

共享单车校区间调度问题

目录

- 一、 摘要.....2
- 二、 问题重述.....2
- 三、 问题分析.....3
 - 3.1 已知条件分析.....3
 - 3.2 目标分析.....4
- 四、 变量和常数说明.....5
 - 4.1 自变量和常数.....5
 - 4.2 变量说明.....5
- 五、 模型构成.....6
 - 5.1 满意度.....6
 - 5.2 盈利7
 - 5.3 成本8
 - 5.4 非线性规划模型.....10
 - 5.5 目标规划模型.....11
 - 5.6 优化路径模型.....12
- 六、 程序.....13
- 七、 模型求解和结果分析.....13
 - 7.1 非线性规划模型结果和分析.....13
 - 7.2 目标规划模型结果和分析.....15
 - 7.3 优化路径模型结果和分析.....15
 - 7.4 非线性规划中各个变量变化比较以及分析.....18
 - 7.5 校区个数改变以及共享单车车数改变对利润影响分析20
- 八、 模型不足之处分析.....23
- 九、 心得总结.....24
- 十、 参考文献.....24
- 十一、 分工.....24
- 十二、 小组展示.....25

一、摘要

目前，共享单车行业有了迅速的发展，杭州城中就有五到六家共享单车品牌，为市民的出行提供了很大便利，包括在校园里，学生们使用共享单车赶去上课、吃饭也成了常态。不过，由于共享单车数量有限，有些时候我们想要用车却发现附近各种品牌的共享单车一辆都没有，整个校区中都是如此。

为了解决这个问题，我们想要提出一个针对浙江大学紫金港、玉泉等校区间共享单车的调度方案，使得某品牌共享单车公司的利润最大，同时保证各校区学生能尽量多的使用到共享单车，提高学生用户的满意度，有可能进一步提高市场占有率。

相对于目标，我们以共享单车的盈利、成本、和用户心中的满意度这三者来考虑调度方案，并利用图论来分析最优的运输路径，基于上述这些因素建立出模型，最终利用 lingo 和 MATLAB 来求解出结果，并结合结果分析找出最佳的运输方案。

二、问题重述

1、研究背景

“共享”概念方兴未艾，共享单车更是最近的热点话题。“摩拜”和“ofo”更是业界中的翘楚，“摩拜”单车刚刚融资六个亿美金，发展势头高歌猛进。

尽管发展势头迅猛，并且的确很大程度上改变了居民出行方式，共享单车仍然面临很多问题，比如盈利方式是否合理、蓄意破坏、车辆搬运等。近日，马化腾和朱啸虎之间就 ofo 单车的战略与盈利模式之间还进行了一番唇枪舌战。可以说共享单车的发展方向与未来，并不是那么容易确定的。而我们要解决的问题，只是在当前模式下的一个局部问题。

相对于开放场合，更加保守的封闭环境更有利于车辆的使用和维护，校园更是 ofo 的最初目的和重点区域。截止去年九月，ofo 就已经覆盖 20 个城市近 200 百所高校。但是，在发展阶段中，一个不可避免的问题在于车辆数目不足导致的供给不平衡，因此需要在各个校区之间人工调度单车来动态满足各个校区之间的需求，同时还需要让盈利最大化，这就是我们要研究的问题——共享单车在封闭环境之间的调度问题。

2、问题思路

调度问题的关键在于需要动态的满足各个校区之间的需求，只有群众的满意度高，才会更有竞争力，能够吸引更多的投资者，拓展潜在的盈利来源。而不能满足于当前的车辆使用率带来的收益，让车辆尽可能的投放到人流密集的地方。

我们会将最后的收益分为两部分，即：盈利—支出，但是盈利部分会由两部分组成，一部分是直接受益，另一部分是间接受益，代表可能的融资、广告、竞争带来的潜在收益等等。

三、 问题分析

3.1 已知条件分析

1、 每辆单车的制作成本

经过查证，每辆 ofo 单车的价格会略有不同，但是经过统计单车的平均成本为 224 元

2、 车的投放数（初始投放量）

共享单车的投放计划受到诸多方面影响，比较重要的一点就是运费问题，由于紫金港，玉泉和之江校区大致是呈现一个钝角三角形的形状，考虑到紫金港的人数相对玉泉和之江的人数之和都要多，并且出于节约运费的打算，初始的投放计划考虑为，先将所有车辆搬运到紫金港，保证这个校区的满意度最高，然后再从紫金港校区往其他两个校区搬运车辆，即紫金港 $q_1 = 1000$ 辆；玉泉 $q_2 = 0$ 辆；之江 $q_3 = 0$ 辆。在运算成本最小化的同时也能保证平均满意度比较高。

3、 每个校区之间的距离

紫金港到玉泉距离 $d_1 = 7.9$ 公里；玉泉到紫金港的距离 $d_2 = 7.9$ 公里；
紫金港到之江距离 $d_3 = 18.8$ 公里；之江到紫金港的距离 $d_4 = 18.8$ 公里；
之江到玉泉距离 $d_5 = 11.9$ 公里；玉泉到之江距离 $d_6 = 11.9$ 公里；



三个校区之间的距离图

4、 各校区人数

紫金港校区包含所有新生，以及管理学院、公共管理学院、大部分理学院、建工学院和研究生，人数最多，在 1.5 万人左右；
玉泉校区以工科和部分理学院为主，人数在 7000 人左右；
之江校区以法学院为主，人数最少，人数在 2000 人左右；

5、各校区课程出勤率

对于学生而言，共享单车的使用率很明显是受到课堂出勤的影响（只考虑在学校内的使用），通过查看课程开课情况，明确可以发现周一到周四的课程安排相对较多，周五、六、日的课程较少，其中周五相对周末课程又多一些，但是具体的出勤率没有相关的数据支持，实在非常难以统计，这里对其做了简化处理，让三个校区在相同的时间段的出勤率相等（有偏差但偏差不大），便于计算和分析。

一周的课堂出勤如下：

出勤率	星期一	星期二	星期三	星期四	星期五	星期六	星期日
紫金港	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.01	0.01
玉泉	0.2	0.2	0.2	0.2	0.01	0.01	0.01
之江	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.01	0.01

3.2 目标分析

在共享单车总数是有限的情况下，为了满足多个校区的共享单车的需求需要在不同校区之间进行转运。我们排除了共享单车的数目可以实现——在多校区直接分配一定量的共享单车，并不对其进行转运这一情况。所以我们这次最初的目标就是，一定量的共享单车，在一个周期内，通过对共享单车的转运以实现盈利最大，并满足各个校区的总体需求。

首先，转运的策略需要实施，那么其必然有一个周期，我们这次将其设定为 1 个星期。所以每周各个校区的共享单车的数目重置。

然后共享单车的盈利等于获利减去成本。这里获利为两部分，第一部分为每次使用共享单车的使用费；第二部分为用户的注册费、广告费等，这些获利都与客户对共享单车品牌的口碑相关。

