

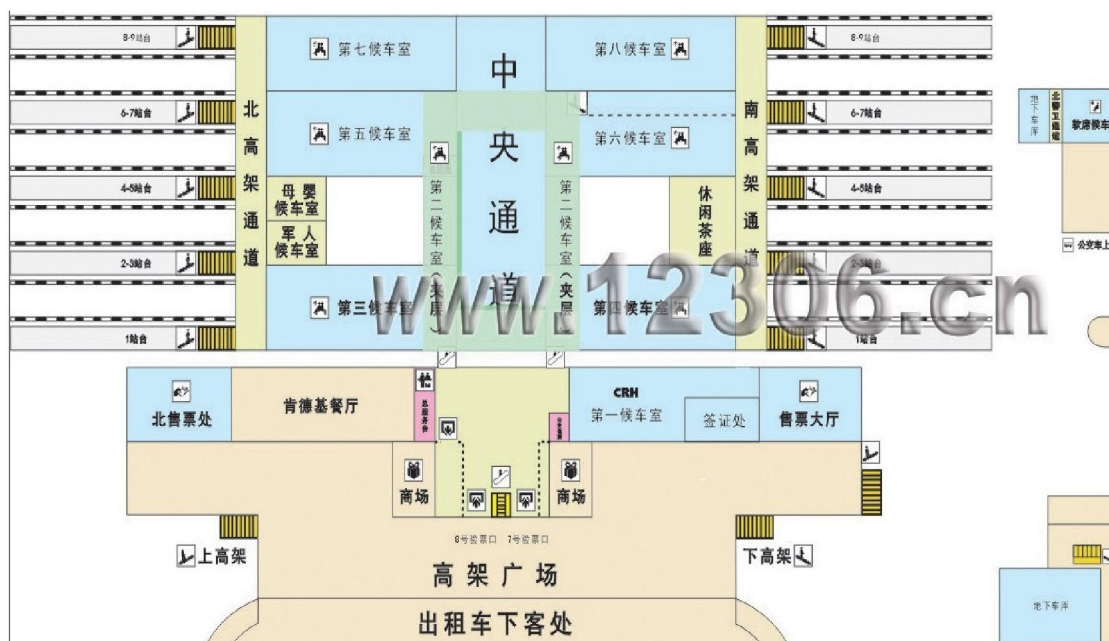
【题目】:

杭州城站火车站轨道安排和列检问题分析

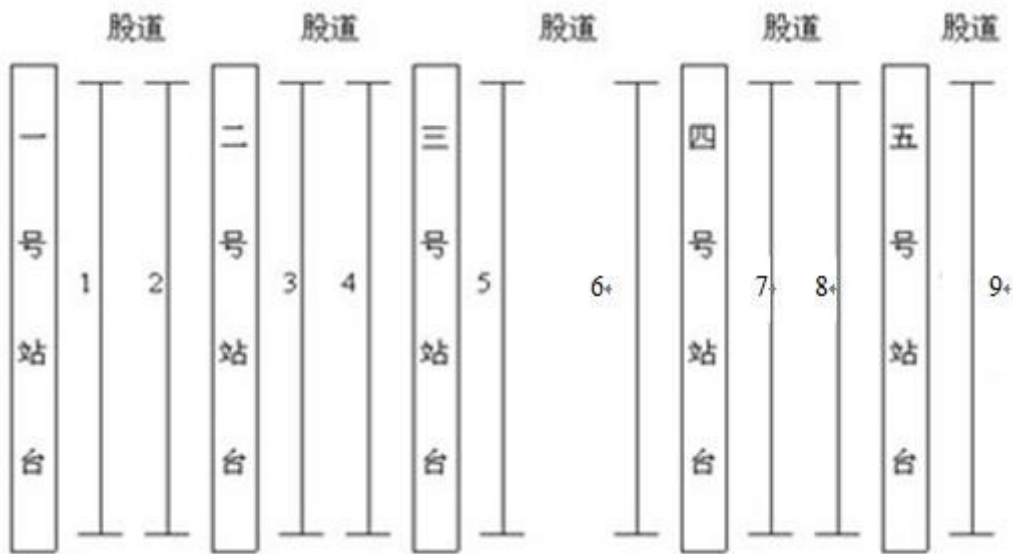
杭州城站火车站（以下简称杭州站）作为一个非常重要的铁路枢纽，承担着杭州市重要的运输任务，与杭州经济的发展密切相关。同时，杭州市火车站的客流量也是十分巨大，故做好杭州市火车站的各项工作关系重大。



杭州站共有 5 个站台，9 个股道。下图是杭州站的站台和股道（即列车所走的轨道）的分布图。



其简化图如下:



目前，杭州站的旅客列车的到发情况见附表一。
利用以上数据，我们对一下几个问题进行研究。

一般来讲，火车站是分白班和晚班进行工作的。为了简化问题，我们只对上午八点以后（包含八点）和晚上十七点以前到达杭州站的列车进行分析，且不考虑高铁。

杭州站的客列检是一项十分重要的工作,对于保证列车的正常运行和旅客安全等有着极其重要的作用。杭州站的客列检工作量大，对参加列检的工作人员要求高。为了保证客列检工作的正常进行，对客列检进行合理的分工，对保障列检作业过程的安全和工作人员的积极性有一定的作用。

现对杭州站客列检工作简介如下：

- I、列车的简要分类。
- 根据列检工作的要求，我们对列车作如下分类：
- 始发车，就是以杭州站为始发站的列车；
 - 终到车，就是以杭州站为终点站的车；
 - 其余的为通过车。

- II、需要列检的车满足的条件。
- 根据列检技术检查作业标准：
- ①终到车不需要列检；
 - ②始发车一般在开出杭州站前 15 分钟进行列检；
 - ③对于通过车：
 - a 在站时间小于 6 分钟的不需要列检；
 - b 在站时间为 6~20 分钟的，列车在站期间，全部需要列检；
 - c 在站时间大于 20 分钟的，列车进站后 10 分钟和列车出站前 10 分钟进行列检。

在对列车进行列检时，必须在列车上悬挂号志（一般为旗子），来表示列车正在进行列检。

- III、列检工作人员的相关作业要求
- ①一般来说，列检人员需要在列车进站前 3 分钟到达相应的股道等待列车的到达；列

检人员需要在列车完全离开车站后离开作业股道。

②当某个列检作业队需要列检的下一列车 30 分钟后才会到达时,作业队可以回到股道两端的休息室等待,此时,作业队对下一列车进行作业时不需要跨股道。

③列检工作按作业队进行,每列需要列检的列车由一个作业队负责,每个作业队在某一列车进行列检完成后,才能对另外的列车进行列检。

对于杭州站的列检工作,我们考虑安排 5 个作业队进行。

问题一：股道的合理安排

要使各股道的繁忙程度大致相同,而且空闲时间尽量均衡,如何调整各车次停留的股道。

问题二：旅客列车的列检问题

1、由于作业队在进行跨股道作业时,会有危险存在,故请你考虑,如何给 5 个作业队进行分工,才能使得每个作业队跨股道数目尽量地少。

2、如何对 5 个作业队进行分工,才能使得每个作业队跨股道数目尽量地少,且各个作业队的工作量(即列检的列车的数目)基本一致。

3、在满足 2 中的条件的条件下,为使各个作业队的繁忙程度基本相同(“繁忙程度”可以尽可能多的考虑各种因素,例如:不会出现某作业队在某时间段内没有进行任何工作,而其他作业队进行了很多列车的列检工作的情况等),应该如何安排各车次停留的股道。

