



数字图像处理与机器视觉 实验报告

作业名称 _____ HW2

姓 名 _____ 杨逍宇

学 号 _____ 3220105453

电子邮箱 _____ 3220105453@zju.edu.cn

联系电话 _____ 13518290755

导 师 _____ 蔡声泽/曹雨齐/姜伟



2025 年 3 月 24 日

1 已实现的功能简述及运行简要说明

1.1 已实现的功能简述:

- (1). `ft.cpp`, `filter.cpp` 分别实现了要求中的图像 A, B 的处理和自行选择图像进行空间域和频域的滤波。
- (2). 运行相关的可执行文件, 会显示中间运行过程中的图像, 并将中间过程文件保存在 `assets` 文件夹中。

项目目录树如下:

```
/
├── assets 中间过程文件
├── src
│   ├── ft.cpp 傅里叶相关问题
│   └── filter.cpp 滤波处理
├── build
│   ├── ft.exe 对应的可执行文件
│   └── filter.exe 对应的可执行文件
├── docs
│   └── 实验报告 HW2.pdf problem1 实验报告
├── CMakeLists.txt
└── README.md
```

2 开发与运行环境

本实验使用的软件和工具如下:

- 开发环境: Visual Studio Code on Ubuntu22.04
- 编程语言: C++
- 库: OpenCV 4.7.0
- 构建工具: CMake

3 算法基本思路

3.1 傅里叶变换与频域处理

(1). 傅里叶变换实现:

$$F(u, v) = \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-j2\pi(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N})} \quad (1)$$

- 图像边界扩展至最优 DFT 尺寸: $M = 2^{\lceil \log_2(H) \rceil}$
- 构建复数矩阵: $\text{complexImg} = \text{Re} + j\text{Im}$
- 频移操作: $\mathcal{F}^{-1}(F(u, v)(-1)^{x+y})$

(2). 频域特征分析:

- 幅度谱计算: $|F(u, v)| = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2}$
- 相位谱计算: $\phi(u, v) = \arctan(\text{Im}/\text{Re})$
- 对数变换增强显示: $\log(1 + |F(u, v)|)$

(3). 频域混合重建:

$$f_{AB} = \mathcal{F}^{-1}\{|F_A| \cdot e^{j\phi_B}\} \quad (2)$$

- 极坐标形式合成频谱: $F_{mix} = \text{mag}_A \cdot (\cos \phi_B + j \sin \phi_B)$
- 逆变换后截取实部并进行归一化

(4). 频域滤波器设计:

- 高斯低通: $H_{GLPF}(u, v) = e^{-D^2(u, v)/(2D_0^2)}$
- 理想高通: $H_{IHPF}(u, v) = \begin{cases} 0 & D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & D(u, v) > D_0 \end{cases}$
- 频域卷积定理实现: $G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v)$