成本分别三部分，第一部分为运输燃油成本，这部分与转运的策略直接相关；第二部分为运输的人工成本，每天最大运输量决定了司机的人数，这部分与转运策略间接相关；第三部分为维修成本，这部分与转运策略无关，所以这是模型中的常数项。

同时，为了反映客户对共享单车品牌的口碑，我们引入了满意度的概念，即通过满意度来描述客户对共享单车品牌的口碑。口碑往往却决与服务与质量，通常情况下，这与车的质量，骑行的感觉，坏损率等有关，但此次我们仅从人们在某一地点能够获得共享单车的概率来间接反映使用者对共享单车的满意程度。

四、变量和常数说明

4.1 自变量和常数

1. 紫金港 $P_1 = 15000$ 玉泉 $P_2 = 6686$ 之江 $P_3 = 384$ （人次）
2. 紫金港到玉泉距离 $d_1 = 7.9$ 公里；玉泉到紫金港的距离 $d_2 = 7.9$ 公里；
紫金港到之江距离 $d_3 = 18.8$ 公里；之江到紫金港的距离 $d_4 = 18.8$ 公里；
之江到玉泉距离 $d_5 = 11.9$ 公里；玉泉到之江距离 $d_6 = 11.9$ 公里；
3. 各校区课程量一周的课堂出勤：

	星期一 /节	星期二 /节	星期三 /节	星期四 /节	星期五 /节
紫金港	6.375	6.25	5.75	7.5	4.125
玉泉	5.75	7	7	6	1.5
之江	5.5	5.75	7.5	6	3

据此估计出实际需求量：

α_{ij}	1	2	3	4	5	6	7
1	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.01	0.01
2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.01	0.01	0.01
3	0.2	0.2	0.2	0.2	0.1	0.01	0.01

将需求系数分为三个等级，课多时需求系数为 0.2，表示有 20%的人要用车；
课程较多时需求系数为 0.1，表示有 10%的人要用车；课少时需求系数为 0.01，
表示有 1%的人要用车。

4. 单车本身的盈利系数 $K_1 = 1$ ，满意度带来的其他盈利的系数 $K_2 = 1000$ （元）
5. 每公里所需的燃油成本 $C_{oil} = 2.646$ 元/km
运输车辆本身的开支 $C_{car} = 1000$ 元
维修成本 $C_m = 4560$

4.2 变量说明

- 1) X_{ij} ：第 i 天共享单车校区之间转运的数量

紫金港→玉泉： X_{i1} 玉泉→紫金港： X_{i2}
紫金港→之江： X_{i3} 之江→紫金港： X_{i4}
玉泉→之江： X_{i5} 之江→玉泉： X_{i6}

$(1 \leq i \leq 7)$

2) Y_{ij} : 第 i 天某校区的共享单车数目

紫金港 Y_{i1} 玉泉 Y_{i2} 之江 Y_{i3}

3) P_j : 某校区的总人数

紫金港 P_1 玉泉 P_2 之江 P_3

4) α_{ij} : 第 i 天某校区共享单车的需求系数

紫金港 α_{i1} 玉泉 α_{i2} 之江 α_{i3}

5) d_j : 某两校区之间的距离

紫金港到玉泉距离 d_1 ; 玉泉到紫金港的距离 d_2 ;
紫金港到之江距离 d_3 ; 之江到紫金港的距离 d_4 ;
之江到玉泉距离 d_5 ; 玉泉到之江距离 d_6 ;

6) λ_{ij} : 第 i 天某校区的满意度

紫金港 α_{i1} 玉泉 α_{i2} 之江 α_{i3}

7) C : 完成一周所需的成本

运输费用 C_f : 每公里所需的燃油成本 C_{oil}

固定成本 C_s : 运输车辆本身的开支 C_{car}

维修成本 C_m

8) H : 完成一周的盈利

共享单车使用收益 H_1 , 附加收益 H_2 ;

单车本身的盈利系数 K_1 , 满意度带来的其他盈利的系数 K_2

五、模型构成

5.1 满意度

满意度本身含义为客户对共享单车的总体评价。通常情况下,这与车的质量,骑行的感觉,坏损率等有关,但此次我们仅从人们在某一地点能够获得共享单车

的概率来间接反映使用者对共享单车的满意程度。

将每天平均课程数作为影响因子，估算出当天学生对共享单车的需求系数 α_{ij} 。

通过公式对每天的满意度进行计算，将 7 天满意度求和后求平均就变成了该校区的一周满意度。计算过程如下：

J 为校区，i 为第几天：

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{\alpha_{ij}P_j} \sum_{n=0}^{Y_{ij}} \frac{Y_{ij} - n}{\alpha_{ij}P_j - n} (i = 1 \dots 7, j = 1 \dots 3)$$

即每个人能找到车概率除以总的用车需求人数作为一天的平均满意度
计算公式太繁杂，近似取

$$\lambda_{ij} = \frac{Y_{ij}}{\alpha_{ij}P_j} (i = 1 \dots 7, j = 1 \dots 3)$$

满意度在车数小于人数的情况下含义为第一个人能找到车的概率，对于车数大于需求人数的情况，满意度大于一，意味着同学十分满意车辆的数目，能够轻易找到车。

根据实际情况考虑，车的数量必定小于需求人数，所以 λ_{ij} 应该小于 1，但由于近似后的值大于原来的等式，因此对其开方作为满意度的最终值，即

$$\lambda_{ij} = \sqrt{\frac{Y_{ij}}{\alpha_{ij}P_j}} (i = 1 \dots 7, j = 1 \dots 3)$$

所以某校区每周的满意度：

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^7 \lambda_{ij} = \frac{Y_{ij}}{\alpha_{ij}P_j} (j = 1 \dots 3)$$

由于本身满意度是我们参考的一个条件，并且满意度的大小会影响人们对共享单车的使用率和注册率，因此满意度对于共享单车侵占市场的意义很大，这是共享单车本身盈利的一大部分。因此满意度只需要反映共享单车的数量对其市场占有率的影响即可。

5.2 盈利

共享单车的盈利，一部分是使用共享单车时产生的费用，这一部分很显然也很好计算；另一部分则来源用户注册时缴纳的押金和预付款，以及在 APP 和车身上做广告创造的利润，这部分盈利则较难量化。

之前所介绍的满意度的概念正是为了较好的表达盈利多少，因为单车是按照行驶距离来收费，而且校园内行驶距离一般来说是差不多的，所以直接来说，单车本身带来的盈利取决于单车的行驶里程或者说使用次数。但是这一数据受投放单车数量的影响，换个角度来分析，满意度体现了满足单车使用需求的程度，那么满意度与需求的乘积应该能体现单车的使用情况，即体现单车本身的盈利。

所以总的来说，满意度越高，可想而知共享单车被车使用得越多，则其带来的盈利也就越多；另一方面，满意度越高，可以合理地推论共享单车的用户越多，那么押金、广告等创造的利润也就越多。为简单起见，我们假设满意度与盈利乃是线性关系，设置两部分的盈利系数，则可以用满意度来计算盈利。