如果你认为 5 个作业队不能在满足相关作业要求的前提下,完成相关列车的列检,请给出充足的理由,并考虑安排更多的队进行列检工作,解决上面的几个问题;或者考虑通过对个别列车进站时间进行适当的延迟后(则出站时间需要作相应的延迟),5 个作业队是否能完成相关列车的列检工作。

特别约定(为了简化问题,该约定根据实际情况进行了适量的简化):

1 过路车不经过站台,绕过城区通过杭州。

2 始发车在出站前 30 分钟进入相应股道;终到车到站后,大概在股道停留 20 分钟后,离开相应股道。

3 同一股道上不能同时有两列车停留。要求同一股道上停留的两列车之间最小时间间隔为 10 分钟(即若安排某列车进入某股道,必须保证该股道在列车进站前 10 分钟已经没有列车停留),当然时间间隔越大,越安全。

4 若需要跨股道作业,跨股道需要的时间按以下方案处理:

i、在某站台两侧该股道,如股道 2 和股道 3,在 2 站台的两侧,则作业队列检完股道 2 上的列车后,可以直接转身去等待股道 3 上列车的到来。可设从股道 2 到股道 3 需要 1 分钟。其他类似情况可作同样的处理。

ii、如果某股道上没有车(为了安全起见,要求在 5 分钟内该股道上不会有列车到达,否则,则不能跨越该股道)可以直接跨越,设跨越一个股道需要的时间为 1 分钟。

iii、若股道上有列车,且有号志(即在列检),列检人员可以从列车下面过去,直接跨越股道,认为跨越 1 个股道需要的时间为 1 分钟。

iv、若中间股道上有列车(没有号志)不可以跨越股道,则作业队必须先到站台两端再到达相应股道。可以设若两股道数之差小于 3 时,则需要 6 分钟到达相应的位置。若

两股道数之间的差大于或等于 3，则需要 8 分钟到达相应位置。

附表一：

车次	车型	到站时间	出站时间
1034/1035	空调普快	1:45	2:00
1036/1033	空调普快	4:29	4:37
1152/1153	空调普快	10:50	终点站
1154/1151	空调普快	始发站	13:15
1247/1246	普快	2:07	2:23
1248/1245	普快	15:31	15:51
1271/1274	普快	始发站	13:04
1273/1272	普快	11:48	终点站
1342/1343/1346/1347	空调普快	始发站	14:11
1348/1345/1344/1341	空调普快	9:32	终点站
1531/1534	空调普快	5:19	终点站
1533/1532	空调普快	始发站	18:58
2185	空调普快	始发站	19:13
2186	空调普快	7:00	终点站
2249	空调普快	始发站	9:22
2250	空调普快	8:20	终点站
2276/2277	空调普快	始发站	16:26
2278/2275	空调普快	15:07	终点站
2532/2533	空调普快	7:57	8:04
2534/2531	空调普快	15:44	15:52
2594/2595	空调普快	始发站	14:26
2596/2593	空调普快	13:28	终点站
D309	动车组	8:20	终点站
D310	动车组	始发站	20:33
D3111	动车组	始发站	7:44
D3112	动车组	22:30	终点站
D3113	动车组	始发站	10:15
D3114	动车组	19:36	终点站
D3115	动车组	始发站	16:40
D3116	动车组	13:39	终点站
D3211	动车组	始发站	7:50
D3212	动车组	22:55	终点站
D3213	动车组	始发站	9:45
D3214	动车组	20:48	终点站
D5571	动车组	始发站	13:56
D5572	动车组	16:20	终点站
D5573	动车组	始发站	7:30

D5574	动车组	19:05	终点站
D5587	动车组	始发站	7:02
D5588	动车组	22:45	终点站
D5599	动车组	始发站	19:55
D5600	动车组	9:56	终点站
D5651	动车组	8:36	8:40
D5652	动车组	11:01	11:05
D5653	动车组	16:55	16:58
D5654	动车组	19:16	19:21
D5661	动车组	10:05	10:06
D5662	动车组	13:15	13:20
D5663	动车组	15:18	15:20
D5664	动车组	18:28	18:33
D5681	动车组	14:04	14:06
D5682	动车组	12:08	12:10
D5689	动车组	8:57	9:02
D5690	动车组	13:30	13:34
D5691	动车组	始发站	7:20
D5692	动车组	18:57	终点站
D95	动车组	始发站	19:40
D96	动车组	19:22	终点站
G7301	高速动车	7:45	终点站
G7302	高速动车	始发站	7:00
G7303	高速动车	8:45	终点站
G7304	高速动车	始发站	8:00
G7305	高速动车	9:45	终点站
G7306	高速动车	始发站	9:00
G7307	高速动车	10:45	终点站
G7308	高速动车	始发站	10:00
G7309	高速动车	11:45	终点站
G7310	高速动车	始发站	11:00
G7311	高速动车	12:45	终点站
G7312	高速动车	始发站	12:00
G7313	高速动车	13:45	终点站
G7314	高速动车	始发站	13:00
G7315	高速动车	14:45	终点站
G7316	高速动车	始发站	14:00
G7317	高速动车	15:45	终点站
G7318	高速动车	始发站	15:00
G7319	高速动车	16:45	终点站
G7320	高速动车	始发站	16:00
G7321	高速动车	17:45	终点站
G7322	高速动车	始发站	17:00

G7323	高速动车	18:45	终点站
G7324	高速动车	始发站	18:00
G7325	高速动车	19:45	终点站
G7326	高速动车	始发站	19:00
G7327	高速动车	20:45	终点站
G7328	高速动车	始发站	20:00
G7329	高速动车	21:45	终点站
G7330	高速动车	始发站	21:00
G7361	高速动车	9:08	终点站
G7362	高速动车	始发站	6:12
G7363	高速动车	10:23	终点站
G7364	高速动车	始发站	13:10
G7365	高速动车	16:08	终点站
G7366	高速动车	始发站	16:41
G7367	高速动车	19:39	终点站
G7368	高速动车	始发站	18:28
G7369	高速动车	21:39	终点站
G7370	高速动车	始发站	20:08
G7381	高速动车	10:40	终点站
G7382	高速动车	始发站	8:14
G7383	高速动车	14:40	终点站
G7384	高速动车	始发站	10:09
G7385	高速动车	16:40	终点站
G7386	高速动车	始发站	11:38
G7387	高速动车	18:18	终点站
G7388	高速动车	始发站	16:09
G7389	高速动车	22:13	终点站
G7390	高速动车	始发站	17:23
G7401	高速动车	7:32	终点站
G7402	高速动车	始发站	7:38
G7403	高速动车	8:11	终点站
G7404	高速动车	始发站	8:20
G7405	高速动车	8:31	终点站
G7406	高速动车	始发站	8:38
G7407	高速动车	9:39	终点站
G7408	高速动车	始发站	9:20
G7409	高速动车	10:16	终点站
G7410	高速动车	始发站	9:40
G7411	高速动车	10:31	终点站
G7412	高速动车	始发站	10:34
G7413	高速动车	11:13	终点站
G7414	高速动车	始发站	10:40
G7415	高速动车	11:32	终点站