3.2 空域/频域滤波对比

- 计算复杂度:
 - 空域高斯滤波: $O(MNk^2)$ (k 为核尺寸)
 - 频域滤波: $O(MN \log MN)$

• 特性对比：

特性	空域高斯	频域高斯
边界处理	截断效应	周期延拓
精度控制	离散近似	连续函数
并行优化	局部计算	全局变换

4 实验结果及分析

4.1 傅里叶变换频谱分析

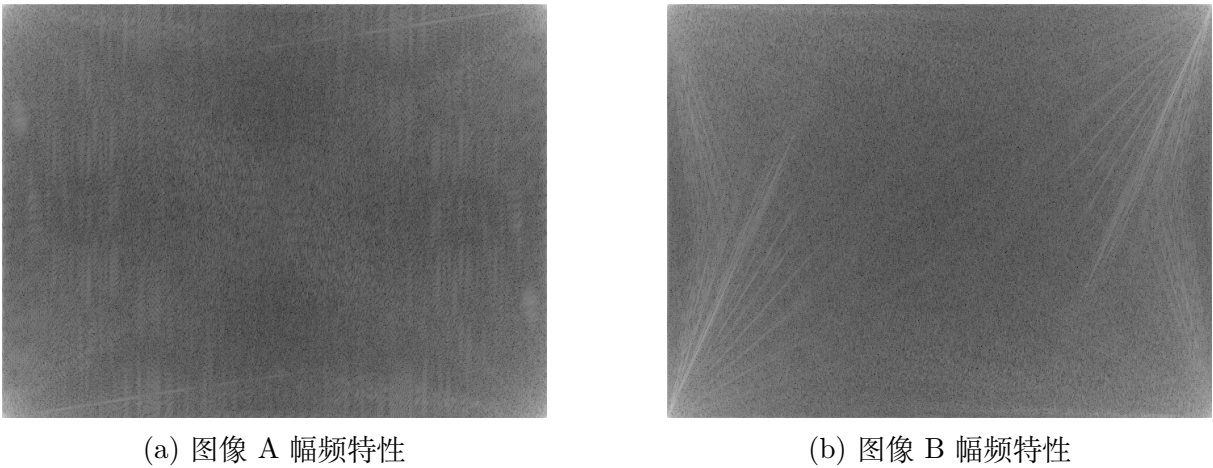


Figure 1: 傅里叶幅频可视化

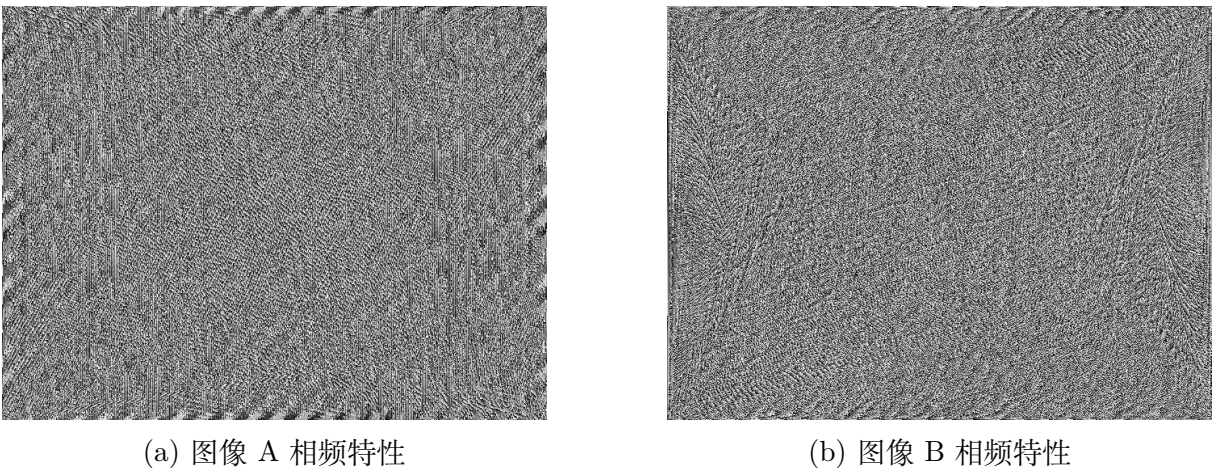
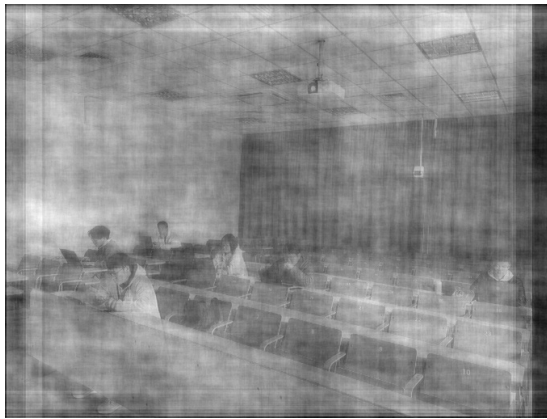


Figure 2: 傅里叶相频可视化

分析结论：

- 相频信息主导图像结构特征（混合结果 B 相频的图像呈现 B 的结构轮廓）



(a) A 幅频 +B 相频



(b) B 幅频 +A 相频

Figure 3: 频谱混合重构效果对比

- 幅频信息决定图像明暗对比（混合结果 A 幅频的图像保持 A 的亮度分布）

4.2 滤波器分析

4.2.1 空域滤波与频域滤波对比分析



(a) 空域低通（高斯模糊）



(b) 频域低通（高斯滤波）



(c) 空域高通（拉普拉斯）



(d) 频域高通（理想滤波）

Figure 4: 图像 A 滤波效果对比 ($D_0=30$, 高斯核 15×15)

关键分析结论：

特性	空域低通	频域低通	理论依据
计算速度	快 ($O(nm)$)	慢 ($O(nm \log nm)$)	空域卷积 vs 频域乘法
边缘过渡	平滑渐变	自然过渡	高斯核连续性
振铃效应	无	无	高斯函数无限支撑

Table 1: 低通滤波器性能对比

特性	空域高通	频域高通	理论依据
边缘增强	显著（二阶微分）	锐利	拉普拉斯算子特性
噪声敏感	高度敏感	中度敏感	高频放大特性
振铃效应	无	明显	理想截止不连续

Table 2: 高通滤波器性能对比

4.2.2 频域滤波特性深入分析

理想高通滤波的振铃效应数学解释：

$$h(x,y) = \delta(x,y) - \frac{J_1(\pi D_0 r)}{\pi r} \quad (r = \sqrt{x^2 + y^2})$$

(3)

其中 J_1 为一阶贝塞尔函数，其振荡特性导致空间域的振铃现象（图4d中建筑物边缘的波纹）

多图像滤波一致性验证：



(a) 原始图像 B (b) 低通结果 (c) 高通结果

Figure 5: 图像 B 频域滤波效果（验证算法普适性）

Listing 1: 关键滤波参数配置

```
1 // 空域高斯参数
2 int kernel_size = 15; // 核尺寸影响平滑程度
3 double sigma = 3;     // 标准差决定模糊强度
4
5 // 频域高斯参数
6 double D0 = 30;       // 截止频率(像素单位)
```

参数影响规律：

- 空域高斯： $\sigma \uparrow \Rightarrow$ 模糊程度 \uparrow
- 频域高斯： $D0 \downarrow \Rightarrow$ 保留细节 \downarrow
- 理想高通： $D0 \uparrow \Rightarrow$ 边缘厚度 \downarrow

5 结论与心得体会

- 掌握了频域处理的核心原理：相频决定结构，幅频决定对比
- 验证了频域滤波相较于空域滤波的优势（精确频率控制）与不足（计算复杂度高）
- 通过混合实验深入理解了傅里叶变换的相位-幅度的物理意义
- 对比了不同滤波器的特性，为实际应用场景选择合适滤波器提供了理论依据