

# 互联网金融背景下的个人理财决策分析

## 目 录

一、问题背景.....	2
二、问题叙述.....	2
三、预备知识.....	3
(一) 互联网理财 .....	3
(二) 互联网理财产品 .....	3
(三) 相关概念 .....	3
(四) 投资者分类.....	3
(五) 完全和不完全信息博弈 .....	4
(六) 投资组合风险 .....	4
(七) 金融数据对数化 .....	5
四、研究方法.....	5
(一) 产品风险率量化 .....	5
1. VaR 模型简介 .....	5
2. 利用方差-协方差方法进行风险量化.....	6
3. 利用历史模拟法进行风险量化.....	8
(二) 存金宝（博时黄金 ETF）的收益量化 .....	11
五、投资组合配置的建模与分析 .....	12
(一) 问题的提出 .....	12
(二) 问题假设及符号说明 .....	12
1. 问题假设.....	12
2. 符号说明.....	13
3. 有关概念.....	13
(三) 模型的分析与建立 .....	14
(四) 模型求解.....	14
1. 固定 $R$ 使 $Q$ 最小的模型.....	14
2. 固定 $Q$ 使 $R$ 最大的模型.....	16
3. 偏好系数方法求解.....	18
(五) 相关投资方案建议 .....	21
六、模型的评价与推广 .....	22
(一) 模型的优点 .....	22
(二) 模型的局限性及其改进 .....	22
七、心得与感悟.....	25
八、小组分工.....	27
九、参考文献.....	27

## 一、问题背景

2013 年 3 月,我国证监会对电子商务平台提供基金销售辅助服务亮起绿灯,同年 6 月,国内首个互联网金融理财产品——余额宝问世,揭开了我国互联网金融理财的序幕。互联网理财是近几年作为一种新型的理财方式出现,依托互联网这个高效的工具,加上前期推广时的高收益率,互联网理财因此迅速打开市场,迎来了爆发式增长。在这样百花齐放的市场中,如何选出合适的理财产品始终是每个个人投资者所关心的问题。

目前,对于新兴的互联网理财产品的研究较少。而中小额的互联网投资者已经逐渐成了市场主流。为此,我们希望通过分析和研究,针对不同类的投资者,提出一种优化投资决策和资产配置的思路,提供更为优化的投资组合方案。

## 二、问题叙述

对于某投资者,其有一笔中小额资产可用于在互联网金融平台上购买各类理财产品。该投资者的风险耐受类型为保守型、稳健型、激进型三者之一。试根据该投资者的风险耐受类型,为该投资者设计更为优化的投资组合方案。

由于研究时间和条件的限制,我们选取了现阶段较为热门的 15 种互联网产品作为考虑范围:

投 资 项 目
S1 余额宝
S2 存金宝(博时黄金 ETF)
S3 微信理财通
S4 百度百赚
S5 百度·百赚利滚利
S6 京东小金库: 嘉实
S7 京东小金库: 鹏华
S8 新浪: 微财富
S9 苏宁: 零钱宝
S10 易方达: E 钱包
S11 广发基金: 钱袋子

S12 国金证券：佣金宝

S13 民生银行：如意宝

S14 平安银行：平安盈（南方）

S15 平安银行：平安盈（大华）

### 三、预备知识

#### （一）互联网理财

互联网理财是指通过互联网管理理财产品，获取一定利益。伴随着电子商务的普及和互联网技术及精神的大范围推广应用，传统金融产品与网络的结合孕育出了互联网金融产品这一新兴产物。互联网理财产品对金融市场的影响已经越来越不容轻忽。根据社科院联合腾讯理财通、腾讯研究院金融研究中心发布的《国人工资报告》，2013 年-2016 年三年间，我国互联网理财指出增长超 4 倍，互联网理财规模由 3853 亿元增长至 2.6 万亿元，预计到 2020 年将达到 16.74 万亿元。根据第三十九次《中国互联网络发展状况统计报告》中国互联网理财用户规模已达到 9890 万。

#### （二）互联网理财产品

互联网理财产品指金融、基金公司通过互联网平台销售的互联网金融产品。此处的理财产品的概念与银行发售的理财产品概念不同，是一个广义的概念。互联网理财产品包括货币基金、指数基金、资产收益权转让、保险类理财、P2P 等各类产品。

#### （三）相关概念

**收益率：**收益率是指投资的回报率，指净利润占使用的平均资本的百分比。

**七日年化收益率：**是货币基金等最近七日的平均收益水平，进行年化以后得出的数据。在互联网理财中通常所提到的收益率，一般就指七日年化收益率。

**风险率：**用于表征最终收益与投资之间的不确定性。在本文中，我们以在某个置信度下，最大可能损失金额与投资额度之比表征风险率。

#### （四）投资者分类

监管部门规定，在购买理财产品前，银行必须首先对客户进行风险承受能力评估。而在进行理财产品的投资决策之前，投资者也应该对自己的风险偏好和投

资特点有清晰的认识。不同类型的投资者应该选择相应风险等级内的产品。否则，就有可能造成资金的损失和心理的巨大波动。

在现代经典投资理论中，投资者由于年龄、收入、受教育程度及投资目的不同，对风险的期望和承受能力也不同。一般来说，分为保守型、稳健型、激进型。

1) 保守型：这类投资者通常希望能进行保守投资，期望有一定的收益回报。心理上追求稳定，不愿承担太多风险。

2) 稳健型：这类投资者希望以平衡的投资方式获取较高的投资收益，使资金获得长期稳健的增长。对风险有一定认识，可以承受一定范围的波动，但是希望自己的投资风险小于市场的整体风险

3) 激进型：这类投资者追求资金的高回报，为此能接受较长时间和较大幅度的负面波动，能够承受本金损失。为了最大限度地获得资金增值，常常将资金投入风险较高的产品品种

## （五）完全和不完全信息博弈

根据参与人对其他参与人的信息了解程度不同，可将博弈分为完全信息博弈和不完全信息博弈。其中，不完全信息博弈是指参与人不完全知道其他对手的特征、战略空间等信息。根据参与人行动的先后次序可将博弈划分为：静态博弈和动态博弈。其中，静态博弈是指参与人同时行动，或双方非同时行动但后行动者不知道前者采取了什么行动；动态博弈是指参与人的行动有先后次序，且后行动者能观察到先行动者的选择。动态博弈的一方决策将影响另一方策略，最终双方达成均衡。

## （六）投资组合风险

对于单个投资项目而言，其风险即为根据企业稳定程度、发展战略、过去收益情况等通过一定统计学或经济学方法估计而得的数值。但对于多个投资组合而言，其风险不是单个投资项目的加权平均，而由于投资组合多元化的效应，总体风险将产生对冲。

我们主要可将风险划分为两部分，一部分为系统性风险，即同时影响大量资产，但对每种资产的影响轻重程度不同的风险；另一部分为非系统性风险，即影响某项特定资产或是一小组资产的风险。采取多元化投资战略后，几个投资项目

的非系统性风险或随机变动因子互不相关，有正有负，此时投资组合的非系统性风险将低于任何一个单个投资项目的非系统性风险。

## （七）金融数据对数化

在金融数据分析时，一般将相应数据进行对数化处理。因为在统计学中有连续复合收益率概念。先将各期的值取对数，那么连续复合收益率可以直接相减得出，而由其反推单期简单收益率和多期简单收益率即简单许多。另外，对数化后还可以使数据更加平滑，克服数据本身的异方差，对处理差分后的增长率等起到一定帮助。

## 四、研究方法

### （一）产品风险率量化

在互联网理财产品中，其提供的相关数据并未有具体的产品风险率，只将风险大致分为“低”“中”“高”三档。由此，我们需要对相关产品的风险率进行量化处理，以便后续工作进一步的展开。我们主要选取了 VaR 模型，根据历史收益率对风险进行量化。

#### 1. VaR 模型简介

VaR (Value at Risk) 是利用统计思想对金融风险进行估值的方法，是一种常用的市场风险度量技术，可用来评估和管理个别资产或资产组合的市场风险。其估计的值为给定投资工具或组合在未来资产价格波动下可能的或潜在的损失。

即在正常的市场条件下和给定的度内，某一金融资产或证券组合在未来特定一段持有期内的最大可能损失。用统计学公式表示为：

$$P(\Delta w(\Delta t, x) \leq -\text{VaR}) = 1 - \alpha$$

其中  $x$  为风险因素（如利率、汇率等）， $\alpha$  为置信水平， $\Delta t$  为持有期， $\Delta w(\Delta t, x) = w(t, x) - w(t_0, x)$  为损益函数， $w(t_0, x)$  是资产的初始价值， $w(t, x)$  是  $t$  时刻的预测值。