G7416	高速动车	始发站	11:19
G7417	高速动车	12:30	终点站
G7418	高速动车	始发站	12:17
G7419	高速动车	13:22	终点站
G7420	高速动车	始发站	12:40
G7421	高速动车	14:19	终点站
G7422	高速动车	始发站	13:41
G7423	高速动车	14:33	终点站
G7424	高速动车	始发站	14:20
G7425	高速动车	15:13	终点站
G7426	高速动车	始发站	14:37
G7427	高速动车	15:30	终点站
G7428	高速动车	始发站	15:20
G7429	高速动车	16:13	终点站
G7430	高速动车	始发站	15:38
G7431	高速动车	16:32	终点站
G7432	高速动车	始发站	16:20
G7433	高速动车	17:20	终点站
G7434	高速动车	始发站	16:33
G7435	高速动车	17:38	终点站
G7436	高速动车	始发站	17:17
G7437	高速动车	18:03	终点站
G7438	高速动车	始发站	17:41
G7439	高速动车	18:40	终点站
G7440	高速动车	始发站	18:20
G7441	高速动车	19:17	终点站
G7442	高速动车	始发站	18:38
G7443	高速动车	20:02	终点站
G7444	高速动车	始发站	19:16
G7445	高速动车	20:24	终点站
G7446	高速动车	始发站	19:40
G7447	高速动车	21:19	终点站
G7448	高速动车	始发站	20:17
G7449	高速动车	21:32	终点站
G7450	高速动车	始发站	20:39
K101/K104	空调快速	21:14	21:21
K102	空调快速	19:46	19:55
K1264/K1265	空调快速	始发站	12:05
K1266/K1263	空调快速	10:57	终点站
K210/K211	空调快速	10:27	10:41
K212/K209	空调快速	15:13	15:25
K425/K428	空调快速	始发站	9:51
K427/K426	空调快速	9:01	终点站

K466/K467	空调快速	16:53	17:05
K468/K465	空调快速	14:10	14:18
K529/K532	空调快速	始发站	22:20
K530/K531	空调快速	12:24	终点站
K539	空调快速	始发站	14:24
K540	空调快速	13:01	终点站
K552/K553	空调快速	20:36	20:44
K554/K551	空调快速	1:32	1:38
K594/K595	空调快速	始发站	11:11
K596/K593	空调快速	20:53	终点站
K656/K657	空调快速	17:19	17:29
K658/K655	空调快速	8:05	8:10
K8383/K8382	空调快速	始发站	14:45
K8384	空调快速	14:12	终点站
K8387	空调快速	6:41	6:51
K8388	空调快速	12:40	12:46
K8406/K8407	空调快速	23:13	23:19
K8408/K8405	空调快速	4:35	4:50
K8491/K8494	空调快速	5:45	5:57
K8492/K8493	空调快速	5:05	5:12
K8497	空调快速	2:28	2:34
K8498	空调快速	12:16	12:22
K8499	空调快速	7:38	7:55
K8500	空调快速	18:50	19:11
K8522/K8523	空调快速	始发站	8:25
K8524/K8521	空调快速	23:15	终点站
K8538/K8539	空调快速	2:33	2:40
K8540/K8537	空调快速	20:31	20:37
K8555/K8558	空调快速	6:08	6:16
K8556/K8557	空调快速	22:24	22:40
K8563	空调快速	2:43	2:59
K8564	空调快速	23:38	23:46
K891/K894	空调快速	14:27	终点站
K892/K893	空调快速	始发站	18:53
K906/K907	空调快速	始发站	12:32
K908/K905	空调快速	9:14	终点站
T112/T113	空调特快	始发站	10:29
T114/T111	空调特快	17:01	终点站
T177	空调特快	6:35	终点站
T178	空调特快	始发站	18:44
T282/T283	空调特快	始发站	17:10
T284/T281	空调特快	15:35	终点站
T31	空调特快	6:28	终点站

T32	空调特快	始发站	22:56
T33	空调特快	9:59	终点站
T34	空调特快	始发站	14:05
T7786/T7787	空调特快	8:36	8:43
T7788/T7785	空调特快	20:38	终点站
Z10	空调特快	17:29	17:35
Z45/Z48	空调特快	6:21	终点站
Z47/Z46	空调特快	始发站	23:13
Z9	空调特快	8:25	8:31

【正文】

杭州城站火车站轨道安排和列检问题分析

【摘要】 本文通过建立 0-1 整数规划模型、目标规划模型研究解决列车轨道与列检工作的统筹安排任务。

第一问使用“各轨道车次总数”及“各轨道列车停留总时间”表示各轨道繁忙程度，在模型 I(i) 中给出具体表达式。

由于列车到站时间一定，轨道安排属于 NP 类组合优化范畴，通过建立 0-1 非线性整数规划模型，以轨道繁忙度尽量均衡且空闲时间尽量相同为目标，使用 Lingo 软件求解。NP 类计算复杂度的简化：本文通过分析各车次的进展时间关系，建立最小安全距集以降低规划复杂度，并转化空闲时间到约束中求解，最终得到局部最优解。

列检队的安排方案本文通过目标规划模型表述，三层目标分别为各列检队跨轨道数目尽量少，各列检队工作量基本一致，各列检队繁忙程度基本一致；在跨轨道时间、条件限制与跨站点时间限制下利用计算机仿真求解得到相对最优解。

【关键字】 目标规划 NP 类组合优化 Matlab 仿真

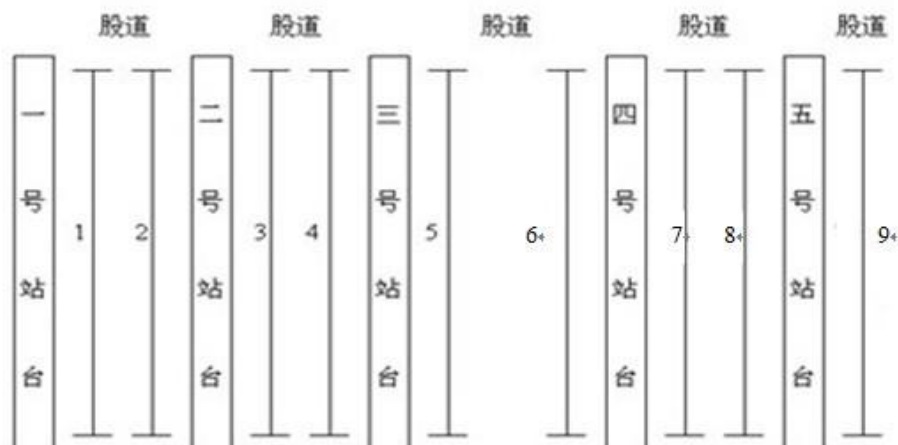
一、问题背景

火车是我们出门和货物运输的主要交通工具之一。如何保证列车安全运行是一个非常关注的问题。它关系到旅客的生命安全和国家的财产安全，在轨道数目固定的条件下，一定的时间内。如何合理安排火车进入轨道，又合理分配列检人员对火车进行列检，对于提高轨道的利用效率，提高列车安全性都有着重要的意义。

按照题目中的要求，只考虑上午八点以后（包含八点）和下午十五点以前到达杭州站的列车，且不考虑高铁。则杭州站最多有 48 辆车通过，要求每个工作组的工作量大致相同，每个工作组的时间繁忙度大体一致，每个工作组跨越轨道的数量尽量少，所以有必要运用数学模型来解决一些实际问题，有着重要的意义。对提高火车运行安全和提高资源利用率有很大的帮助。

二、问题重述

题中给出了杭州站 5 个站台，9 个轨道，其中分布如下图：



所给条件：I、列车的简要分类。II、需要列检的车满足的条件。III、列检工作人员的相关作业要求。IV、相关简化约定。

利用上面的信息，我们对以下两个问题进行研究。一般来讲，火车站是分白班和晚班进行工作的。为了简化问题，我们只对上午八点以后（包含八点）和晚上五点以前到达杭州站的列车进行分析。

