

杭州师范大学 2019-2020 第二学期《高等数学 A2》期中答卷

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

一、单项选择题（填上正确选择支前面的字母，共 18 分，每小题 3 分）

得分

1. 向量 $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + 5\vec{k}$ ，则有（ ）

- A. $\vec{a} \parallel \vec{b}$ B. $\vec{a} \perp \vec{b}$ C. $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{3}$ D. $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\pi}{4}$

2. 直线 $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ 与平面 $\pi: 4x + 2y - 2z = 3$ 的关系为（ ）。

- A. 垂直 B. 平行 C. 夹角为 $\frac{\pi}{6}$ D. 夹角为 $\frac{\pi}{3}$

3. 在 xoz 坐标面上的双曲线 $2x^2 + 3z^2 = 4$ 绕 x 轴一周所得旋转曲面方程为（ ）。

- A. $2x^2 + 3y^2 + 2z^2 = 4$ B. $2x^2 + 3y^2 + 3z^2 = 4$
C. $2x^2 + 3y^2 - 2z^2 = 4$ D. $2x^2 + 3y^2 - 3z^2 = 4$

4. 设 $z = e^{2x} \sin 3y$ ，则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} =$ （ ）。

- A. $2e^{2x} \sin 3y + 3e^{2x} \cos 3y$ B. $6e^{2x} \cos 3y - 3e^{2x} \sin 3y$
C. $6e^{2x} \cos 3y$ D. $2e^{2x} \sin 3y$

5. $z = x^3 + y^3 - 3xy$ 的极小值为（ ）

- A. 2 B. -2 C. 1 D. -1

6. 设函数 $z = f(x, y)$ 在点 $(0, 0)$ 的某邻域内有定义，且 $f_x(0, 0) = 3$ ， $f_y(0, 0) = -1$ ，则有（ ）。

- A. $dz|_{(0,0)} = 3dx - dy$ 。

B. 曲面 $z = f(x, y)$ 在点 $(0, 0, f(0, 0))$ 的一个法向量为 $(3, -1, 1)$.

C. 曲线 $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0, f(0, 0))$ 的一个切向量为 $(1, 0, 3)$.

D. 曲线 $\begin{cases} z = f(x, y) \\ y = 0 \end{cases}$ 在点 $(0, 0, f(0, 0))$ 的一个切向量为 $(3, 0, 1)$.

得分	
----	--

二、填空题（共 18 分，每小题 3 分）

7. 空间曲线 $\begin{cases} z = 2 - x^2 - y^2, \\ z = (x-1)^2 + (y-1)^2 \end{cases}$ 在 xOy 面上的投影曲线方程为_____

8. 求点 $P(1, -2, 4)$ 到切平面 $2x + 2y + z = 1$ 的距离. _____

9. 二元函数的极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} (x^2 + y^2) \cos \frac{1}{x^2 y^2} =$ _____。

10. 设 $z = e^{x^2 y}$, 则 $dz =$ _____

11. 曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 12$ 在点 $(1, 2, -1)$ 处的切平面方程为_____

12. 求曲线 $x = t, y = 2t^2, z = 3t^3$ 在点 $(-1, 2, -3)$ 处切线方程_____.

得分	
----	--

三、解答题：（共 42 分，每小题 7 分）

13. 已知两点 $A(2, 2, \sqrt{2})$ 和 $B(1, 3, 0)$, 求向量 \overrightarrow{AB} 的模、与其同方向的单位向量、方向余弦和方向角.

14. 求极限 $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos \sqrt{x^2 + y^2}}{x^2 + y^2}$ 。

15. 设 $z = u^2 \ln v, u = \frac{x}{y}, v = 3x - 2y$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$

16. 设方程 $z^3 - 3xyz = a^3$ 确定一个二元函数 $z = f(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, dz$.

17. 求由方程组 $\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases}$ 确定方程组 $\begin{cases} r = f(x, y) \\ \theta = g(x, y) \end{cases}$, 求 $\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial r}{\partial y}$.

18. 已知曲线方程为 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 - 3x = 0 \\ 2x - 3y + 5z - 4 = 0 \end{cases}$, 求点 $P(1,1,1)$ 处的切线与法平面方程。

四、综合题（共 28 分）

得分	
----	--

19. (8 分) 求函数 $f(x, y) = x^3 + 3x^2 + 3y^2 - 9x$ 的极值.

20. (8 分) 设 $z = xy + xF(u)$, 其中 $u = \frac{y}{x}$, 证明 $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z + xy$.

21. (12 分)

设部分球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 5R^2, x, y, z > 0$ 上函数 $f(x, y, z) = \ln x + \ln y + 3 \ln z$ 有最大值, 求此最大值;