计算 VaR 值主要有三种方法：方差-协方差法、历史模拟法与蒙特卡罗模拟法。

#### ①方差-协方差法

也称分析方法，通过历史波动性和相关性来估计组合的市场风险，最常使用的方法为 RiskMetrics 方法。其计算步骤如下：

- 1) 利用历史数据求出资产组合收益的均值、方差、标准差、协方差
- 2) 假定资产组合的收益呈正态分布,可求出在一定置信区间下反映的分布偏离均值程度的临界值

- 3) 建立与风险损失的联系,推导出 VaR 值

$$VaR=W_0(E(R)-R^*)$$

$$R^*\sim N(\mu, \sigma)$$

$\alpha$  为置信区间  $c$  下的临界值

## ② 历史模拟法

是借助于计算过去一段时间内的资产组合风险收益的频度分布,通过找到历史上一段时间内的平均收益,以及既定置信区间下的最低收益水平,推算 VaR 的值。其计算步骤如下:

- 1) 计算平均每日收益值  $E(W)$
- 2) 确定  $W^*$  的大小,观测时间-观测时间\* (1-置信区间),此时最小的收益即为  $W^*$
- 3)  $VaR=E(W)-W^*$

## ③蒙特卡罗模拟法

蒙特卡罗模拟法不是直接利用资产的历史数据估计风险值,而是得到它可能的分布,并估计分布的参数,然后利用相应的“随机数发生器”产生大量的符合历史分布的可能数据,从而构造出组合的可能损益,再按照给定的置信水平估计出在险价值。

## 2. 利用方差-协方差方法进行风险量化

对于单个理财产品的投资风险,我们可以利用其历史收益率来进行量化。对于互联网理财产品,我们取 2017 年 1 月至 2017 年 6 月 16 日共 133 个产品 7 日年化收益率数据来进行风险量化。

使用方差-协方差方法进行风险量化的前提是,理财产品每日收益率的变化值分布需要满足正态分布。对此,我们使用 JB 检验法或者图像法来对其分布进行检验:

对于余额宝的正态性检验如下:

$$JB = \frac{n}{6} * [Ske^2 + \frac{(Kur - 3)^2}{4}]$$

$n$  为样本容量,  $Ske$  为偏差值,  $Kur$  为峰值

根据历史收益率及其变化值，可得以下表格：

表 4-1

正态性检验	样本容量 n	峰值 kur	偏差值 ske	JB 值
	132	5.035973	1.4471739	68.873425
正态性要求		0	3	$JBasy \sim \chi^2(2)$

余额宝的收益率变化分布未通过正态性检验，因此无法利用方差-协方差方法来对其风险进行量化。

抽取其他互联网理财产品利用图像法进行正态性检验如下：

微信理财通：

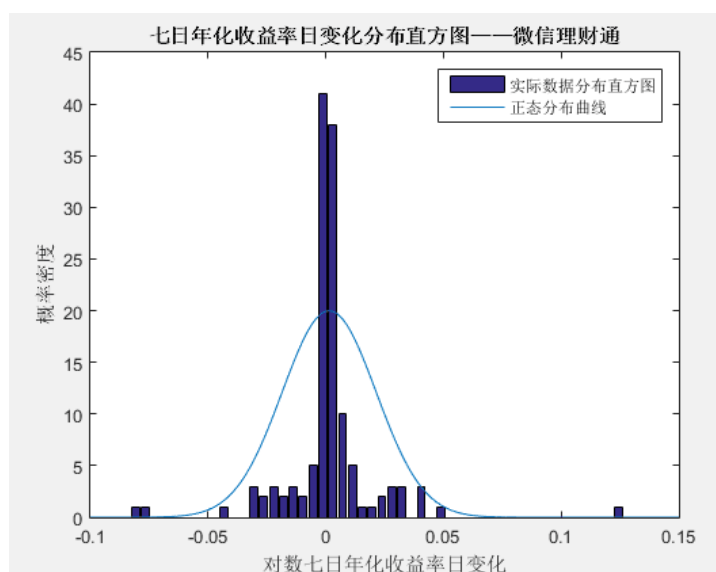


图 4-1

平安银行：平安盈（大华）

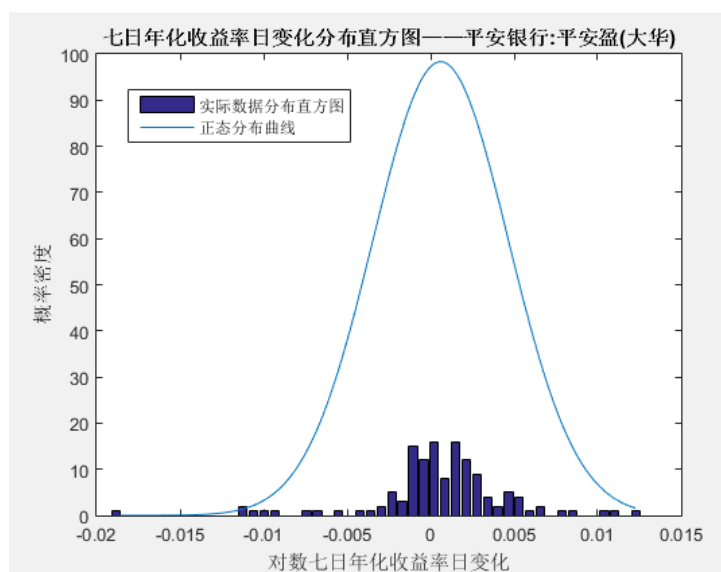


图 4-2

由分布图可直观看出，微信理财通以及平安盈（大华）收益率变化分布均无法通过正态分布检验。

由于我们抽取的三款产品均无法通过正态分布检验，方差-协方差计算风险率的方法不太适用于互联网理财产品的风险率计算。

### 3. 利用历史模拟法进行风险量化

历史模拟法不必假设给定资产或资产组合的收益率的统计分布，只考虑给定资产或资产组合的历史收益率变动情况，假设未来的收益率或市场因子与历史数据服从同一分布（市场因子是指对收益率有影响的因素）。通过历史收益率或者市场因子的变化程度推算出未来收益率的各种可能情况，最后根据一定的置信水平确定最低收益率。

由于历史模拟法对于收益率分布限制较少，因此我们下采用此方法对于 15 种理财产品进行风险量化：

- （1）将 15 个理财产品半年的 7 日年化收益率对数化处理后相减。
- （2）对此数值进行从小到大排序。
- （3）由于所取数据个数不多，因此取置信度  $\alpha = 5\%$  较为合适。在序列中找到前 5% 即第 6 个和前 95% 即第 126 个数据。
- （4）根据当期收益率  $S(i)$  和其所对应的对数收益率差值计算未来收益率  $S(i+1)$ ，可得未来收益率的区间范围。
- （5）根据预期未来收益率的最大最小值以及当期收益率，可计算风险率。

以 2017.6.16 的收益率为当期收益率，计算 15 种理财产品的未来收益率及风险率如下：

钱袋子：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	15.01.17	3.418	-0.01882	3.997	3.827455	
最大	21.03.17	3.8	0.015261	3.997	4.139946	7.818158

如意宝：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
--	--	--	-------	------	--------	------



最小	04.01.17	3.521	-0.00867	4.071	3.990535	
最大	01.05.17	3.43	0.00805	4.071	4.147163	3.847413

平安盈（南方）：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	08.01.17	2.921	-0.01246	3.678	3.573998	
最大	19.01.17	2.656	0.011432	3.678	3.776099	5.49486

平安盈（大华）：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	09.01.17	2.936	-0.00908	4.011	3.928051	
最大	26.02.17	3.303	0.006358	4.011	4.070148	3.5427

E 钱包：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	18.04.17	3.736	-0.01698	4.465	4.293755	
最大	21.02.17	3.672	0.014674	4.465	4.618445	7.271884

余额宝：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	26.05.17	4.046	-0.00054	4.16	4.154865	
最大	19.01.17	3.474	0.002507	4.16	4.184088	0.702465

佣金宝：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	16.01.17	3.3	-0.0104	4.2	4.100589	
最大	01.05.17	3.99	0.011023	4.2	4.307968	4.93759

微信理财通：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	09.01.17	2.796	-0.02860	4.17	3.905102	
最大	09.06.17	4.146	0.032774	4.17	4.497946	14.2134

百度：百赚：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	09.01.17	1.664	-0.02860	4.17	3.905102	
最大	09.06.17	4.146	0.032774	4.17	4.497946	14.2134

苏宁零钱宝：

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	09.04.17	2.894	-0.02536	3.414	3.220377	
最大	04.04.17	3.312	0.022194	3.414	3.592999	10.91454

新浪：微财富

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	09.01.17	2.927	-0.00633	4.28	4.218034	
最大	23.02.17	3.256	0.006856	4.28	4.348106	3.039075

京东小金库（鹏华）

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	13.04.17	3.93	-0.02198	3.982	3.785501	
最大	23.02.17	3.803	0.025153	3.982	4.219433	10.89735

