

V206

Die Wärmepumpe

David Rolf

david.rolf@tu-dortmund.de

Jonah Blank

jonah.blank@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.11.2017

Abgabe: 28.11.2017

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Die Wärmepumpe	3
2.1.1 Die reale Güteziffer	4
2.1.2 Der Massendurchsatz	4
2.1.3 Die mechanische Kompressorleistung	4
3 Aufbau und Durchführung	5
3.1 Experimenteller Aufbau	5
3.2 Durchführung	5
4 Auswertung	6
4.1 Approximation der Temperaturverläufe durch Polynome zweiten Grades .	6
4.2 Bestimmung der Güteziffer der Wärmepumpe und des Massendurchsatzes von Dichlordifluormethan	9
4.3 Bestimmung der Leistung des Kompressors	11
5 Diskussion	11
Literatur	12

1 Zielsetzung

Ziel des Experiments ist es die reale Gütezahl der Wärmepumpe, den Massendurchsatz des Wärmetransportmediums und vom Kompressor benötigte Leistung zu bestimmen.

2 Theorie

2.1 Die Wärmepumpe

Dem 2. Hauptsatz der Thermodynamik nach fließt eine Wärmemenge nur von einem wärmeren in ein kälteres Wärmereservoir, solange keine mechanische Arbeit W verrichtet wird. Bei der Wärmepumpe wird nun mithilfe dieser Arbeit aus einem kälteren Reservoir die Wärmemenge Q_1 entnommen und an das wärmere abgegeben. Dem 1. Hauptsatz der Thermodynamik zufolge gilt für diese vom wärmeren Reservoir aufgenommene Wärmemenge:

$$Q_2 = Q_1 + W \quad (1)$$

Das Verhältnis

$$\nu = \frac{Q_2}{W} \quad (2)$$

bezeichnet die Gütezahl der Wärmepumpe. Wenn der Prozess der Wärmeübertragung ohne Verluste, also umkehrbar, verläuft, gilt außerdem die Beziehung[1]:

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} = 0 \quad (3)$$

Mit (1) folgt:

$$\begin{aligned} Q_2 &= \frac{T_2}{T_1} Q_2 + W \\ &= W \frac{T_1}{T_1 - T_2} \end{aligned}$$

und damit für die Gütezahl einer idealen Wärmepumpe[1]:

$$\nu_{\text{ideal}} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (4)$$

Da bei einer realen Wärmepumpe die Wärmeübertragung irreversibel verläuft, gilt in diesem Fall

$$\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_2}{T_2} > 0 \quad (5)$$

und mit (1) und (2):

$$\nu_{\text{real}} < \frac{T_1}{T_1 - T_2} \quad (6)$$

Für ähnliche Temperaturen T_1 und T_2 ist dieser Prozess energetisch wesentlich günstiger, als die direkte Umwandlung von Arbeit in Wärme.[1]

2.1.1 Die reale Güteziffer

Die pro Zeiteinheit gewonnene Wärmemenge lässt sich mit der Temperaturänderung $\frac{\Delta T_1}{\Delta t}$ im wärmeren Reservoir und aus den Wärmekapazitäten des in diesem enthaltenen Wassers und der Kupferschlange errechnen als[1]:

$$\frac{\Delta Q_2}{\Delta t} = (m_1 c_W + m_K c_K) \frac{\Delta T_1}{\Delta t} \quad (7)$$

Daraus folgt für die reale Güteziffer:

$$\nu = \frac{\Delta Q_2}{\Delta t P} \quad (8)$$

P ist dabei die gemittelte Leistungsaufnahme des Kompressors [1].

2.1.2 Der Massendurchsatz

Durch den Differenzenquotienten $\frac{\Delta T_2}{\Delta t}$ des kälteren Reservoirs und den Wärmekapazitäten lässt sich die pro Zeiteinheit entnommene Wärmemenge bestimmen als[1]:

$$\frac{\Delta Q_1}{\Delta t} = (m_1 c_W + m_K c_K) \frac{\Delta T_2}{\Delta t}$$

Ist die Verdampfungswärme L des zum Wärmetransport benutzten Mediums bekannt, kann der Massendurchsatz berechnet werden durch

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\Delta Q_1}{\Delta t L},$$

also

$$\frac{\Delta m}{\Delta t} = (m_1 c_W + m_K c_K) \frac{\Delta T_2}{\Delta t L} \quad (9)$$

