

V 14

Tomographie mittels γ -Strahlung

Yannik Hinz

yannik.hinz@tu-dortmund.de

Merlin Kallenborn

merlin.kallenborn@udo.edu

Durchführung: 30.04.2018

1. Abgabe: 22.05.2018

2. Abgabe: 04.07.2018

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-----------|
| 1 Theorie | 3 |
| 1.1 Tomographie | 3 |
| 1.2 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie | 3 |
| 1.3 Bestimmung der Abschwächungskoeffizienten | 3 |
| 1.4 Berechnung der Messunsicherheiten | 4 |
| 2 Aufbau | 4 |
| 2.1 Messprogramm | 5 |
| 3 Durchführung | 6 |
| 4 Auswertung | 7 |
| 4.1 Aufnahme des Spektrums | 7 |
| 4.2 Korrektur der Abschwächung | 8 |
| 4.3 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten zweier Materialien | 9 |
| 4.4 Bestimmung der Koeffizienten mittels Matrixrechnung | 11 |
| 5 Diskussion | 13 |
| Literatur | 13 |

1 Theorie

1.1 Tomographie

Mit Tomographie, vom altgriechischen tome = Schnitt und graphein = schreiben wird ein bildgebendes Verfahren bezeichnet, welches anhand der Überlagerung von Querschnittsbildern bzw. Projektionen erlaubt die räumliche Struktur des untersuchten Objekts zu bestimmen. Diese Technik wird vielfach in der medizinischen Bildgebung eingesetzt, vor allem beim „CT“, der Computertomographie. Bei dieser wird das 2D Intensitätsprofil der eingestrahlten γ -Strahlung nach Durchlaufen der untersuchten Körperregion aus mehreren Winkeln gemessen. Der physikalische Hintergrund dieses Verfahrens stellt die unterschiedlich starke Abschwächung durch die unterschiedlichen Gewebematerialien dar, weshalb sich anhand der überlagerten Intensitätsprofilen auf die einzelnen Materialkomponenten rückschließen lässt.

1.2 Wechselwirkung von γ -Strahlung mit Materie

Diese Abschwächung beim Durchgang von γ -Strahlung durch Materie geschieht, vor allem durch die drei Prozesse *Photo-Effekt*, *Compton-Streuung* und *Paarbildung*. Die Wechselwirkungswahrscheinlichkeit jeder dieser Prozesse ist dabei proportional zum jeweiligen Wirkungsquerschnitt σ . Unter dem Photo-Effekt oder auch photoelektrischen Effekt versteht man das Herauslösen eines im Absorbermaterial gebundenen Elektrons durch Absorption eines eintreffenden Photons. Mit dem Wirkungsquerschnitt pro Dichte $\mu_{\text{PE}}/\rho \propto Z^4/(h\nu)^3$ ergibt sich, dass der Photo-Effekt vor allem bei geringen Energien $h\nu$, bis ca 100 keV, sowie bei hohen Kernladungszahlen Z und damit bei stark gebundenen Elektronen dominiert. Während beim Photo-Effekt Wechselwirkung an gebundenen Elektronen stattfindet, wird bei der Compton-Streuung ein eintreffendes Photon an einem leicht gebundenen bis freien Elektron gestreut. Der Dominanzbereich des Compton-Effektes liegt ungefähr in einem Bereich von 0,1 MeV - 1 MeV. Da die Compton-Streuung eine starke Winkelverteilung aufweist wird die gemessene Photonenanzahl statt durch Absorption nun durch Raumstreuung vermindert. Besitzt das einfallende Photon mindestens eine Energie von $h\nu = 2m_e c^2$ so kann das Photon in Kernnähe ein Elektron-Positron-Paar erzeugen, wodurch sich die detektierte Photonenanzahl ebenfalls verringert.

1.3 Bestimmung der Abschwächungskoeffizienten

Die Abschwächung der Strahlungsintensität I beim Durchlauf der Materie wird durch die Exponentialfunktion

$$N = I_0 \exp(-\sum \mu_i d_i) \quad (1)$$

beschrieben. Das Ausmaß der Abschwächung der Anfangsintensität I_0 wird durch die einzelnen materialspezifischen Abschwächungskoeffizienten μ_i und die Strecke d_i , die die Strahlung durch die einzelnen Komponenten zurücklegen muss, bestimmt. Da je nach Energiebereich alle drei Abschwächungsprozesse beitragen können bestimmt sich der Gesamtabschwächungskoeffizient aus der Superposition der einzelnen Koeffizienten:

$$\mu_{\text{ges}} = \mu_{\text{PE}} + \mu_{\text{Compton}} + \mu_{\text{Paar}} \quad (2)$$

Für die j -te Projektion ergibt sich durch logarithmieren von Gleichung (1) die Gleichung

$$\sum_i \mu_i d_i = \ln \left(\frac{I_0}{N_j} \right) . \quad (3)$$

Für eine komplette Schicht lässt sich Gleichung (3) auf ein lineares Gleichungssystem (LGS) erweitern, welches zweckmäßigerweise in die Matrixform

$$\mathbf{A} \cdot \vec{\mu} = \vec{I}, \quad (4)$$

mit $I = \ln(I_0/N_j)$ gebracht wird und dem Spaltenvektor der Absorptionskoeffizienten $\vec{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_n)$. Die $m \times n$ -Matrix \mathbf{A} beschreibt dabei die Würfelgeometrie, die Matrixelemente beschreiben damit die Länge der Absorptionsstrecken und die Reihenfolge der durchlaufenen Materialien. Um die Messgenauigkeit zu erhöhen werden mehr Projektionen m gemessen als zur Rekonstruktion nötig wären, wodurch das LGS überbestimmt und damit entweder eindeutig lösbar oder unlösbar wird. Beispielsweise werden für eine Schicht eines $3 \times 3 \times 3$ -Würfels $m = 12$ statt der mindestens benötigten 9 Projektionen aufgenommen.