京东小金库（嘉实）

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	08.01.17	2.647	-0.0107	4.119	4.018796	
最大	27.03.17	4.02	0.010608	4.119	4.220846	4.905329

百度：百赚利滚利

			delta	S(i)	S(i+1)	风险率%
最小	21.05.17	3.949	-0.00925	4.258	4.16828	
最大	21.03.17	3.085	0.008386	4.258	4.341021	4.056858

佣金宝：

			delta	s(i)	s(i+1)	风险率%
最小	19.01.17	269.4	-128.252	-187.227	0	-187.227
最大	06.05.17	277	39.86952	150.9806	0	150.9806
						66.84306

在图像中过程示意如下：

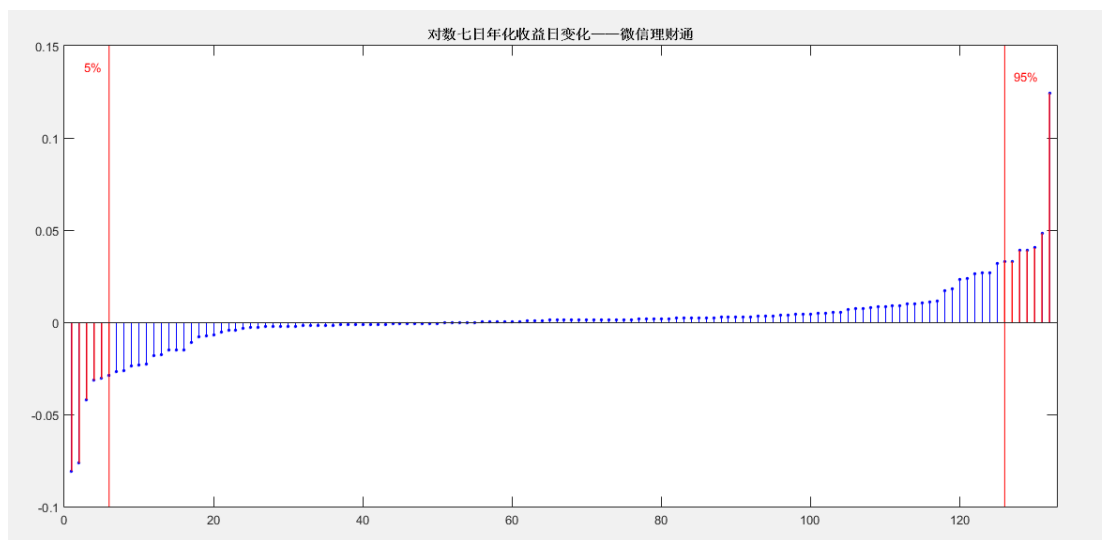


图 4-3

## （二）存金宝（博时黄金 ETF）的收益量化

由于存金宝（博时黄金 ETF）属于典型的指数型基金，其价格每日变化，实际收益率取决于用户的实际操作。因此无法直接通过统计数据获得其的预期收益率供给模型使用。

在这里，为了获得存金宝的平均收益水平。我们采用历史模拟法的方式获得其平均收益。历史模拟法，指借助近期的历史数据的，并假定收益率的变化遵循历史数据的变化规律，以此对当前的投资操作进行模拟。

在模拟过程中，我们以过去半年（131 个交易日）的存金宝价格数据为基础，模拟 20000 名投资者对存金宝进行半年的投资操作。每名投资者会每  $m$  天（ $m$

为 1-7 的整数随机数) 进行一次买入或卖出的操作, 每名投资者的初始资金为 50000 元。我们以每名投资者的资产增长水平作为其收益率, 并将其转化为年化收益率, 最终求得平均值作为存金宝的实际平均收益水平。模拟的程序和基础数据详见附件。

经过模拟, 我们最终以 8.09% 作为存金宝的平均收益率。

## 五、投资组合配置的建模与分析

### (一) 问题的提出

投资者对这十五种资产进行评估, 估算出在这一段时期内购买  $S_i$  的期望收益率 ( $r_i$ )、风险损失率。相关数据如表 5-1, 不受意外因素影响, 现要设计出一种投资组合方案, 使净收益尽可能大, 风险尽可能小。

表 5-1 投资项目及收益率、风险率统计表

投资项目	期望收益率(%)	风险损失率(%)
S1 余额宝	4.15	0.7
S2 存金宝	8.09	66.84
S3 微信理财通	4.13	14.21
S4 百度百赚	4.29	4.06
S5 百度·百赚利滚利	4.3	24.98
S6 京东小金库: 嘉实	4.15	4.91
S7 京东小金库: 鹏华	4.03	10.9
S8 新浪: 微财富	4.32	3.04
S9 苏宁: 零钱宝	3.47	10.91
S10 易方达: E 钱包	4.51	7.27
S11 广发基金: 钱袋子	4.23	7.82
S12 国金证券: 佣金宝	4.21	4.94
S13 民生银行: 如意宝	4.1	3.85
S14 平安银行: 平安盈 (南方)	3.66	5.49
S15 平安银行: 平安盈 (大华)	4.07	3.54

### (二) 问题假设及符号说明

#### 1. 问题假设

1) 在投资中, 不考虑通货膨胀因素, 投资时期的收益率和风险损失率不变;

2) 净收益和总体风险只受  $r_i, p_i$  影响, 不受其他因素干扰。

## 2. 符号说明

$x_i$ : 购买第  $i$  种资产的资金数额占资金总额的百分比;

$Mx_i$ : 第  $i$  种资产的购买额;  $R$ : 净收益;  $Q$ : 总体风险;

$q_i$ : 单一理财产品风险;

## 3. 有关概念

设  $E_i$  为第  $i$  种产品的收益, 那么收益率  $r_i = \frac{E_i}{Mx_i}$

设  $\sigma_i$  为第  $i$  种产品可能的损失, 那么风险损失率  $q_i = \frac{\sigma_i}{Mx_i}$

资产组合风险可利用下面的方差公式计算而得:

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} q_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{j=1}^{15} \sum_{i=j}^{15} x_i x_j q_i q_j \sigma_{ij}}$$

其中  $\sigma_{ij}$  为两两资产组合的协方差, 表示两两资产组合的相关性。

注: 在原始方差公式中,  $q_i$  指的是一段时期内单个资产收益的方差, 由此表示产品风险。而在我们的式子中, 用前计算所得的风险率代替, 当协方差为负数时, 计算所得总体风险比原先单个产品风险的加权平均小, 可以表示风险对冲。我们认为, 用历史模拟法计算得到的风险率来计算总体风险, 比用方差表征的总体风险更为合理与准确。

表 5-2 两两理财产品协方差表

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1		-2.68	0.11	0.17	0.08	0.09	0.07	0.09	0.05	0.04	0.04	0.06	0.04	0.06	0.07
2	-2.68		-4.62	-11.46	-6.28	-5.94	-5.73	-7.41	-6.89	-3.56	-3.98	-5.52	-4.08	-4.1	-4.11
3	0.11	-4.62		0.5	0.16	0.2	0.14	0.19	0.08	0.06	0.06	0.11	0.09	0.14	0.16
4	0.17	-11.46	0.5		0.27	0.28	0.2	0.31	0.19	0.14	0.14	0.14	0.14	0.2	0.25
5	0.08	-6.28	0.16	0.27		0.14	0.1	0.15	0.09	0.06	0.06	0.08	0.06	0.09	0.11
6	0.09	-5.94	0.2	0.28	0.14		0.11	0.16	0.09	0.06	0.1	0.1	0.06	0.1	0.13
7	0.07	-5.73	0.14	0.2	0.1	0.11		0.11	0.06	0.05	0.03	0.07	0.05	0.06	0.08
8	0.09	-7.41	0.19	0.31	0.15	0.16	0.11		0.09	0.07	0.07	0.1	0.08	0.11	0.14
9	0.05	-6.89	0.08	0.19	0.09	0.09	0.06	0.09		0.05	0.07	0.05	0.03	0.06	0.08
10	0.04	-3.56	0.06	0.14	0.06	0.06	0.05	0.07	0.05		0.04	0.04	0.03	0.04	0.05
11	0.04	-3.98	0.06	0.14	0.06	0.1	0.03	0.07	0.07	0.04		0.04	0.01	0.04	0.07
12	0.06	-5.52	0.11	0.14	0.08	0.1	0.07	0.1	0.05	0.04	0.04		0.04	0.06	0.08
13	0.04	-4.08	0.09	0.14	0.06	0.06	0.05	0.08	0.03	0.03	0.01	0.04		0.05	0.06
14	0.06	-4.1	0.14	0.2	0.09	0.1	0.06	0.11	0.06	0.04	0.04	0.06	0.05		0.09
15	0.07	-4.11	0.16	0.25	0.11	0.13	0.08	0.14	0.08	0.05	0.07	0.08	0.06	0.09	