2.1.3 Die mechanische Kompressorleistung

Bei der Verringerung eines Volumens durch einen Kompressor gilt für die geleistete Arbeit:

$$W_{\text{mech}} = - \int_{V_a}^{V_b} p dV$$

Ist diese Kompression adiabatisch, so folgt mit der Poisson-Gleichung

$$p_a V_a^{\frac{c_p}{c_v}} = p_b V_b^{\frac{c_p}{c_v}} = p V^{\frac{c_p}{c_v}} = p V^\kappa$$

und

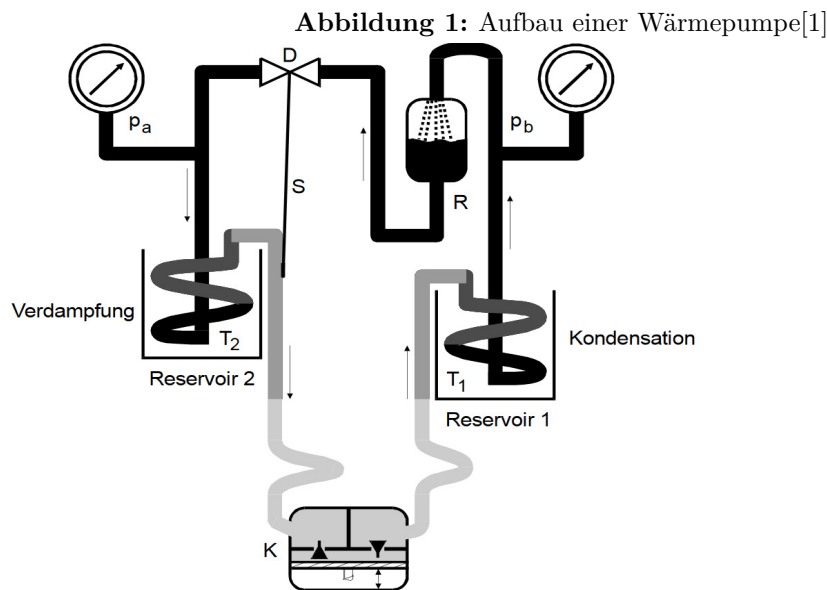
$$\begin{aligned} P_{\text{mech}} &= \frac{dA_{\text{mech}}}{dt} \\ &= \frac{1}{\kappa - 1} \left(p_b \sqrt{\frac{p_b}{p_a}} - p_a \right) \frac{1}{\rho} \frac{\Delta m}{\Delta t}, \end{aligned} \quad (10)$$

wobei ρ die Gasdichte des Transportmediums bei Druck p_a ist und sich nach Umformen der idealen Gasgleichung berechnen lässt durch:

$$\rho = \frac{p \cdot \rho_0 \cdot T_0}{p_0 \cdot T} \quad (11)$$

3 Aufbau und Durchführung

3.1 Experimenteller Aufbau



Als Transportgas wird ein reales Gas verwendet (hier Cl_2F_2C), das bei T_1 und p_b flüssig und bei T_2 und p_a gasförmig ist. Der Kompressor K sorgt für einen Kreislauf des Mediums in der Pumpe.

Zwischen den beiden Wärmereservoirs liegt das Drosselventil D an dem sich der Druckunterschied $p_b - p_a$ aufbaut.

Das flüssige Medium verdampft, nachdem es D passiert, im wärmeabgebenden Reservoir 2 und entzieht ihm die Verdampfungswärme L . Anschließend wird es im Kompressor adiabatisch komprimiert, sodass es im Reservoir 1 wieder verflüssigt und dabei die Kondensationswärme L an dieses abgibt.

3.2 Durchführung

Die beiden Reservoirs werden mit 3 L Wasser befüllt.

Nach dem Starten der Pumpe werden einmal pro Minute die Werte für T_1 , T_2 , p_a , p_b und P_m gemessen, bis T_1 eine Temperatur von 50°C erreicht.

4 Auswertung

Die Graphen wurden sowohl mit Matplotlib [2] als auch NumPy [5] erstellt. Alle Mittelwerte werden berechnet mit:

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n \quad (12)$$

Die Abweichungen ergeben sich nach:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2} \quad (13)$$

Die Fehlerrechnung wurde mithilfe von Uncertainties [4] durchgeführt.

