

V101

Das Trägheitsmoment

David Rolf

david.rolf@tu-dortmund.de

Jonah Blank

jonah.blank@tu-dortmund.de

Durchführung: 28.11.2017

Abgabe: 05.12.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Aufbau	4
4 Durchführung	4
4.1 Bestimmung des Eigenträgheitsmomentes und der Winkelrichtgröße der Drillachse	4
4.2 Bestimmung des Drehmomentes von Kugel, Zylinder und Puppe	5
5 Auswertung	5
5.1 Die Drillachse	5
5.1.1 Die Winkelrichtgröße	5
5.1.2 Eigendrehmoment	6
5.2 Das Drehmoment einer Kugel	7
6 Diskussion	7
Literatur	8

1 Zielsetzung

Im Versuch wird das Trägheitsmoment von verschiedenen Objekten bestimmt. Darunter eine Kugel, ein Zylinder und eine Puppe.

2 Theorie

Das Trägheitsmoment einer punktförmigen Masse m im Abstand r von einer Drehachse $\vec{\omega}$ lässt sich berechnen durch:

$$I_S = m \cdot r^2 \quad (1)$$

Für mehrere Punktmassen in einem starren Körper gilt dann:

$$I_S = \sum_i m_i \cdot r_i^2 \quad (2)$$

Verallgemeinert auf eine kontinuierliche Massenverteilung ergibt sich:

$$I_S = \int \rho r^2 dV \quad (3)$$

Dabei bezieht sich I_S immer auf die Drehachse bezüglich des Schwerpunktes des Körpers. Bei einer Kugel mit Masse m und Radius R ergibt sich:

$$I_{SK} = \frac{2}{5} m R^2 \quad (4)$$

Bei einem aufrechten Zylinder mit Masse m , Radius R und Höhe h ergibt sich:

$$I_{SZ} = \frac{m R^2}{2} \quad (5)$$

Liegt der Zylinder gilt:

$$I_{SZH} = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right) \quad (6)$$

Ist die Drehachse um den Abstand \vec{a} vom Schwerpunkt verschoben, so lässt sich das Trägheitsmoment nach dem Satz von Steiner berechnen:

$$I = I_S + m a^2 \quad (7)$$

Dabei ist a die Länge von \vec{a} . Das Drehmoment eines Körpers lässt sich berechnen nach:

$$\vec{M} = \vec{F} \times \vec{r} \quad (8)$$

Dabei ist \vec{F} die Kraft, die im Abstand \vec{r} von der Drehachse auf den Körper wirkt. Wirkt \vec{F} als rückwirkende Kraft, so schwingt das System bei kleinen Auslenkungen mit:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}} \quad (9)$$

Dabei ist D die Winkelrichtgröße und berechnet sich bei senkrecht wirkender Kraft durch:

$$\begin{aligned} D &= \frac{M}{\phi} \\ &= \frac{F \cdot r}{\phi} \end{aligned} \quad (10)$$

Sind \vec{a} und T eines schwingenden Systems bekannt, so lässt sich das Eigenträgheitsmoment I_D nach der in Kapitel 4 beschriebenen Methode bestimmen durch:

$$I_D = \frac{T_0^2 D}{4\pi^2} - \sum I_s \quad (11)$$

Dabei entspricht T_0^2 dem y-Achsenabschnitt, wenn T^2 gegen a^2 aufgetragen wird. Ist Das Eigenträgheitsmoment I_D bekannt, so kann Das Trägheitsmoment I_K des Körpers mit Formel (9) bestimmt werden durch:

$$I_K = \frac{T^2 D}{4\pi^2} - I_D \quad (12)$$

3 Aufbau

Als schwingendes System wird eine Drillachse (Abbildung 1) verwendet. Sie besitzt ein Eigenträgheitsmoment I_D und eine Winkelrichtgröße D . Der zu untersuchende Körper wird auf die Drillachse gespannt und schwingt aufgrund der Spiralfeder, die eine rückwirkende Kraft ausübt, mit der Periodendauer T .

4 Durchführung

4.1 Bestimmung des Eigenträgheitsmomentes und der Winkelrichtgröße der Drillachse

Es wird die Winkelrichtgröße und das Eigenträgheitsmoment der Drillachse bestimmt. Dazu wird ein Kraftmesser senkrecht zum Radius im Abstand a an der Drillachse befestigt und diese wird um den Winkel ϕ ausgelenkt. Kraft, Abstand und Winkel werden zehn mal gemessen und notiert.