### (三) 模型的分析与建立

净收益为

$$R = \sum_{i=1}^{15} M r_i x_i$$

总体风险为

$$Q = \sqrt{\sum_{i=1}^{15} q_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{j=i}^{15} \sum_{i=1}^{15} x_i x_j q_i q_j \sigma_{ij}}$$

约束条件为

$$\sum_{i=1}^{15} x_i = 1$$

略去M,原问题化为双目标决策问题:

$$\begin{aligned} \max R &= \sum_{i=1}^{15} x_i r_i \\ \min Q &= \sqrt{\sum_{i=1}^{15} q_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{j=i}^{15} \sum_{i=1}^{15} x_i x_j q_i q_j \sigma_{ij}} \quad (3.1) \\ s.t. &\begin{cases} \sum_{i=1}^{15} x_i = 1 \\ x_i \geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

### (四) 模型求解

#### 1. 固定 R 使 Q 最小的模型

固定 R 使 Q 最小, 即得到期望收益时所关联的最小风险度, 将模型 (3.1) 化为

$$\begin{aligned} \min Q &= \sqrt{\sum_{i=1}^{15} q_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{j=i}^{15} \sum_{i=1}^{15} x_i x_j q_i q_j \sigma_{ij}}, \\ s.t. &\begin{cases} \sum_{i=1}^{15} x_i = 1 \\ \sum_{i=1}^{15} x_i r_i = R \\ x_i \geq 0 \end{cases} \quad (4.1) \end{aligned}$$

利用matlab的优化工具箱fmincon编程计算(p1.m)，可算得表5-3中的结果:

表 5-3 固定 R 使 Q 最小计算结果

收益R	最小风险度Q	投资Si的资金百分比														
		x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15
0.04	0.0151	0.633	0	0	0	0	0	0.002	0	0.065	0	0	0	0	0.041	0.058
0.041	0.008	0.852	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0	0	0	0.029	0.066	0.033
0.042	0.0091	0.746	0	0	0.018	0	0	0	0.157	0	0.053	0.007	0.017	0	0	0
0.043	0.0207	0.259	0	0	0.083	0	0	0	0.447	0	0.165	0.015	0.031	0	0	0
0.044	0.0364	0	0	0	0	0	0	0	0.579	0	0.421	0	0	0	0	0
0.045	0.069	0	0	0	0	0	0	0	0.052	0	0.948	0	0	0	0	0
0.046	0.0917	0.886	0.114	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.047	0.1084	0.86	0.14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.048	0.1251	0.835	0.165	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.049	0.1417	0.81	0.19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.05	0.1583	0.784	0.216	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.051	0.1749	0.759	0.241	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.052	0.1915	0.734	0.266	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.053	0.208	0.708	0.292	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.054	0.2246	0.683	0.317	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.055	0.2411	0.657	0.343	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.056	0.2576	0.632	0.368	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.057	0.2741	0.607	0.393	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.058	0.2907	0.581	0.419	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.059	0.3072	0.556	0.444	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.06	0.3237	0.53	0.47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.061	0.3402	0.505	0.495	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.062	0.3567	0.48	0.52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.063	0.3732	0.454	0.546	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.064	0.3897	0.429	0.571	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.065	0.4062	0.404	0.596	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.066	0.4227	0.378	0.622	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.067	0.4392	0.353	0.647	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.068	0.4557	0.327	0.673	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.069	0.4722	0.302	0.698	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.07	0.4887	0.277	0.723	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.071	0.5052	0.251	0.749	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.072	0.5216	0.226	0.774	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.073	0.5381	0.201	0.799	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.074	0.5546	0.175	0.825	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.075	0.5711	0.15	0.85	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.076	0.5876	0.124	0.876	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.077	0.6041	0.099	0.901	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.078	0.6206	0.074	0.926	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.079	0.6371	0.048	0.952	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.08	0.6536	0.023	0.977	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

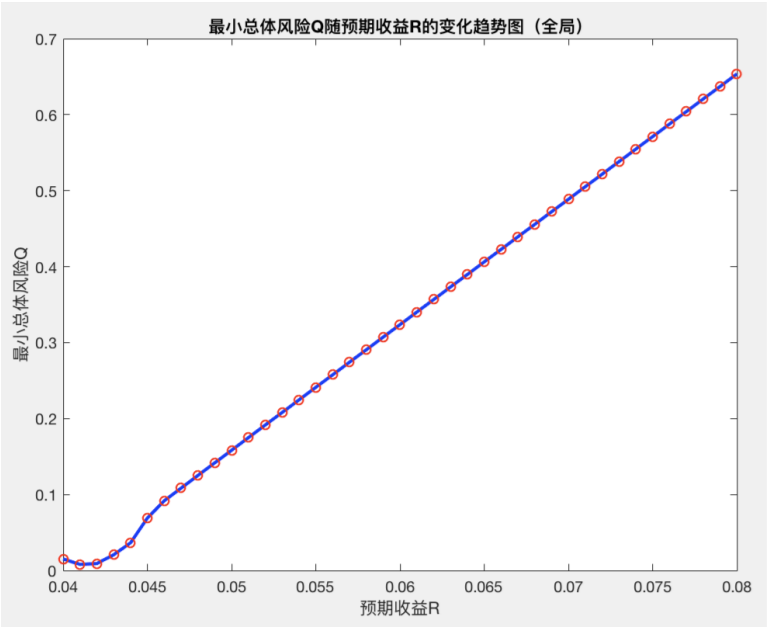


图 5-1 最小总体风险随预期收益 R 变化的趋势图（全局）

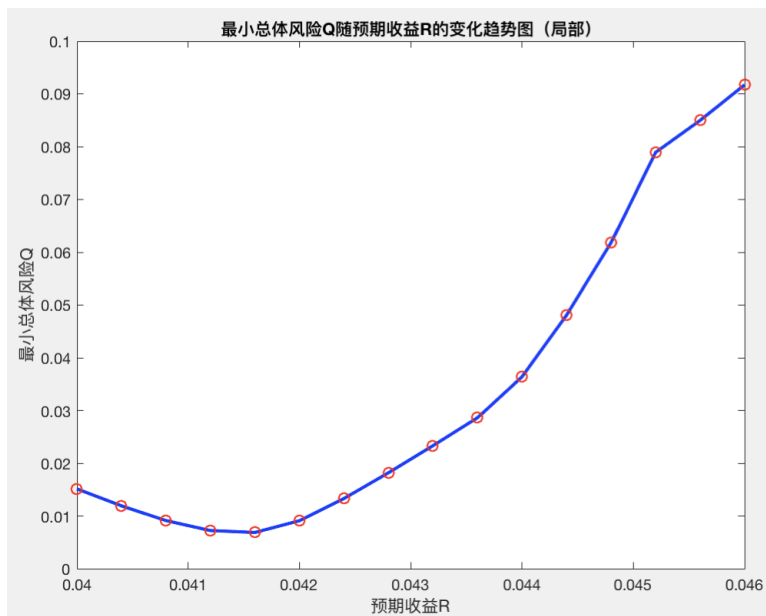


图 5-2 最小总体风险随预期收益 R 变化的趋势图（局部）

可见预期收益越大，对应的最小总体风险也就越大，在预期收益为投资额的4%~4.3%的时候，最小总体风险比较小，变化也比较平缓，在预期收益达到4.4%左右的时候，之后随着R的增大，Q呈直线式上升。

## 2. 固定 Q 使 R 最大的模型

对总体风险赋予一个上界值，在不超过设定值的情况下，寻求收益R达到最大的投资组合。将模型（3.1）化为

$$\begin{aligned} \max R &= \sum_{i=1}^{15} r_i x_i \\ \text{s. t. } \left\{ \begin{aligned} Q &= \sqrt{\sum_{i=1}^{15} q_i^2 x_i^2 + 2 \sum_{j=i}^{15} \sum_{i=1}^{15} x_i x_j q_i q_j \sigma_{ij}}, \\ \sum_{i=1}^{15} x_i &= 1, \\ x_i &\geq 0, (i=1, 2, \dots, 15.) \end{aligned} \right. \end{aligned} \quad (4.2)$$

对于每一个Q，用模型（4.2）都能求出R。

利用matlab编程计算(p2.m)，从风险度0.01开始，以每次增加0.005的风险度进行搜索。得到的最优收益值  $R$  和最小总体风险  $Q$  以及投资额分配之间的对应关系计算结果见表5-4：