4.1 Approximation der Temperaturverläufe durch Polynome zweiten Grades

Die Temperaturverläufe der beiden Wärmereservoirs sind in Abbildung 2 dargestellt. Eine nichtlineare Ausgleichsrechnung der Form $y = At^2 + Bt + C$ mittels SciPy [3] liefert mit den Werten aus Tabelle 1 für das wärmere Reservoir folgende Parameter:

$$\begin{aligned} A &= (-2 \pm 1) \cdot 10^{-7} \\ B &= (2,8 \pm 0,2) \cdot 10^{-2} \\ C &= 292,1 \pm 0,4 \end{aligned}$$

Für das kältere Reservoir ergibt sich entsprechend:

$$\begin{aligned} A &= (6 \pm 3) \cdot 10^{-6} \\ B &= (-31 \pm 3) \cdot 10^{-3} \\ C &= 298,2 \pm 0,8 \end{aligned}$$

Die zugehörigen Graphen befinden sich in Abbildung 3 und 4. Für die Differentialquotienten $\frac{dT_1}{dt}$ und $\frac{dT_2}{dt}$ ergeben sich die Werte aus Tabelle 2.

Tabelle 1: Die minütlich aufgenommenen Messdaten

$T_1/^{\circ}\text{C}$	$T_2/^{\circ}\text{C}$	p_a/bar	p_b/bar	N_{mech}/W
21,8	21,1	2,40	6,90	170
22,4	21,1	2,60	7,10	175
23,7	20,2	2,80	7,50	185
25,0	19,9	3,00	7,90	190
26,8	17,2	3,20	8,30	200
28,7	15,3	3,20	8,60	202
30,7	13,4	3,20	9,00	205
32,6	11,6	3,20	9,50	206
34,5	10,0	3,20	10,00	206
36,2	8,2	3,20	10,30	210
38,1	6,6	3,20	10,70	211
39,7	5,0	3,20	11,00	211
41,0	3,5	3,20	12,00	212
42,6	2,1	3,20	12,10	215
44,3	2,0	3,20	12,30	213
45,7	0,3	3,20	12,90	210
47,6	-0,2	3,20	13,20	210
49,1	-0,6	3,20	13,80	210