问题一：轨道的合理安排

要使各轨道的繁忙程度大致相同，而且空闲时间尽量均衡，如何调整各车次停留的轨道。

问题二：旅客列车的列检问题

1、由于作业队在进行跨轨道作业时，会有危险存在，故请你考虑，如何给 5 个作业队进行分工，才能使得每个作业队跨轨道数目尽量地少。

2、如何对 5 个作业队进行分工，才能使得每个作业队跨轨道数目尽量地少，且各个作业队的工作量（即列检的列车的数目）基本一致。

3、在满足 2 中的条件的条件下，为使各个作业队的繁忙程度基本相同（“繁忙程度”可以尽可能多的考虑各种因素，例如：不会出现某作业队在某时间段内没有进行任何工作，而其他作业队进行了很多列车的列检工作的情况等），应该如何安排各车次停留的轨道。

三、模型假设

- [1] 假设火车准时到达、准时发车；
- [2] 不考虑火车长度，将火车抽象为质点考虑；
- [3] 假设每列车由一个工作队完成列检任务；
- [4] 假设列检人员能在规定时间内准时到达指定工作岗位。

四、符号说明

Ω_i^1 —— 表示车次繁忙度；

Ω_i^2 —— 表示车次停留时间繁忙度；

A_i —— 表示第 i 辆车的离站时间；

B_t —— 表示第 t 辆车的到站时间；

P_i —— 表示各目标的优先级别；

N_j —— 各轨道上需要列检的车次；

f_{ij} —— 0-1 变量，表示第 i 辆列车是否经过第 j 个轨道；

n_{ik} —— 表示第 i 个列检队在第 k 个车次间隔内跨轨道的数目；

L_{ikq} —— 表示第 i 个列检队检的第 k 、 q 辆车的车次时间间隔；

S_{im} —— 表示第 i 辆车离站时间与第 m 辆车的到站时间的间隔；

U_i —— 表示在第 i 辆列车之后最近一辆可与第 i 辆车停在同一轨道的车；

f_{ijk} —— 0-1 变量，表示第 i 个列检队在第 j 个轨道上是否对第 k 列车进行列检；

w_{im} —— 0-1 变量，表示第 i 辆车之后紧接着到达的第 m 辆车， $m=i+1$ 时， $w_{im}=1$ 。

五、模型的建立与求解

§ 5.1 轨道的合理安排模型

本部分针对问题一建立了如下模型：

模型 5-1：通过研究“各轨道车次总数”及“各轨道列车停留总时间”两个方面，得到对各轨道繁忙程度的评估标准。然后，以“各轨道繁忙程度尽量均衡”为目标建立安排各车次停留轨道的最优化模型。

§ 5.1.1 数据处理

1) 修改未给出的到站与离站时间：

A) 杭州为始发站：到站时间根据已知离站时间减去 30 分钟；

B) 杭州为终点站：离站时间根据已知到站时间加 20 分钟；

2) 对所有列车重新排序，按到站时间顺序。

(数据处理采用程序见附件三、处理结果见附件一)

§ 5.1.2 轨道繁忙程度的评估标准的建立

本评估标准建立的目的是为了研究轨道的繁忙程度，一个轨道的繁忙程度主要由以下两方面反映：

- 进入该轨道的列车总数
- 进入该轨道的列车停留的总时间

下面将分别就以上两方面进行分析，并通过归一化处理后得到**轨道综合繁忙程度**。

一、对进入轨道的列车总数的研究：

【研究意义】：列车到站后须进入不同的轨道，一个轨道所经过的列车数越多则越繁忙，那么可将各轨道经过的车次总数做为衡量各轨道繁忙程度的标准。

【研究方法】引入 0-1 变量 f_{ij} 表示某辆到站车是否经过某轨道，则：

$$f_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{.....第 } i \text{ 辆列车经过第 } j \text{ 个股道} \\ 0 & \text{.....否则} \end{cases}$$

根据题目要求仅对上午八点以后（包含八点）和晚上五点以前到达杭州站的列车进行分析，此短时间内共有 68 辆车经过杭州站，则经过第 j 个轨道的列车总数为：

$$\sum_{j=1}^{60} f_{ij}$$
$$i = 1, 2, \dots, 9$$

二、对进入该轨道的列车停留的总时间的研究：

【研究意义】：不同的列车停留在轨道的时间不同，结合现实考虑，停留时间越长则旅客流量越大，且站点工作人员工作量大，即站点繁忙，那么可将各轨道列车停留总时间做为衡量各轨道繁忙程度的标准。

【研究方法】以 T_{ij} 表示第 i 辆列车在第 j 个站点的停留时间，则在第 j 个轨道停留车次停留总时间为：

$$\sum_{j=1}^{60} T_{ij}$$
$$i = 1, 2, \dots, 9$$

【注】：当某一车次不经过某一站点时，即 $f_{ij} = 0$ ，该车停留时间为 0，即 $T_{ij} = 0$ 。

三、对轨道综合繁忙程度的研究：

【分析说明】：根据上面分析，轨道繁忙程度主要从“进入该轨道的列车总数”及“进入该轨道的列车停留的总时间”两方面反映。（正确？）此两方面都与轨道繁忙程度呈线性正比关系，所以对两评价标准采用**加权求和**的处理方法。由于两者数量级不同，首先要对两评价标准进行归一化处理。

【处理方法】：

A. 对“各轨道列车总数”的归一化处理。

采用各轨道列车总数比上所有经过杭州站的所有列车数，即车次繁忙度可表示为：

$$\Omega_i^1 = \frac{\sum_{j=1}^{60} f_{ij}}{\sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{60} f_{ij}}$$
$$i = 1, 2, \dots, 9$$

B. 对“各轨道列车停留总时间”的归一化处理。

同理对“各轨道列车停留总时间”进行归一化处理，可得车次停留时间繁忙度：

$$\Omega_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{60} T_{ij}}{\sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{60} T_{ij}}$$
$$i = 1, 2, \dots, 9$$

C. 两项评价指标加权求和。

设两者权值分别为 λ_1 、 λ_2 ，则对两者加权求和后做为评价轨道繁忙度的标准，以 Ω_i 表示轨道繁忙度，则：

$$\Omega_i = \lambda_1 \times \Omega_i^1 + \lambda_2 \times \Omega_i^2$$

$$i = 1, 2, \dots, 9$$

四、轨道繁忙程度评估标准的建立

综合以上分析，我们有充分理由建立以下评估标准：

以“车次繁忙度”与“车次停留时间繁忙度”加权求和后做为评价轨道繁忙程度的标准，则第 i 个轨道的繁忙程度可以表示如下：

$$\Omega_i = \lambda_1 \times \Omega_i^1 + \lambda_2 \times \Omega_i^2$$

其中，车次繁忙度：

$$\Omega_i^1 = \frac{\sum_{j=1}^{60} f_{ij}}{\sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{60} f_{ij}}$$

$$i = 1, 2, \dots, 9$$

车次停留时间繁忙度：

$$\Omega_i^2 = \frac{\sum_{j=1}^{60} T_{ij}}{\sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^{60} T_{ij}}$$

$$i = 1, 2, \dots, 9$$

【说明】：

f_{ij} —— 0-1 变量，表示某辆到站车是否经过某轨道，经过时为 1。

T_{ij} —— 表示第 i 辆列车在第 j 个站点的停留时间。

§ 5.1.3 轨道车次停留优化模型（模型 5-1）的建立及求解

【建模意义】为调整各车次的停留轨道，使各轨道的繁忙程度大致相同且空闲时间尽量均衡，由此考虑以繁忙程度、空闲时间都尽量均衡为目标建立最优化模型求最优解。

一、约束分析：

A. 每辆车只经过一个轨道的约束

每辆车应仅从一条轨道经过，由于 f_{ij} 表示第 i 辆车是否经过第 j 条轨道，则对任意一辆车而言经过且仅经过一条轨道可表示为：

$$\sum_{j=1}^9 f_{ij} = 1$$

$$i = 1, 2, \dots, 60$$

B. 两辆车时间间隔的约束

根据题目要求，同一轨道上不能同时有两列车停留。要求同一轨道上停留的两列车之间最小时间间隔为 10 分钟，则必须保证与第 i 辆列车间隔 10 分钟以内的车不能停留在第 i 辆列车停留的轨道。