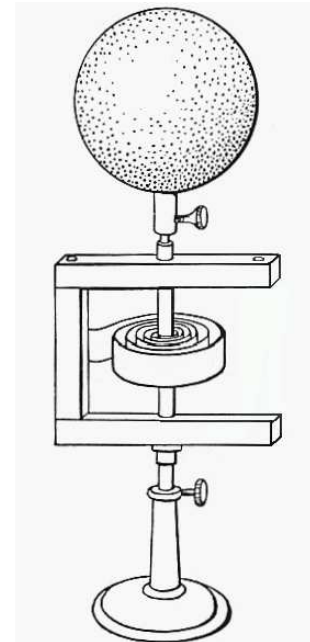


Abbildung 1: Drillachse[1]

Das Eigenträgheitsmoment wird bestimmt, indem zwei Zylinder im Abstand a an einer als masselos angenommenen Stange befestigt werden, welche auf die Drillachse gesteckt wird. Das System wird in Schwingung versetzt und die Periodendauer T^2 gegen a^2 abgetragen. Die Messung wird für zehn verschiedene Abstände wiederholt und durch lineare Regression wird das Eigenträgheitsmoment bestimmt.

4.2 Bestimmung des Drehmomentes von Kugel, Zylinder und Puppe

Um das Trägheitsmoment von Kugel und Zylinder zu bestimmen, werden diese jeweils an der Drillachse befestigt und fünf mal aus der Ruhelage ausgelenkt. Die Werte für T , a und ϕ werden notiert und das Trägheitsmoment bestimmt.

Das Trägheitsmoment einer Holzpuppe wird in zwei unterschiedlichen Haltungen bestimmt. Dazu wird analog wie bei der Kugel und dem Zylinder verfahren. Das Ergebnis wird mit einem genäherten theoretischen Wert verglichen.

5 Auswertung

5.1 Die Drillachse

5.1.1 Die Winkelrichtgröße

Um die Winkelrichtgröße D der Drillachse zu bestimmen wird Gleichung verwendet. Die benötigten werte für die Kraft F , den Radius r und den Winkel ϕ lassen sich der Tabelle entnehmen.

$$D = (0,0256 \pm 0,0006) \text{ J}$$

Tabelle 1: Messdaten zur Winkelrichtgrößenbestimmung

F/N	r/m	ϕ/rad
0,12	0,119	0,524
0,19	0,119	0,873
0,38	0,059	0,873
0,16	0,190	1,047
0,20	0,170	1,222
0,30	0,110	1,396
0,28	0,139	1,571
0,27	0,159	1,745
0,30	0,170	2,094
0,22	0,239	2,269

5.1.2 Eigendrehmoment

Zur Bestimmung des Eigendrehmoments werden zwei Zylinder mit dem Durchmesser $d = 0,035\text{ m}$, der Höhe $h = 0,03\text{ m}$ und der Masse $m = 0,2218\text{ kg}$ benutzt.

Die Verbindungsstange wird als masselos angenommen und wird daher nicht berücksichtigt. Die Werte für das Quadrat der Periodendauer T und des Abstands a aus Tabelle

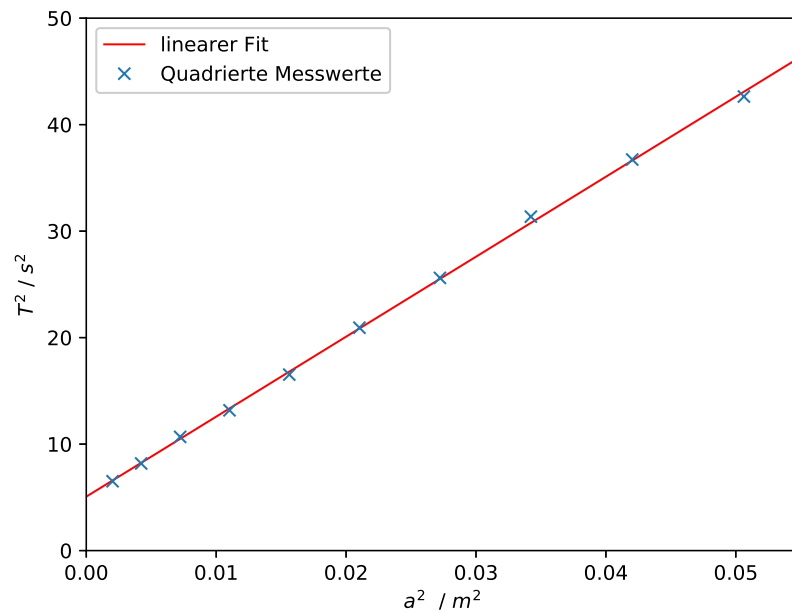


Abbildung 2: Graph der Messdaten zur Bestimmung des Eigendrehmoments der Drillachse

sind im Graph gegeneinander aufgetragen. Mit Gleichung ergibt sich für das Drehmoment I_D der Drillachse:

$$I_D = (0,010\,26 \pm 0,000\,04) \text{ kg m}^2$$

Tabelle 2: Messdaten zur Eigendrehmomentbestimmung

r/m	T/s
0,045	2,5525
0,065	2,86
0,085	3,2675
0,105	3,63
0,125	4,065
0,145	4,575
0,165	5,06
0,185	5,6
0,205	6,06
0,225	6,53

5.2 Das Drehmoment einer Kugel

6 Diskussion

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V101 Das Trägheitsmoment*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V101.pdf> (besucht am 12.03.2017).