第 6 章 MATLAB 解方程与最优化问题求解

Lecturer: 白煌

杭州师范大学
信息科学与技术学院

2022.12.2

本章要点

- MATLAB 线性方程组求解
- MATLAB 非线性方程数值求解
- MATLAB 常微分方程初值问题的数值解法
- MATLAB 最优化问题求解

目录

1. 6.2 非线性方程数值求解
2. 6.3 常微分方程初值问题的数值解法
3. 6.4 最优化问题求解

6.2.1 单变量非线性方程求解

在 MATLAB 中提供了一个 fzero 函数，可以用来求单变量非线性方程的根。该函数的调用格式为:

z=fzero(@fname,x0,options)

其中，fname 是待求根函数的函数文件名，x0 为搜索的起点。@fname 是函数句柄，代表待求根的函数。一个函数可能有多个根，但 fzero 函数只给出离 x0 最近的那个根。

6.2.1 单变量非线性方程求解

例 6-8：求 $f(x)=x-10^x+2=0$ 在 $x0=0.5$ 附近的根。

6.2.1 单变量非线性方程求解

例 6-8：求 $f(x)=x-10^x+2=0$ 在 x0=0.5 附近的根。

（1）建立函数文件 funx.m

```
function  fx=funx(x)
fx=x-10.^ x+2;
```

6.2.1 单变量非线性方程求解

例 6-8：求 $f(x)=x-10^x+2=0$ 在 x0=0.5 附近的根。

（1）建立函数文件 funx.m

```
function  fx=funx(x)
fx=x-10.^x+2;
```

（2）调用 fzero 函数求根

```
>>  z=fzero(@funx,0.5)
```

6.2.2 非线性方程组的求解

对于非线性方程组 F(X)=0，用 fsolve 函数求其数值解，该函数的调用格式为:

X=fsolve(@fname,X0,options)

其中，X 为返回的解，fname 是用于定义需求解的非线性方程组的函数文件名，X0 是求解过程的初值，options 用于设置优化工具箱的优化参数。优化工具箱提供了许多优化参数选项，用户可以使用 optimset 命令将它们显示出来。如果想改变其中某个参数选项，则可以调用 optimset 函数来完成。

6.2.2 非线性方程组的求解

例 6-9： 求下列非线性方程组在 (0.5,0.5) 附近的数值解。

6.2.2 非线性方程组的求解

例 6-9：求下列非线性方程组在 (0.5,0.5) 附近的数值解。

（1）建立函数文件 myfun.m

```
function  q=myfun(p)
x=p(1);
y=p(2);
q(1)=x-0.6*sin(x)-0.3*cos(y);
q(2)=y-0.6*cos(x)+0.3*sin(y);
```

6.2.2 非线性方程组的求解

例 6-9：求下列非线性方程组在 (0.5,0.5) 附近的数值解。

（1）建立函数文件 myfun.m

```
function  q=myfun(p)
x=p(1);
y=p(2);
q(1)=x-0.6*sin(x)-0.3*cos(y);
q(2)=y-0.6*cos(x)+0.3*sin(y);
```

（2）在给定初值 x0=0.5、y0=0.5 下，调用 fsolve 函数求方程的根

```
>> options=optimset('Display','off');
>> x=fsolve(@myfun,[0.5,0.5]',options)
```

6.3 常微分方程初值问题的数值解法

- 6.3.1 龙格-库塔法简介
- 6.3.2 龙格-库塔法的实现

6.4.1 无约束最优化问题求解

在实际应用中，许多科学研究和工程计算问题都可以归结为一个最小化问题。MATLAB 提供了 3 个求最小值的函数，它们的调用格式为:

6.4.1 无约束最优化问题求解

在实际应用中，许多科学研究和工程计算问题都可以归结为一个最小化问题。MATLAB 提供了 3 个求最小值的函数，它们的调用格式为：

- [x,fval]=fminbnd(@fname,x1,x2,options)：求一元函数在 (x1,x2) 区间中的极小值点 x 和最小值 fval。

6.4.1 无约束最优化问题求解

在实际应用中，许多科学研究和工程计算问题都可以归结为一个最小化问题。MATLAB 提供了 3 个求最小值的函数，它们的调用格式为：

- [x,fval]=fminbnd(@fname,x1,x2,options)：求一元函数在 (x1,x2) 区间中的极小值点 x 和最小值 fval。
- [x,fval]=fminsearch(@fname,x0,options)：基于单纯形法求多元函数的极小值点 x 和最小值 fval。

6.4.1 无约束最优化问题求解

在实际应用中，许多科学研究和工程计算问题都可以归结为一个最小化问题。MATLAB 提供了 3 个求最小值的函数，它们的调用格式为：

- [x,fval]=fminbnd(@fname,x1,x2,options)：求一元函数在 (x1,x2) 区间中的极小值点 x 和最小值 fval。
- [x,fval]=fminsearch(@fname,x0,options)：基于单纯形法求多元函数的极小值点 x 和最小值 fval。
- [x,fval]=fminunc(@fname,x0,options)：基于拟牛顿法求多元函数的极小值点 x 和最小值 fval。

