

一、单选题（在每小题的四个备选答案中选出一个正确答案，并将正确答案的序号填入题后的括号内。每小题 2 分，共 20 分。）

得分

1. 将 5 封信投入四个邮筒之中，则第二个邮筒恰好有 2 封信的概率是（ ）

- A. $4/5$ B. $2/5$ C. $135/512$ D. $169/256$

2. 有一枚不匀称的硬币，假设将该硬币连抛 10 次，至少 1 次正面向上的几率为 $19676/19683$ 。那么该硬币抛掷时每次正面向上的概率是（ ）

- A. $2/3$ B. $3/4$ C. $1/3$ D. $1/4$

3. 设 ξ, η 是两个随机变量，已知 $E\xi=12, E\eta=-6, D\xi=4, E\eta^2=40, E\xi\eta=-70$ ，那么， ξ, η 的协方差是（ ）

- A. 2 B. $1/6$ C. $1/3$ D. $1/2$

4. 已知 $D(X+Y)=DX+DY$ 。那么（ ）

- A. X, Y 互相独立 B. $P(X|Y)=P(X)$
C. X, Y 互斥 D. $D(X-Y)=DX+DY$

5. 设随机变量 ξ 服从二项分布， $E\xi=4, D\xi=2.4$ ，那么 ξ 服从的分布是（ ）

- A. $B(4, 2.4)$ B. $N(4, 2.4)$
C. $B(10, 0.4)$ D. $F(10, 0.4)$

6. 设随机变量 ξ 的期望是 6，方差是 12，那么 $P(-4 < \xi < 16)$ 至少为（ ）

- A. 0.5 B. 0.88 C. 0.60 D. 0.12

7. 设随机变量 $X_1 \sim N(4, 7), X_2 \sim N(-1, 2), X_3 \sim N(3, 1)$ ，那么 $X_1 + 2X_2 - X_3$ 服从的分布是（ ）

- A. $N(-1, 16)$ B. $t(3)$
C. $N(-1, 14)$ D. $\chi^2(3)$

8. 设 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 是来自标准正态总体的一组样本，那么 $\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ 服从的分布是（ ）

- A. $\chi^2(n-1)$ B. $\chi^2(n)$ C. $t(n)$ D. $t(n-1)$

9. 设随机变量 $\xi \sim \chi^2(7), \eta \sim \text{Exp}(2)$ ，两者独立。那么（ ）

- A. $E(\xi + \eta) = 9, D(\xi + \eta) = 14$ B. $E(\xi + \eta) = 9, D(\xi + \eta) = 11$
 C. $E(\xi + \eta) = 7.5, D(\xi + \eta) = 7.25$ D. $E(\xi + \eta) = 7.5, D(\xi + \eta) = 14.25$

10. 设 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的一组样本, $EX = \mu$. 那么以下统计量中, μ 的最佳估计是 ()

- A. $\frac{\sum_{i=1}^n a_i X_i}{\sum_{i=1}^n a_i}$ B. $\sqrt{\sum_{i=1}^n X_i^2}$
 C. $\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} X_i$ D. $\sqrt[n]{X_1 X_2 \dots X_n}$

二、填空题 (每小题 4 分, 共 20 分)

得分	
----	--

1. 已知 $P(A|B) = 1/4$, $P(\bar{A}|\bar{B}) = 1/6$, 则 $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(AB) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设二维随机向量 (X, Y) 的联合分布列为

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash \\ X \end{array}$	1	2	3
0	1/12	1/24	b
b	1/4	a	3/8

设 X, Y 互相独立. 那么: $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

3. 设 $X \sim N(7, 9)$, 则

$$P(6 \leq X < 9) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad P(0 \leq X < 10) = \underline{\hspace{2cm}},$$

$$P(|X| > 10) = \underline{\hspace{2cm}}, \quad P(X > 25) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

(写成正态分布函数 $\Phi(x)$ 的形式)

4. 设随机变量 X 服从泊松分布, $2P(X=0)+3P(X=1)=4P(X=2)$ 。则

$P(X=4) =$ _____

5. 设有来自总体 X 的 8 个样本, 其值分别为 0, 2, 2.2, 1, 1.5, 2.2, 1.5, 0. 那么, 样本分布函数为_____。

三. 计算题 (共 50 分)

得分	
----	--

1. (10 分) 假设市场上的某商品由甲, 乙, 丙三家公司生产, 其占有率分别为 $1/5, 2/5, 2/5$. 假设三家厂的次品率分别为 0.02, 0.04, 0.05, 试求: (1) 顾客在市场上买一件产品, 该产品是次品的概率;
(2) 若顾客在市场上买到了一件次品, 那么该产品是乙厂生产的概率?

2. (10 分) 设随机变量 X 的密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} axe^{1-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

试求: (1) a 的值 (2) X 的期望

3. (10 分) 设 (X, Y) 的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-2y}, & 0 < x < 2, 0 < y \\ 0, & \text{其余.} \end{cases}$$

(1) 求 X 和 Y 的边缘概率密度;

(2) 请问 X 与 Y 是否独立。

4. (8 分) 设总体 X 的密度函数为

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{2}{\theta+4}(\theta x + 2), & 0 < x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

试利用样本 X_1, X_2, \dots, X_n , 求参数 θ 的矩估计.

5. (1) (6 分) 已知炼钢时铁水的含碳量服从正态分布。现有 6 炉铁水, 经检测其含碳量分别为(单位:千分之一):

5.7, 4.2, 3.6, 7.4, 8.2, 6.4

求该批铁水含碳量的 95%置信区间。(答案保留 2 位小数, 已知 $t_{0.025}(5) = 2.571$)

(2) (6 分) 已知某一批电子元件的发光强度满足正态分布, 其标准差为 120. 根据技术标准这类元件的发光强度需要为 3000, 而测量了 10 个实验元件后发现其平均发光强度为 2800. 判断该批元件是否符合技术标准.

得分	
----	--

四. 应用题 (共 10 分)

1. (10 分) 抛掷一枚均匀的骰子 10000 次, 试估计出现 6 点的次数在 1600 至 1700 次之间的概率. ((答案用正态分布函数 $\Phi(x)$ 的形式表示))