关于单车本身的盈利系数，为方便计算，令其等于 1，则下面需要确定押金广告等与之相匹配的盈利系数，这需要极多的数据。我们询问了 ofo 工作人员并实验了计算过程，确定第二部分的盈利系数设为 1000 比较理想。

(1) 单车收益： $K_1 P_j \alpha_{ij} \exp(10 * \alpha_{ij})$

K_1 为单车本身的盈利系数，令 $K_1 = 1$ ；

$\exp(10 * \alpha_{ij})$ 为使用系数，形容自行车的使用率；

(2) 附带收益： $K_2 \lambda$

K_2 为意度带来的其他因素的盈利系数，令 $K_2 = 1000$

λ_{ij} 为满意度，具体参见满意度计算公式

(3) 盈利

某天某校区的盈利：

$$H_{ij} = K_1 \lambda_{ij} Y_{ij}$$

某校区的盈利：

$$H_j = \sum_{i=1}^7 H_{ij} \quad (j = 1 \dots 3)$$

总盈利：

$$H = K_2 \lambda + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^7 H_{ij} = K_2 \lambda + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^7 (K_1 \lambda_{ij} Y_{ij}) = 1000 \times \lambda + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^7 (10 \times \lambda_{ij} Y_{ij})$$

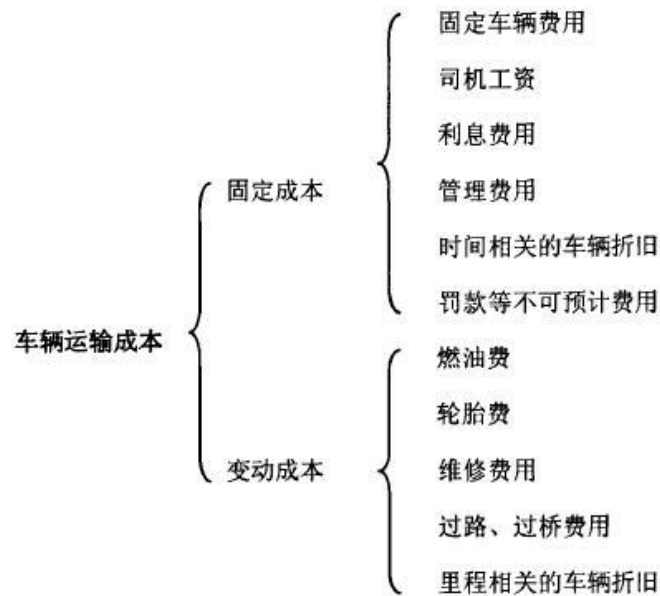
5.3 成本

1、函数组成：

运输费用：运输车辆在运输生产中所产生的各项人工、消耗、油费等费用，一般是受运输距离影响，为可变费用，用 C_f 表示。运输距离的远近是最直接影响运输成本的因素，运输距离越长、汽车运输的燃料费、汽车的维修保养费用和相关人员的补贴费等的花费也越大；变动成本中，轮胎费、维修费、里程相关的车辆折旧等对整个货运行业来讲短时间内的变动不大，这里的这些成本不计入运营共享单车中去。而近年燃油价格波动强烈且持续走高，燃油费成为比重最大的运输成本项，为成本测算带来较多的变数。

管理费用：企业为管理和组织车辆运输生产所发生的各项业务费，一般为固定费用，用 C_s 表示。固定成本不随车辆周转量的变化而变化，计算和修正相对简单，数据可取自相关收费标准和现场调查。

维护费用：含在运输费用之中，但我们为了简化单独分出。



车辆运输成本结构图

2、车辆运输成本模型建立：

根据2017年杭州地区的车辆运输特征，可以建立车辆运输成本模型，具体建模过程如下：

(1) 运输费用， C_f 计算公式：

$$C_f = [a l_1 + (1-a) l_2] * P_f$$

l_1, l_2 分别为空载 / 装载行驶时单位里程燃料消耗量，分别为0.34升/公里（空载），0.42升/公里（满载）； a 为车辆空驶率，即空闲行驶路程/全部路程； P_f 为每升燃料价格，杭州93号汽油价格为6.3元/升；

(2) 管理费用

司机工资为4000元/月，保险500元/年/每辆车；换算为每辆车司机一周费用为：1000元，保险费为：1.36元

(3) 维护费用

$$C_m = Y_{\text{总}} \times b \times C_{mp}$$

L_i 为某校区的总车辆数， b_i 为某校区的车辆故障率， C_{mp} 为平均一辆车上的维修费用，/元

(4) 运输总成本

以上各项成本加和可达到车辆运输总成本 C ：

$$C = C_s + C_f + C_m$$

3、具体模型计算：

(1) 固定成本：

X_{ij} ($i = 1, 2, 3, \dots, 7; j = 1, \dots, 6$) 为每天某校区运进（出）的单车数量，每辆运货卡车最多能运输80辆共享单车，两者相除后取整加一，即得到所需的运货卡车数量：

$$m_{ij} = \left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1; (i = 1, 2, 3, \dots, 7; j = 1, \dots, 6)$$

那么固定成本即为所需的卡车数乘以一辆运货卡车的固定费用（1000+1.36）：

$$C_s = m_{ij} * (1000 + 1.36) = \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^6 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] \times 1001$$

(2) 运输成本：

单量车单程运输成本为每公里耗油量 a 乘以每升柴油价格 P_f 乘以运输距离 d_j /公里，即

$$C_{fpj} = a \times d_j \times P_f = 0.42 \times 6.3 \times d_j (j = 0, \dots, 6)$$

那么总的运输成本即为单量车单程运输成本乘以一共需要的车辆数，即为

$$C_f = \sum_{j=1}^6 C_{fpj} \sum_{i=1}^7 m_{ij} = \sum_{j=1}^6 0.42 \times 6.3 \times d_j \sum_{i=1}^7 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right]$$

(3) 维修成本：

共享单车的平均维修费用为定值 20 元/辆，另一方面各个校区的共享单车的故障率理应不同，但无法查找校区间车辆的故障率，因此将所有校区间单车故障率设为定值 0.3，便于计算。则维修成本如下：

$$C_m = Y_{\text{总}} \times b \times C_{mp} = 760 \times 0.3 \times 20 = 4560$$

(4) 总成本：

总成本即为所有成本累加之和，带入式子得到如下结果：

$$C = C_s + C_f + C_m$$

$$C = \sum_{j=1}^6 0.42 \times 6.3 \times d_j \sum_{i=1}^7 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] + \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^6 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] \times 4500 + 4560$$

5.4 非线性规划模型

$$\max Q = H - C$$

$$= 1000 \times \lambda + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^7 (10 \times \lambda_{ij} Y_{ij}) - \sum_{j=1}^6 0.42 \times 6.3 \times d_j \sum_{i=1}^7 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] \\ - \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^6 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] \times 1001 - 4560$$

s.t.

