

一、选择题

1、 $f(x)$ 与 $g(x)$ 不表示同一函数的是 ()

A $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \begin{cases} x, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

B $f(x) = |x|$ 与 $g(x) = \sqrt{x^2}$

C $f(x) = \frac{1+x}{1-x}$ 与 $g(x) = \frac{1-x^2}{(1-x)^2}$

D $f(x) = \arcsin x$ 与 $g(x) = \frac{\pi}{2} - \arccos x$

2、 函数 $f(x) = \arcsin \frac{x-1}{5}$ 的定义域是 ()

A $[-4, 6]$ B $[-5, 5]$ C $[-1, 1]$ D $[0, +\infty]$

3、 下列函数中，奇函数是 ()

A $y = x + \cos x$ B $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

C $y = x \cos x$ D $y = x^2 \ln(1+x)$

4、 下列极限存在的有 ()

A $\lim_{x \rightarrow 0} e^{\frac{1}{x}}$ B $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{2^x - 1}$

C $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ D $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x+1)}{x^2}$

5、 若 $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x + k}{x - 3} = 4$ ，则 $k =$ ()

A 3 B -3 C 1 D -1

6、 函数 $y = f(x)$ 在点 a 处连续是 $f(x)$ 在 a 点有极限的 ()

A 必要条件 B 充分条件 C 必要充分条件 D 无关条件

7、 $f(x) = \frac{|x|}{x}$ 在 $x \rightarrow 0$ 时的极限是 ()

A 1 B -1 C 0 D 不存在

8、 极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} =$ ()

A. 1 B. ∞ C. 不存在 D. 0

9、 $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{\frac{1}{x}} = (\quad)$

- A. $+\infty$ B. 不存在 C. 0 D. 1

10、 $y = \sin \frac{1}{x}$ ()

- A 当 $x \rightarrow 0$ 时为无穷小量 B 当 $x \rightarrow 0$ 时为无穷大量
C 在区间 $(0, 1)$ 内为无界变量 D 在区间 $(0, 1)$ 内为有界变量

11、若 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 存在, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$ 不存在, 则以下正确的是 ()

- A $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + g(x))$ 与 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x)$ 都存在;
B $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + g(x))$ 与 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x)$ 都不存在;
C $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + g(x))$ 必不存在, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x)$ 可能存在;
D $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)g(x)$ 必不存在, $\lim_{x \rightarrow \infty} (f(x) + g(x))$ 可能存在;

12、若 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 1$, 则 ()

- A $f(x_0) = 1$ B $f(x_0) > 1$
C $f(x_0) < 1$ D $f(x_0)$ 可能不存在

13、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下面四个无穷小量中, () 是比其他三个更高阶的量。

- A x^2 B $1 - \cos x$ C $\sqrt{1-x^2} - 1$ D $x(e^{x^2} - 1)$

14、设 $\alpha = 1 - \cos x$, $\beta = 2x^2$, 则当 $x \rightarrow 0$, 则 ()

- A α 与 β 是同阶无穷小 B α 与 β 是等价无穷小
C α 是 β 的高阶无穷小 D β 是 α 的高阶无穷小

15、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中与 $\ln(1+2x)$ 为等价无穷小的是 ()。

- A. $y = x$ B. $y = x^2$ C. $y = \sin x^2$ D. $y = \tan 2x$

16、当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列变量中, 哪一个与 x 为等价无穷小 ()

- A $\sin^2 x$ B $\ln(1+2x)$
C $x \sin \frac{1}{x}$ D $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$

17、当 $x \rightarrow 1$ 时, 下列变量中不是无穷小的是 ()

- A $x^2 - 1$ B $x(x-1) + 1$
 C $3x^2 - 3$ D $4x^2 - 2x + 1$

18、 $y = \frac{|x-1|}{x-1}$ 的间断点及其类型是 ()。

- A. $x=1$, 跳跃间断点 B. $x=-1$, 跳跃间断点
 C. $x=-1$, 可去间断点 D. $x=1$, 可去间断点

19、函数 $f(x) = \frac{\sqrt{2+x}}{x-1}$ 的连续区间是 ()

- A. $(1, 2]$ B. $(-2, 1)$ C. $[-2, +\infty)$ D. $[-2, 1) \cup (1, +\infty)$

20、若分段函数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \sin x, & x < 0 \\ q, & x = 0 \\ \frac{1}{x} \sin x + p, & x > 0 \end{cases}$$

在分段点 $x=0$ 处连续, 则常数 p, q 的值为 ()

- A. $p=0, q=0$ B. $p=0, q=1$ C. $p=1, q=0$ D. $p=1, q=1$

21. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可导是函数 $f(x)$ 在点 x_0 处连续的 (A).

- (A) 充分条件 (B) 必要条件 (C) 充要条件 (D) 无关条件

22. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x+a, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $a =$ (C).

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -2。

23. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 1}{5n^3 + 4n^2 + n} =$ (B).

- (A) 0 (B) $\frac{4}{5}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{4}$

24. 设函数 $\alpha(x) = 1 - \cos x$, $\beta(x) = \frac{x^2}{2}$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时 (B).

- (A) $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是同阶(但不等价)无穷小量.

- (B) $\alpha(x)$ 与 $\beta(x)$ 是等价无穷小量

(C) $\alpha(x)$ 是 $\beta(x)$ 的高阶无穷小量

(D) $\beta(x)$ 是 $\alpha(x)$ 的高阶无穷小量

25. 设 $f(x) = \sin \frac{1}{x}$, 则 $f'(\frac{1}{\pi}) =$ (C).

(A) 1 (B) -1 (C) π^2 (D) $-\pi^2$

26. 在区间 $[-1, 1]$ 上, 下列函数中不满足罗尔定理的是 (C).

(A) $y = \ln(1+x^2)$ (B) $y = x^2$ (C) $y = |x|$ (D) $y = \frac{1}{1+x^2}$

27. 函数 $y = x^3 - 3x$ 的单调减少区的区间是 (D).

(A) $(-\infty, +\infty)$ (B) $(-\infty, -1)$ (C) $(1, +\infty)$ (D) $(-1, 1)$

28. 不定积分 $\int \cos 2x dx =$ (D).