6.4.1 无约束最优化问题求解

例 6-13：求 $f(x)=x^3-2x-5$ 在 [0,5] 内的最小值点。

6.4.1 无约束最优化问题求解

例 6-13：求 $f(x)=x^3-2x-5$ 在 [0,5] 内的最小值点。

（1）建立函数文件 mymin.m

```
function  fx=mymin(x)
fx=x.^3-2*x-5;
```

6.4.1 无约束最优化问题求解

例 6-13：求 $f(x)=x^3-2x-5$ 在 [0,5] 内的最小值点。

（1）建立函数文件 mymin.m

```
function  fx=mymin(x)
fx=x.^ 3-2*x-5;
```

（2）调用 fmin 函数求最小值点

```
>> x=fminbnd(@mymin,0,5)
```

6.4.1 无约束最优化问题求解

例 6-14：设

$$f(x,y,z) = x + \frac{y^2}{4x} + \frac{z^2}{y} + \frac{2}{z}$$

求函数 f 在 (0.5,0.5,0.5) 附近的最小值。

6.4.1 无约束最优化问题求解

例 6-14：设

$$f(x,y,z)=x+\frac{y^2}{4x}+\frac{z^2}{y}+\frac{2}{z}$$

求函数 f 在 (0.5,0.5,0.5) 附近的最小值。

（1）建立函数文件 fxyz.m

```
function  f=fxyz(p)
x=p(1); y=p(2); z=p(3);
f=x+y^ 2/x/4+z^ 2/y+2/z;
```

6.4.1 无约束最优化问题求解

例 6-14：设

$$f(x,y,z)=x+\frac{y^2}{4x}+\frac{z^2}{y}+\frac{2}{z}$$

求函数 f 在 (0.5,0.5,0.5) 附近的最小值。

（1）建立函数文件 fxyz.m

```
function f=fxyz(p)
x=p(1); y=p(2); z=p(3);
f=x+y^2/x/4+z^2/y+2/z;
```

（2）求函数的最小值点和最小值

```
>> [U,fmin]=fminsearch(@fxyz,[0.5,0.5,0.5])
```

6.4.2 有约束最优化问题求解

MATLAB 最优化工具箱提供了一个 fmincon 函数，专门用于求解各种约束下的最优化问题。该函数的调用格式为:

[x,fval]=fmincon(@fname,x0,A,b,Aeq,beq,Lbnd,Ubnd,NonF,options)

其中，x、fval、fname、x0 和 options 的含义与求最小值函数相同。其余参数为约束条件，参数 NonF 为非线性约束函数的函数文件名。如果某个约束不存在，则用空矩阵来表示。

6.4.2 有约束最优化问题求解

例 6-15：求解有约束最优化问题。

6.4.2 有约束最优化问题求解

例 6-15：求解有约束最优化问题。

（1）建立目标函数的函数文件 fop.m

```
function  f=fop(x)
f=0.4*x(2)+x(1)^2+x(2)^2-x(1)*x(2)+1/30*x(1)^3;
```

6.4.2 有约束最优化问题求解

例 6-15：求解有约束最优化问题。

（1）建立目标函数的函数文件 fop.m

```
function f=fop(x)
f=0.4*x(2)+x(1)^2+x(2)^2-x(1)*x(2)+1/30*x(1)^3;
```

（2）设定约束条件，并调用 fmincon 函数求解此约束最优化问题

```
>> x0=[0.5;0.5];
>> A=[-1,-0.5;-0.5,-1];
>> b=[-0.4;-0.5];
>> lb=[0;0];
>> options=optimset('Display','off');
>> [x,f]=fmincon(@fop,x0,A,b,[],[],lb,[],[],options)
```

6.4.3 线性规划问题求解

在 MATLAB 中求解线性规划问题使用函数 linprog，调用格式为:

[x,fval]=linprog(f,A,b,Aeq,beq,lbnd,ubnd)

其中，x 是最优解，fval 是目标函数的最优值。函数中的各项参数是线性规划问题标准形式中的对应项，x、b、beq、lbnd、ubnd 是向量，A、Aeq 为矩阵，f 为目标函数系数向量。

6.4.3 线性规划问题求解

例 6-16： 求解线性规划问题。

6.4.3 线性规划问题求解

例 6-16: 求解线性规划问题。

```
>> f=[2;1];
>> A=[-3,-1;-4,-3;-1,-2];
>> b=[-3;-6;-2];
>> lb=[0;0];
>> options=optimset('Display','off');
>> [x,f]=linprog(f,A,b,[],[],lb,[])
```