1.4 Berechnung der Messunsicherheiten

Für den Fall, dass alle I_j die selbe Messunsicherheit σ_I aufweisen, lassen sich die μ_j anhand

$$\vec{\mu} = (\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{A}^T \vec{I}, \quad (5)$$

und die Varianzen σ^2 mittels

$$\sigma^2 = \text{diag}((\mathbf{A}^T \mathbf{A})^{-1}). \quad (6)$$

bestimmen. Besitzen die Messwerte jeweils unterschiedliche Unsicherheiten σ_i so wird eine Gewichtsmatrix

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} 1/\sigma_1^2 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1/\sigma_2^2 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & & & & \\ \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1/\sigma_n^2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

eingeführt mit Hilfe derer sich Gleichungen (5) und (6) zu

$$\vec{\mu} = (\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{W} \vec{I} \quad (8)$$

$$\sigma^2 = \text{diag}((\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A})^{-1}) \quad (9)$$

ändern.

2 Aufbau

Für diesen Versuch wird der in Abbildung 2 dargestellte Versuchaufbau verwendet. Als Quelle wird hierbei das Radionuklid ^{137}Cs mit einer mittleren Photonenenergie von $E_\gamma = 661,7\text{ keV}$ [6] verwendet. Als γ -Strahlung werden im Allgemeinen hochenergetische Photonen bezeichnet, welche vor allem in Kernzerfällen entstehen. Dies ist exemplarisch in Abbildung 1 für das Nuklid ^{137}Cs dargestellt. Für den dominanten Zerfallskanal zerfällt das ^{137}Cs zuerst in einen angeregten Zustand von Barium ^{137m}Ba . Dieser relaxiert wiederum, unter Aussendung eines Photons, in den Grundzustand ^{137}Ba . Die so entstandenen Photonen werden mittels eines NaJ-Detektors registriert. Es stehen insgesamt fünf verschiedene, ($3\text{ cm} \times 3\text{ cm} \times 3\text{ cm}$) große Würfel zur Verfügung. Jeder Würfel ist von einer dünnen Aluminiumhülle umgeben.

Einer der Würfel ist innen hohl, zwei weitere bestehen durchgängig aus einem unbekannten Material. Die restlichen Würfel sind, wie es ebenfalls in Abbildung 2 dargestellt ist, in der

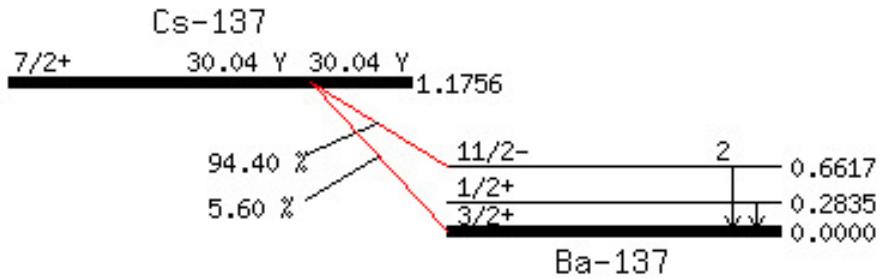


Abbildung 1: Darstellung des Termschemas des Nuklids ^{137}Cs [Termschema].

mittleren Ebene aus verschiedenen Materialien aufgebaut.

Der NaJ-Detektor ist über verschiedene elektrische Bauteile, wie einen Vorverstärker und Schwellendiskriminatoren, mit einem Vielkanalanalysator verbunden. Dort werden die gemessenen Impulse ihrer Höhe nach in verschiedene Kanäle, deren Nummer proportional zu der Energie der detektierten Photonen ist, eingelesen. Somit lässt sich das Spektrum der verwendeten Quelle aufnehmen. Die Benutzung des bereitgestellten Computerprogramms für die Auslese der Daten des Vielkanalanalysators wird im nächsten Abschnitt 2.1 erläutert.

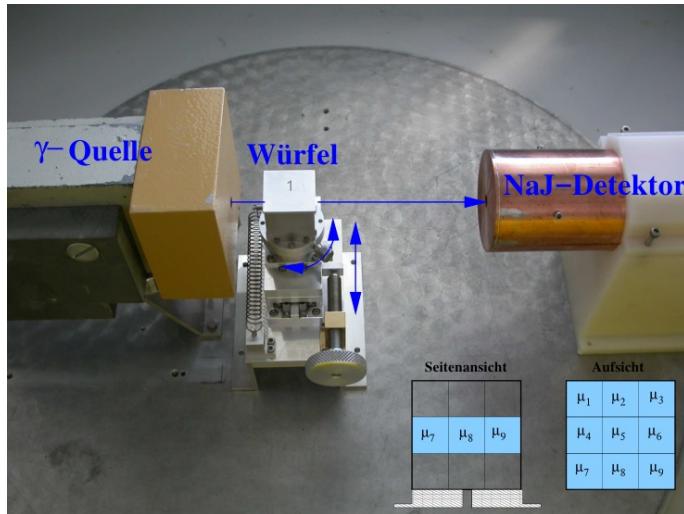


Abbildung 2: Darstellung der verwendeten Messapparatur [3].