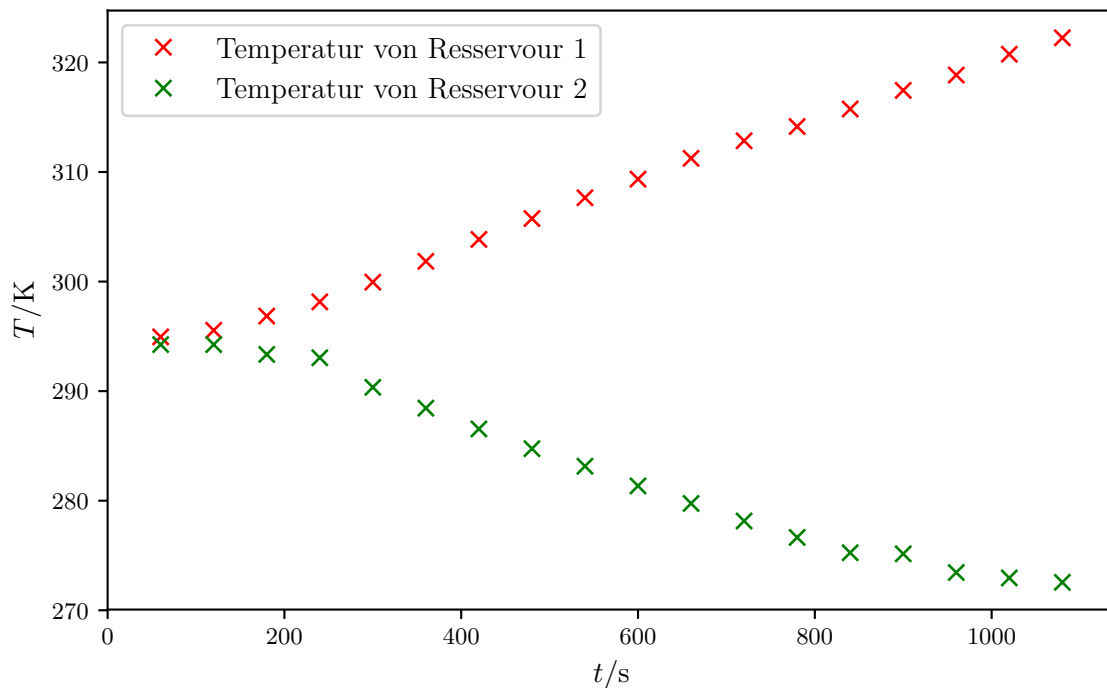


Abbildung 2: Die Temperaturverläufe der Wärmereservoirs

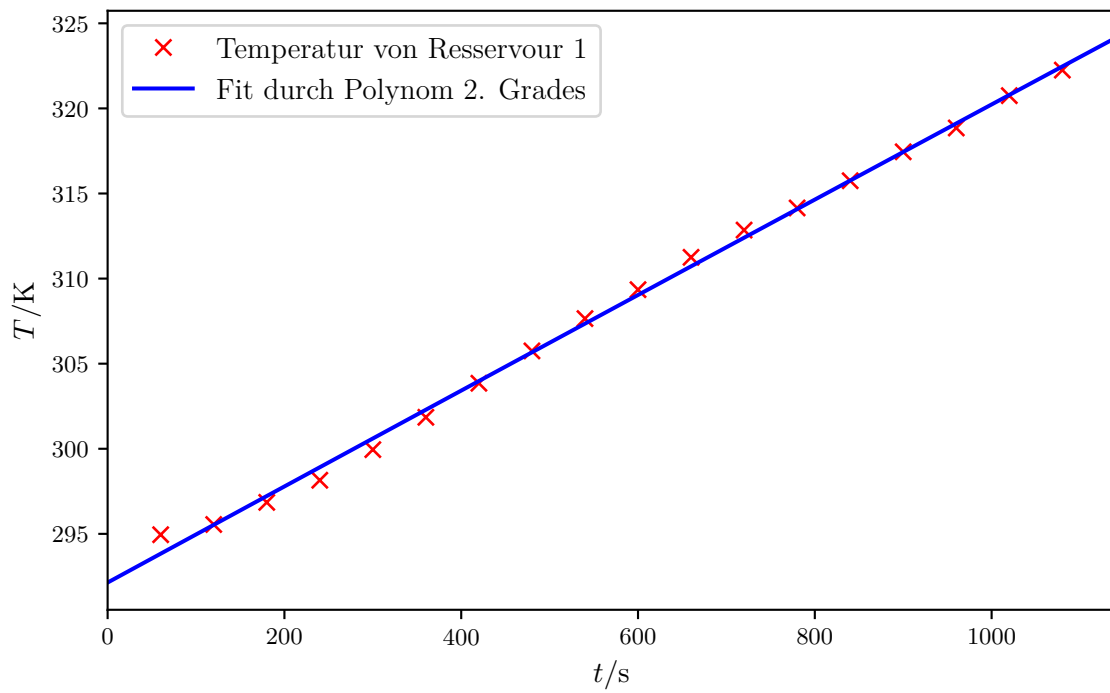


Abbildung 3: Der Temperaturverlauf im wärmeren Reservoir mit Approximation

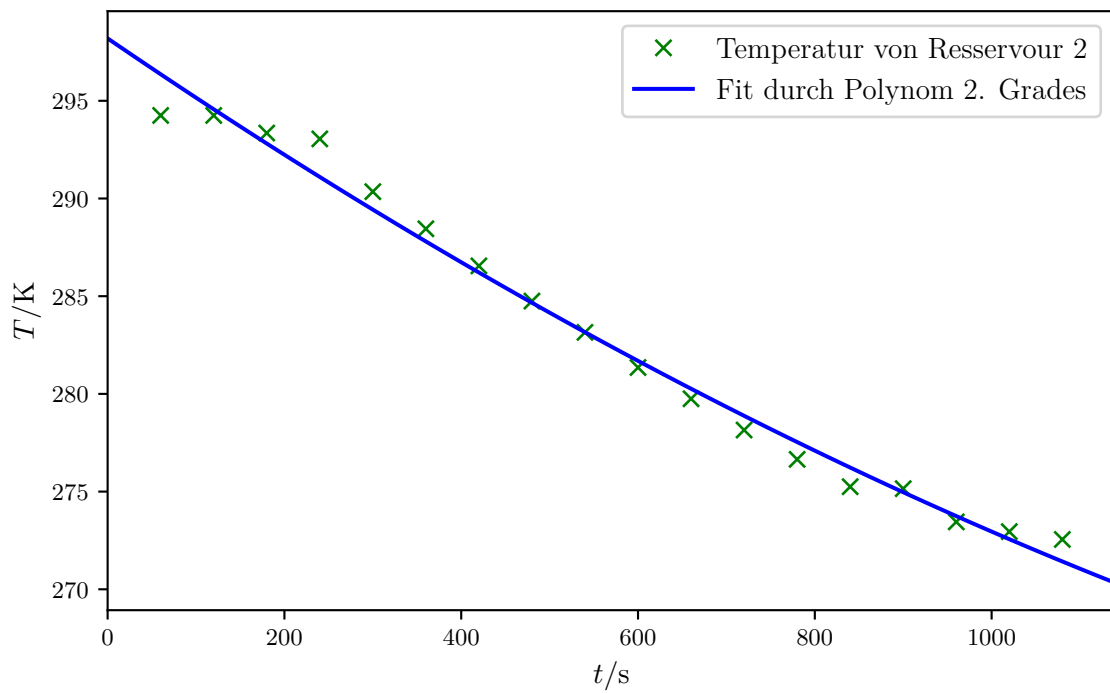


Abbildung 4: Der Temperaturverlauf im kälteren Reservoir mit Approximation

Tabelle 2: Die Differenzenquotienten $\frac{dT_1}{dt}$ und $\frac{dT_2}{dt}$ zu 4 verschiedenen Zeiten.

t/s	$\frac{dT_1}{dt}/\text{K s}^{-1}$	$\frac{dT_2}{dt}/\text{K s}^{-1}$
240	$0,028 \pm 0,002$	$-0,028 \pm 0,002$
480	$0,028 \pm 0,002$	$-0,025 \pm 0,003$
720	$0,028 \pm 0,003$	$-0,022 \pm 0,004$
960	$0,028 \pm 0,003$	$-0,019 \pm 0,006$

4.2 Bestimmung der Güteziffer der Wärmepumpe und des Massendurchsatzes von Dichlordifluormethan

Die Güteziffer der Wärmepumpe wird nach den Formeln (7) und (8) berechnet. Die Ideale Güte folgt aus Formel (4). Dabei besitzt das Wasser eine spezifische Wärmekapazität von $c_W = 4,18 \text{ J}/(\text{g K})$. Die Apparatur hat nach Angabe eine Wärmekapazität von 660 J/K [1]. In den