(A) $\sin 2x + c$ (A) $2 \sin 2x + c$ (A) $\frac{-1}{2} \sin 2x + c$ (D) $\frac{1}{2} \sin 2x + c$

29. 设 $f(x)$ 在 $x=0$ 处可导, 且 $f'(0)=1$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2\Delta x) - f(0)}{\Delta x} =$ (B)

(A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $-\frac{1}{2}$

30. 设 $f(x-1) = x^2 - 1$, 则 $f'(x) =$ (A)

(A) $2x+2$ (B) $2x+1$ (C) $2x-1$ (D) $x(x-1)$

31. 曲线 $y = \cos 2x - 4$ 在 $x = \frac{\pi}{4}$ 处切线的斜率为 (C)

(A) -6 (B) 2 (C) -2 (D) 6

32. 已知 $f(x) = x^2 - x + 1$, $g(x) = \frac{1}{x+1}$, 则 $g(f(0)) =$ (A)。

(A) $\frac{1}{2}$ (A) 1 (A) -1 (D) $-\frac{1}{2}$

33. 下列函数是奇函数的是 (B)

(A) $y = \ln(1+x^2)$ (B) $y = x + \sin x$ (C) $y = e^{-x}$ (D) $y = x \cdot \sin x$

34. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 下列变量中是无穷大量的有 (C)。

(A) $\ln(1 + \frac{1}{x})$ (B) $e^{-x} - 1$ (C) $\frac{x^2}{x+1}$ (D) $\frac{\sin x}{x}$

35. 下列各函数中为偶函数的是 (D)。

(A) $y = x^2 \sin x + 1$ (B) $y = \frac{1-x}{1+x}$ (C) $y = xe^{x^2}$ (D) $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

36. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin 2x} =$ (B)

(A) 0 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) ∞

37. 函数 $f(x) = \frac{1}{\ln(x-1)}$ 的定义域是 (B)。

(A) $(1, +\infty)$ (B) $(1, 2) \cup (2, +\infty)$ (C) $(0, +\infty)$ (D) $(2, +\infty)$

38. 下列计算正确的是 (A)。

(A) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 0$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e$

(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ (D) $\lim_{x \rightarrow 0} (1+\frac{1}{x})^x = e$

39. 当 $x \rightarrow +\infty$ 时, 下列变量中的无穷小量是 (C)。

(A) $(\frac{1}{2})^x$ (B) $\frac{1+x}{x}$ (C) e^x (D) $\sin x$

40. 若 $\int_0^1 (2x+k)dx = 2$, 则 $k =$ (A)。

(A) 1 (B) -1 (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$

41. $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{t}{\sqrt{1-\cos t}} =$ (D)

(A) 0 (B) . 1 (C) . $\sqrt{2}$ (D) . 不存在

42. 函数 $f(x) = \frac{1}{x} \cos \frac{1}{x}$, 在 $x = 0$ 点的任何邻域内都是 (B)

(A) 有界的 (B) 无界的 (C) 单增 (D) 单减

43. 设 $f(x+1) = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+x}{n-2} \right)^n$, 则 $f(x) =$ (C)

(A) . e^{x-1} (B) . e^{x+2} (C) . e^{x+1} (D) . e^{-x}

44. 若 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 - x - 2} = 2$, 则必有 (D)

(A) . $a = 2, b = 8$ (B) . $a = 2, b = 5$ (C) . $a = 0, b = -8$ (D) . $a = 2, b = -8$

45. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 6x + xf(x)}{x^3} = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{6 + f(x)}{x^2} = (C)$

- (A). 0 (B). 6 (C). 36 (D). ∞

46. 设对任意 x 点有 $\varphi(x) \leq f(x) \leq g(x)$, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} [g(x) - \varphi(x)] = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = (B)$

- (A). 存在且一定为 0 (B). 存在且一定不为 0
(C). 一定不存在 (D). 不一定存在

47. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 变量 $\frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x}$ 是 (D)

- (A). 无穷小 (B). 无穷大
(C). 有界, 但不是无穷小 (D). 无界的, 但不是无穷大

48. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sqrt{1-x^2}}{(\arctan x)^2 \tan x} = (B)$

- (A). 0 (B). 1 (C). $\frac{1}{2}$ (D). $-\frac{1}{2}$

49. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 2]$, 则函数 $g(x) = f(x+2) + f(2x)$ 的定义域为是 (C)

- (A) $[-3, 0]$ (B) $[-3, 1]$ (C) $[-\frac{1}{2}, 1]$ (D) $[-\frac{1}{2}, 0]$

50. 函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$, $(-\infty < x < +\infty)$ 是 (A)

- (A) 有界函数 (B) 无界函数 (C) 上无界下有界 (D) 上有界下无界

51. 若数列 $\{x_n\}$ 有界, 则 $\{x_n\}$ 必 (C)

- (A) 收敛 (B) 发散 (C) 可能收敛也可能发散 (D) 收敛于零

52. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{e^{2x} - 1}{kx}, & x > 0 \\ 1 - x, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 点连续, 则 $k = (D)$

- (A) 1 (B) -1 (C) -2 (D) 2

53. 以下各组中 (D) 中 $f(x)$ 与 $g(x)$ 为同一函数.

- (A) $f(x) = \ln x^2, g(x) = 2 \ln x$; (B) $f(x) = \sin x^2, g(x) = \sin^2 x$;
(C) $f(x) = \sqrt{x^2}, g(x) = x$; (D) $f(x) = \sqrt{x^3}, g(x) = x\sqrt{x}$.

54. 在 $(-\infty, 0)$ 上, 下列函数中无界的函数是 (D).

- (A) $y = 2^x$; (B) $y = \arctan x$; (C) $y = \frac{1}{x^2 + 1}$; (D) $y = \frac{1}{x}$.

55. 下列函数中是奇函数的为(A).

(A) $\frac{|x|}{x}$; (B) $\frac{10^x + 10^{-x}}{2}$; (C) $x^3 + \cos x$; (D) $\frac{\sin x}{x}$.

56. 函数 $y = \sin 2x + \cos 3x$ 的周期为(A).

(A) π ; (B) $\frac{2}{3}\pi$; (C) 2π ; (D) 6π .

57. 设 $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ x^2, & x < 0, \end{cases}$ $g(x) = 5x - 4$, 则 $f[g(0)] =$ (C).

(A) 0; (B) -4; (C) 16; (D) -16.

58. 设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0, 1]$, 则函数 $g(x) = f(x+a) + f(x-a)$ ($0 < a < \frac{1}{2}$) 的定义域是 (C).

(A) $[-a, 1-a]$. (B) $[a, 1+a]$. (C) $[a, 1-a]$. (D) $[-a, 1+a]$.