表 5-4 固定 Q 使 R 最大的模型计算结果

投资建议	风险度Q	最优收益R	投资Si的资金百分比														
			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15
保守型	0.01	0.041	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.05	0.0411	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0	0	0.98	0	0
	0.09	0.0415	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.13	0	0	0.87	0	0
	0.13	0.0429	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.45	0	0	0.55	0	0
中间型	0.17	0.0452	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.21	0.0453	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0	0
	0.25	0.0454	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0	0
	0.29	0.0455	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0	0
	0.33	0.0456	0	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0.98	0	0	0	0	0
	0.37	0.0458	0	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0.98	0	0	0	0	0
	0.41	0.0459	0	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0.98	0	0	0	0	0
	0.45	0.0461	0	0.03	0	0	0	0	0	0	0	0.97	0	0	0	0	0
	0.49	0.0463	0	0.03	0	0	0	0	0	0	0	0.97	0	0	0	0	0
	0.53	0.0465	0	0.04	0	0	0	0	0	0	0	0.96	0	0	0	0	0
	0.57	0.0468	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0.95	0	0	0	0	0
	0.61	0.047	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0.95	0	0	0	0	0
	0.65	0.0473	0	0.06	0	0	0	0	0	0	0	0.94	0	0	0	0	0
	0.69	0.0476	0	0.07	0	0	0	0	0	0	0	0.93	0	0	0	0	0
	0.73	0.048	0	0.08	0	0	0	0	0	0	0	0.92	0	0	0	0	0
	0.77	0.0483	0	0.09	0	0	0	0	0	0	0	0.91	0	0	0	0	0
	0.81	0.0487	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0
	0.85	0.0491	0	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0.89	0	0	0	0	0
	0.89	0.0496	0	0.13	0	0	0	0	0	0	0	0.87	0	0	0	0	0
	0.93	0.0501	0	0.14	0	0	0	0	0	0	0	0.86	0	0	0	0	0
	0.97	0.0506	0	0.15	0	0	0	0	0	0	0	0.85	0	0	0	0	0
风险型	1.01	0.0512	0	0.17	0	0	0	0	0	0	0	0.83	0	0	0	0	0
	1.05	0.0518	0	0.19	0	0	0	0	0	0	0	0.81	0	0	0	0	0
	1.09	0.0525	0	0.21	0	0	0	0	0	0	0	0.79	0	0	0	0	0
	1.13	0.0532	0	0.23	0	0	0	0	0	0	0	0.77	0	0	0	0	0
	1.17	0.0575	0.59	0.41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.21	0.0544	0.38	0.31	0.01	0	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0.21	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01
	1.25	0.0789	0	0.95	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

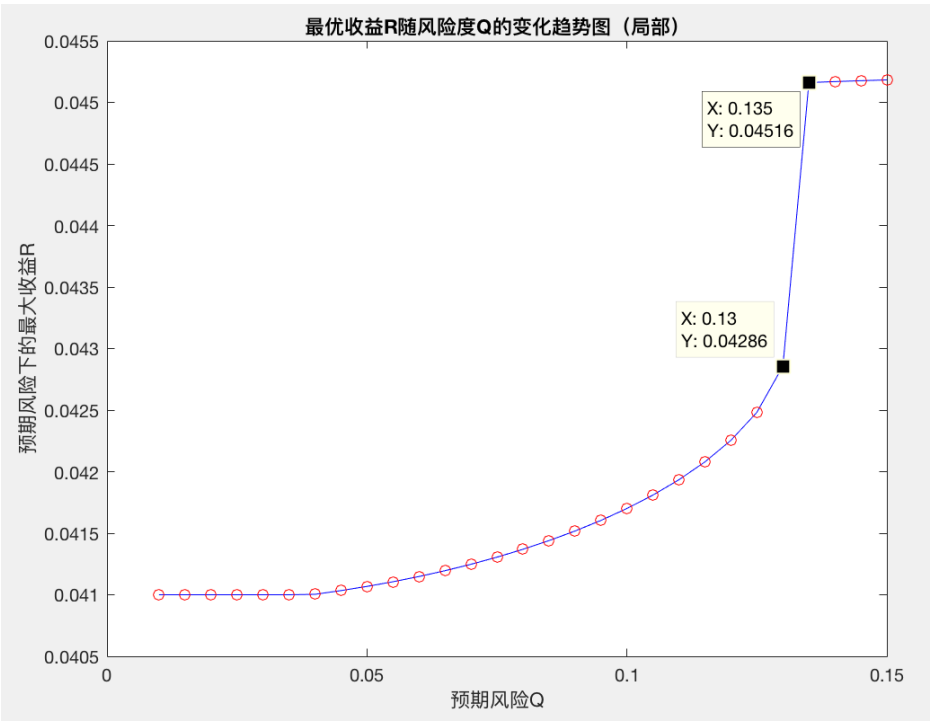


图 5-3 最优收益 R 随风险 Q 的变化趋势图 (局部)

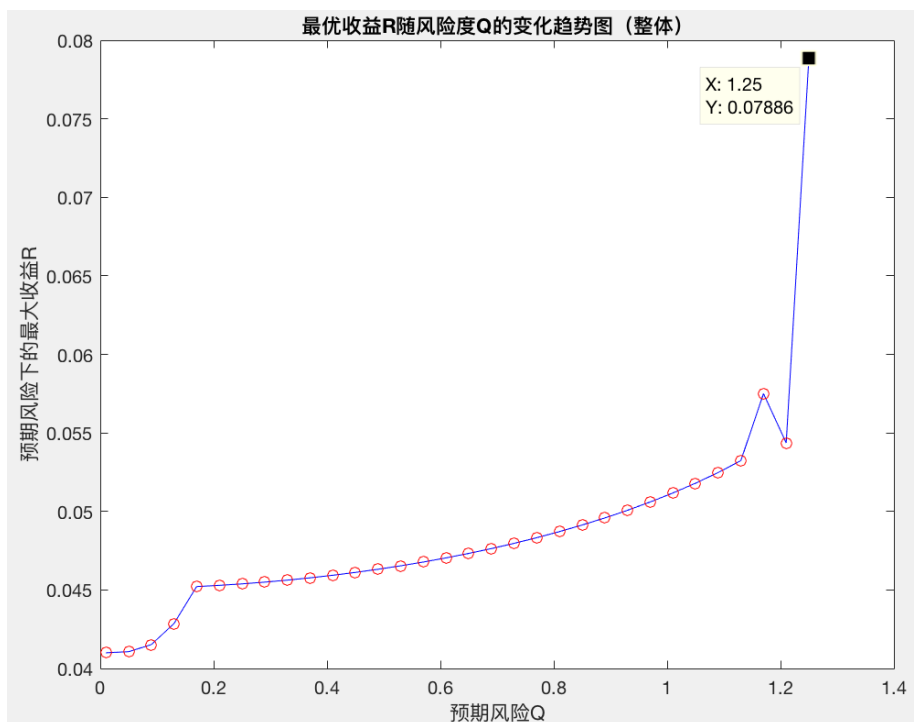


图 5-3 最优收益 R 随风险 Q 的变化趋势图（整体）

由图可知，随着预期风险的增大，对应的最大收益R将逐渐增大，投资者可根据自己的偏好，选择满足要求的Q和R，进行有效资产组合投资。考虑到R要尽量大，Q要尽量小，同时分析R-Q曲线知，在Q=0.13时，R随着Q急剧上升，这是由于随着Q的增大，人们对风险的厌恶程度减缓，投资者逐渐走上风险型。

当可承受的总风险Q达到1.25时，达到了R-Q曲线的第二个突变点，几乎所有的投资都将集中在“存金宝”产品上（94.6%），所以此时的收益率7.89%几乎也接近“存金宝”的收益8.09%。

### 3. 偏好系数方法求解

对于双目标规划，我们可以设 $1-\mu$ 和 $\mu$ 分别表示投资者赋予期望收益和总体风险的权重数，令

$$K = (1-\mu)(-R) + \mu Q$$

此时将模型（3.1）转化为如下的单目标规划模型。

$$\min K = -(1-\mu) \sum_{i=0}^5 x_i r_i + \mu \max_{0 \leq i \leq 5} x_i q_i$$

$$s.t. \begin{cases} \sum_{i=1}^{15} x_i = 1 \\ x_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 15 \end{cases} \quad (4.3)$$

从风险度0.01开始，以每次增加0.05的风险度进行搜索。得到的结果见表5-5：

表 5-5 偏好系数法求解的结果

投资建议	权重u	收益R	风险Q	投资Si的资金百分比														
				x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15
风险型 —— 存金宝	0	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.006	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.012	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.018	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.024	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.03	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.036	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.042	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.048	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.054	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.06	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.066	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
中间型 —— E钱包	0.072	0.0809	0.6684	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0.078	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.084	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.09	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.096	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.01	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.05	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.09	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
保守型 —— 如意宝	0.13	0.0451	0.0727	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.17	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.21	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.25	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.29	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.37	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.41	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.45	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.49	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.53	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.57	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.61	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.65	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.69	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.73	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.77	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.81	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.85	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.89	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.93	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.97	0.041	0.0385	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0