以 f_{ij} 表示第 i 辆车是否经过第 j 条轨道， f_{kj} 表示与第 i 辆列车间隔 10 分钟以内的列车 k ，则两列车不能停留在同一轨道可表示为：

$$f_{ij} f_{kj} = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, 59, \quad j = 1, 2, \dots, 9, \quad k = (i+1), \dots, U_i$$

最小安全距集 U_i 的确定：

以 A_i 表示第 i 辆车的离站时间，以 B_t 表示第 t 辆车的到站时间，则所有可以与第 i 辆车停在同一轨道的列车集合可表示为：

$$B_t - A_i - 10 > 0$$

$$t = (i+1), \dots, 60$$

U_i 表示在第 i 辆列车之后最近一辆可与第 i 辆列车停在同一轨道的列车，即 U_i 应取上述集合中的最小值，即：

$$U_i = \text{Min} (t)$$

二、目标分析

基于 § 5.1.2 轨道繁忙程度的评估标准的建立，要使各个轨道的繁忙程度大致相同，应使 Ω_i 均衡，则各轨道车次繁忙度尽量均衡可用各轨道繁忙度与其均值的偏差总和尽量小来实现，即：

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^9 |\Omega_i - E(\Omega_i)|$$

三、轨道车次停留优化模型（模型 5-1）的建立

基于以上的分析，以“各轨道列车总数”与“各轨道列车停留总时间”加权求和后做为

评价轨道繁忙程度的标准,以轨道繁忙程度尽量均衡为目标建立的安排各车次停留轨道最优化模型如下:

$$Min = \sum_{i=1}^9 \left| \lambda_1 \times \Omega_i^1 + \lambda_2 \times \Omega_i^2 - E(\lambda_1 \times \Omega_i^1 + \lambda_2 \times \Omega_i^2) \right|$$

$$s.t. \begin{cases} f_{ij}f_{kj} = 0 & \dots i=1..59, j=1..9, k=(i+1) \dots U_i & \dots (1) \\ \sum_{j=1}^9 f_{ij} = 1 & \dots i=1..60 & \dots (2) \\ f_{ij} \in \{0,1\} & \dots i=1..60, j=1..9 & \dots (3) \end{cases}$$

其中,

$$U_i = Min(t)$$

$$s.t. \begin{cases} B_t - A_i - 10 > 0 \\ t = (i+1) \dots 60 \end{cases}$$

【模型说明】:

- (1) 两列车之间时间间隔小于 10 分钟的不能在同一轨道停留;
- (2) 每辆列车仅通过一各轨道;
- (3) f_{ij} —— 0-1 变量, 表示某辆车是否经过某轨道。

Ω_i^1 —— 表示车次繁忙度;

Ω_i^2 —— 表示车次停留时间繁忙度;

A_i —— 表示第 i 辆车的离站时间;

B_t —— 表示第 t 辆车的到站时间;

f_{ij} —— 表示第 i 辆列车是否经过第 j 个轨道;

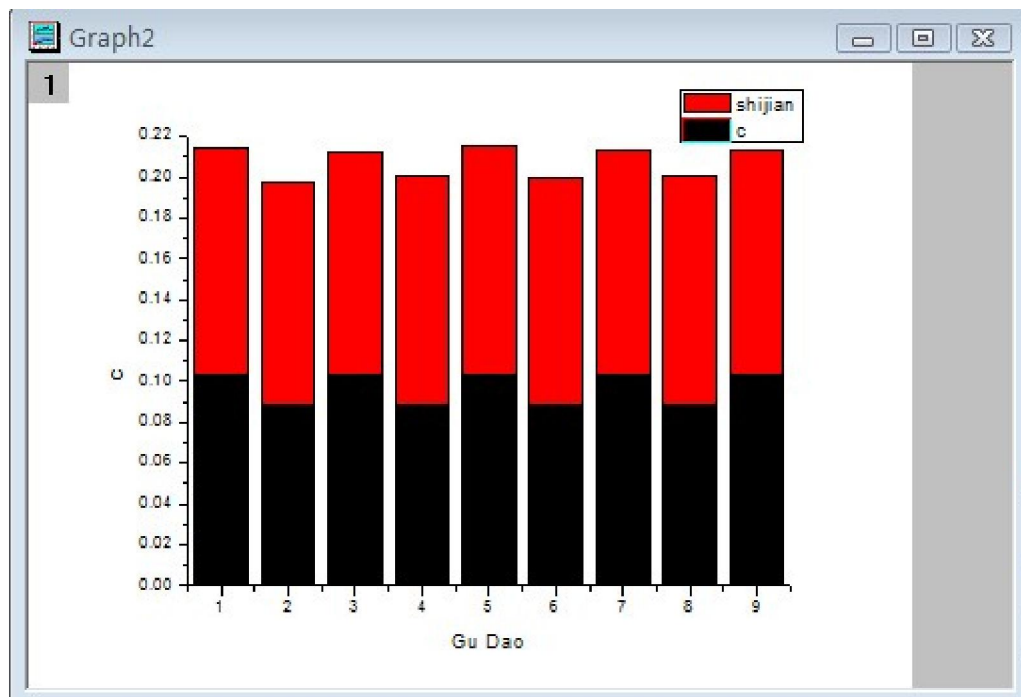
U_i —— 表示在第 i 辆列车之后最近一辆可与第 i 辆车停在同一轨道的车;

四、轨道合理安排模型(模型 5-1)的求解

(一) 采用 lingo 软件进行求解:

得到的各个轨道时间安排结果见附件四, lingo 程序见附件五。

采用 Origin 软件作出柱状图如下:



【说明】：

图中横坐标代表轨道号
 纵坐标代表轨道综合繁忙度
 黑部分代表车次繁忙度
 红色部分代表车次停留时间繁忙度

【评价】：

由图中可见，采用 5-2 优化模型求解得到的结果具有非常均衡的轨道综合繁忙度。

车次繁忙度的方差为： 0.000060025

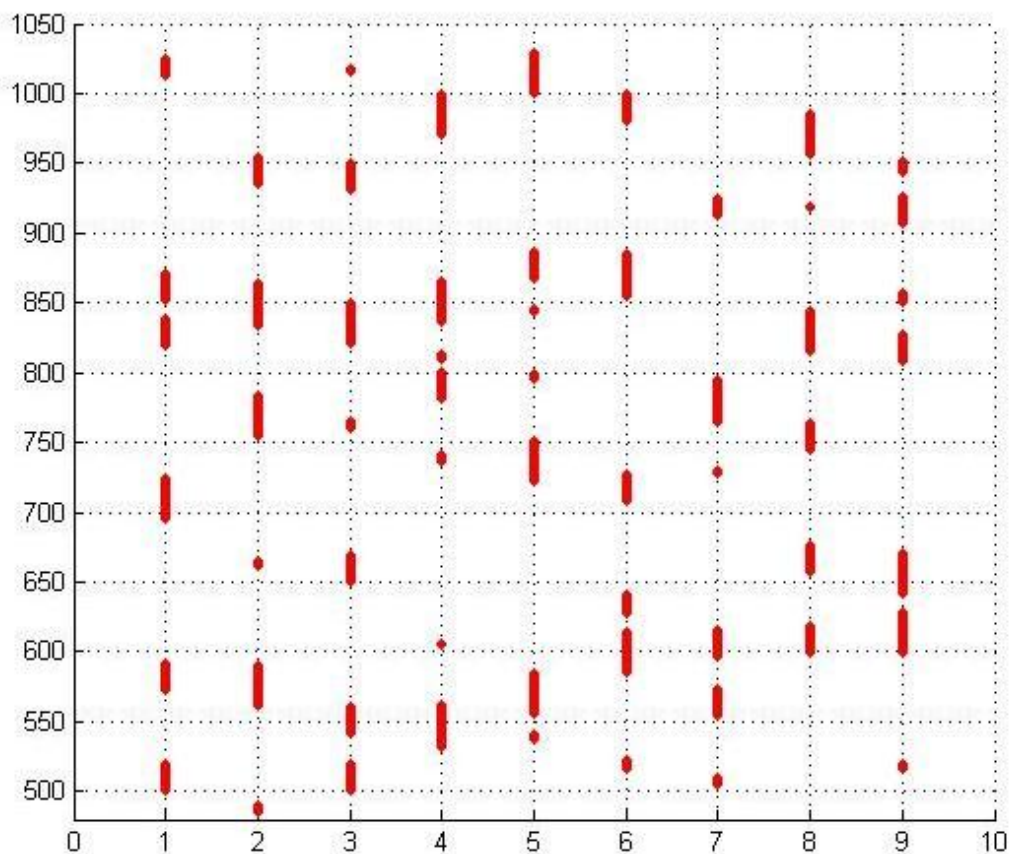
车次停留时间繁忙度为： 1.2696E-06

可见，无论是车次停留时间繁忙度还是车次繁忙度，都达到了比较均衡的目标。该模型能够求解得到相对最优解。

(二) 采用 MATLAB 进行仿真：

MATLAB 仿真程序见附件六。

仿真结果如下：



由图同样可以直观看出，我们得到的结果在仿真图中分布相对均匀，也说明我们的模型可以得到相对最优解。

§ 5.2 列检队分工问题模型

本问共提出了三层目标，分别是“各列检队跨轨道数目尽量少”、“各列检队工作量基本一致（列检车的数目一致）”、“各列检队繁忙程度基本一致”，三层目标优先级依次递减，在求解后一层目标时将上一层目标的最优求解结果作为下一层目标的刚性约束，由此，本问转化为目标规划问题。

§ 5.2.1 数据处理

由于列检队要提前到达需列检列车的站点，而且始发终点车辆处理也不同，故建立以下步骤进行数据处理：

- 1) 除去不需要列检的列车数据（停站小于 6 分钟，杭州为终点站）；
- 2) 对杭州为始发站的车辆列检时间为：离站时间减去 18 分钟到离站时间（以包括列检人员需提前到达的 3 分钟）；
- 3) 对停留时间大于等于 6 分钟小于等于 20 分钟车辆列检时间为：到站时间减去 3 分钟到离站时间（以包括列检人员需提前到达的 3 分钟）；
- 4) 对大于 20 分钟列车列检时间段分为 2 次：

- A) 到站时间减去 3 分钟到到站时间加 10 分钟；
 B) 离站时间减 13 分钟到离站时间。
 5) 对所有列车重新排序，按列检时间顺序。
 (数据处理结果见附件二)

§ 5.2.2 模型目标分析

(1) 第一层目标“各列检队跨轨道数目尽量少”分析：

由于列检队在进行跨轨道作业时，会有危险存在，所以本问模型第一目标主要从安全角度考虑，以每个作业队跨轨道数目尽量少作为优先级别最高的模型目标。

基于模型准备，在简化时间内 5 个列检队共需检 35 辆车，共有 34 个车次间隔，以 n_{ik} 表示第 i 个列检队在第 k 个车次间隔内跨轨道的数目，则各列检队跨轨道数目尽量少可表示为：

$$\text{Min } Q_1 = \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^{29} n_{ik}$$

(2) 第二层目标“各列检队工作量基本一致”分析：

在满足第一层目标的基础上提出了优先级别第二的目标要求：使各列检队列检的车数尽量相同。由于是 5 个列检队检 30 辆车，那么最均匀的列检方案为每队检 $30 / 5 = 6$ 辆车，由于受约束条件限制不可能完全达到这种分配方案，所以应使每队列检的车数尽量接近 6，即列检车数与 6 的绝对偏差最小。

引入 0-1 变量 f_{ijk} 表示第 i 个列检队是否检第 j 轨道上的第 k 辆车，其中：

$$f_{ijk} = \begin{cases} 1 & \text{.....第 } i \text{ 个列检队检第 } j \text{ 个股道上的第 } k \text{ 辆车} \\ 0 & \text{.....其它} \end{cases}$$

则第 i 个列检队列检的车数为：
$$\sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{30} f_{ijk}$$

各列检车队列检车数与 6 的绝对偏差最小可表示为：

$$\text{Min} = \left| \sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{30} f_{ijk} - 6 \right|$$

$$i = 1, 2, \dots, 5$$

若使各列检队工作量基本一致，则应令所有偏差之和最小，即第二层目标为：

$$\text{Min } Q_2 = \sum_{i=1}^5 \left| \sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{30} f_{ijk} - 6 \right|$$

(3) 第三层目标“各列检队繁忙程度基本一致”分析：

在满足第一、二层目标的基础上提出了优先级别第三的目标要求：各列检队繁忙程度基

本一致，即各列检队所检车次间隔尽量均匀，可采取与第二层目标相同的处理手法，即令与均值的偏差最小来实现繁忙程度基本一致。

依然采用 0-1 变量 f_{ijk} 表示第 i 个列检队是否检第 j 轨道上的第 k 辆车，0-1 变量 f_{ipq} 表示第 i 个列检队是否检第 p 轨道上的第 q 辆车，其中 $j \neq p$ ， $k \neq q$ 。以 L_{ikq} 表示第 i 个列检队检的第 k 、 q 辆车的车次时间间隔，以 l 表示所检车次时间间隔的期望（常数），则各列检队繁忙度与均值的偏差可表示为：

$$\sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{29} f_{ijk} \cdot f_{ipq} \cdot |L_{ikq} - l|$$

$$i = 1, 2, \dots, 5$$

若使各列检队繁忙程度基本一致，则应令所有偏差之和最小，则第三层目标为：

$$\text{Min } Q_3 = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{29} f_{ijk} \cdot f_{ipq} \cdot |L_{ikq} - l|$$

常数 l （平均列检间隔时间）的确定：

对于每个作业队都有一个工作时间段，总工作时间 T 包括总列检间隔时间 L 和总列检时间 G 两部分。总工作时间为每个作业队完成最后一次列检的时刻 Y_i 与第一次开始列检时刻 X_i 差值的总和，其中各作业队对应的第一次列检时刻为所有列车中前 5 列最早需要列检列车的到达时刻，各作业队最后一次列检对应需要列检且离开最晚列车的离开时刻，则总工作时间 T 为：

$$T = \sum_{i=1}^5 (Y_i - X_i) \quad (1)$$

各作业队总列检时间为需要列检的每一列车列检时间总和，即：

$$G = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^{30} g_{ij} \quad (2)$$