2.1 Messprogramm

In Abbildung 3 ist das Programm, welches mithilfe eines Vielkanalanalysators (VKA) die gemessenen Daten auswertet, dargestellt. Dabei ist im linken Abschnitt 3a die gesamte graphische Oberfläche des Programms zu erkennen. Die gemessenen Ereignisse werden eingelesen und in Form eines Histogrammes aufgetragen. Mit bestimmten Funktionen des Programms lassen sich die Dauer einer Messung einstellen und, wie in der Abbildung in rot dargestellt, Bereiche besonderen Interesses festlegen, welche untersucht werden. Diese werden auch ROI, kurz für *Region of Interest* genannt. Für diese ausgewählten Bereiche lassen sich, wie im rechten Abschnitt 3b zu sehen ist, von dem Programm ermittelte Messgrößen ablesen. Darunter befindet sich die Position des Maximums, dargestellt als Kanalnummer (1) und umgerechnet als Energie (2). Die Energien werden so kalibriert, dass das Maximum des Spektrums bei einer Energie von $E_{\gamma} = 661,7 \text{ keV}$ liegt. Zusätzlich lässt sich ein Wert mit dem Namen *Net Area* (3) ablesen. Dieser entspricht dem Nettointegral

der Einhüllenden der ROI und beinhaltet außerdem den Abzug des Untergrundes.

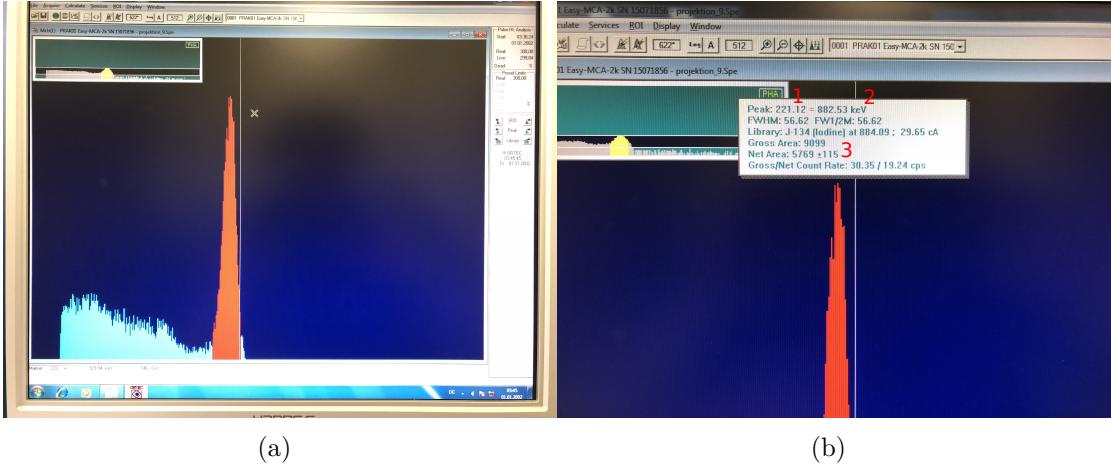


Abbildung 3: Darstellung des verwendeten Messprogramms.

3 Durchführung

Zuerst wird das Spektrum der γ -Quelle bei einer Messzeit von $t = 30$ s aufgenommen. Danach wird der hohle Würfel und anschließend die Würfel aus Aluminium und Blei vermessen. Diese werden nacheinander in der vorgesehenen Halterung fixiert und können mit dieser ebenfalls parallel zur Quelle in der Ebene verschoben werden. Es werden die fünf willkürlich gewählten Frontalprojektionen - zweimal I_5 , einmal I_4 und einmal I_6 (siehe Abbildung 4) - mit jeweils einer Messzeit von $t = 30/180/300$ s für die verschiedenen Würfel aufgenommen. Um die relative Messunsicherheit $\Delta N \propto \frac{1}{\sqrt{N}}$ kleiner 3 % zu halten müssen mindestens $N = 1112$ Ereignisse detektiert werden. Daher werden bei dichteren Materialien längere Messzeiten benötigt. Für den letzten Würfel, welcher wie in Abbildung 2 dargestellt ist, aus verschiedenen Materialien mit verschiedenen Absorptionskoeffizienten zusammengesetzt ist, werden insgesamt 12 Messungen über eine Messzeit von $t = 300$ s durchgeführt. Bei jeder Messung wird der Würfel verschoben, bzw. rotiert, sodass 12 verschiedene Projektionen des Würfels aufgenommen werden. Diese werden in Abbildung 4 veranschaulicht.

Damit lässt sich das lineare Gleichungssystem zur Bestimmung der Abschwächungskoeffizienten schreiben als

$$\mathbf{A} \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \mu_3 \\ \mu_4 \\ \mu_5 \\ \mu_6 \\ \mu_7 \\ \mu_8 \\ \mu_9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \\ I_8 \\ I_9 \\ I_{10} \\ I_{11} \\ I_{12} \end{pmatrix}, \quad (10)$$

wobei die Matrix \mathbf{A} die Geometrie des Würfels beschreibt mit der Länge d eines Einheits-

würfels mit dem Abschwächungskoeffizienten μ_i :

$$\mathbf{A} = d \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 \\ \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

