

题号	一	二	三	四	总分
得分					

一、填空（共 4 分，每空格 36 分）。

得分

1. 设  $A, B$  为两个事件,  $A, B$  都不发生的事件可表示为 (用  $A, B$  的运算表示) \_\_\_\_\_.
2. 设有  $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$  中任取两个数, 那么这两个数的乘积为偶数的概率 \_\_\_\_\_.
3. 设明天若为阴天, 则后天为晴天的概率为  $0.2$ . 假设明天为阴天的概率为  $0.3$ , 则明天为阴天, 后天也为阴天的概率为 \_\_\_\_\_.
4. 已知甲乙两人独立地射击, 甲乙二人分别射中靶心的概率为  $p_1, p_2$ , 那么甲乙二人都射不中靶心的概率为 \_\_\_\_\_.
5. 设随机变量  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 则  $3X + 2$  的方差为 \_\_\_\_\_.
6. 设  $X$  服从参数为  $\lambda$  的指数分布, 则  $E(X) =$  \_\_\_\_\_.
7. 设  $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$  是总体  $X$  的一个样本, 那么总体方差的无偏估计为 \_\_\_\_\_.
8. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, \sigma^2)$ , 先从总体中抽取一个样本  $-1, 2, 0, -2, 3$ , 已知  $\sigma^2 = 1$ . 那么  $\mu$  的  $95\%$  的置信区间估计为 \_\_\_\_\_.  
(  $\Phi(1.96) = 0.025$ ,  $\Phi(x)$  为标准正态分布额分布函数)
9. 设  $X$  服从正态总体  $N(0,1)$ ,  $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$  是总体  $X$  的一个样本, 那么  $X_1^2 + X_2^2 + \cdots + X_n^2$  的分布为 \_\_\_\_\_.

得分

二、判断题（若命题正确，请打√，若不正确，请打X）（共 12 分，每题 3 分）。

1.  $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$  是总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本,  $\bar{X}, S^2$  分别是样本均值, 样本方差, 那么  $\bar{X}$  与  $S^2$  的相关系数为  $0$ . (        )
2.  $(X_1, X_2, \cdots, X_n)$  是总体  $N(\mu, \sigma^2)$  的样本, 且  $\mu, \sigma^2$  未知, 那么  $\sum_{i=1}^n X_i / \sigma^2$  是统计量. (        )

3. 设事件  $A \cap B = \phi$  (空集), 则  $A$  与  $B$  相互独立。 ( )

4. 若随机变量  $X$  和  $Y$  的相关系数为 0, 则  $X$  和  $Y$  相互独立。 ( )

三、计算题 (共 36 分, 第 1, 2, 3 题每题 8 分, 第 4 题 12 分)。

得分	
----	--

1. 设连续型随机变量  $X$  的密度函数为

$$p(x) = \begin{cases} A \sin x & 0 < x < \pi \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求: (1) 系数  $A$ 。

(2)  $X$  落在区间  $\left(0, \frac{\pi}{2}\right)$  内的概率。

2. 设离散型随机变量  $X$  的分布律为

X	1	2	3	4
P	1/6	2/6	1/4	1/4

试求  $Y = \sqrt{X} + 1$  的分布律。

3. 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 且  $X, Y \sim N(\mu, \sigma^2)$ 。求  $3X + Y$  的概率密度函数。

4. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合密度函数为  $p(x, y) = \begin{cases} A, & y^2 + x^2 < r \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$ , 其中  $r > 0$ 。

求: (1) 求  $A$ ;

(2) 求  $X, Y$  的边缘概率密度;

(3) 问  $X$  与  $Y$  是否独立?

四、计算题 (共 16 分, 每小题 8 分)。

得分	
----	--

1. 设一洗衣粉生产企业生产的一袋洗衣粉重量是一随机变量, 且服从均值为 1000 克, 方差为 25 平方克的正态分布。现随机取容量为 25 的样本, 测得其样本均值为 990 克, 问该企业一袋洗衣粉的重量均值为 1000 克的说法是否正确? (取显著性水平  $\alpha = 0.05$ , 其中  $\Phi(1.96) = 0.025$ ,  $\Phi(x)$  为标准正态分布的分布函数)。

2. 一个人到超市买商品的概率为 0.5, 某天到超市的人数为 10000 人, 问这 10000 人至少有 5050 人买商品的概率为多少? (用标准正态分布函数  $\Phi(x)$  表示)。

