

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

本卷所需统计数据

$$\Phi_0(1.54) = 0.94, \Phi_0(1.96) = 0.975, \Phi_0(2.58) = 0.995, \Phi_0(1.77) = 0.96$$

一、单选题（共 20 分，每小题 4 分）

得分	
----	--

1. 如果（ ）成立，则事件  $A$  与事件  $B$  互为对立。

- A.  $A \cap B = \phi$       B.  $A \cup B = S$
- C.  $A \cap B = \phi$  且  $A \cup B = S$       D.  $A$ 、 $B$  互不相容

2. 若事件  $A$  与  $B$  相互独立，且  $P(A) = 0.3$ ， $P(B) = 0.6$ ，则  $P(A \cup B) =$ （ ）。

- A. 0.71      B. 0.72      C. 0.73      D. 0.74

3. 设随机变量  $X$  服从 Poisson 分布  $P(\lambda)$  且  $E[(X-1)(X-2)] = 1$ ，则  $\lambda =$ （ ）。

- A. 1      B. 0      C. 2      D. 3

4. 设随机变量  $X$  的密度函数是  $f_X(x)$ ，令  $Y = -3X$ ，则  $Y$  的概率密度为（ ）。

- A.  $\frac{1}{3}f_X(-\frac{y}{3})$       B.  $f_X(-\frac{y}{3})$       C.  $-\frac{1}{3}f_X(-\frac{y}{3})$       D.  $3f_X(-3y)$

5. 设总体  $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ， $X_1$ ， $X_2$ ， $X_3$  是来自总体的样本，记

$$Z_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{4}X_2 + \frac{1}{4}X_3, \quad Z_2 = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{3}X_2 + \frac{1}{3}X_3, \quad Z_3 = \frac{3}{5}X_1 + \frac{2}{5}X_2, \quad \text{则三个对 } \mu \text{ 的无偏估计中，最有效的是（ ）。}$$

- A. 不能判断      B.  $Z_1$       C.  $Z_2$       D.  $Z_3$

得分	
----	--

二、填空题（共 20 分，每小题 4 分。）

1. 现有 5 名语文教师，3 名数学教师和 2 名英语教师，从中随机派遣一组 3 名老师支教，该小组每门课程各有一位教师的概率是\_\_\_\_\_

2.  $P(A) = \frac{1}{3}$ ， $P(A|B) = \frac{1}{4}$ ， $P(B|A) = \frac{1}{2}$ ，则  $P(A+B) =$ \_\_\_\_\_

3.  $\Phi_0$  是标准正态分布的分布函数，则  $\Phi_0(\pi) + \Phi_0(-\pi) - 3\Phi_0(0) =$ \_\_\_\_\_

4.  $X_1$ ， $X_2$  相互独立，服从  $\lambda = 2$  的普哇松分布， $D(2X_1 - 3X_2 + 4) =$ \_\_\_\_\_

5. 设总体  $X$  服从正态分布  $N(\mu, 4)$ ，现抽取样本容量为 16 的样本，得样本均值  $\bar{X} = 80$ ，

则  $\mu$  的 95% 的置信区间为 (保留小数点后两位有效数字) \_\_\_\_\_

得分	
----	--

三、计算题 (共 40 分, 每小题 10 分)

1. 咖啡售贩机上提供拿铁和卡布奇诺两种咖啡, 分大杯, 中杯, 小杯三种容量。根据近五年销售数据分析, 拿铁和卡布奇诺售出份额为 0.6 和 0.4, 拿铁的销售中, 大中小三种容量的比例为 0.2, 0.4, 0.4, 卡布奇诺的销售中, 大中小三种容量的比例为 0.5, 0.25, 0.25。根据该数据, 某顾客在售贩机上购买咖啡。

(1) 计算该顾客购买中杯咖啡的概率;

(2) 现该顾客购买了中杯咖啡, 计算咖啡是拿铁的概率。

2. 设随机变量  $X$  具有概率密度

$$f(x) = \begin{cases} ax, & 0 \leq x < 3, \\ 2 - \frac{x}{2}, & 3 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

(1) 确定常数  $a$ ,

(2) 求  $P\{1 < X \leq 7/2\}$ 。

3. 设二维随机变量  $(X, Y)$  的联合概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} e^{-y}, & 0 < x < y; \\ 0, & \text{其它.} \end{cases}$$

- (1) 求 X 与 Y 的边缘概率密度,
- (2) 判断 X 与 Y 是否相互独立,
- (3) 计算  $P(X + 2Y \leq 1)$ 。

4. 已知  $\xi$  服从正态分布  $N(\mu, 4)$ ,  $x_1, x_2, \dots, x_n$  是  $\xi$  的一组样本观察值, 其中  $\mu$  是未知参数, 试求  $\mu$  的最大似然估计值。

四、解答题（共 20 分，每小题 10 分）

得分	
----	--

1.某学院大二有 200 名学生参加英语四级考试，按往年经验四级通过率为 0.8，试用中心极限定理计算这 200 名学生中至少有 150 人考试通过的概率。

2. 图书馆的自动喷水灭火系统宣称反应温度为满足  $N(54,18^2)$  的正态分布，9 次系统测试的结果给出的样本平均反应温度是  $55^{\circ}\text{C}$ 。试问该系统是否正常工作，即检验平均反应温度是否为  $54^{\circ}\text{C}$ ? (取显著性水平  $\alpha = 0.01$ )。