59. 已知 $\lim_{x \rightarrow \gamma} [f(x) + g(x)]$ 存在, 则 $\lim_{x \rightarrow \gamma} f(x)$ 与 $\lim_{x \rightarrow \gamma} g(x)$ (D).

(A) 均存在; (B) 均不存在; (C) 至少有一个存在; (D) 都存在或都不存在.

60. “ $f(x_0 - 0)$ 与 $f(x_0 + 0)$ 存在且相等” 是 “ $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ 存在” 的(C)条件.

(A) 充分; (B) 必要; (C) 充分且必要; (D) 非充分且非必要.

61. 当 $x \rightarrow \infty$ 时, $y = x \cos x$ 是(B).

(A) 无穷大; (B) 无界函数但不是无穷大; (C) 有界函数; (D) 无穷小.

62. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 1}{x + 1} - ax - b \right) = 0$, 则(D).

(A) $a = b = 1$; (B) $a = b = -1$; (C) $a = -1, b = 1$; (D) $a = 1, b = -1$.

63. $x = 0$ 是 $y = \arctan \frac{1}{x}$ 的(B)间断点.

(A) 可去; (B) 跳跃; (C) 无穷; (D) 振荡.

64. $x = 0$ 是函数 $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{x}$ 的(D).

(A) 连续点; (B) 跳跃间断点; (C) 无穷间断点; (D) 可去间断点.

65. 设对任意 x 总有 $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} [h(x) - g(x)] = 0$, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ (A).

(A) 存在且一定为 0. (B) 存在且一定不为 0.

(C) 一定不存在. (D) 不一定存在.

66. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列哪一个函数是其他三个的高阶无穷小? (B)

(A) x^2 . (B) $1 - \cos x^2$. (C) $\tan x - \sin x$. (D) $\ln(1 + x^2)$.

67. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$, 讨论函数 $f(x)$ 的间断点, 其结论为 (B).

- (A) 不存在间断点 (B) 存在间断点 $x=1$
(C) 存在间断点 $x=0$ (D) 存在间断点 $x=-1$

68、函数 $f(x) = \frac{|x|\sin(x-2)}{x(x-1)(x-2)^2}$ 在下列哪个区间内有界 (A)。

- (A) $(-1,0)$ (B) $(0,1)$ (C) $(1,2)$ (D) $(2,3)$

69、设 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内有定义, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$, $g(x) = \begin{cases} f(\frac{1}{x}), & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 则 (D)

- (A) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第一类间断点 (B) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的第二类间断点
(C) $x=0$ 必是 $g(x)$ 的连续点 (D) $g(x)$ 在点 $x=0$ 的连续性与 a 的取值有关

70. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $x^2 - \sin x$ 是 x 的 (B)。

A. 高阶无穷小 B. 同阶但非等价无穷小 C. 低阶无穷小 D. 等价无穷小

71、当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ 等价的无穷小是 (A)。

- A、 x B、 $2x$ C、 x^2 D、 $2x^2$

72、函数 $f(x) = xe^{\cos x} (-\infty < x < +\infty)$ 是 ()

- (A) 奇函数 (B) 有界函数 (C) 单调函数 (D) 周期函数

73. 设数列的通项为 $x_n = \begin{cases} \frac{1}{n}, & n=2k+1 \\ n, & n=2k \end{cases} (k \in N^*)$, 则当 $n \rightarrow +\infty$ 时, x_n 为 ()

- (A) 无穷小量 (B) 无穷大量 (C) 有界量 (D) 无界量

74. 当 $x \rightarrow 0$ 时, $\tan x - \sin x$ 是 x^3 的 ()

- (A) 低阶无穷小 (B) 高阶无穷小 (C) 等价无穷小 (D) 同阶无穷小

75. 已知 $f(x)$ 与 $g(x)$ 在 $(-\infty < x < +\infty)$ 上连续, 且 $f(x) < g(x)$, 则有 ()

- (A) $f(-x) > g(-x)$ (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) < \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$
(C) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) < \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ (D) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow \infty} g(x)$

76. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x-1} e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限 ()

- (A) 为 ∞ (B) 不存在 (C) 等于 2 (D) 等于 0

77. 若 $x_n \leq a \leq y_n$, ($n=1,2,\dots$) 且 $\lim_{n \rightarrow \infty} (y_n - x_n) = 0$, 则 (A)。

(A) $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 都收敛于 a (B) $\{x_n\}$ 收敛于 a , $\{y_n\}$ 发散;

(C) $\{x_n\}$ 发散, $\{y_n\}$ 收敛于 a (D) $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ 都发散。

78. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列各无穷小量与 x 相比是高阶无穷小量的是 (B)。

(A) $2x^2 + x$ (B) $\sin x^2$ (C) $x + \sin x$ (D) $x^2 + \sin x$

79. 下列极限中正确的是 (C)。

(A) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 1$ (B) $\lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} = 1$ (C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{x} = 2$ (D) $\lim_{x \rightarrow 0} 2^{\frac{1}{x}} = \infty$

80. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{3\sin(x-1)}{x-1}, & x < 1 \\ e^{2ax} - e^{ax} + 1, & x \geq 1 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续; 则 $a =$ (A)

(A) $\ln 2$ (B) 0 (C) $2 \ln 2$ (D) 2

81. 设函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x < 0 \\ a + 2, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内连续; 则 $a =$ (D)。

(A) 2 (B) 0 (C) -1 (D) -2

82. 设 $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x} - 1}{x - 1}$, 则 $x = 1$ 是函数 $f(x)$ 的 (A)。

(A) 可去间断点 (B) 连续点 (C) 无穷间断点 (D) 跳跃间断点。

83. 设 $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} e^{\frac{1}{x-1}}$, 则 $x = 1$ 是函数 $f(x)$ 的 (C)。

(A) 可去间断点 (B) 连续点 (C) 无穷间断点 (D) 跳跃间断点。

84. 已知 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2}{x+1} - ax - b \right) = 0$, 其中 a, b 是常数, 则 (C)

(A) $a = 1, b = 1$ (B) $a = -1, b = 1$

(C) $a = 1, b = -1$ (D) $a = -1, b = -1$

85. 设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, 有 (B)。

(A) $f(x)$ 与 x 是等价无穷小 (B) $f(x)$ 与 x 同阶但非等价无穷小

(C) $f(x)$ 是比 x 高阶的无穷小 (D) $f(x)$ 是比 x 低阶的无穷小

86. $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x-1}{\sin(\pi x)}$ 的 (A)