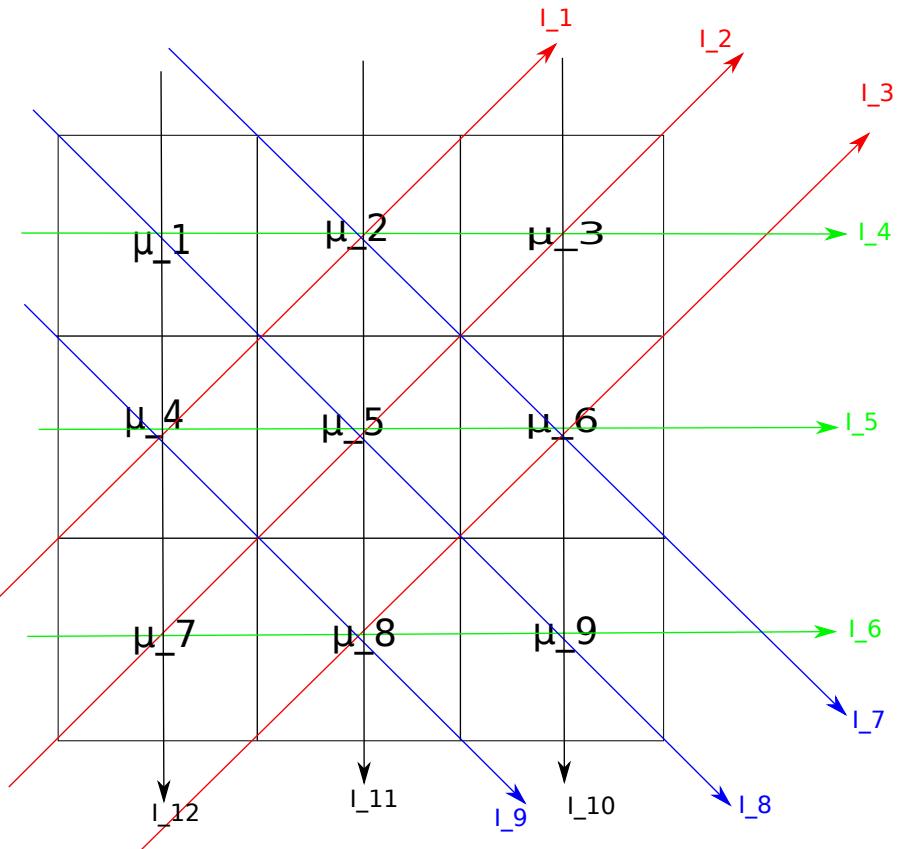


Abbildung 4: Schematische Darstellung der verwendeten Projektionen.

4 Auswertung

4.1 Aufnahme des Spektrums

Das aufgenommene Spektrum der Quelle ist in Abbildung 5 dargestellt. Zu erkennen sind zum einen die Compton-Kante, die sich die Winkelverteilung der gestreuten Elektronen ergibt, und zum anderen der charakteristische Photopeak, bei einer Energie von 661,7 keV. Dieser entsteht durch den in Kapitel 2 beschriebenen Relaxationsvorgang eines angeregten Zustandes in den Grundzustand.

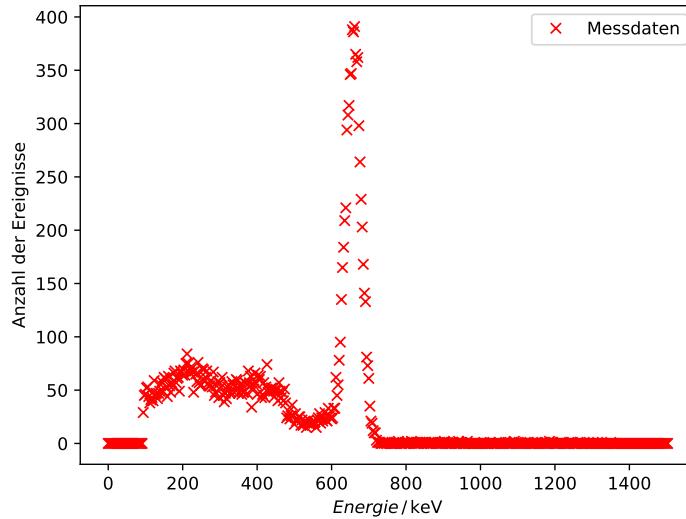


Abbildung 5: Darstellung des aufgenommenen Spektrums.

4.2 Korrektur der Abschwächung

Da die Materialien der Würfel in einem Alugehäuse eingefasst sind, muss die Abschwächung durch dieses mit berücksichtigt werden. Der Querschnitt eines Würfels ist in Abbildung 6 (links) dargestellt. Es ist zu erkennen, dass die Probe an jeder Seite mit einer Schicht Aluminium unbekannter Dicke d_{Alu} umgeben ist. Da die Reihenfolge der absorbierenden Schichten aufgrund der Linearität im Argument der Exponentialfunktion irrelevant ist, lässt sich die Absorption durch die Hülle anschaulicher in Abbildung 6 (rechts) darstellen. Die anfängliche Intensität I_0 wird somit durch die $2d_{Alu}$ dicke Aluminiumschicht auf I_{Alu} abgeschwächt. Somit ist I_{Alu} die Intensität, welche auf das Probenmaterial fällt.

