

Discussions on some quizzes

吕优 518030910427

2020 3 9

Problem 1. 罐子里有 70 个黑球和 30 个白球。每次从中取一个球直到罐子中只含单色球为止。最后罐子中剩的都是白球的概率为多少？

Solution 1. 我们假设罐子里有 n 个黑球和 m 个白球。我们可以先考虑这样一个操作，每次从罐子中取一个球直到罐子取空为止，那这样操作得到的序列一共有 $\frac{n+m!}{n!m!}$ 种然后为了满足题目的条件，我们删除序列最后一段连续的同色球，假如最后一个球是黑色，我们就从后一直删到球变成白色为止我们会发现得到的新序列满足题目的条件，并且两两序列互不相同。这样，每一个序列都代表着一种合法的取球方案，我们考虑最后的一段序列是白球的情况个数，这个数目就等于之前序列中最后一个球是白球的数目，一共有 $\frac{(n+m-1)!}{n!(m-1)!}$ 种所以最后罐子中剩的都是白球的概率为 $\frac{\frac{(n+m-1)!}{n!(m-1)!}}{\frac{n+m!}{n!m!}} = \frac{m}{n+m}$ ，即为白色球占所有球的比例，而且通过上述讨论不难发现，如果罐子中有若干种颜色的球，按题目的要求操作，最后罐子中剩的球为某一特定颜色球的概率就是这种颜色的球所占的比例。