则各作业队列检间隔总时间 L 为总工作时间 T 和总列检时间 G 的差值，即：

$$L = T - G \quad (3)$$

已确定列车总列检次数为 30，所有作业队的总列检间隔次数为 30，则各作业队平均列检间隔时间为：

$$l = \frac{L}{25}$$

根据题目中提供的数据，联立①②③求解得： $l = 71.2$

【目标规划模型对以上三层目标的处理】

以上三目标优先程度依次递减，在计算目标规划时，必须先优化高优先级的目标，然后优化低优先级的目标，以 P_1, P_2, P_3 分别表示三目标 Q_1, Q_2, Q_3 的优先级，则根据目标规划法将以上三目标处理如下：

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^3 P_i \cdot Q_i$$

其中， P_i 表示第 i 个目标的优先级； Q_i 表示第 i 个目标。

§ 5.2.3 约束分析

(1) 跨轨道时间限制

为确保工作人员的安全，每个作业队在空闲时间足够的情况下，可以通过站台到达相应轨道进行列检工作。根据题目中的特别约定，两轨道数之差小于 3 时，则需要 6 分钟到达相应的位置。若两轨道数之间的差大于或等于 3，则需要 8 分钟到达相应位置。当作业队需要列检的两列车时间间隔不满足上述情况时，则考虑跨轨道。综合分析作业队跨轨道的情况，每个作业队跨越一个轨道的时间为 1 分钟。

依然采用 0-1 变量 f_{ijk} 表示第 i 个列检队在第 j 个轨道上是否对第 k 列车进行列检， L_{ikq} 表示第 i 个列检队检的第 k 、 q 辆车的车次时间间隔， n_{ik} 表示第 i 个作业队在第 k 个间隔时间内跨越的轨道数。作业队由第 j 个轨道跨到第 p 个轨道情况为间隔时间不小于 $p-j$ ，且间隔时间不足 L_{ikq} 。根据以上分析，作业队跨轨道数量可表示如下：

$$n_{ik} = \begin{cases} f_{ijk} f_{ipq} (p-j) & p-j \leq f_{ijk} f_{ipq} L_{ikq} \leq f_{ijk} f_{ipq} T_{p-j} \\ 0 & f_{ijk} f_{ipq} L_{ikq} \leq f_{ijk} f_{ipq} T_{p-j} \end{cases}$$

(2) 每轨道列检车次限制

根据问题一中已确定的列车轨道分配方案，确定出每个轨道上需要列检的车次为 N_j 。则每个轨道上的列检次数满足如下限制：

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^{30} f_{ijk} = N_j$$

$$j = 1, 2, \dots, 9$$

(3) 每列车列检次数限制

根据列车列检相关工作要求，每列需要列检的车次由一个列检队完成列检任务。则每列需要列检的车次需要满足如下限制：

$$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^9 f_{ijk} = 1$$

$$k = 1, 2, \dots, 30$$

§ 5.2.4 “列检队分配问题” 目标规划模型的建立

基于模型分析，可建立队列检队工作分配的目标规划模型如下：

$$\text{Min} = \sum_{i=1}^3 P_i \cdot Q_i$$

$$s.t. \begin{cases} Q_1 = \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^{29} n_{ik} & \dots\dots(1) \\ Q_2 = \sum_{i=1}^5 \left| \sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{30} f_{ijk} - 6 \right| & \dots\dots(2) \\ Q_3 = \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^9 \sum_{k=1}^{29} f_{ijk} \cdot f_{ipq} \cdot |L_{ikq} - l| & \dots\dots(3) \\ n_{ik} = \begin{cases} f_{ijk} f_{ipq} (p-j) & p-j \leq f_{ijk} f_{ipq} L_{ikq} \leq f_{ijk} f_{ipq} T_{p-j} \\ 0 & f_{ijk} f_{ipq} L_{ikq} \leq f_{ijk} f_{ipq} T_{p-j} \end{cases} & \dots\dots(4) \\ \sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^{30} f_{ijk} = N_j & j = 1, 2, \dots, 9 & \dots\dots(5) \\ \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^9 f_{ijk} = 1 & k = 1, 2, \dots, 30 & \dots\dots(6) \end{cases}$$

◆ 目标规划模型说明：

根据上面模型根据 P_i 的不同可解决第二问的 3 个子问题。

对于第 1 小问，即仅考虑第一层目标 (Q_1) 时，得出的解为“各列检队跨轨道数目尽量少”时的列检安排方案，此时 $P_i = (1, 0, 0)$ 。

对于第 2 小问，即在第一层求解结果的基础下，考虑第二层目标 (Q_2) 时，得出的解为“各列检队工作量基本一致”时的列检安排方案，此时 $P_i = (0, 1, 0)$ 。

对于第 3 小问，即在第二层求解结果的基础下，考虑第三层目标 (Q_3) 时，得出的解为“各列检队繁忙程度基本一致”时的列检安排方案，此时 $P_i = (0, 0, 1)$ 。