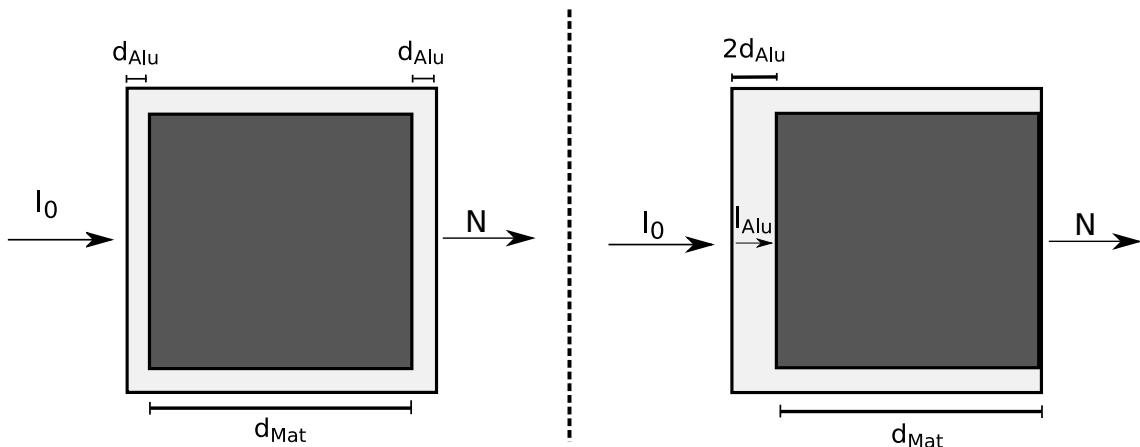


Abbildung 6: Darstellung der verschiedenen Materialien in den verwendeten Würfeln mit entsprechenden Abschwächungen.

Für den hohen Würfel gilt weiterhin die Beziehung (1). Für die gefüllten Würfel muss als Anfangsintensität

$$I_{Alu} = I_0 e^{-\mu_{Alu} 2d_{Alu}} \quad (12)$$

verwendet werden, da die Intensität der auftreffenden Photonen nach Gleichung (12) durch

das Gehäuse vermindert wird. Damit ergibt sich für die Abschwächungskoeffizienten μ_{Mat} aus den gemessenen Intensitäten N und der veränderten Anfangsintensität

$$\mu_{\text{Mat}} = \ln\left(\frac{I_{\text{Alu}}}{N}\right) \frac{1}{d_{\text{Mat}}} . \quad (13)$$

Zur Auswertung der Messergebnisse für die zwölf verschiedenen Projektionen des aus mehreren Materialien zusammengesetzten Würfels, wird die Korrektur ebenfalls angewendet. Dabei ist immer noch die allgemeine Gleichung für die Abschwächung (3) gültig. Es muss allerdings auch hier die Anfangsintensität I_0 durch I_{Alu} ersetzt werden.

4.3 Bestimmung der Absorptionskoeffizienten zweier Materialien

Die Messwerte dieses Auswertungssteils sind in Tabelle 1 festgehalten.

Tabelle 1: Messwerte für die ersten drei Würfel. Dargestellt sind die Position des Maximums des Spektrums als Kanalnummer und entsprechender Energie und die Zahl der Photonen, welche sich innerhalb der RoI befinden (Nettointegral). Der Fehler der Photonenzahl berechnet sich nach $\sqrt{\text{Nettointegral}}$.

| | K | E / keV | Nettointegral |
|----------|--------|------------------|-------------------|
| Würfel 1 | 209,26 | 825,19 | 2548 ± 50 |
| | 208,48 | 832,09 | 2730 ± 52 |
| | 209,44 | 835,89 | 2534 ± 50 |
| | 208,86 | 833,60 | 2648 ± 51 |
| | 208,56 | 832,39 | 2638 ± 51 |
| Würfel 2 | 208,61 | 832,59 | $15\,444 \pm 124$ |
| | 209,18 | 834,82 | $14\,214 \pm 119$ |
| | 209,05 | 834,36 | $14\,600 \pm 121$ |
| | 209,78 | 837,27 | $14\,295 \pm 120$ |
| | 208,94 | 833,89 | $14\,746 \pm 121$ |
| Würfel 3 | 222,89 | 889,59 | 1211 ± 35 |
| | 223,23 | 890,92 | 968 ± 31 |
| | 223,16 | 890,67 | 991 ± 31 |
| | 224,43 | 895,75 | 990 ± 31 |
| | 223,58 | 892,34 | 946 ± 31 |

Für die weiteren Berechnungen werden die gemessenen Counts auf die jeweilige Messzeit normiert. Diese betrug $t = 30\text{s}$ für den hohlen Würfel (Würfel 1), $t = 180\text{s}$ für den zweiten Würfel und $t = 300\text{s}$ für den dritten Würfel. Die Zählrate wird im Folgenden als N bezeichnet.

Damit lassen sich die totalen Abschwächungskoeffizienten nach Gleichung (13) zu

$$\mu_2 = (0,023 \pm 0,023) \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu_3 = (1,08 \pm 0,08) \text{ cm}^{-1}$$

bestimmen. Dabei werden für jede gemessene Anfangsintensität, mit Korrektur des Gehäuses, die Abschwächungskoeffizienten für den zweiten und dritten Würfel errechnet und anschließend für jeden Würfel gemittelt. Die Messunsicherheiten berechnen sich hierbei aus der Gaußschen Fehlerfortpflanzung.

Die gemessenen Intensitäten des hohlen Würfels können nur als Korrektur für die Abschwächung durch das Gehäuse verwendet werden.

Es ist bekannt, dass ein Würfel aus Aluminium und der andere Würfel aus Blei ist. Werden die errechneten Absorptionskoeffizienten mit den Literaturwerten, siehe Tabelle 3, der möglichen Materialien verglichen, fällt auf, dass der Koeffizient μ_2 keinem der Material zugeordnet werden kann. Die Abweichung zu dem Literaturwert des Abschwächungskoeffizienten von Aluminium beträgt $-88,5\%$. Der Koeffizient μ_3 kann, im Rahmen der Messunsicherheiten, dem Material Blei zugeschrieben werden. Die relative Abweichung zu dem Literaturwert beträgt $-7,7\%$.