得到的最优收益值  $R$ 、预期风险 $Q$ 和权重系数 $u$ 之间对应的变化趋势如图所示：

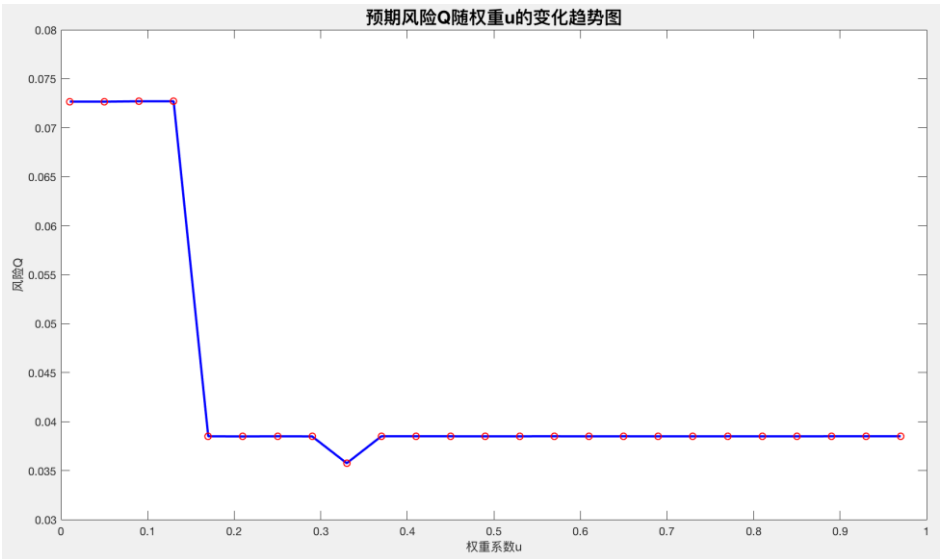


图 5-4 预期风险  $Q$  随权重  $u$  的变化趋势图

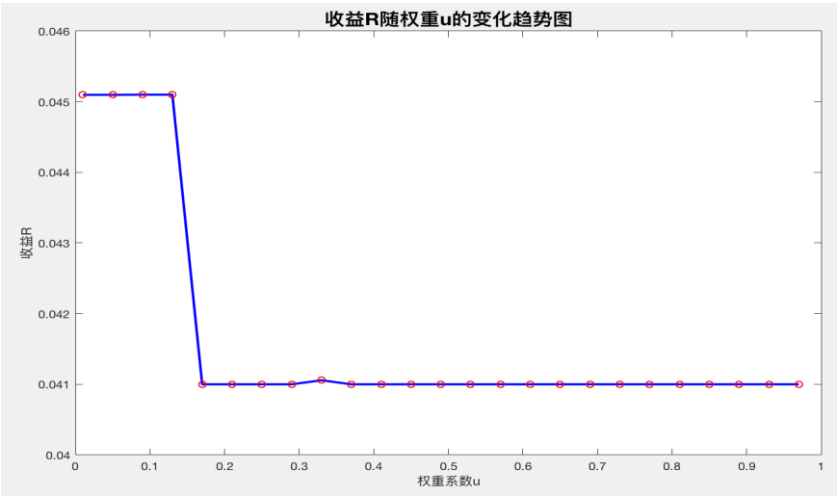


图 5-4 收益  $R$  随权重  $u$  的变化趋势图

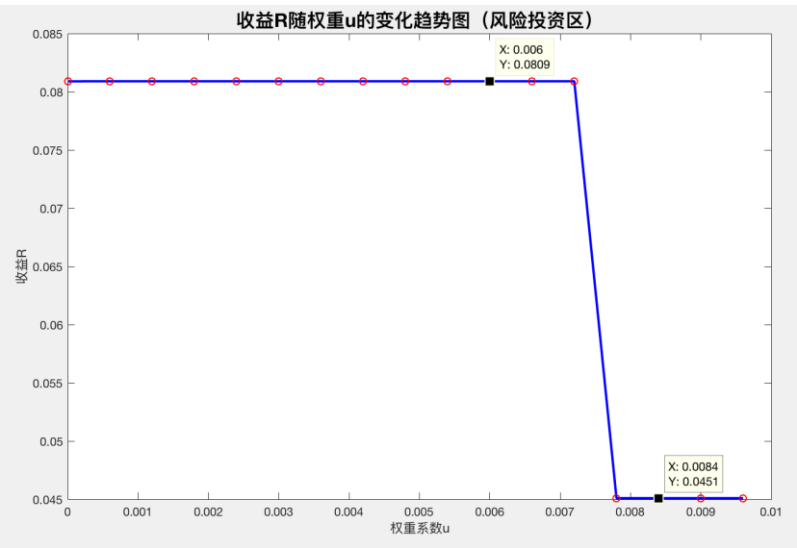


图 5-5 收益  $R$  随权重的变化趋势图（风险投资区）

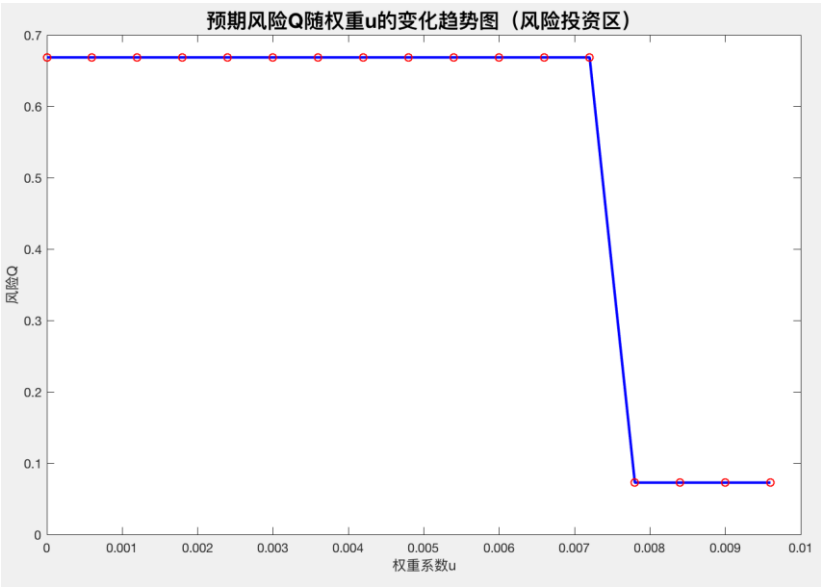


图 5-5 预期风险  $Q$  随权重的变化趋势图（风险投资区）

$\mu$  越大表示投资者对投资风险越厌恶，当  $\mu=1$  时，表示投资者对资产投资风险特别厌恶。对上述模型，用模型（4.3）求解，即可得到给定  $\mu$  之下的最佳投资组合。从计算结果可以看出，R 和 Q 是  $\mu$  的非增函数，这是由于  $\mu$  的增大等价于投资者对风险 Q 的厌恶程度增大，所以风险承受能力降低，从而使 R 和 Q 都减小。从图中还可以看出一个有趣的现象，在  $\mu=0.007$ 、 $\mu=0.14$  时，R 和 Q 均发生突变，在  $\mu=0.007$  处投资者从激进型变为稳健型，在  $\mu=0.14$  处投资者从稳健型变为保守型，这比较符合实际。

## （五）相关投资方案建议

表 5-6 对三种类型投资者的投资建议（同表 5-4）

投资建议	风险度Q	最优收益R	投资Si的资金百分比														
			x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10	x11	x12	x13	x14	x15
保守型	0.01	0.041	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
	0.05	0.0411	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.02	0	0	0.98	0	0
	0.09	0.0415	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.13	0	0	0.87	0	0
	0.13	0.0429	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.45	0	0	0.55	0	0
中间型	0.17	0.0452	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
	0.21	0.0453	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0	0
	0.25	0.0454	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0	0
	0.29	0.0455	0	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0.99	0	0	0	0	0
	0.33	0.0456	0	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0.98	0	0	0	0	0
	0.37	0.0458	0	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0.98	0	0	0	0	0
	0.41	0.0459	0	0.02	0	0	0	0	0	0	0	0.98	0	0	0	0	0
	0.45	0.0461	0	0.03	0	0	0	0	0	0	0	0.97	0	0	0	0	0
	0.49	0.0463	0	0.03	0	0	0	0	0	0	0	0.97	0	0	0	0	0
	0.53	0.0465	0	0.04	0	0	0	0	0	0	0	0.96	0	0	0	0	0
	0.57	0.0468	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0.95	0	0	0	0	0
	0.61	0.047	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0.95	0	0	0	0	0
	0.65	0.0473	0	0.06	0	0	0	0	0	0	0	0.94	0	0	0	0	0
	0.69	0.0476	0	0.07	0	0	0	0	0	0	0	0.93	0	0	0	0	0
	0.73	0.048	0	0.08	0	0	0	0	0	0	0	0.92	0	0	0	0	0
	0.77	0.0483	0	0.09	0	0	0	0	0	0	0	0.91	0	0	0	0	0
	0.81	0.0487	0	0.1	0	0	0	0	0	0	0	0.9	0	0	0	0	0
	0.85	0.0491	0	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0.89	0	0	0	0	0
	0.89	0.0496	0	0.13	0	0	0	0	0	0	0	0.87	0	0	0	0	0
	0.93	0.0501	0	0.14	0	0	0	0	0	0	0	0.86	0	0	0	0	0
	0.97	0.0506	0	0.15	0	0	0	0	0	0	0	0.85	0	0	0	0	0
风险型	1.01	0.0512	0	0.17	0	0	0	0	0	0	0	0.83	0	0	0	0	0
	1.05	0.0518	0	0.19	0	0	0	0	0	0	0	0.81	0	0	0	0	0
	1.09	0.0525	0	0.21	0	0	0	0	0	0	0	0.79	0	0	0	0	0
	1.13	0.0532	0	0.23	0	0	0	0	0	0	0	0.77	0	0	0	0	0
	1.17	0.0575	0.59	0.41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	1.21	0.0544	0.38	0.31	0.01	0	0.01	0.01	0.01	0.01	0	0.21	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01
	1.25	0.0789	0	0.95	0	0.05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