Wärmereservoirs befindet sich jeweils eine Wassermenge von drei Litern. Mithilfe der zuvor bestimmten vier Temperaturen ergeben sich die Werte aus Tabelle 3.

Tabelle 3: Die reale Güte der Wärmepumpe zu vier Zeiten und der zugehörige ideale Wert

t/s	v_{real}	v_{ideal}
240	$1,9 \pm 0,1$	31,2
480	$1,8 \pm 0,1$	12,6
720	$1,7 \pm 0,2$	8,4
960	$1,8 \pm 0,2$	6,7

Um den Massendurchsatz von Dichlordifluormethan bestimmen zu können, muss die Verdampfungswärme des Transportgases bestimmt werden. Es gilt:

$$\begin{aligned} L &= -\ln p RT \\ &= -AR \end{aligned}$$

Dabei ist A die Steigung des Graphen, wenn $\ln p$ gegen $1/T$ aufgetragen wird und kann durch eine lineare Ausgleichsrechnung ermittelt werden. $R = 8,314\,459\,8 \pm 0,000\,004\,8$ [6] ist die allgemeine Gaskonstante. Mit $p = p_b$ und $T = T_1$ folgt:

$$L = (1,94 \pm 0,04) \cdot 10^4 \frac{\text{J}}{\text{kg}}.$$

Mit Formel (9) ergibt sich der Massendurchsatz aus Tabelle 4.

Abbildung 5: Der Verlauf der Dampfdruckkurve von Dichlordifluormethan in Abhängigkeit der reziproken Temperatur.