Zur Berechnung der Absorptionskoeffizienten für den Compton- und den Photoeffekt, wird zuerst der Compton-Absorptionskoeffizient mithilfe von Gleichung (14) und der Klein-Nishina Formel für den Compton-Wirkungsquerschnitt (15) ermittelt [4]. Der Absorptionskoeffizient $\mu_c = n\sigma_c$ beträgt

$$\mu_{\text{Comp}} = n\sigma_c(\epsilon) = \frac{z N_L \rho}{M} \sigma_c(\epsilon), \quad (14)$$

mit der Teilchenzahl n , der Kernladungszahl z , der Avogadrokonstante N_L , der Dichte ρ und der molaren Masse M . Der Parameter ϵ beschreibt das Verhältnis der Quantenenergie E_γ zur Ruheenergie über $\epsilon := \frac{E_\gamma}{m_0 c^2}$ und σ_c den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma_{\text{Comp}} = 2\pi r_e^2 \left(\frac{1+\epsilon}{\epsilon^2} \left[\frac{2(1+\epsilon)}{1+2\epsilon} - \frac{1}{\epsilon} \ln(1+2\epsilon) \right] + \frac{1}{2\epsilon} \ln(1+2\epsilon) - \frac{1+3\epsilon}{(1+2\epsilon)^2} \right). \quad (15)$$

Die verwendeten materialspezifischen Größen und physikalischen Naturkonstanten sind mit entsprechender Literaturquelle in Tabelle 2 festgehalten.

Tabelle 2: Verwendete Daten zur Berechnung des Compton-Wirkungsquerschnitts und somit des Absorptionskoeffizienten. Der Wert der Avogadrokonstanten N_L und die Werte anderer physikalischer Naturkonstanten wurden der Quelle [5] entnommen.

| | z [1] | $\rho / \text{g cm}^{-3}$ [2] | $M / \text{g mol}^{-1}$ [1] | ϵ [4] |
|----|---------|-------------------------------|-----------------------------|----------------|
| Pb | 82 | 11,3 | 207 | 1,295 |
| Al | 13 | 2,7 | 27 | 1,295 |

Schlussendlich lassen sich die Absorptionskoeffizienten der beiden verschiedenen Materialien für den Compton-Effekt zu

$$\mu_{\text{Comp}_2} = 0,20 \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu_{\text{Comp}_3} = 0,69 \text{ cm}^{-1}$$

bestimmen.

Die Absorptionskoeffizienten für den Photoeffekt errechnen sich aus dem linearen Zusammenhang aller Absorptionskoeffizienten nach Gleichung (2), als Differenz des gemessenen totalen Abschwächungskoeffizienten und dem Compton-Abschwächungskoeffizienten, zu

$$\mu_{\text{Photo}_2} = (-0,178 \pm 0,023) \text{ cm}^{-1}$$

$$\mu_{\text{Photo}_3} = (0,40 \pm 0,08) \text{ cm}^{-1} .$$

Der Wert für den Absorptionskoeffizienten von Blei lässt sich qualitativ bestätigen. Bei einer Photonenenergie von $E_\gamma = 661,7 \text{ keV}$ ist der Comptoneffekt der dominante Prozess, welcher für die Abschwächung der Photonen verantwortlich ist. Daher ist der Wert von μ_{Comp} größer als der Wert von μ_{Photo} . Die Abschwächung durch den Photoeffekt ist in diesem Falle noch so verhältnismäßig groß, da der Photoeffekt ein sehr stark von der Ordnungszahl des Absorbermaterials abhängiger Effekt ist und Blei mit $Z_{\text{Pb}} = 82$ ein schweres Element ist.

Bei Aluminium lässt sich der Abschwächungskoeffizient für den Comptoneffekt ebenfalls qualitativ erklären. Da Aluminium mit $Z_{\text{Al}} = 13$ ein vergleichsweise leichtes Element ist, spielt der Photoeffekt hier keine große Rolle, sodass der Comptoneffekt deutlich überwiegt. Der Compton-Abschwächungskoeffizient stimmt mit dem gerundeten Literaturwert überein, weshalb der Abschwächungskoeffizient für den Photoeffekt verschwindet gering sein wird. Der hier berechnete negative Zahlenwert für μ_{Photo_2} hat allerdings keine weitere physikalische Aussagekraft. Dieser entspringt der Tatsache, dass der totale Absorptionskoeffizient für Aluminium, wie es zuvor beschrieben ist, nicht korrekt bestimmt werden konnte.

4.4 Bestimmung der Koeffizienten mittels Matrixrechnung

Im Gegensatz zu den Würfeln 1-3 besteht Würfel 4 aus verschiedenen Materialien wodurch die linearen Abschwächungskoeffizienten nicht wie bisher über das exponentielle Abschwächungsgesetz bestimmt werden können. Stattdessen wird wie in Kapitel 1 beschrieben, ein LGS aufgestellt und gelöst. Die Abschwächungskoeffizienten μ_i der verschiedenen Komponenten berechnen sich anhand Gleichung (8) und die Varianzen mittels Gleichung (9). Anschließend werden die errechneten Werte mit den Literaturwerten [7] für Blei, Aluminium, Eisen, Messing und Delrin

Tabelle 3: Literaturwerte der Abschwächungskoeffizienten der Materialien Blei, Aluminium, Eisen, Messing und Delrin.

| | Blei | Aluminium | Eisen | Messing | Delrin |
|-----------------------------------|------|-----------|-------|---------|--------|
| $\mu_{\text{Lit}}/\text{cm}^{-1}$ | 1,17 | 0,20 | 0,57 | 0,62 | 0,12 |

verglichen und versucht sie jeweils mit einem dieser Materialien zu identifizieren.