$$Y_{(i+1)1} = Y_{i1} + X_{i2} + X_{i4} - X_{i1} - X_{i3} (i = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{(i+1)2} = Y_{i2} + X_{i1} + X_{i6} - X_{i2} - X_{i5} (i = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{(i+1)3} = Y_{i3} + X_{i3} + X_{i5} - X_{i4} - X_{i6} (i = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{ij} \geq 0 (i = 1, \dots, 7, j = 1, \dots, 6)$$

$$\lambda_j = \sum_{i=1}^7 \lambda_{ij} \geq 1 (j = 1, 2, 3)$$

$$X_{ij} \geq 0 (i = 1, \dots, 7, j = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{(i+7)j} = Y_{ij} \quad (\text{每个周期开始时情况相同})$$

5.5 目标规划模型

从原模型可以发现，利益最大时，三个校区满意度的一周和相差比较大。但为了从满意度考虑，三个校区满意度差不多是为了市场占有均匀，而不是仅仅侧重在人数较大的紫金港或者玉泉。所以我们现在为了均衡利益和满意度，将模型改成目标规划。

两个目标分别为：

1. 各校区满意度的关系：紫金港 \geq 玉泉 \geq 之江
2. 纯利润应尽可能达到或者超过原利润

模型：

$$\min Z = P_1(d_1^- + d_2^-) + P_2(d_3^-)$$

这里 P_1 取 5000， $P_2=1$

s.t.

$$1000 \times \lambda + \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^7 (10 \times \lambda_{ij} Y_{ij}) - \sum_{j=1}^6 0.42 \times 6.3 \times d_j \sum_{i=1}^7 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] \\ - \sum_{i=1}^7 \sum_{j=1}^6 \left[\left(\left\lceil \frac{X_{ij}}{80} \right\rceil \right) + 1 \right] \times 1001 - 4560 + d_3^- - d_3^+ = 98250$$

$$Y_{(i+1) \ 1} = Y_{i1} + X_{i2} + X_{i4} - X_{i1} - X_{i3} (i = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{(i+1) \ 2} = Y_{i2} + X_{i1} + X_{i6} - X_{i2} - X_{i5} (i = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{(i+1) \ 3} = Y_{i3} + X_{i3} + X_{i5} - X_{i4} - X_{i6} (i = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{ij} \geq 0 (i = 1, \dots, 7, j = 1, \dots, 6)$$

$$\lambda_1 - \lambda_2 - d_1^+ + d_1^- = 0$$

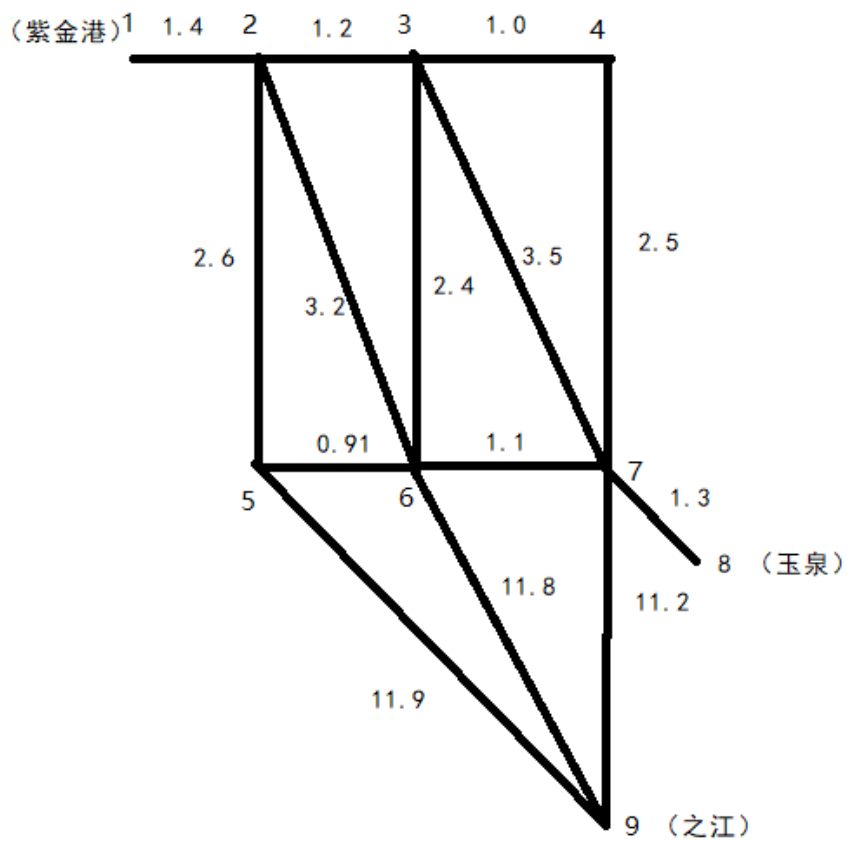
$$\lambda_2 - \lambda_3 - d_2^+ + d_2^- = 0$$

$$X_{ij} \geq 0 (i = 1, \dots, 7, j = 1, \dots, 6)$$

$$Y_{(i+7)j} = Y_{ij}$$

5.6 优化路径模型

由杭州市地图得到三个校区的简化地图：



三个校区间的简化地图

其中，1、8、9 分别代表紫金港、玉泉、之江校区，各个路线的权值由各个点之间的距离确定。

可以用 dijkstra 算法来求解最小路径。

六、 程序

七、 模型求解和结果分析

7.1 非线性规划模型结果和分析

Lingo 运行结果如下：

X(1, 1)	225.0000		
X(1, 2)	0.000000		
X(1, 3)	79.00000		
X(1, 4)	0.000000		
X(1, 5)	0.000000		
X(1, 6)	0.000000		
X(2, 1)	0.000000		
X(2, 2)	206.0000		
X(2, 3)	0.000000		
X(2, 4)	79.00000		
X(2, 5)	0.000000		
X(2, 6)	0.000000		
X(3, 1)	112.0000		
X(3, 2)	0.000000		
X(3, 3)	286.0000		
X(3, 4)	1.000000		
X(3, 5)	1.000000		
X(3, 6)	147.0000		
X(4, 1)	0.000000		
X(4, 2)	0.000000		
X(4, 3)	1.000000		
X(4, 4)	47.00000	Y(1, 1)	1000.000
X(4, 5)	0.000000	Y(1, 2)	0.000000
X(4, 6)	79.00000	Y(1, 3)	0.000000
X(5, 1)	9.000000	Y(2, 1)	696.0000
X(5, 2)	0.000000	Y(2, 2)	225.0000
X(5, 3)	0.000000	Y(2, 3)	79.00000
X(5, 4)	4.000000	Y(3, 1)	981.0000
X(5, 5)	13.00000	Y(3, 2)	19.00000
X(5, 6)	7.000000	Y(3, 3)	0.000000
X(6, 1)	318.0000	Y(4, 1)	584.0000
X(6, 2)	0.000000	Y(4, 2)	277.0000
X(6, 3)	21.00000	Y(4, 3)	139.0000
X(6, 4)	0.000000	Y(5, 1)	630.0000
X(6, 5)	0.000000	Y(5, 2)	356.0000
X(6, 6)	1.000000	Y(5, 3)	14.00000
X(7, 1)	0.000000	Y(6, 1)	625.0000
X(7, 2)	678.0000	Y(6, 2)	359.0000
X(7, 3)	0.000000	Y(6, 3)	16.00000
X(7, 4)	36.00000	Y(7, 1)	286.0000
X(7, 5)	0.000000	Y(7, 2)	678.0000
X(7, 6)	0.000000	Y(7, 3)	36.00000