由以上结果可得，为了获得最高的预期收益，对于保守型投资者而言，应该投资“易方达：E 钱包”和“民生银行：如意宝”两种产品，这样较为合理；而对于中间型的稳健型投资者而言，投资“存金宝”和“易方达：E 钱包”较为合理；对于风险型的激进型投资者，则可以着重投资“存金宝”，但同时也投资其他产品对冲相应风险。我们还可以看出，有很多的产品的投资分配比例都是 0，这是因为这些产品本身的收益率不够高，但是风险率缺相对一些比较好的产品而言却高一些，所以最后的分配比例是 0。

## 六、模型的评价与推广

### （一）模型的优点

本问题在一定程度上综合考虑了投资的利弊，给出了一个多目标的线性模型（3.1），然后从实际需求出发，给出了三种简化模型的计算方法：

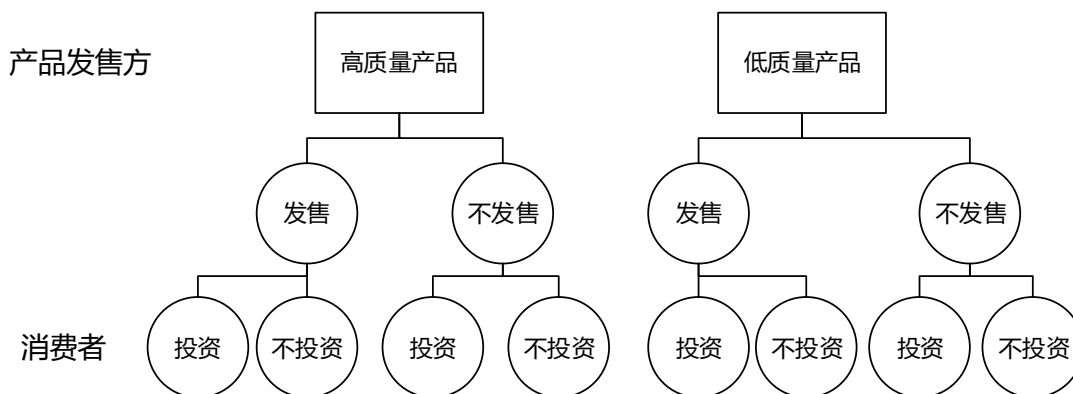
- 1) 从期望的收益计算最低的风险下的投资组合方案（4.1）；
- 2) 从最大的可承受风险下计算最高收益时的投资组合方案（4.2）；
- 3) 利用加权系数法，使问题简化，综合考虑收益、风险在投资人心中的比重，给出此时的投资方案（4.3）。

### （二）模型的局限性及其改进

在之前的分析中，我们通过建模和分析，对互联网理财产品的风险进行了量化分析，对资产的投资组合配置进行了探讨。由于需要对建模的条件和前提进行限制，我们的分析不可避免地会存在一些局限性和不足。主要有以下三点：

**（1）在我们建模的过程中，需假设投资者是绝对理性的。**投资者选择理财产品的唯一原则是提高收益，规避风险。但是实际上，在现实投资决策问题上，完全理性假设是不完备的。在理财产品市场中，投资者的决策行为是兼具理性与非理性的行为特征的，在复杂的交易中不可能做到完全理性。因此，严格的数学逻辑是不能完全体现投资者的投资行为的。但对其他方面的因素进行语义建模难度较大，数据比较难获得。

**（2）为了方便进行建模分析，我们认为产品的收益和风险可以完全体现产品质量，这相当于将投资过程视为了一个完全博弈过程。**但事实上理财产品的产品质量还受到其他一些因素的影响，只是相对较小。准确来说，投资过程应该是产品发售方和投资者之间的不完全信息动态博弈。该博弈过程可以用下图来表示：



可以看出该博弈过程可以分为三个阶段：第一阶段是产品发售方选择不同质量的理财产品；第二阶段是产品发售方选择是否出售；第三阶段是投资者选择是否投资。

我们假设某理财产品质量高的概率为 $P_h$ ，质量低的概率为 $P_l$ ，发售方发售该产品的概率为 $P_s$ ， $P_{s|h}$ 和 $P_{s|l}$ 表示产品发售方发售高、低质量产品的概率。由于发售方选择出售产品是其的一个占优策略，因此

$$P_s = P_h + P_l = 1$$

根据 Bayes 法则，可以计算：

$$P_{h|l} = \frac{P_l P_{s|l}}{P_{s|l}}$$

$$P_{h|s} = 1 - P_{h|l}$$

由于发售方会愿意无条件出售低质量理财产品，所以 $P_{s|l} = 1$ ，从而 $P_{h|l} = P_l$ 进而可求：

$$P_{h|s} = 1 - P_l = P_h$$

对于投资者来说，他知道无论产品质量高低，理财平台都会选择出售，但无法判断产品的质量。我们假设投资者根据以往的经验 and 信息判断 $P_{h|s} = P_h = p$ ， $a_1$ 表示投资者投资高质量产品获得的收益， $-a_1$ 表示投资者不投资高质量产品损失的收益； $a_2$ 表示投资者投资低质量产品获得的收益， $-a_2$ 表示投资者不投资低质量产品损失的收益（此处的损失指在博弈过程中没有获得收益，而非通常意义上的亏损）；

则投资者对产品进行投资的收益的期望为：

$$a_1 p + a_2 (1 - p)$$

投资者对产品不进行投资的损失的期望为：

$$-a_1 p + (-a_2)(1 - p)$$

从而可以计算概率的临界值为：

$$p^* = \frac{a_2}{a_2 - 1}$$

通过以上分析，我们可以得到投资者的策略：当投资者已知发行好产品的概

率  $p > p^*$  时, 会购买该产品; 当投资者判断概率  $p < p^*$  时, 认为发行的是劣质产品, 因此不购买该产品。

从以上的策略中, 我们可以看出, 投资者在这个博弈过程中的关键, 在于判断银行发行高质量产品的概率。而这需要利用银行的财报、募集规模等数据进行决策分析, 这与下文第三点中即将阐述的解决由单(双)目标决策改进至多属性决策方法的思路大致相同。

**(3) 在前面的建模分析中, 我们只考虑了收益和风险两个主要因素的影响, 而事实上, 投资决策还受到理财产品的募集期、募集规模、起投金额、信息披露程度等的影响。因此更为准确的, 需要利用多属性决策方法确定多个属性之间的权重, 再确定更为准确的方案。但由于研究条件限制, 很多不能直接量化的属性需要通过数据量较大的调查才能进行语义建模。因此在这里我们只能提供一种确定不同属性的权重的思路。**

设我们研究的理财产品的属性集为  $P = \{p_1, p_2, p_3 \cdots p_n\}$ , 对应的权重向量为  $\omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3 \cdots \omega_n\}$ , 并满足约束条件:

$$\omega_i \geq 0 \quad \sum_{i=1}^n \omega_i = 1$$

由于各个属性的权重完全未知, 基于偏差最大化的思想, 我们可以建立如下的单目标最优化模型:

$$\begin{cases} \max D(\omega) = \sum_{i=1}^n D_i(\omega) = \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp}) \omega_i \\ s. t. \quad \omega_i \geq 0 \quad \sum_{i=1}^n \omega_i = 1 \end{cases}$$

其中  $D_i(\omega)$  表示属性  $p_i$  下所有方案和其他方案的总偏差,  $[p, q]$  为决策矩阵的维度,  $r_{pq}$  为矩阵中的对应元素。