Die Messwerte des Nettointegrals aus Tabelle 4 werden auf jeweils einen Wert aus der Versuchsreihe 1 normiert und damit ein Absorptionskoeffizient berechnet. Anschließend werden diese 5 Werte der verschiedenen Absorptionskoeffizienten gemittelt.

Neben der Normierung auf die Anfangsintensität, muss die Messzeit von jeweils $t_{\text{Mess}} = 300 \text{ s}$ mit berücksichtigt werden.

Tabelle 4: Messwerte der detektierten Ereignisse, sowie die Mittelwerte der linearen Abschwächungskoeffizienten der 9 Elementarwürfel, gerundet auf 2 signifikante Stellen. Zusätzlich wird die prozentuale Abweichung zu den Metallen, die in Frage kommen, aufgelistet. Für den Fall, dass keins der Metalle im Unsicherheitsrahmen liegt, werden die Metalle mit den geringsten Abweichung angegeben und in Klammern gesetzt.

| Projektion i | Nettointegral /Ereignissen | μ_i/cm^{-1} | zugeordnetes Material | Abweichung % |
|----------------|----------------------------|------------------------|-----------------------|----------------|
| 1 | 5749 ± 76 | $0,29 \pm 0,09$ | Aluminium | 45,0 |
| 2 | 1292 ± 36 | $1,03 \pm 0,07$ | Blei | -11,89 |
| 3 | 1662 ± 41 | $0,63 \pm 0,11$ | Messing/Eisen | 2,27 / 10.53 |
| 4 | 3819 ± 62 | $0,03 \pm 0,07$ | (Delrin) | -74,14 |
| 5 | 3139 ± 56 | $1,28 \pm 0,10$ | Blei | 9,49 |
| 6 | 3267 ± 57 | $0,84 \pm 0,08$ | (Blei/Messing) | -28,14 / 36.36 |
| 7 | 2028 ± 45 | $0,24 \pm 0,09$ | Aluminium | 20,0 |
| 8 | 942 ± 31 | $1,06 \pm 0,08$ | Blei | -9,32 |
| 9 | 5769 ± 76 | $0,81 \pm 0,11$ | (Blei/Messing) | -30,71 / 31.49 |
| 10 | 2540 ± 50 | / | | |
| 11 | 741 ± 27 | / | | |
| 12 | $14\,892 \pm 122$ | / | | |

Auffällig ist, dass für 5 der insgesamt 9 Elementarwürfel keine eindeutige Zuordnung zu einem bestimmten Material treffen lässt, sodass entweder 2 Metalle in Frage kommen oder der Messwert des Abschwächungskoeffizienten mit keinem der Materialien übereinstimmt. Der Elementarwürfel 1 mit $\mu_1 = (0,29 \pm 0,09) \text{ cm}^{-1}$ stimmt im Rahmen der Unsicherheit mit dem Wert von Aluminium überein, sodass sich hier eine direkte Zuordnung machen lässt. Dies trifft auch auf EW 7 zu mit $(0,24 \pm 0,09) \text{ cm}^{-1}$ mit einer prozentualen Abweichung von 20,00 % zu. Die Elementarwürfel (EW) 2, 5 und 8 mit $\mu_2 = (1,03 \pm 0,07) \text{ cm}^{-1}$, $\mu_5 = (1,28 \pm 0,10) \text{ cm}^{-1}$ und $\mu_8 = (1,06 \pm 0,08) \text{ cm}^{-1}$ lassen sich am besten Blei zuordnen, mit Abweichungen von -11,89 %, 9,49 % und -9,32 %. EW 3 mit $\mu_3 = (0,63 \pm 0,11) \text{ cm}^{-1}$ lässt sich sowohl zu Eisen als auch zu Messing einordnen wobei die Abweichung zu Messing mit 2,27 % geringer ausfällt als die zu Eisen. EW 9 mit $\mu_9 = (0,81 \pm 0,10) \text{ cm}^{-1}$ könnte aufgrund seiner Unsicherheiten sowohl Messing, als auch Blei zugeordnet werden, wobei die prozentuale Abweichung zu Blei geringer ausfällt. EW 4 mit $\mu_4 = (0,03 \pm 0,07) \text{ cm}^{-1}$ lässt sich nicht direkt zuordnen. In Anbetracht des geringen Wertes ergibt sich für Delrin die geringste Abweichung, weshalb EW 4 Delrin als Material zugeordnet wird. Die Abweichungen zum Literaturwert beläuft sich hierfür auf -74,14 %. Da für EW 6 mit $\mu_6 = (0,84 \pm 0,08) \text{ cm}^{-1}$ sowohl der Wert für Messing als auch der für Blei außerhalb der Messunsicherheit liegen, kann nicht genau gesagt werden aus welchem Material er besteht. Die Abweichung zu Blei beträgt -28,14 % und zu Messing 36,36 %, sodass sich EW 6 eher Blei zuordnen lässt.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass sich nur für die Einheitswürfel 1, 2, 5, 7 und 8 eine eindeutige Klassifizierung des Absorbermaterials durchführen lässt, während dies bei den Würfeln 3, 4, 6 und 9 nicht möglich ist. Dies folgt aus dem Ausmaß der Messunsicherheit, da diese entweder so groß ist, dass 2 Materialien in Frage kommen oder so gering, dass zunächst keins der Materialien in Frage kommt. In diesen Fällen müssen die prozentualen Abweichungen zur Klassifizierung hinzugezogen werden um zu entscheiden aus welchem Material der Würfel besteht.