- (A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点
(C) 无穷间断点 (D) 振荡间断点

87. 下列断言正确的是 (B)。

- (A) 有界数列必有极限 (B) 无界数列必发散
(C) 发散数列必无界 (D) 单调数列必有极限

88. 下列极限运算, 正确的是 (A)。

- (A) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{2x} - e^x + 1}{\sqrt{1 + \sin^2 x} - 1} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^{2x} - 1)(e^x - 1)}{\frac{1}{2} \sin^2 x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot x}{\frac{1}{2} x^2} = 4$
(B) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2} \right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2} + \cdots + \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{n^2} = 0$
(C) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^2 \sin x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - x}{x^2 \cdot x} = 0$
(D) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x} = 0$ 。

89. 若 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + x - 2} = 2$, 则 (B)。

- (A) . $a=2, b=4$ (B) . $a=4, b=-5$ (C) . $a=1, b=-2$ (D) . $a=-4, b=5$

90. 设 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + a, & x < 0 \\ 1, & x = 0 \\ (1+bx)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \end{cases}$, 在 $x=0$ 连续, 则 (C)。

- (A) . $a=1, b=1$ (B) . $a=0, b=0$ (C) . $a=1, b=0$ (D) . $a=0, b=1$

91. 下列极限存在的是 (B)。

- (A) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1}$; (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1}$;
(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x}$; (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ 。

92. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 下列函数中与 $1-x$ 是等价无穷小的是 (D)

- (A) $1-x^2$ (B) $1-x^3$ (C) x^2-1 (D) $\frac{1}{2}(1-x^2)$

93. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 与 $\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$ 等价的无穷小是 (A)。

- (A) x (B) $2x$ (C) x^2 (D) $2x^2$

94. $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$ 的 (A)

(A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 无穷间断点 (D) 振荡间断点

95. 设 $f(x) = x(1 - \cos x)$, $g(x) = x^3 + x^4$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 (B)。

(A) 等价无穷小 (B) 同阶非等价无穷小

(C) 高阶无穷小 (D) 低阶无穷小

96. 设函数 $f(x) = \frac{1}{\frac{x}{e^{x-1}} - 1}$, 则 (D)。

(A) $x=0, x=1$ 都是 $f(x)$ 的第一类间断点,

(B) $x=0, x=1$ 都是 $f(x)$ 的第二类间断点,

(C) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点, $x=1$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点,

(D) $x=0$ 是 $f(x)$ 的第二类间断点, $x=1$ 是 $f(x)$ 的第一类间断点。

97. 函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} & x < 0 \\ x+a & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a =$ (D)。

(A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{2}$ (D) 1

98. 函数 $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内是 ()

(A) 无界函数 (B) 有界函数 (C) 上无界下有界 (D) 上有界下无界

99. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $[-1, 2]$, 则函数 $g(x) = f(x+2) + f(2x)$ 的定义域为是 ()

(A) $[-3, 0]$ (B) $[-3, 1]$ (C) $[-\frac{1}{2}, 1]$ (D) $[-\frac{1}{2}, 0]$

100. 当 $x \rightarrow 1$ 时, 下列函数中与 $1-x$ 是等价无穷小的是 ()

(A) $\frac{1}{2}(1-x^2)$, (B) $1-x^3$, (C) x^2-1 , (D) $1-x^2$

101. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 无穷小量 $1 - \cos x$ 是 $2x^2$ 的 ()

(A) 高阶无穷小 (B) 低阶无穷小
(C) 等价无穷小 (D) 同阶但不等价无穷小

102. 函数 $\varphi(x) = \begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处 ()

(A) 不连续 (B) 连续但不可导 (C) 可导 (D) 无界

103. $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x^2-1}{x^2-3x+2}$ 的 ()

(A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 无穷间断点 (D) 以上都不对

104. $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$ 的 ()

(A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 无穷间断点 (D) 连续点

105. 若数列 $\{x_n\}$ 有界, 则 $\{x_n\}$ 必 ()

(A) 收敛 (B) 发散 (C) 可能收敛也可能发散 (D) 收敛于零

106. 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3 - n + 1}{5n^3 + 4n^2 + n} = ()$

(A) 0 (B) $\frac{4}{5}$ (C) 1 (D) $\frac{1}{4}$

107. 设 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x+a, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $a = ()$.

(A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -2.

108. 函数 $f(x) = (x^2 - x - 2)|x^3 - x|$ 不可导点的个数是 (B).

(A) 3, (B) 2, (C) 1, (D) 0.

109. (1992 考研 数一) 当 $x \rightarrow 1$ 时, 函数 $\frac{x^2-1}{x-1}e^{\frac{1}{x-1}}$ 的极限 (D)

(A) 等于 2. (B) 等于 0. (C) 为 ∞ . (D) 不存在但不为 ∞ .

110. (1998 考研 数三) 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1+x}{1+x^{2n}}$, 讨论函数 $f(x)$ 的间断点, 其结论为

(B)

(A) 不存在间断点. (B) 存在间断点 $x=1$.

(C) 存在间断点 $x=0$. (D) 存在间断点 $x=-1$.

111. 函数 $f(x) = \begin{cases} 2x^2 & x \leq 1 \\ 3x-1 & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处 (B)

(A) 不连续, (B) 连续但不可导, (C) 可导, (D) 无界

112. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 1-x & x \leq 0 \\ e^{-x} & x > 0 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 (C).

(A) 不连续

(B) 连续但不可导

(C) 可导且 $f'(0) = -1$

(D) 可导且 $f'(0) = 1$

113. 若曲线 $y = x^2 + ax + b$ 和 $2y = -1 + xy^3$ 在点 $(1, -1)$ 处相切, 其中 a, b 为常数, 则 (D)

- A) $a = 0, b = -2$ B) $a = 1, b = -3$ C) $a = -3, b = 1$ D) $a = -1, b = -1$

114. 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处 (B)。

- (A) 不连续 (B) 连续但不可导 (C) 可导 (D) 无界

115. 设 $f(x) = x \ln x$ 在 x_0 处可导, 且 $f'(x_0) = 2$, 则 $f(x_0) =$ (C)

- (A) 0; (B) 1; (C) e ; (D) e^2 .