解这个最优化模型, 可作 Lagrange 函数:

$$L(\omega, \zeta) = \sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp}) \omega_i + \frac{1}{2} \zeta \left( \sum_{i=1}^n \omega_i - 1 \right)$$

求其偏导数可得:



$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \zeta} = \sum_{i=1}^n \omega_i - 1 = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \omega_i} = \sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp}) + \zeta \omega_i \end{cases}$$

求得的最优解为：

$$\omega_i^* = \frac{\sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n [\sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp})]^2}}$$

进行归一化处理后，可得最终的结果为：

$$\omega_i^* = \frac{\sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp})}{\sum_{i=1}^n \sum_{p=1}^a \sum_{q=1}^b D(r_{pq}, r_{qp})}$$

带入实际得到的数据，便可得到各个属性指标的权重，进而可以对之前目标规划模型进行修正。

## 七、心得与感悟

\*\*: 在本次课程大作业中，我一开始想，既然学了运筹学，我们总得要利用运筹学的思路和方法解决一些实际的问题，这样才能体现出来我们这门学科的应用价值。在和同组的其他同学进行了一番商讨之后，我们决定选择互联网的理财规划问题，这一方面比较接近生活实际，贴近生活，另一方面也可以利用非线性规划和多目标规划的方法来解决。再由于本组的张昊彬同学辅修了金融，王荐越同学平时比较关注理财的产品，所以他们对一些比如风险率、收益率的相关概念比较熟悉，对一些基础数据的搜集和处理也比较容易上手。作为小组长，在组织大家讨论、分工后，每个人都有条不紊地开始了大作业的进程。我主要负责了问题的建模与计算分析，在其他成员计算基础数据（收益率、风险率等）的时候，我根据一般的投资思路顺利提出了三种模型，但是在后面 MATLAB 的编程计算中遇到了各种各样的问题，程序的编写、运行调试占了很大的时间，对一些函数也要查询 MATLAB 的手册才能知道用法。在后面得到基础数据后，如何对这些数据进行模型的处理与结果分析也是一个比较艰巨的任务。好在功夫不负有心人，在经历了一番艰难险阻后我还是得到了比较满意的结果。通过这次作业，我对运筹学有了更深的理解，对工程学科解决现实问题的认识也更充分了。

**\*\*:** 在这次的大作业中，我们选择了比较贴近生活的互联网金融理财决策问题。选题贴近生活，但实际处理的过程中，我们发现了许多棘手的问题，比如理财产品的风险的量化、部分理财产品的收益的量化以及我们的简化假设是否合理等等。所以我们从经济学原理出发，查阅了大量文献，逐个为难题寻找解决方案。最终我们在模型的条件下得到了比较满意的结果。当然，我们的模型也存在着一一些局限性，但限于时间和研究条件，我们难以对模型作更加详尽的拓展，未来如果有条件的话，这个问题应该还有相当的研究空间。

**\*\*:** 通过这次运筹学大作业，让我对金融投资方面的知识有了更进一步的了解。由于平时辅修金融的缘故，对此类话题较为感兴趣，而真正要用的时候却发现自己还是有很多不懂的东西，很多内容以及细节都需要查阅资料才能够确定。我们最终建的模型较容易理解，得到的结论也符合预期，因为我们选取的互联网金融理财产品的收益率波动并不大，所以利用历史数据推测未来是可行的。如果将我们的研究对象范围扩大到股票，债券等波动范围更大更难以预测的产品，则可能需要改进模型或者换一种思路了。对于金融类题目很大一部分是数据处理问题，如何在多种数据处理方法下找到适合我们使用的方法是在查找资料过程中一直在考虑的。总体而言这次大作业我受益匪浅，谢谢小伙伴们的团结合作，谢谢老师的指导！

**\*\*:** 这次大作业我们组选择了经济学方面的投资问题，一开始对于这个方向了解的比较少，因此初期查阅了大量的资料去学习研究有关互联网金融以及投资理财方面的理论背景知识，然后对我们搜集的互联网理财产品历史数据建立了合适的风险评价模型，最终得到了我们的投资组合决策。在大作业研究期间，我们曾遇到了不少困难，走了一些弯路，不过在组员的一致努力下解决了各种问题，也对原本的模型进行了优化。平时的课业中接触的大多是工程类方向的问题，通过这次大作业将运筹学的知识应用于投资理财的金融学方向是一次比较新鲜的尝试。跳出了原本的工科范畴将各学科知识交叉融合以解决一个实际问题让我收获很多。

**\*\*:** 在进行大作业之前，我对经济学相关知识知道的少之又少，一点相关内容都没有学习。但是在运筹学这门课的契机下，我们小组选择的“互联网金融背景下的个人理财决策分析”讨论题目，让我第一次真正接触到经济学。将运筹学运用到经济学的问题上，有利于我们理解经济学的相关知识和概念。在讨论题目

的研究过程中,我遇到不懂的内容经常向同组学过相关知识的人请教,从而大大的扩充了知识量,把我真正带入了经济学的世界。非常感谢这门课,无论是课程内容还是作业形式都对大家掌握知识有非常大的帮助。

## 八、小组分工

**\*\*:** 投资决策、风险量化相关资料,计算风险率,协方差计算(表 5-2),风险部分报告撰写,课堂展示;

**\*\*\*:** 查阅经济学 VaR 风险模型相关资料,历史模拟法计算理财产品风险率,协方差计算(表 5-2),MATLAB 制图(图 4-1~4-3);

**\*\*:** 查阅文献,历史模拟算法和方差协方差算法计算风险率,存金宝收益率的确定,协方差计算(表 5-2),PPT 制作;

**\*\*\*:** 负责第五部分“投资组合配置的建模与分析”,提出三种模型,MATLAB 建模与计算(MATLAB 程序①~⑦)、MATLAB 绘图与 excel 制表(图 5-1~图 5-6,表 5-1,表 5-1~5-5)、提出投资建议,模型的优点分析、课程作业的最终整理与排版,统筹小组的大作业进度;

**\*\*\*:** 选题的调研、提出和确定、查阅相关文献、以历史模拟法确定存金宝平均年华收益率(MATLAB 程序⑧)、引言和背景知识撰写、模型的局限性分析、利用不完全博弈思想和多属性决策法提出改进方法。

## 九、参考文献

- [1]. 《VaR 风险价值在某银行 A+H 理财产品中的应用》 华中科技大学 刘俐
- [2]. 《风险价值(VaR)模型在我国养老基金投资风险控制中的作用》 西南财经大学 林源
- [3]. 《沪深 300 指数的 VaR 风险测量——基于历史模拟法和蒙特卡罗模拟法》 金融观察 高可佑
- [4]. 《基于历史模拟法的市场风险 VaR 模型改进研究》 哈尔滨工程大学 张新建
- [5]. 《我国商业银行理财产品风险披露研究》 西南财经大学 赵静兰
- [6]. 《证券投资基金投资组合的风险量化分析》 厦门大学 俞雷
- [7]. 《互联网理财风险度量及其监管\_基于 VaR\_GARCH 模型的分析》 福建师范大学经济学院 林小霞
- [8]. 《我国黄金市场的波动特征与风险度量研究》 浙江工商大学 郑秀田
- [9]. 《基于历史模拟法对余额宝等热门理财产品的 VaR 实证分析》 四川农业大学 孟之聿

- [10].《基于电商平台的互联网理财产品风险问题研究》 云南大学 何泽婷
- [11].《博弈论与信息经济学》
- [12].《个人理财概念及理论基础浅议》 天津财经大学黄浩
- [13].《互联网金融的风险机理与风险度量研究——以 P2P 网贷为例》中央财经大学 王立勇, 石颖
- [14].《互联网金融的实质辨析及监管思路浅探——基于投资回报率模型的研究》王勇, 陆宇锋, 张智勤
- [15].《互联网金融理财市场的需求扩散与购买决策研究》武汉大学 陈继勇, 陈龙, 陈君
- [16].《黄金理财产品的风险管理研究》对外经济贸易大学伍莉霞
- [17].《基于 Logit 模型下大学生理财行为及影响因素研究——以东北农业大学为例》东北农业大学 于之光, 辛岩
- [18].《基于核的 P2P 信贷风险评估模型研究》华中科技大学 高见
- [19].《基于模糊层次分析法的理财产品投资决策研究》云南大学 刘子琦
- [20].《社会信息影响下互联网理财产品投资意向研究》 大连理工大学 李洋
- [21].《我国 P2P 网络借贷平台模式及其风险研究》云南财经大学 董峰
- [22].《我国商业银行个人理财资产配置模型及推荐理财策略》中央财经大学 于苏日娜, 周子耀
- [23].《细看银行理财产品分类》梁漓清
- [24].《银行理财产品投资中的个体决策行为及选择方法研究》华南理工大学 陈瑶