最大利润为：78952

运输方案为：

第一天：紫金港→玉泉 225 辆，紫金港→之江 79 辆；
第二天：玉泉→紫金港 206 辆；之江→紫金港 79 辆；
第三天：紫金港→玉泉 112 辆；紫金港→之江 286 辆；之江→玉泉 147 辆；
第四天：之江→紫金港 47 辆；之江→玉泉 79 辆；
第五天：紫金港→玉泉 9 辆；之江→紫金港 4 辆；玉泉→之江 6 辆；
第六天：紫金港→玉泉 318 辆；紫金港→之江 21 辆；
第七天：玉泉→紫金港 678 辆；之江→紫金港 36 辆；

每个校区每天剩余的车数：

	1	2	3	4	5	6	7
紫金港	1000	696	981	584	630	625	286
玉泉	0	225	19	277	356	359	687
之江	0	79	0	139	14	16	36

7.2 目标规划模型结果和分析

```

Feasible solution found.
Objective value:                8256.792
Objective bound:                0.000000
Infeasibilities:               2.457959
Extended solver steps:          186
Total solver iterations:        321627

```

Variable	Value
P(1)	15000.00
P(2)	7000.000
P(3)	2000.000
Q(1)	1000.000
Q(2)	0.000000
Q(3)	0.000000
D1(1)	0.000000
D1(2)	1.651358
D1(3)	0.000000
D2(1)	0.000000
D2(2)	0.000000
D2(3)	2599.382
M(1)	5.618020
M(2)	5.618020
M(3)	7.269378

发现了利润比原来利润高了 2600 元，但各校区之间的满意度还是有所差距，紫金港等于玉泉，之江的一周满意度高了一点儿。与前面的方案相比，拿去了满意度一周平均需要大于 0.8 的条件，发现了紫金港和玉泉的周满意度都比原模型下降，但满意度变得接近了，同时满意度下降带来的好处就是盈利的上升。

7.3 优化路径模型结果和分析

Matlab运行结果为：

```
ans =  
  
0    1.4000    2.6000    3.6000    4.0000    4.6000    5.7000    7.0000    15.9000
```

```
index1 =  
  
1    2    3    4    5    6    7    8    9
```

```
index2 =  
  
1    1    2    3    2    2    6    7    5
```

从结果可以得到，紫金港到之江的最短距离为15.9km;紫金港到玉泉的最短距离为7km; 玉泉到之江的最短距离为12.5km。

带入到原模型进行计算，得到的结果为：

```
Objective value:           80388.67  
Objective bound:           80388.67  
Infeasibilities:          0.1640657E-07  
Extended solver steps:           58  
Total solver iterations:    54379
```


		X(1, 1)	40.000000
		X(1, 2)	0.000000
		X(1, 3)	63.000000
		X(1, 4)	0.000000
		X(1, 5)	1.000000
		X(1, 6)	0.000000
		X(2, 1)	0.000000
		X(2, 2)	0.000000
		X(2, 3)	206.0000
		X(2, 4)	0.000000
		X(2, 5)	0.000000
		X(2, 6)	0.000000
		X(3, 1)	0.000000
		X(3, 2)	0.000000
		X(3, 3)	80.000000
		X(3, 4)	0.000000
		X(3, 5)	2.000000
		X(3, 6)	0.000000
		X(4, 1)	159.0000
		X(4, 2)	0.000000
		X(4, 3)	0.000000
		X(4, 4)	0.000000
		X(4, 5)	1.000000
		X(4, 6)	0.000000
		X(5, 1)	56.000000
		X(5, 2)	0.000000
		X(5, 3)	37.000000
		X(5, 4)	0.000000
		X(5, 5)	0.000000
		X(5, 6)	0.000000
		X(6, 1)	355.0000
		X(6, 2)	0.000000
		X(6, 3)	4.000000
		X(6, 4)	0.000000
		X(6, 5)	0.000000
		X(6, 6)	0.000000
		X(7, 1)	0.000000
		X(7, 2)	606.0000
		X(7, 3)	0.000000
		X(7, 4)	394.0000
		X(7, 5)	0.000000
		X(7, 6)	0.000000
Y(1, 1)	1000.000		
Y(1, 2)	0.000000		
Y(1, 3)	0.000000		
Y(2, 1)	897.0000		
Y(2, 2)	39.00000		
Y(2, 3)	64.00000		
Y(3, 1)	691.0000		
Y(3, 2)	39.00000		
Y(3, 3)	270.0000		
Y(4, 1)	611.0000		
Y(4, 2)	37.00000		
Y(4, 3)	352.0000		
Y(5, 1)	452.0000		
Y(5, 2)	195.0000		
Y(5, 3)	353.0000		
Y(6, 1)	359.0000		
Y(6, 2)	251.0000		
Y(6, 3)	390.0000		
Y(7, 1)	0.000000		
Y(7, 2)	606.0000		
Y(7, 3)	394.0000		