5 Diskussion

Bei der Messreihe zur Bestimmung der Abschwächungskoeffizienten der Würfel 1 (hohl), 2 (Aluminium) und 3 (Blei) lässt sich für Würfel 1, aufgrund der unbekannten Gehäusedicke, kein Abschwächungskoeffizient bestimmen. Der Abschwächungskoeffizient von Würfel 2 wird zu $\mu = (0,023 \pm 0,023) \text{ cm}^{-1}$ bestimmt, was einer Abweichung von 88,5 % vom Literaturwert $\mu_{\text{Al, Lit}} = 0,20 \text{ cm}^{-1}$ entspricht. Neben dieser an sich großen Abweichung um eine Größenordnung vom Literaturwert, fällt die große Unsicherheit des Wertes auf, die dem nominellen Wert entspricht. Aufgrund der gewählten Messzeit wurden genügend Counts gezählt, sodass die relative Unsicherheit nach Poisson-Statistik < 3 % sein sollte, eine zu geringe Messzeit ist also auszuschließen. Eine Verbesserung des Ergebnisses sollte sich jedoch trotzdem durch eine erhöhte Messdauer einstellen. Als Fehlerquelle könnten daher noch die verwendeten Projektionen angesehen werden. Mit dem Vorwissen, dass Würfel 2 aus Aluminium besteht und daher nur einen einzigen Abschwächungskoeffizient besitzt, wurden fünf Messungen in der Frontalebene durchgeführt. Projektionen werden allerdings auch Würfel 3 verwendet und dessen Abschwächungskoeffizient lässt sich zu $\mu_3 = (1,08 \pm 0,08) \text{ cm}^{-1}$ bestimmen, was sich im Rahmen der Messunsicherheit mit dem Literaturwert $\mu_{\text{Pb, Lit}} = 1,17 \text{ cm}^{-1}$ identifizieren lässt. Dies hat zur Folge, dass die gewählten Frontalprojektionen per se nicht Ursache der großen Abweichung für Würfel 2 sind. Allerdings ist es durchaus möglich, dass nach dem Wechsel der Würfel die Positionierung im Strahl bei Würfel 3 vorteilhafter eingestellt wurde.

Auch für die Messreihe zur Bestimmung der Zusammensetzung von Würfel 4 konnte nicht für jeden Einheitswürfel eine eindeutige Zuordnung getroffen werden.

So konnten für die Elementarwürfel 2, 5 und 8 Koeffizienten bestimmt werden, die dem von Blei entsprechen, wohingegen die Abschwächungskoeffizienten der Würfel 1 und 7 im Rahmen ihrer Messunsicherheit mit den Koeffizienten von Aluminium übereinstimmen. Einheitswürfel 3 lässt sich aufgrund der Messunsicherheit sowohl Eisen als auch Messing zuordnen, wobei die Abweichung zu Messing 2,27 % beträgt, während sich die Abweichung zu Eisen auf 10,53 % beläuft. Damit lässt sich EW 3 Messing zuordnen. Die Zuordnung der Einheitswürfel 4, 6 und 9 gestaltete sich schwieriger, da die errechneten Koeffizienten große Abweichungen zu den Literaturwerten der zur Auswahl stehenden Materialien aufwiesen. Als Absorbermaterial wurde dann das Material bestimmt, zu dem die geringste prozentuale Abweichung vorliegt. Zusammenfassend ließen sich mit den berechneten Abschwächungskoeffizienten nur eine mittelmäßige Klassifizierung der Absorbermaterialien erzielen, da zum Teil mehrere Materialien als Absorbermaterial in Frage kamen oder die Messwerte sehr große Abweichungen von den Literaturwerten aufwiesen. Dies ließe sich durch Verwendung einer Quelle mit größerer Aktivität und erhöhter Messdauer verbessern, da sich in beiden Fällen die gemessene Intensität erhöht und sich die Poisson-bedingten Unsicherheiten besser relativieren lassen.

Literatur

- [1] *Basic Atomic Spectroscopic Data*. URL: https://physics.nist.gov/PhysRefData/Handbook/element_name.htm (besucht am 13.05.2018).
- [2] *Compositions od Materials used in STAR Databases*. URL: <https://physics.nist.gov/cgi-bin/Star/compos.pl> (besucht am 13.05.2018).
- [3] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V14: Tomographie mittels Gamma-Strahlung*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/MASTER/SKRIPT/MTomographie.pdf> (besucht am 13.05.2018).

- [4] TU Dortmund. *Versuchsanleitung zum Versuch V704: Absorption von Beta- und Gamma-Strahlung*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V704.pdf> (besucht am 13.05.2018).
- [5] *Fundamental Physical Constants*. URL: <https://physics.nist.gov/cuu/Constants/index.html> (besucht am 13.05.2018).
- [6] *Table of Gamma rays*. URL: <http://atom.kaeri.re.kr:8080/cgi-bin/decay?Cs-137+B-> (besucht am 13.05.2018).
- [7] *XCOM: Photon Cross Sections Database*. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/Xcom/html/xcom1.html> (besucht am 13.05.2018).