- (1) 第一层目标，各列检队跨轨道数目尽量少；
- (2) 第二层目标，各列检队工作量基本一致；
- (3) 第三层目标，各列检队繁忙程度基本一致；

- (4) 跨轨道时间限制；
- (5) 每轨道列检车次限制；
- (6) 每列车列检次数限制。

P_i —— 表示各目标的优先级别；

N_j —— 表示每个轨道上需要列检的车次。

n_{ik} —— 表示第 i 个列检队在第 k 个车次间隔内跨轨道的数目；

L_{ikq} —— 表示第 i 个列检队检的第 k 、 q 辆车的车次时间间隔；

f_{ijk} —— 表示第 i 个列检队在第 j 个轨道上是否对第 k 列车进行列检；

§ 5.2.5 模型求解

一、对五支作业队的工作安排：

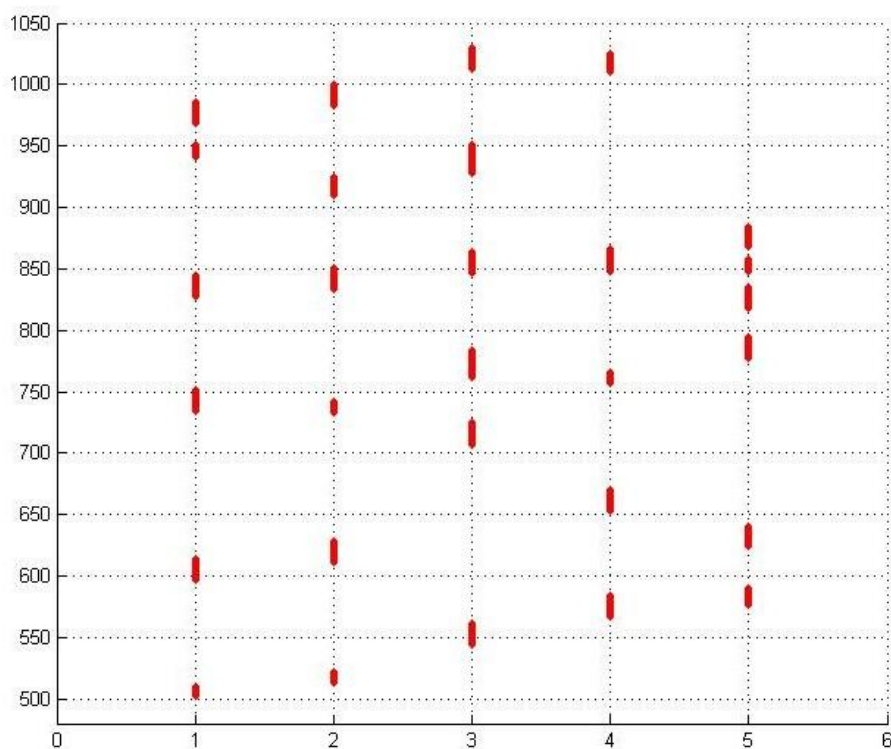
(一) 使跨轨道数尽量少

Lingo 软件程序见附件六。

得到的结果见附件七。

用 MATLAB 进行仿真，程序见附件八。

仿真结果如下：



有仿真图可以看出，我们建立模型可以基本求出较为平均的结果，该模型具有一定的实用价值。

六、附录：

一、数据处理一：

车次	到站时间	离站时间
K8522/K8523	475	505
K658/K655	485	490
D309	500	520
2250	500	520
Z9	505	511
T7786/T7787	516	523
D5651	516	520
2249	532	562
D5689	537	542
K427/K426	541	561
K908/K905	554	574
D3213	555	585
K425/K428	561	591
1348/1345/1344/1341	572	592
D3113	585	615
D5600	596	616
T33	599	619
T112/T113	599	629
D5661	605	606
K210/K211	627	641
K594/K595	641	671
1152/1153	650	670
K1266/K1263	657	677
D5652	661	665
K1264/K1265	695	725
1273/1272	708	728
K906/K907	722	752
D5682	728	730
K8498	736	742
K530/K531	744	764
1271/1274	754	784
K8388	760	766
1154/1151	765	795
K540	781	801
D5662	795	800
D5571	803	836
2596/2593	808	828
D5690	810	814
T34	815	845
D3116	819	839

1342/1343/1346/1347	821	851
K539	834	864
2594/2595	836	866
D5681	844	846
K468/K465	850	858
K8384	852	872
K8383/K8382	855	885
K891/K894	867	887
2278/2275	907	927
K212/K209	913	925
D5663	918	920
1248/1245	931	951
T284/T281	935	955
2534/2531	944	952
2276/2277	956	986
D3115	970	1000
D5572	980	1000
T282/T283	1000	1030
K466/K467	1013	1025
D5653	1015	1018

二、数据处理二：

车次	列检开始时间	列检结束时间
K8522/K8523	472	505
Z9	502	511
T7786/T7787	513	523
2249	529	562
D3213	552	585
K425/K428	558	591
D3113	582	615
T112/T113	596	629
K210/K211	624	641
K594/K595	638	671
K1264/K1265	692	725
K906/K907	719	752
K8498	733	742
1271/1274	751	784
K8388	757	766
1154/1151	762	795
D5571	803	836
T34	812	845
1342/1343/1346/1347	818	851
K539	831	864
2594/2595	833	866

K468/K465	847	858
K8383/K8382	852	885
K212/K209	910	925
1248/1245	928	951
2534/2531	941	952
2276/2277	953	986
D3115	967	1000
T282/T283	997	1030
K466/K467	1010	1025

三、数据筛选程序略。

四、各个轨道安排：

车次			停留时间	停留轨道
D309	500	520	20	1
1348/1345/1344/1341	572	592	20	1
K1264/K1265	695	725	30	1
D3116	819	839	20	1
K8384	852	872	20	1
K466/K467	1013	1025	12	1
车次数	6	总时间	122	
K658/K655	485	490	5	2
K425/K428	561	591	30	2
D5652	661	665	4	2
1271/1274	754	784	30	2
K539	834	864	30	2
T284/T281	935	955	20	2
车次数	6	总时间	119	
2250	500	520	20	3
K427/K426	541	561	20	3
1152/1153	650	670	20	3
K8388	760	766	6	3
1342/1343/1346/1347	821	851	30	3
1248/1245	931	951	20	3
D5653	1015	1018	3	3
车次数	7	总时间	119	
2249	532	562	30	4
D5661	605	606	1	4
K8498	736	742	6	4
K540	781	801	20	4
D5690	810	814	4	4
2594/2595	836	866	30	4
D3115	970	1000	30	4

车次数	7	总时间	121	
D5689	537	542	5	5
D3213	555	585	30	5
K906/K907	722	752	30	5
D5662	795	800	5	5
D5681	844	846	2	5
K891/K894	867	887	20	5
T282/T283	1000	1030	30	5
车次数	7	总时间	122	
T7786/T7787	516	523	7	6
D3113	585	615	30	6
K210/K211	627	641	14	6
1273/1272	708	728	20	6
K8383/K8382	855	885	30	6
D5572	980	1000	20	6
车次数	6	总时间	121	
Z9	505	511	6	7
K908/K905	554	574	20	7
D5600	596	616	20	7
D5682	728	730	2	7
1154/1151	765	795	30	7
D5571	806	836	30	7
K212/K209	913	925	12	7
车次数	7	总时间	120	
T33	599	619	20	8
K1266/K1263	657	677	20	8
K530/K531	744	764	20	8
T34	815	845	30	8
D5663	918	920	2	8
2276/2277	956	986	30	8
车次数	6	总时间	122	
D5651	516	520	4	9
T112/T113	599	629	30	9
K594/K595	641	671	30	9
2596/2593	808	828	20	9
K468/K465	850	858	8	9
2278/2275	907	927	20	9
2534/2531	944	952	8	9
车次数	7	总时间	120	

五、lingo 求解第一问程序：

略。

七、五支工作队列检安排结果：

	开始时间	结束时间	工作组号	持续时间	所在轨道
Z9	502	511	1	9	7
D3113	597	615	1	18	6
K906/K907	734	752	1	18	5
T34	827	845	1	18	8
2534/2531	941	952	1	11	9
2276/2277	968	986	1	18	8
T7786/T7787	513	523	2	10	6
T112/T113	611	629	2	18	9
K8498	733	742	2	9	4
1342/1343/1346/1347	833	851	2	18	3
K212/K209	910	925	2	15	7
D3115	982	1000	2	18	4
2249	544	562	3	18	4
K1264/K1265	707	725	3	18	1
1271/1274	762	784	3	22	2
K539	846	864	3	18	2
1248/1245	928	951	3	23	3
T282/T283	1012	1030	3	18	5
D3213	567	585	4	18	5
K594/K595	653	671	4	18	9
K8388	757	766	4	9	3
2594/2595	848	866	4	18	4
K466/K467	1010	1025	4	15	1
K425/K428	576	591	5	15	2
K210/K211	624	641	5	17	6
1154/1151	777	795	5	18	7
D5571	818	836	5	18	7
K468/K465	847	858	5	11	5
K8383/K8382	868	885	5	17	6

八、MATLAB 仿真程序：

略。

九、参考文献：

- [1] 百度百科“杭州火车站”词条 <http://baike.baidu.com/view/930241.htm>
- [2] 贾文峥, 毛保华, 何天健, 刘海东. 大型客运站股道分配问题的模型与算法. 铁道学报. 2010. 4(32)
- [3] 王文久. 关于主要列检所的检修作业形式. 哈尔滨铁路局车辆处.
- [4] 易昆南, 李丹, 何健. 基于图论的列检工作安排模型. 数学理论与应用. 2008. 12(28)
- [5] 陆凤山. 铁路编组站到达场股道数量的计算. 运输系统
- [6] 李季涛, 王宇. 铁路编组站列检作业微观仿真建模与分析. 交通运输系统工程与信息. 2010. 12(10)
- [7] 张英贵, 雷定猷, 刘明翔. 铁路车站股道运用排序模型与算法. 中国铁路科学. 2010. 3(31)
- [8] 张英贵, 雷定猷, 汤波, 王新宇. 铁路客运站股道运用窗时排序模型与算法. 铁道学报. 2011. 1(33)
- [9] 韩中庚. 实用运筹学: 模型、方法与计算. 清华大学出版社. 2007. 12
- [10] 中国铁道网列车时刻表查询系统 <http://train.tielu.org/Train/Train.html>