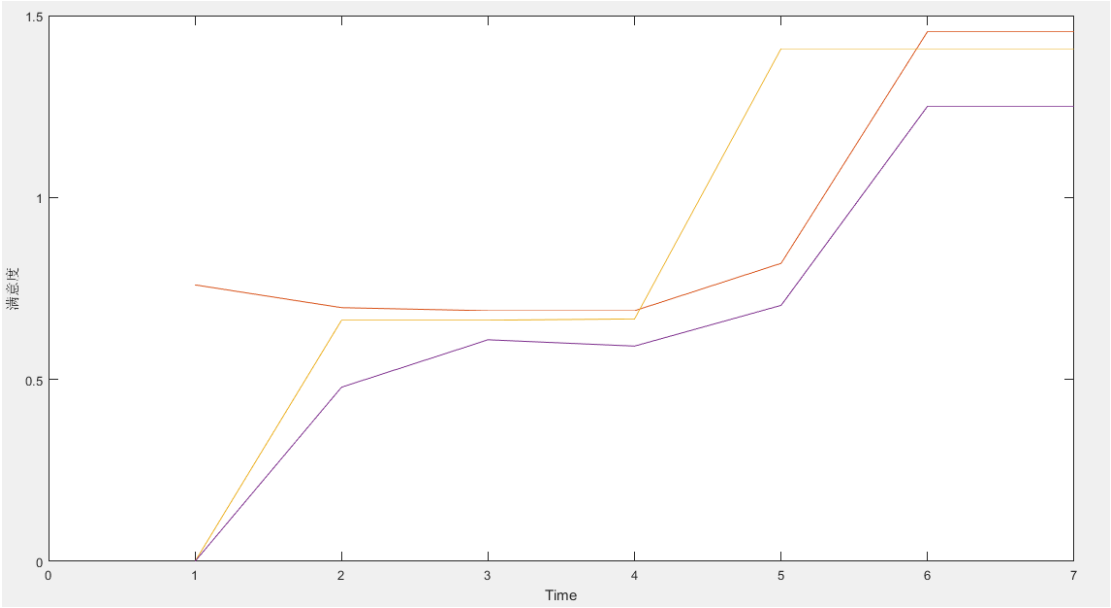
因此最终得到的方案为：

	1	2	3	4	5	6	7
紫金港	1000	897	691	611	452	359	0
玉泉	0	39	39	37	195	251	606
之江	0	64	270	352	353	390	394

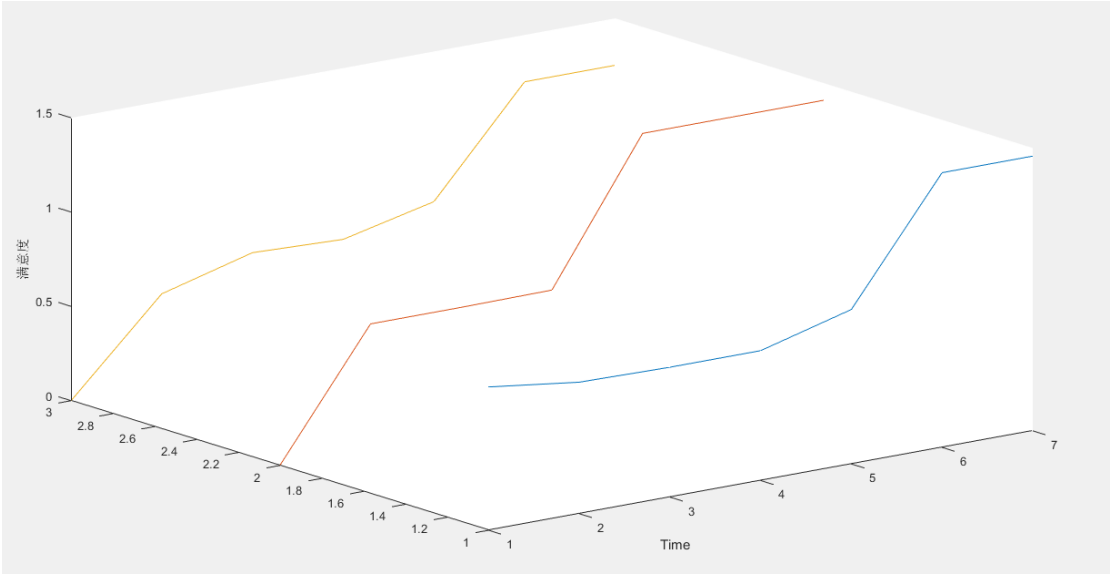
分析：方案的总利润为80368元较原来78952元上升了1416元，其方案也发生了一些变化，说明优化是比较成功的。

7.4 非线性规划中各个变量变化比较以及分析

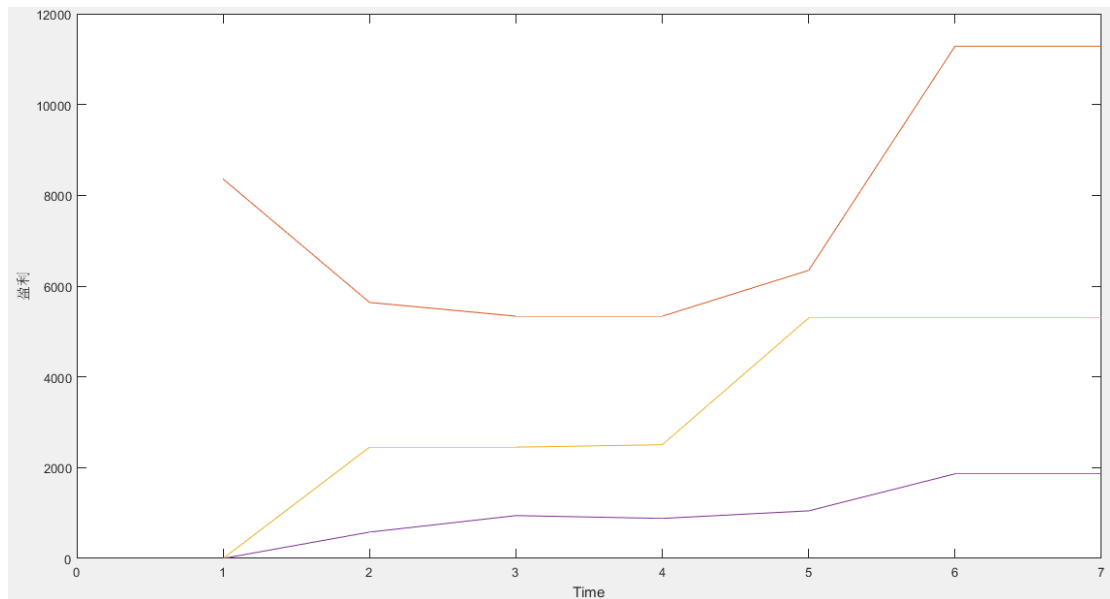
由 MATLAB 得到图像并对其进行分析：



一周内三个校区满意度随时间变化的图像



这张图代表在一个周期内（一个星期），满意度的变化情况。
不同颜色的曲线代表不同校区，横坐标表示离散化的时间，纵坐标表示满意度。
可以看出，最后的结果已经稳定，且都稳在一个较高的范围之内，这说明在我们的假设下，如果不发生意外，其实结果是稳定的，不需要再进行频繁的调度。