116. 已知 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x}$, 则 $f''(\frac{1}{2}) =$ (D)。

- (A) $-2e$ (B) $-\frac{2}{e}$ (C) $\frac{e}{2}$ (D) $\frac{2}{e}$

117. 设 $y = x^x$ ($x > 0$), 则 $y' =$ (A)。

- (A) $x^x(\ln x + 1)$ (B) x^x (C) $x^x \ln x$ (D) $\ln x + 1$

118. 设 $f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} x(1 + \frac{1}{t})^{2xt}$, 则函数 $f'(x) =$ (B)。

- (A) xe^{2x} , (B) $(1 + 2x)e^{2x}$, (C) e , (D) $(1 + x)e^{2x}$,。

119. 设 $f'(a) = 1$, 则极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a-2h) - f(a)}{h} =$ (D)。

- (A) 1 (B) -1 (C) 2 (D) -2

110. 设 $y = x \sin x$, 则 $dy =$ (B)。

- A. $\sin x dx$ B. $(\sin x + x \cos x) dx$

- C. $x \cos x dx$ D. $(\sin x - x \cos x) dx$

111. 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处满足: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h^2} = 2013$ 。则 $f(x)$ 在 x_0

处 (D)。

- (A) 不可导; (B) 可导, 且 $f'(x_0) = 2013$;

- (C) 可导性不确定; (D) 可导, 但 $f'(x_0) = 0$ 。

112. 函数 $y=|x|$ 在 $x=0$ 处 (B)。

- (A) 不连续也不可导 (B) 连续但不可导
(C) 不连续但可导 (D) 连续且可导

113. 函数 $\varphi(x)=\begin{cases} x^3 \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处 ()

- (A) 不连续 (B) 连续但不可导 (C) 可导 (D) 无界

114. 设 $f(x)=\sin \frac{1}{x}$, 则 $f'(\frac{1}{\pi})=(C)$ 。

- (A) 1 (B) -1 (C) π^2 (D) $-\pi^2$

115. 设 $f(x)=x \ln x$ 在 x_0 处可导, 且 $f'(x_0)=2$, 则 $f(x_0)=(C)$ 。

- (A) 0 (B) 1 (C) e (D) e^2

116. 设 $f(x)=\begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2x+a, & x > 1 \end{cases}$ 在 $x=1$ 处连续, 则 $a=(C)$ 。

- (A) 0 (B) 1 (C) -1 (D) -2。

117. 设 $f(x)$ 为可导函数, 且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{2\Delta x} = 1$, 则 $f'(x_0)=(C)$ 。

- A. 1 B. 0 C. 2 D. $\frac{1}{2}$

118. 设 $f(x)=\ln \cos x$, 则 $f'(x)=(D)$ 。

- A. $\sec x$ B. $-\sec x$ C. $\tan x$ D. $-\tan x$

119. 设 $y=e^{\frac{1}{x}}$, 则 $dy=(D)$ 。

- A. $e^{\frac{1}{x}} dx$ B. $-e^{\frac{1}{x}} dx$ C. $-\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$ D. $\frac{1}{x^2} e^{\frac{1}{x}} dx$

120. 函数 $f(x)=|x|$ 在点 $x=0$ 处 (C)

- (A) 连续且可导 (B) 不连续但可导
(C) 连续但不可导 (D) 不连续也不可导

121. 曲线 $f(x)=x^3$ 在 $(1, 1)$ 处的切线方程是 (A)

- (A) $y-1=3(x-1)$ (B) $y-1=-3(x-1)$

(C) $y - 3 = (x - 1)$ (D) $y - 3 = 3(x - 1)$

122. 下列等式中成立的是 (C)

(A) $adx = \frac{1}{a}d(ax + b)$ (B) $xe^{x^2}dx = d(e^{x^2})$

(C) $\frac{1}{\sqrt{x}}dx = \frac{1}{2}d\sqrt{x}$ (D) $\ln x dx = d(\frac{1}{x})$

123. 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$, 在 $x = 0$ 处——.

- A. 连续但不可导 B. 连续且可导
C. 不连续 D. 导函数连续

124. $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{3}x^3, & x \leq 1 \\ x^2, & x > 1 \end{cases}$, 则 $f(x)$ 在 $x = 1$ 处——.

- A. 左、右导数都存在 B. 左导数存在, 右导数不存在
C. 左导数不存在, 右导数存在 D. 左、右导数都不存在

125. 若曲线 $y = x^2 + ax + b$ 和 $2y = -1 + xy^3$ 在点 $(1, -1)$ 处相切, 其中 a, b 为常数, 则 (D)

- A. $a = 0, b = -2$ B. $a = 1, b = -3$ C. $a = -3, b = 1$ D. $a = -1, b = -1$

126. 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处满足: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h^2} = 2022$. 则 $f(x)$ 在 x_0

处 (D)。

(A) 不可导; (B) 可导, 且 $f'(x_0) = 2022$;

(C) 可导性不确定; (D) 可导, 但 $f'(x_0) = 0$ 。

127. 设 $f(x) = x \ln x$ 在 x_0 处可导, 且 $f'(x_0) = 2$, 则 $f(x_0) = (\quad)$ 。

- (A) 0 (B) 1 (C) e (D) e^2

128. 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} + \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 k 等于 []

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -1

129. 函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ k, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处连续, 则 k 等于 []

- A. 1 B. 0 C. 2 D. -1

130. 直线 $4x - y - 6 = 0$ 与曲线 $y = x^4 - 3$ 相切, 则切点的坐标是 []

- A. $(-1, -2)$ B. $(-2, -1)$ C. $(1, -2)$ D. $(-2, 1)$

131. 设 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义, 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 - 2h) - f(x_0)}{h} = 1$, 则

$f'(x_0) = []$ A. 2 B. $-\frac{1}{2}$ C. -1 D. $\frac{1}{2}$

5. 设 $f(x) = \frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3}$, 则 $x=1$ 为 $f(x)$ 的 []

- A. 连续点; B. 无穷间断点; C. 跳跃间断点; D. 可去间断点。

132. 下列极限存在的是 ()。

(A) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{x^2 - 1}$; (B) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2}{x^2 - 1}$;

(C) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 1}{x}$; (D) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$ 。

133. 如果函数 $f(x)$ 在 x_0 处满足: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h^2} = 2013$ 。则 $f(x)$ 在 x_0

处 ()。

- (A) 不可导; (B) 可导, 且 $f'(x_0) = 2013$;

- (C) 可导性不确定; (D) 可导, 且 $f'(x_0) = 0$ 。

134. 设 $f(x) = x(1 - \cos x)$, $g(x) = x^3 + x^4$, 当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 $g(x)$ 的 ()。

- (A) 等价无穷小 (B) 同阶非等价无穷小

- (C) 高阶无穷小 (D) 低阶无穷小

135. $x=1$ 是函数 $f(x) = \frac{x-1}{\sin(\pi x)}$ 的 ()

- (A) 可去间断点 (B) 跳跃间断点 (C) 无穷间断点 (D) 振荡间断点

136. 设当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1 + ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价无穷小,

则常数 $a = ()$ 。

- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{3}{2}$ (C) $-\frac{2}{3}$ (D) $-\frac{3}{2}$ 。

137. 设函数 $f(x)$ 在 $x=1$ 处可导, 且 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+2h) - f(1)}{h} = \frac{1}{2}$,

则 $f'(1) = (\quad)$ 。

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $-\frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{1}{4}$

138. 设函数 $f(x)$ 在点 x_0 的某邻域内有定义, 则 $f(x)$ 在点 x_0 可导的充分必要条件是 (C)

(A) 极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$ 存在.

