}$  Tabelle 2 verwendet.

$$R_{x1} = (495,62 \pm 4,63) \Omega$$

$$R_{x2} = (396,47 \pm 3,70) \Omega$$

$R_1 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$	$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
1000	332	668	1000	284	716
664	428	572	664	374	620
500	498	502	500	447	558

Tabelle 1

Tabelle 2

## 4.2 Kapazitätsmessbrücke

Beim realen Kondensator  $C_g$  (Tabelle 3)  
 wird der Innenwiderstand über (3)  
 berechnet. Die Kapazitäten werden über  
 (4) berechnet.

$$C_g: C = (428,02 \pm 3,99) \text{ nF}$$

$$R = (458,76 \pm 24,17) \Omega$$

$$C_1 (\text{Tab. 4}): C = (1014,89 \pm 9,47) \text{ nF}$$

$$C_2 (\text{Tab. 5}): C = (291,63 \pm 2,72) \text{ nF}$$

$C_2 / \text{nF}$	$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
994	195	700	300
750	261	636	364
399	500	482	518

Tab. 3

$C_2 / \text{nF}$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
994	495	505
750	425	575
399	282	718

Tab. 4

$C_2 / \text{nF}$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
984	773	227
750	720	280
399	578	422

Tab. 5

### 4.3 Induktivitätsmessbrücke

Es wird der Innenwiderstand der realen Spule  $L_{1g}$  über (5) bestimmt und ihre Induktivität über (6). Die benötigten Messwerte sind in Tab. 6 zu finden.

$$L_{1g}: R = (100,39 \pm 5,29) \Omega$$

$$L = (27,12 \pm 0,25) \text{ mH}$$

$L_2 / \text{mH}$	$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$
27,5	106	496	504
20,1	70	575	425
14,6	55	650	350

Tab. 6

### 4.4 Maxwell-Brücke

Der Innenwiderstand von  $L_{1g}$  wird über (7) bestimmt, ihre Induktivität jedoch über (8). Die Werte sind in Tab. 7 zu finden.

$$L_{1g}: R = (108,79 \pm 8,00) \Omega$$

$$L = (28,42 \pm 0,27) \text{ mH}$$

$R_2 / \Omega$	$R_3 / \Omega$	$R_4 / \Omega$	$C_1 / \text{nF}$
1000	39	349	750
500	75	348	750
332	112	348	750

Tab. 7

#### 4.5 Wien-Robinson-Brücke

Hier werden die Brückenspannung  $U_{BR}$  und die Speisespannung  $U_S$  in Abhängigkeit von der Frequenz gemessen (Tab. 8)

In Abb. 7 wird das Verhältnis der Spannungen  $\frac{U_{BR}}{U_S}$  gegen das Verhältnis  $\frac{f}{f_0} = \Omega$

aufgetragen, wobei  $f_0$  das Minimum des Graphen und durch (9) gegeben ist.

Dieses berechnete Minimum ist hier bei  $f_0 = 545,67$  erreicht.

Weiterhin wird vereinfacht davon ausgegangen, dass  $U_S$  für Frequenzen nahe  $f_0$  konstant ist.

Schließlich wird noch der Klirrfaktor  $k$  nach Gleichung (12) und (13) bestimmt.

$$k = 0,036$$

## 5. Diskussion

In allen Abschritten sind die genannten Fehler die theoretisch festgepflanzten Fehler der Bauteile.

Die tatsächlich aufgetretenen Fehler sind wesentlich geringer, bei nur drei Messungen jedoch nicht aussagekräftig.

Die Messergebnisse aus 4.1 und 4.2 lassen aufgrund der geringen Abweichungen auf eine gute Messreihe schließen.

Beim Vergleich der Induktivitätsmessbrücke und der Maxwell - Brücke fällt auf, dass es zwar leichte Abweichungen gibt, diese liegen aber im Rahmen der Messungenauigkeit. Bei der Induktivitätsmessbrücke ist der Fehler dabei erstaunlicherweise geringer, was auf eine sehr gute Induktivität  $L_2$  schließen lässt.

Bei der Wien - Robinson - Brücke ist zu erkennen, dass das gemessene Minimum nicht mit dem berechneten Minimum übereinstimmen. Dies ist auf die Existenz von Oberwellen zurückzuführen, wie auch darin, dass aufgrund mangelnder Bauteile als Kapazität der unbekannte Kondensator "Wert 7" verwendet werden musste. Der im berechneten Wert enthaltene Fehler könnte für diese Abweichung verantwortlich sein.

Im allgemeinen liegen die Werte dennoch nahe des Wurzelwerts, was auf eine gute Messreihe schließen lässt und die Theorie bestätigt.

Der Koeffizient befindet sich mit einem Wert von 3,6 % ebenfalls im Rahmen.

## 6. Literatur

- Versuchsanleitung V.302 Elektronische Brückenschaltungen:

<http://129.217.224.2/HOME PAGE/PHYSIKER/BACHELOR/API/SKRIPT/V.302.pdf>

(aufgerufen am 23.10.2017)

— Theorie  
— Messung

Abl. 7