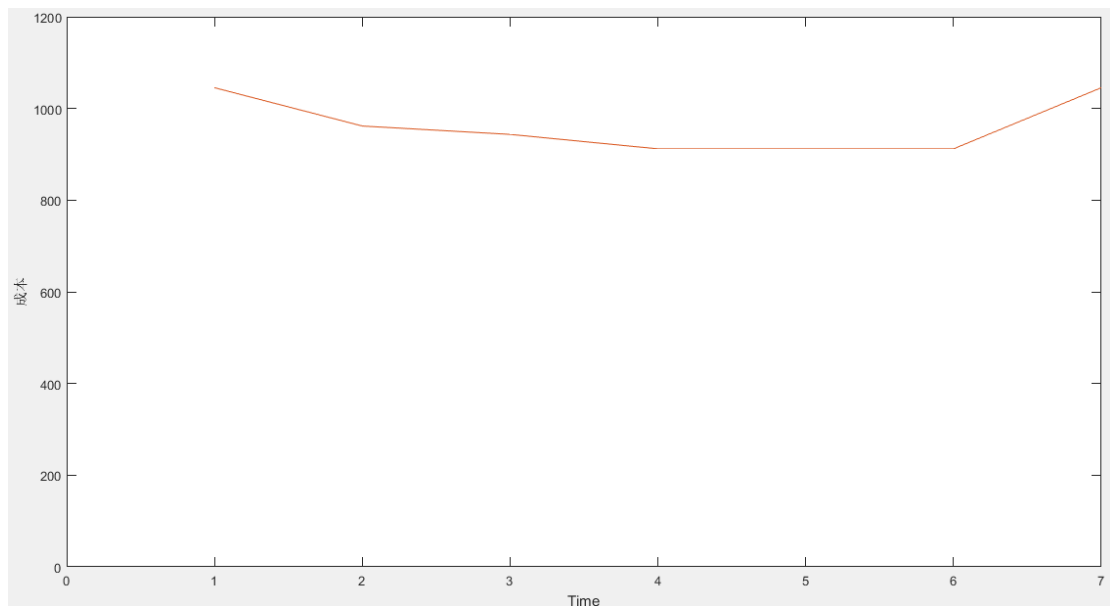
一周内三个校区盈利关于时间变化的图像

横坐标——离散的时间

纵坐标——盈利

不同颜色的曲线表示不同校区

各个校区的人数和各个校区的收益基本是线性的，这符合我们的预期，之所以不是完全线性的，是因为我们引入了满意度的要求。

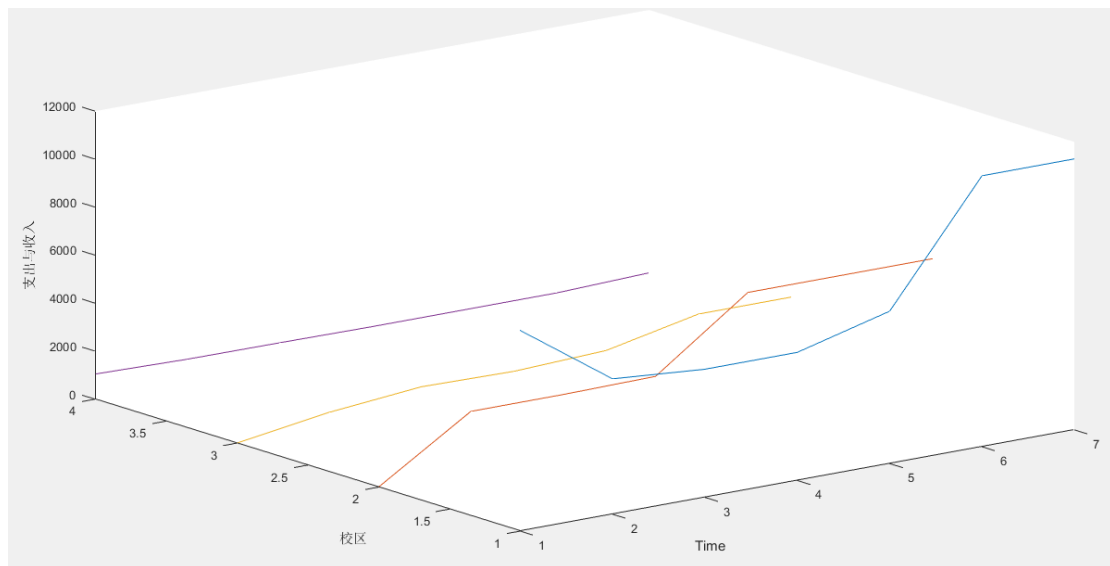


一周内三个校区的成本关于时间变化的图像

横坐标——离散的时间

纵坐标——成本

成本是综合的，不区分校区。从结果来看，在一开始的时候，由于需要大量的调度，我们要产生最大的运输成本，但即使是后期没有大量调度的时候，成本仍然比较高，这是由于司机的工资、车辆成本、单车损耗维护产生的，属于固定成本，且这部分占了很大的比重。



一周内三个校区的支出与收益的三维图

X——离散时间

Y——不同校区，其中第四条线（紫线）表示成本

Z——支出或收入的绝对值，单位/元

从图中可以看出，成本相对收益而言，只占了很小的部分，这说明共享单车可以更加广泛的投入到校园之中，以取得更大的收益。

7.5 校区个数改变以及共享单车车数改变对利润影响分析

两个校区 lingo 运行结果：

1、车数 900 利润 106326

```
Local optimal solution found.
Objective value:                106326.7
Objective bound:                106326.7
Infeasibilities:                0.1693586E-08
Extended solver steps:          6
Total solver iterations:        3184
```

2、车数 1000 利润 110416

```
Local optimal solution found.
Objective value:                110416.1
Objective bound:                110416.1
Infeasibilities:                0.000000
Extended solver steps:          0
Total solver iterations:        74
```

3、车数 2000 利润 110595

Local optimal solution found.	
Objective value:	110595.7
Objective bound:	110595.7
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	2
Total solver iterations:	939

三个校区 lingo 运行结果:

1、车数 900 利润 106326

Local optimal solution found.	
Objective value:	106326.7
Objective bound:	106326.7
Infeasibilities:	0.1693586E-08
Extended solver steps:	6
Total solver iterations:	3184

2、车数 2000 利润 52286

Local optimal solution found.	
Objective value:	52286.77
Objective bound:	52286.77
Infeasibilities:	0.4587548E-09
Extended solver steps:	17
Total solver iterations:	13518

3、车数 1500 利润 64101

Local optimal solution found.	
Objective value:	64101.44
Objective bound:	64101.44
Infeasibilities:	0.000000
Extended solver steps:	2
Total solver iterations:	1458

4、车数 1000 利润 79459

Local optimal solution found.	
Objective value:	79459.23
Objective bound:	79459.23
Infeasibilities:	0.8881784E-15
Extended solver steps:	44
Total solver iterations:	36936

四个校区 lingo 运行结果:

1、车数 1167 利润 49895

```

Local optimal solution found.
Objective value:                49895.30
Objective bound:                49895.30
Infeasibilities:                0.5314860E-11
Extended solver steps:          131
Total solver iterations:        106910

```

此时，共享单车数量为 1167，利润 49895。

2、车数 2000 利润 79450

```

Local optimal solution found.
Objective value:                79450.33
Objective bound:                79450.33
Infeasibilities:                0.5107026E-14
Extended solver steps:          118
Total solver iterations:        163997

```

3、车数 500，利润 70331

Iterations: 27638		Nonzeros	
Extended Solver Status		total:	508
Solver	B-and-B	nonlinear:	108
Best	70331.5	Generator Memory Used (K)	
Obj Bound:	70331.5	55	
Steps:	28	Elapsed Runtime (hh:mm:ss)	
Active:	0	00:00:56	