(B) 极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left[f\left(x_0 + \frac{1}{n}\right) - f(x_0) \right]$ 存在.

(C) 极限 $\lim_{t \rightarrow \infty} t \left[f(x_0) - f\left(x_0 - \frac{1}{t}\right) \right]$ 存在.

(D) 极限 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h^2) - f(x_0)}{h^2}$ 存在.

139. 设 $x = 2t^2$, $y = 2t$, 则 $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=2} = (\text{C})$.

- (A) $\frac{1}{4}$; (B) $\frac{1}{8}$; (C) $-\frac{1}{64}$; (D) $-\frac{1}{16}$.

140. 设方程 $e^y + xy = e$ 确定了 y 是 x 的函数, 则 $y'|_{x=0} = (\text{B})$.

- (A) 1; (B) $-\frac{1}{e}$; (C) -1; (D) $\frac{1}{e}$.

141. 已知 $f(x)$ 具有任意阶导数, 且 $f'(x) = [f(x)]^2$, 则 $f^{(4)}(x)$ 为 (A).

- (A) $4![f(x)]^5$; (B) $4![f(x)]^6$; (C) $4[f(x)]^5$; (D) $[f(x)]^5$.

142. 设 $y = \ln |1-x|$, 则 $y' = (\text{D})$.

- (A) $\frac{1}{|1-x|}$; (B) $-\frac{1}{|1-x|}$; (C) $\frac{1}{1-x}$; (D) $-\frac{1}{1-x}$.

143. 函数 $f(x) = \begin{cases} x \arctan \frac{1}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ 则 $f(x)$ 在 $x=0$ 处 (B).

- (A) 不连续; (B) 连续但不可导;
(C) 可导但导数不连续; (D) 可导且导数连续.

144. $f(x) = (x-a)\varphi(x)$, 且 $\lim_{x \rightarrow a} \varphi(x) = 0, \varphi(a) = 1$, 则 $f'(a) = (\text{C})$.

- (A) 0; (B) a ; (C) 1; (D) 不存在.

145. 设 $\varphi(x)$ 在 $x=a$ 连续, $f(x) = |x-a|\varphi(x)$, 若 $f(x)$ 在 $x=a$ 可导, 则 $\varphi(x)$ 应满足 (D).

- (A) $\varphi(a) > 0$; (B) $\varphi(a) < 0$; (C) $\varphi(a) \neq 0$; (D) $\varphi(a) = 0$.

146. 若 $f(x)$ 在 $x=a$ 处左, 右导数 $f'_-(a), f'_+(a)$ 都存在, 但 $f'_-(a) \neq f'_+(a)$, 则 $f(x)$ 在 $x=a$ 处 (B).

- (A) 不连续; (B) 连续但不可导; (C) 可导; (D) 以上都不对.

147. 设 $y = 2x^3 + x^2|x|$, 则使 $f^{(n)}(0)$ 存在的最高阶数 n 为 (D)

- (A) 0. (B) 1. (C) 2. (D) 3.

148. 设 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a \tan x + b(1 - \cos x)}{c \ln(1 - 2x) + d(1 - e^{-x^2})} = 2$, 其中 $a^2 + c^2 \neq 0$, 则必有(D).

(A) $b = 4d$; (B) $b = -4d$; (C) $a = 4c$; (D) $a = -4c$.

149. $\lim_{x \rightarrow 0} \cot x \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) =$ (B).

(A) $\frac{1}{3}$; (B) $\frac{1}{6}$; (C) $\frac{1}{12}$; (D) 0.

150. 曲线 $y = \begin{cases} e^x, & x < 0 \\ e^{\frac{1}{x}}, & 0 < x \leq 1 \\ \frac{\ln x}{x-2}, & x > 1, x \neq 2 \end{cases}$ 的垂直渐近线是(A).

(A) $x = 2, x = 0$; (B) $x = 2$; (C) $x = 2, x = 1$; (D) $x = 0, x = 1$.

二. 填空题

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 6x)}{\tan 3x} =$ _____.

2. 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $2^{xy} = x + y$, 则 $dy|_{x=0} =$ _____.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 3x)^{\frac{1}{x}} =$ _____.

4. 设函数 $f(x) = (1 + x^2) \arctan x$, 则 $dy|_{x=0} =$ _____.

5. 设函数 $f(x) = \ln(1 + x^2)$, 则 $f''(-1) =$ _____.

6. 函数 $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{1-x}}}$ 的不连续点的是_____.

7. 设 $f(x) = 2^x + 3^x - 2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x)$ 是 x 的_____ (高阶, 低阶, 同阶, 等价) 无穷小;

8. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 1}} + \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + 2}} + \cdots + \frac{\pi}{\sqrt{n^2 + n}} \right) =$ _____;

9. 已知 $f'(3) = 2$, 则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3-h) - f(3)}{2h} =$ _____;

10. $d[\ln(x + \sqrt{1 + x^2})] =$ _____ $d\sqrt{1 + x^2}$;

11. 设 $f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$, 则 $f^{(n)}(x)$ 为 ()

12. 设 $y = xe^{2x}$, 则微分 $dy =$ _____.

13. 椭圆 $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 在点 $(2, \sqrt{3})$ 处的切线方程为_____.