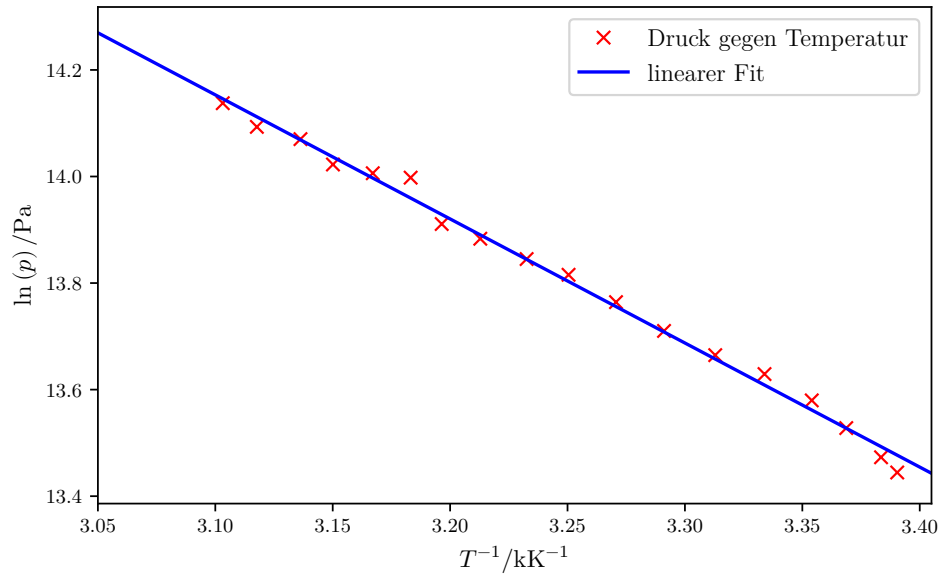


Tabelle 4: Der bestimmte Massendurchsatz zu 4 verschiedenen Zeitpunkten.

t/s	$\frac{dm}{dt} / \text{g s}^{-1}$
240	$0,35 \pm 0,03$
480	$0,31 \pm 0,04$
720	$0,28 \pm 0,05$
960	$0,25 \pm 0,07$

4.3 Bestimmung der Leistung des Kompressors

Die Leistung des Kompressors lässt sich nach den Formeln (10) und (11) bestimmen. Mit einem $\rho_0 = 5,51 \text{ g/l}$ [1], einer Normaltemperatur $T_0 = 273,15 \text{ K}$, einem Normaldruck $p_0 = 1 \text{ bar}$ und einem $\kappa = 144$ [1] ergeben sich die Leistungen in Tabelle 5.

Tabelle 5: Die bestimmte Leistung zu 4 verschiedenen Zeitpunkten.

t/s	N_{mech} W
240	$5,9 \pm 0,4$
480	$6,3 \pm 0,7$
720	$6,5 \pm 1,2$
960	$6,1 \pm 1,6$

5 Diskussion

Die realen Werte der Güteziffer weichen von den berechneten idealen Werten stark nach unten ab. Die Abweichungen liegen zwischen -74% und -90% . Dabei weichen die Werte bei geringerer Zeit und somit bei niedriger Temperaturdifferenz stärker ab, als bei hoher Temperaturdifferenz. Dies lässt sich mit Formel (4) erklären, da die ideale Güte bei hohen Temperaturdifferenzen stark absinkt. Dass es überhaupt zu den Abweichungen kommt liegt an der Annahme, dass keine äußere Wärmemenge ΔQ dem System hinzugefügt oder entnommen wird. Durch die mangelnde beziehungsweise nicht optimale Dichtung ist dies jedoch nicht gegeben. Die Massendurchsätze fallen ebenfalls gering aus. Dies könnte an einem schlechten Wirkungsgrad des Kompressors, oder an einem geringen L liegen. Der schlechte Wirkungsgrad des Kompressors wird anhand der bestimmten Leistungen bestätigt. Sie betragen knapp 3% der abgelesenen Leistungen. Eine weitere Fehlerquelle ist das Ablesen, da dies insgesamt etwa 10 Sekunden gedauert hat und somit die Messdaten ungenau sind.

Literatur

- [1] TU Dortmund. *V206 Die Wärmepumpe*. URL: <http://129.217.224.2/HOMEPAGE/PHYSIKER/BACHELOR/AP/SKRIPT/V206.pdf> (besucht am 26.11.2017).
- [2] John D. Hunter. *Matplotlib: A 2D Graphics Environment*. Version 1.5.3. URL: <http://matplotlib.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [3] Eric Jones, Travis E. Oliphant, Pearu Peterson u. a. *SciPy: Open source scientific tools for Python*. Version 0.18.1. URL: <http://www.scipy.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [4] Eric O. Lebigot. *Uncertainties: a Python package for calculations with uncertainties*. Version 3.0.1. URL: <http://pythonhosted.org/uncertainties/> (besucht am 13.11.2017).
- [5] Travis E. Oliphant. *NumPy: Python for Scientific Computing*. Version 1.11.1. URL: <http://www.numpy.org/> (besucht am 13.11.2017).
- [6] National Institute of Standards and Technology. *Fundamental Physical Constants*. URL: <http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?r> (besucht am 13.01.2017).