4、车数 800，利润 72556

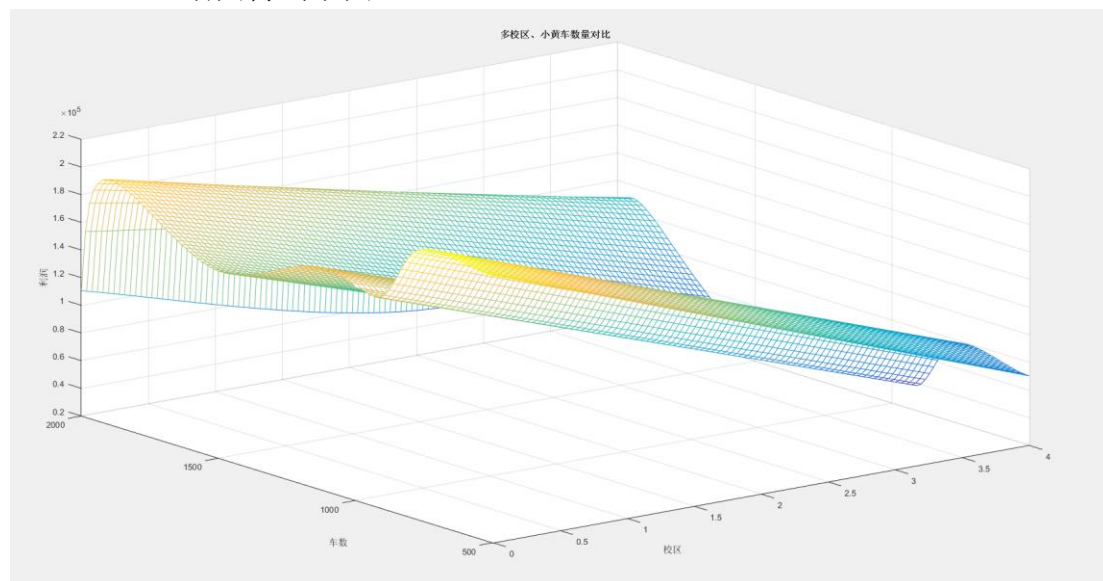
```

Local optimal solution found.
Objective value:                72556.35
Objective bound:                72556.35
Infeasibilities:                0.1776357E-14
Extended solver steps:          545
Total solver iterations:        541993

```

校区数	2 个校区			3 个校区			
组数	1	2	3	1	2	3	4
车辆数/辆	900	1000	2000	900	1000	1500	2000
利润/元	106326	110416	110595	106326	79459	64101	52286
校区数	4 个校区						
组数	1	2	3	4			
车辆数/辆	1167	2000	500	800			
利润/元	49895	79450	70331	72556			

通过 matlab 绘图得到下图：



共享单车数量、校区数与盈利的三维图像

X——校区数量

Y——共享单车数量

Z——盈利，单位/元

可以看到，当校区增加的时候，利润呈一个下降的趋势，也就是说，校区增多，虽然使用的人数增多了，可是每个校区满意度要达到一定值的这个条件更为苛刻，从而导致运输的次数增多，运输成本增加的更多，因此总的利润下降了。

当共享单车数量增加的时候，盈利呈一个震荡的趋势，也就是说，共享单车增加，但是共享单车的保养费增加了，需要搬运的共享单车数目也增多了，总的共享单车被使用的次数也比原来多，因此，三者之间相互作用导致了利润的震荡。可以看到，当共享单车数目维持在 900 左右的时候，不管有多少校区，利润都较大。

八、模型不足之处分析

我们的模型有以下几点不足：

- (1) 模型中的盈利部分，由于共享单车除用户直接使用车所缴的费用之外的利润是难以计算的，事实上共享单车的盈利模式都仍未明了，目前各大共享单车公司还在吸收投资、不断举行免费活动，我们也并不知晓这些公司的详细收支情况，所以关于广告、押金沉淀收入这部分的计算是大致估计的，难以判断准不准确。
- (2) 所讨论的是浙大各大校区的共享单车调度问题，但事实上校区与校区外也有共享单车的流动，为了计算简单我们并未考虑这一因素。事实上我们原本想对整个城市，至少是某一地区（例如西湖区）进行调度，但是这样需要的数据就太多了，我们最终才简化成目前的问题。
- (3) 对于各校区对共享单车的需求，模型中是以校区人数和课程数量来表征的，

这也是有欠缺的，比如各校区自有自行车的学生比例这一关键因素就未加入考虑，这也是因为数据收集的工作量过大。

- (4) 各校区中不只是有单一品牌的共享单车，还有其他品牌的共享单车来进行竞争，因此实际调度可能中还要考虑相互之间的竞争。

关于这几处缺点，实际上有一定的共性，基本都是因为要素考虑不全使得模型不太准确，如果要进行改善的话，只需要进一步收集数据加入模型中应该就能使模型有所改进。

九、心得总结

为解决共享单车校区间调度问题，采用了整数规划、目标规划、路径规划为企业设计了一个运输方案。我们综合考虑了共享单车的成本、利润等多种因素，建立了一个针对该问题的模型，然后用 lingo 和 MATLAB 编程来具体求解。由于时间精力有限，我们在建立模型时对条件进行了许多简化，所以我们的模型结果可能不太准确，但如果能获得需要的那些数据我们也有信心使结果更符合实际，因为我们的模型整体还是合理的。整个过程中我们运用了运筹学的多种知识技能，帮助我们对运筹学有了深入实际的认识，对我们的学习有深刻的意义。

十、参考文献

- [1] 《运筹学》教材编写组. 运筹学[M]. 北京:清华大学出版社, 2005
- [2] 共享单车的盈利模式分析 网络文章
- [3] 共享单车市场调研与分析 李敏莲 《财经界》 2010
- [4] 陈汝栋, 于延荣. 数学模型与数学建模[M]. 国防工业出版社, 2009.
- [5] 迪杰斯特拉算法的改进与实现 李萍
- [6] 非线性规划建模与 LINGO 软件的编程应用 桑杨阳
- [7] 汽车运输成本研究 张延铎 《中国集体经济》 四川财经职业学院 2009
- [8] 公路超载运输成本、机理及管理策略研究 徐家兵 博士学位论文 东南大学 2008

十一、分工

	成本模型构建，报告部分：已知条件分析，成本模型；ppt，上台展示，小组分工，大报告整合（副）
	非线性规划程序编写；不同校区不同车辆数程序编写；dijkstra 程序编写；第一次文档（基础模型）整合（主）；大报告整理（主）；
	满意度模型构建，目标函数模型程序编写，报告部分：变量说明，自变量与部分常数，目标分析，满意度模型；

	报告部分：摘要，问题背景，问题分析；最终目标关于车辆数，校区数的相关图像做图，第一次文档（基础模型）整合（副）
	盈利模型的构建和报告拟写，报告部分：封面，目录，参考文献，总结；大报告整合（副）

十二、 小组展示