14. 若当 $x \rightarrow 0$ 时, $2ax + 3x^2 - x^3$ 与 $\sin 4x$ 为等价无穷小, 则常数 $a =$ _____。

15. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^{x-2}, & x < 2 \\ ax + 4, & x \geq 2 \end{cases}$ 在 $x = 2$ 处连续, 则 $a =$ _____。

16. 设 $f'(x_0) = 1$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} =$ _____。

17. 设参数 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=2} =$ _____。

18. $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1+2+3+\dots+(n-1)}{n^2} =$ _____。

19. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\ln(1+x)} - \frac{1}{x} \right) =$ _____。

20. 当 $x \rightarrow k$ 时, $\sin(k^2 - x^2)$ 与 $\tan(k - x)$ 为等价无穷小, 则常数 $k =$ _____。

21. 由方程 $y = 1 + xe^y$ 所确定的曲线 $y = y(x)$ 在点 $(0, 1)$ 处的切线方程为_____。

21. (1989 年考研 数三) 设 $f(x) = x(x+1)(x+2)\cdots(x+n)$, 则 $f'(0) =$ _____。

22. (2004 考研 数一) 已知 $f'(e^x) = xe^{-x}$, 且 $f(0) = 0$, 则 $f(x) =$ _____。

23. (1990 考研 数一) 设 a 是非零常数, 则 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+a}{x-a} \right)^x =$ _____。

24. (1991 考研 数一) 已知当 $x \rightarrow 0$ 时, $(1+ax^2)^{\frac{1}{3}} - 1$ 与 $\cos x - 1$ 是等价无穷小, 则常数 $a =$ _____。

25. (1996 考研 数二) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left[\sin \ln \left(1 + \frac{3}{x} \right) - \sin \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right] =$ _____。

26. 设 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导, 且 $f'(0) = 1$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2\Delta x) - f(0)}{\Delta x} =$ _____。

26. 设 $f(x) = (e^x - 1)\varphi(x)$, 其中 $\varphi(x)$ 在 $x = 0$ 处连续, 则 $f'(0) =$ _____。

28. 设 $f'(x_0) = 1$, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} =$ _____。

29. 设 $y = \sin \frac{2x}{1+x^2}$, 则 $dy = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2} \cos \frac{2x}{1+x^2} dx$

30. 设 $y = \ln(1 + e^{x^2})$, 则 $dy =$ _____。

31. 设 $y = xe^{2x}$, 则 $dy =$ _____。

32. 已知 $y = \arctan \frac{3}{x} + \ln 3$, 则函数的微分 $dy = -\frac{3}{x^2 + 9} dx$

33. 设 $y = \sin x^2$ 时, 则微分 $dy =$ _____。

34. 设 $y = e^x(\sin x - \cos x)$ 时, 则 $dy =$ _____。

35. 设函数 $f(u)$ 可微, 且 $y = f(1 - 2x^2)$, 则 $dy =$ _____。

36. 已知 $y = xe^{-x}$, 则 $dy =$ _____。

37. 设 $y = \frac{\ln x}{x}$, 则 $dy =$ _____。

38. 设 $y = \cos x^2 + \ln 3$ 时, 则微分 $dy =$ _____。

39. 设 $y = \sin(2x + 1)$ 时, 则微分 $dy =$ _____。

40. 设 $y = x \sin x^2 + \ln 3$ 时, 则微分 $dy = (\sin x^2 + 2x^2 \cos x^2) dx$ _____。

41. 曲线 $\begin{cases} x = \sin t \\ y = \cos 2t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 _____。

42. 设参数 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 确定了函数 $y = y(x)$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=2} =$ _____。

43. 曲线 $\begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = \sin t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程为 _____。

44. 曲线 $\begin{cases} x = t^2 \\ y = t - t^2 \end{cases}$ 在 $t = 1$ 处的切线方程为 _____。

45. 曲线 $\begin{cases} x = 1 + t^2 \\ y = t^3 \end{cases}$ 在 $t = 4$ 处的切线方程为 $y = 6x - 38$ _____。

46. 曲线 $\begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$ 在 $t = 0$ 对应的点处的切线方程为 $y = x - 1$ 。

47. 曲线 $\begin{cases} x = \cos t + \cos^2 t \\ y = 1 + \sin t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 对应的点处的切线方程为 $y = -\frac{1}{\sqrt{2}+1}x + \frac{3+\sqrt{2}}{2}$ 。

48. 设方程 $1 - xe^y = y$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 则 $y' \Big|_{x=0} =$ _____。

25. 设方程 $y^5 + 2y - x - 3x^7 = 0$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 则 $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} =$ _____。

49. 设方程 $y = 1 + xe^y$ 确定了函数 $y = y(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

50. 设方程 $x - y + \frac{1}{2} \sin y = 0$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 则 $\frac{dy}{dx} =$ _____。

51. 设 $f(x) = e^x \lim_{n \rightarrow \infty} (2^n \sin \frac{x}{2^n})$, 则 $f^{(n)}(x) =$ _____。

52. 设 $y = xe^x$, 则 $y^{(n)} =$ _____。

53. 设 $y = xe^{2x}$, 则 $y^{(n)} =$ _____。

54. 设 $y = \ln(1 + x^2)$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ _____。

55. 设 $y = xe^{x^2}$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} =$ _____。

56. 已知函数 $y = x^2 \ln x$, 求 y'' 。

57. 曲线 $y = x + x^x$ 在 (2,6) 处的切线方程为_____ ($y - 6 = (5 + 4 \ln 2)(x - 2)$)

58. 设 $y = (x+1)(x+2)^2(x+3)^3$, 则 $y^{(6)} =$ _____。

59. 设 $y = x(x+1)^2(x+2)^4$, 则 $y^{(7)} =$ _____。

60. 设 $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上连续, 且 $\int_0^x f(t) dt = x(1 + 2 \cos x)$, 则 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$ _____。

61. 设 $y = xe^{2x}$, 则 $dy = \underline{(2x+1)e^{2x} dx}$ 。

62. 若 $y = \sin 2x$, 则它的一阶导数 $y' = \underline{2 \cos 2x}$ 。

63. 若 $y = \ln \frac{1}{x}$, 则它的一阶导数 $y' = \underline{-\frac{1}{x}}$ 。

64. 若 $y = x + e^x$, 则 $\frac{d^2 y}{dx^2} = \underline{e^x}$ 。

65. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 处可微是函数 $f(x)$ 在 x_0 可导的 充要 条件。

66. 曲线 $y = x^2 + 1$ 在点 $(1, 2)$ 处的切线方程为 $y = 2x$.

