《高等数学 A1》试卷(B 卷)

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	

一、单项选择题：（填上正确选择前面的字母，共 15 分，每小题 3 分）

1. 以下说法正确的是（　　）

A. $f(x)$ 在 x_0 点的左右极限存在，则 $f(x)$ 在 x_0 点的极限必存在

B. $f(x)$ 在 x_0 点左右连续，则 $f(x)$ 在 x_0 点必连续

C. $f(x)$ 在 x_0 点左右可导，则 $f(x)$ 在 x_0 点必可导

D. 以上说法都不对

2. 设 $f(x)=\int_{3x}^{x^2}\sin t^2 dt$ 与 $g(x)=x^3$，则当 $x\to 0$ 时，$f(x)$ 是 $g(x)$ 的（　　）

A. 等价无穷小　　B. 同阶但非等价无穷小　　C. 高阶无穷小　　D. 低阶无穷小

3. 设 $f(x)=\int_a^x 12t^2 dt$ 且 $\int_0^1 f(x)dx=1$，则 $a=$（　　）

A. 0　　B. -1　　C. 1　　D. 2

4. 下列式子中为微分方程的是（　　）

A. $u'v+uv'=(uv)'$　　B. $\dfrac{dy}{dx}+e^x=\dfrac{d(y+e^x)}{dx}$

C. $(x^2-y^2)dx+(x^2+y^2)dy=0$　　D. $(y\sin x)''=y''\sin x+2y'\cos x-y\sin x$

5. 设 $y=\begin{cases}\dfrac{x^2-x}{|x|(1-|x|)}, & x\neq -1,0,1\\ -1, & x=-1,0,1\end{cases}$，则以下说话正确的是（　　）

A. $x=0$ 是连续点　　B. $x=0$ 是可去间断点

C. $x=-1$ 是跳跃间断点　　D. $x=1$ 是可去间断点

得分	

二、填空题（共 18 分，每小题 3 分）

6．设 $f(x)$ 的定义域为 $[0,1]$，则函数 $f(\ln x)$ 的定义域为________

7．极限 $\lim\limits_{x\to+\infty}\arcsin(\sqrt{x^2+x}-x)=$___________

8．设直线 $y=x$ 与曲线 $y=\log_a^x$ 相切，则 a=____________

9．设 $f(x)=\int_1^x e^{-t}dt$，则 $\int_0^1 f(x)dx=$____________

10．一阶微分方程 $y'=e^{2x-y}$ 的通解是____________

11．设函数 $f(x)=\begin{cases}(\cos x)^{-\sin^2 x}, 0<|x|<\dfrac{\pi}{2}\\ a, \quad x=0\end{cases}$ 在 $x=0$ 点连续，则 $a=$_______

得分	

三、解答题：（共 42 分，每小题 6 分）

12．设 $f(t)=\lim\limits_{x\to\infty} t\left(\dfrac{x+t}{x-t}\right)^x$，求 $f'(t)$。

13．求曲线 $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$ 在点 $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{4}a,\dfrac{\sqrt{2}}{4}a\right)$ 处的切线和法线方程。

14. 设 $f(x)$ 在 $[1,+\infty)$ 上可导，$f(1)=2$，$f'(e^x+1)=e^{2x}+2$，求 $f(x)$。

15．计算定积分 $\int_{-1}^{1}(x^2\tan x+\sqrt{1-x^2})dx$。

16．设 $\begin{cases}x=\ln(1+t^2)\\ y=t-\arctan t\end{cases}$，求 $\dfrac{d^3y}{dx^3}$。

17．求微分方程 $xy'-2y=x^3$ 的通解。

18．求微分方程 $y''+y'=2x^2-3$ 的通解。

得分	

四、分析与应用题（共 20 分，每小题 10 分）

19. 设 $f(x)=x^2-a\int_0^2 f(x)dxx+b\int_0^1 f(x)dx$，其中 a,b 为参数，求 a,b 的值使得

$\int_0^1 f(x)dx=1$ 和 $\int_0^2 f(x)dx=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{\sin(2x)}\frac{\sin t}{t}dt}{\ln(1+x)}$。

20. 设 S_1 为曲线 $y=x^2\ (x\geq 0)$，直线 $y=t^2$（t 为参数，$t\in[0,1]$），及 y 轴所围图形的面积，

S_2 为曲线 $y=x^2$，直线 $y=t^2$ 及 x=1 所围图形的面积，记 $S=S_1+S_2$，

1). 求 $S(t)$ 的凹凸性及拐点；2). 问 t 为何值时 S 取得最大值，最小值。

得分	

五、证明题：（共 5 分，每小题 5 分）

21．设函数 $f(x)$ 在 $[a,\ b]$ 上连续，且 $f(x)>0$，令 $F(x)=\int_a^x f(t)dt+\int_b^x\dfrac{dt}{f(t)}$，试证明

$F(x)$ 在 $(a,\ b)$ 内有且仅有一个零点。