概率与数理统计测验

测验序号：__________ 学号：__________ 姓名：__________

注意：计算题均需写出计算过程，只写答案不计分。

题目	1	2	3	4	5	6	总分
得分							

一．填空题（每小题 10 分，共 20 分）

1. 设 A，B，C 是三个事件，则事件“A，B，C 都不发生”可表示为 $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ 或 $\overline{A\cup B\cup C}$。

2. 某射手对目标独立射击 3 次，至少命中一次的概率为 0.992，求该射手的命中率 0.8 。

二．计算题（每小题 20 分，共 80 分）

3. 设 A 和 B 是两个事件，且 P(A)=0.7，P(B)=0.3，P(A−B)=0.5，求 P(A∪B)，$P(\bar{A}B)$及 P(A|B)。

解 $P(AB)=P(A)-P(A-B)=0.7-0.5=0.2$ 5分

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)=0.7+0.3-0.2=0.8$ 5分

$P(\bar{A}B)=P(B)-P(AB)=0.3-0.2=0.1$ 5分

$P(A|B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0.2}{0.3}=\dfrac{2}{3}$ 5分

4. 有两箱同种类型的零件，第一箱装 50 件，其中 10 件是一等品；第二箱装 30 件，其中 18 件是一等品。现从两箱中任选一箱，然后从该箱中任取一件。试求：（1）这件产品恰是一等品的概率；（2）若已知抽到的是一等品，求它是从第一箱中取出的概率。

解 设事件 A_1，A_2 分别表示选到第一，二箱

事件 B 表示选到的产品为一等品

则 $P(A_1)=\frac{1}{2}$ $P(A_2)=\frac{1}{2}$ $P(B|A_1)=\frac{10}{50}$ $P(B|A_2)=\frac{18}{30}$ 8分

(1) 由全概率公式

$P(B)=P(A_1)P(B|A_1)+P(A_2)P(B|A_2)$ 4分

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{5}+\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{2}{5}$ 2分

(2) 由贝叶斯公式

$P(A_1|B)=\dfrac{P(A_1)P(B|A_1)}{\sum_{i=1}^{2}P(A_i)P(B|A_i)}$ 4分

$=\frac{1}{4}$ 2分

5. 设随机变量 X 的概率密度函数为$f(x)=ke^{-|x|},-\infty<x<+\infty$ 。试求（1）常数k的值；（2）X 的分布函数；（3）$P(-1<X<2)$。

解：(1) 由密度函数的性质

$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx=1$ 2分

$\int_{-\infty}^{+\infty} ke^{-|x|}dx=1$ 2分

$2\int_{0}^{+\infty} ke^{-x}dx=1$ 2分

$-2ke^{-x}\Big|_{0}^{+\infty}=1$

$2k=1$ 2分

$k=\frac{1}{2}$

(2) X的分布函数

$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ 2分

1° 当 $x<0$ 时

$F(x)=\int_{-\infty}^{x}\frac{1}{2}e^{t}dt$

$=\frac{1}{2}e^{x}$ 3分

2° 当 $x\geqslant 0$ 时

$F(x)=\frac{1}{2}+\int_{0}^{x}\frac{1}{2}e^{-t}dt$

$=1-\frac{1}{2}e^{-x}$ 3分

故 $F(x)=\begin{cases}\frac{1}{2}e^{x} & x<0\\ 1-\frac{1}{2}e^{-x} & x\geqslant 0\end{cases}$

(3) $P(-1<X<2)$

$=P(-1<X\leq 2)$

$=F(2)-F(-1)$ 2分

$=1-\frac{1}{2}e^{-2}-\frac{1}{2}e^{-1}$ 2分

6. 设二元离散型随机变量$(X,\ Y)$的联合分布律为

X \ Y	1	2	3
0	0.3	0.2	0.1
1	0.1	0.0	a

试求：（1）常数a的值；（2）$X,\ Y$的边缘分布；（3）判断X与Y是否独立，并说明理由。

解：(1) 由联合分布律的性质知

$0.3+0.2+0.1+0.1+0+a=1$

故 $a=0.3$ 3分

(2) $P(X=0)=P(X=0,Y=1)+P(X=0,Y=2)+P(X=0,Y=3)=0.6$

$P(X=1)=P(X=1,Y=1)+P(X=1,Y=2)+P(X=1,Y=3)=0.4$

故 X的边缘分布为

X	0	1
P	0.6	0.4

6分

同理，Y的边缘分布为

Y	1	2	3
P	0.4	0.2	0.4

9分

(3) $P(X=0,Y=1)\neq P(X=0)P(Y=1)$

故X与Y不独立 2分