67. 设函数 $y = (3 + x^2)^{10}$, 则 $y' = \underline{20x(3 + x^2)^9}$

68. 设 $f(x) = e^x \lim_{n \rightarrow \infty} (2^n \sin \frac{x}{2^n})$, 则 $f^{(n)}(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

三、求极限

1. 求极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \sin \frac{2}{n^2}$

2. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} (\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{\tan x})$

3. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (\frac{a^x + b^x + c^x}{3})^{\frac{1}{x}}, (a > 0, b > 0, c > 0)$.

5. 求极限 $\lim_{n \rightarrow +\infty} (\frac{n-2}{n})^{3n}$;

6. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + e^{-x} - 2}{1 - \cos 3x}$

7. 已知 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - bx + 3b}{x - a} = 8$, 求 a, b

8. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 1} (\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1-x^3})$;

6. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$;

7. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - 2x)^{\frac{3}{\sin x}}$;

8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \tan x}{(\sqrt[3]{1+x^2} - 1)(\sqrt{1+\sin x} - 1)}$;

9. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + x^2 \sin \frac{1}{x}}{(1 + \cos x) \ln(1+x)}$.

10. 求极限 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\cos \sqrt{x+1} - \cos \sqrt{x})$.

11. 求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x^2}{x^3 \sin x}$;

四、求导数与微分

1. 设 $y = x \arcsin \frac{x}{2} + \sqrt{4 - x^2}$, 求 y'
2. 求曲线 $x^2 + y^2 - 2x + 3y + 2 = 0$ 的切线, 使该切线平行于直线 $2x + y - 1 = 0$.
3. 求参数方程 $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2), \\ y = t - \arctan t. \end{cases}$ 所确定的函数的二阶导数。
4. 求曲线 $\begin{cases} x = e^t \sin 2t, \\ y = e^t \cos t \end{cases}$ 过点 $(0, 1)$ 的法线方程 (即 $t = 0$ 处)。
5. 设 $f(x)$ 是可微函数, $y = \frac{f(\tan x)}{\tan[f(x)]}$, 求 y' ;
6. 设函数 $y = y(x)$ 有方程 $e^y + xy = e$ 所确定, 求 $y''(0)$;
7. 设 $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$, 求 y' ;
8. 设 $\begin{cases} x = \ln \sqrt{1+t^2} \\ y = \arctan(t) \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$;
9. 已知函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \frac{t^2}{2} \\ y = 1 - t \end{cases}$ 确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。
12. 已知函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = \arctan(\sqrt{t}) \\ y = t - \ln(1+t) \end{cases}$ 确定。
试求: 1) $\left. \frac{dy}{dx} \right|_{t=1}$; 2) $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=1}$ 。
13. 设 $\begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。
14. 求曲线 $x^2 + y^2 - 2x + 3y + 2 = 0$ 的切线, 使该切线平行于直线 $2x + y - 1 = 0$ 。
15. 已知曲线 $y = y(x)$ 由方程 $y^5 + 2y - x - 3x^7 = 0$ 确定,

(1) 求 dy ; (2) 求该曲线在 $(0,0)$ 处的切线方程及法线方程。

16. 设 $y = x^2 \ln(1+x)$, 求 dy 。

$$17. \text{ 设 } f(x) = \begin{cases} \ln(1+x), & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ \frac{1}{x} \sin^2 x, & x < 0, \end{cases} \text{ 求 } f'(x)$$

18. 已知函数 $y = y(x)$ 由参数方程 $\begin{cases} x = 2 + 3\cos t \\ y = 3\sin t \end{cases}$ 确定, 求 $\frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

19. 设 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上有定义, 且满足下列条件:

$$(1) \quad f(x+h) = f(x)g(h) + f(h)g(x),$$

(2) $f(x)$ 和 $g(x)$ 在 $x=0$ 处可微, 且

$$f(0) = g'(0) = 0, \quad g(0) = f'(0) = 1,$$

求 $f'(x)$ 。

20. 已知函数 $y = (1+x^2)\arctan x$, 求 y'' 。

21. 设 $y = y(x)$ 是由方程 $\ln \sqrt{x^2 + y^2} = \arctan \frac{y}{x}$ 确定的隐函数, 求 dy

22. 设 $y = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} + \arctan e^x$, 求 $\frac{dy}{dx}$

23. 设方程 $\arctan \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \ln(x^2 + y^2)$ 确定了隐函数 $y = y(x)$, 求 $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2 y}{dx^2}$ 。

24. 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 求 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{xf(x_0) - x_0 f(x)}{x - x_0}$ 。

25. 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 求 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{xf(x_0) - x_0 f(x)}{x - x_0}$ 。

26. 设 $y = x^{\sin x} (x > 0)$, 求 y' 。

27. 求摆线 $\begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = \frac{\pi}{2} - \arctan t \end{cases}$ 在 $t=1$ 所对应的点处的切线方程。

1. 设 $y = x^2 e^x + x^{\sin x}$. ($x > 0$), 求导数 $\frac{dy}{dx}$

五、解答题

1. 讨论 n 的取值范围, 使函数 $f(x) = \begin{cases} x^n \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0; \\ 0, & x = 0 \end{cases}$,

(1) 在 $x = 0$ 处是连续的;

(2) 在 $x = 0$ 处可微分;

(3) 在 $x = 0$ 处其导函数是连续的。

2. 函数 $f(x) = \begin{cases} [\frac{(1+x)}{e}]^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \\ e^{-\frac{1}{2}}, & x \leq 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 是否连续 ;

3. 设 $f(x) = \begin{cases} \sin(x-1) + 2, & x < 1, \\ ax + b, & x \geq 1, \end{cases}$ 问 a, b 取何值时 $f(x)$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 内可导。

4. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^{2n-1} + ax^2 + bx}{x^{2n} + 1}$ 处处连续, 求 a, b 的值。

5. 设 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 处可导, 求 $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{xf(x_0) - x_0f(x)}{x - x_0}$ 。

6. 设 $y = x^2 \sin x$, 求 $y^{(50)}$ 。

7. 设 $f''(x_0)$ 存在, 证明

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) + f(x_0 - h) - 2f(x_0)}{h^2} = f''(x_0).$$

8. 设 $f(x) = x^2 \ln(1+x)$, 求 $f^{(n)}(0)$ 。

9. 设函数 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln(e^n + x^n)}{n} (x > 0)$,

(1) 求 $f(x)$ 的表达式; (2) 讨论 $f(x)$ 的连续性和可导性。

10. 设 $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 e^{n(x-1)} + ax + b}{e^{n(x-1)} + 1}$, 试确定常数 a, b 的值, 使 $f(x)$ 处处可导, 并求 $f(x)$