概率论与数理统计试卷答案及评分标准

一、单项选择题(本大题共 20 小题，每小题 2 分，共 40 分)

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
答案	B	D	C	D	D	D	D	C	A	D
题号	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
答案	C	C	B	B	B	D	C	D	D	B

二、计算题(本大题共 6 小题，每小题 7 分，共 42 分)

1、 解：∵A 与 B 相互独立

$\therefore P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$ ……（1 分）

$=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$ ……（1 分）

$=0.8+0.6-0.8?0.6$

$=0.92$ ……（1 分）

又 $P(\overline{A}|A+B)=\dfrac{P[\overline{A}(A+B)]}{P(A+B)}$ ……（1 分）

$=\dfrac{P(\overline{A}B)}{P(A+B)}=\dfrac{P(\overline{A})P(B)}{P(A+B)}$ ……（2 分）

$=0.13$ ……（1 分）

2、 解：$P(X\geq 5.3)=1-\Phi\left(\dfrac{5.3-2}{2}\right)$ ……（5 分）

$=1-\Phi(1.65)=1-0.95=0.05$ ……（2 分）

3、解：由已知有 $\xi\sim U(0,4)$ ……（3 分）

则：$E\xi=\dfrac{a+b}{2}=2$ ……（2 分）

$D\xi=\dfrac{(b-a)^2}{12}=\dfrac{4}{3}$ ……（2 分）

4、解：⑴由 $F(-\infty)=0$， $F(+\infty)=1$

有：$\begin{cases} A-\dfrac{\pi}{2}B=0 \\ A+\dfrac{\pi}{2}B=1 \end{cases}$

解之有：$A=\dfrac{1}{2}$，$B=\dfrac{1}{\pi}$ ……（3 分）

(2) $P(-1<X<1)=F(1)-F(-1)=\dfrac{1}{2}$ ……（2 分）

(3) $f(x)=F'(x)=\dfrac{1}{\pi(1+x^2)}$ ……（2 分）

5、解：(1)

X	1	2	3
P	2/3	2/9	1/9

……（3 分）

(2) $EX=\sum_{i=1}^{3}x_ip_i=1\times\dfrac{2}{3}+2\times\dfrac{2}{9}+3\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{13}{9}$ ……（2 分）

(3) ∵ $EX^2=\sum_{i=1}^{3}x_i^2p_i=1^2\times\dfrac{2}{3}+2^2\times\dfrac{2}{9}+3^2\times\dfrac{1}{9}=\dfrac{23}{9}$

∴ $DX=EX^2-(EX)^2=\dfrac{23}{9}-(\dfrac{13}{9})^2=\dfrac{38}{81}$ ……（2 分）

6、解：(1) ∵ $p_\xi(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}p(x,\ y)dy=\int_0^1 4xydy=2x$

∴ $p_\xi(x)=\begin{cases}2x, & 0\le x\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$

同理：$p_\eta(x)=\begin{cases}2y, & 0\le y\le 1\\ 0, & \text{其它}\end{cases}$ ……（3 分）

(2) $E\xi=\int_{-\infty}^{+\infty}xp_\xi(x)dx=\int_0^1 2x^2dx=\dfrac{2}{3}$

同理：$E\eta=\dfrac{2}{3}$ ……（2 分）

(3) ∵ $p(x,y)=p_\xi(x)p_\eta(y)$

∴ ξ 与 η 独立 ……（2 分）

三、应用题(本大题共 2 小题，每小题 9 分，共 18 分)

1、 解：∵ $E\hat{\mu}_1=E(\dfrac{2}{3}X_1+\dfrac{1}{3}X_2)=\mu$

同理：$E\hat{\mu}_2=E\hat{\mu}_3=\mu$

$\therefore \hat{\mu}_1, \hat{\mu}_2, \hat{\mu}_3$ 为参数 μ 的无偏估计量……（3 分）

又 $\because D\hat{\mu}_1 = D(\frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2) = \frac{4}{9}DX_1 + \frac{1}{9}DX_2 = \frac{5}{9}\sigma^2$

同理：$D\hat{\mu}_2 = \frac{10}{16}\sigma^2$，$D\hat{\mu}_3 = \frac{2}{4}\sigma^2$

且 $D\hat{\mu}_3 < D\hat{\mu}_1 < D\hat{\mu}_2$

$\therefore \hat{\mu}_3$ 较优 ……（6 分）

2、 解：$x_1, x_2, ..., x_n$ 的似然函数为：

$$L(x_1, x_2, ..., x_n, \theta) = \prod_{i=1}^{n} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x_i}{\theta}} = \frac{1}{\theta^n} e^{-\frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n} x_i}$$ ……（3 分）

$$Ln(L) = -n\ln\theta - \frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

$$\frac{dLn(L)}{d\theta} = -\frac{n}{\theta} + \frac{1}{\theta^2}\sum_{i=1}^{n} x_i = 0$$

解之有：$\hat{\theta} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \overline{X}$ ……（6 分）