

## ЗАДАНИЕ на лабораторные работы №3

**Тема:** Программно- алгоритмическая реализация приближенного аналитического и разностного методов при решении краевой задачи для системы ОДУ .

**Цель работы.** Получение навыков разработки алгоритмов для решения краевых задач при реализации моделей, построенных на системе ОДУ.

### Задача 1.

1. Методом Галеркина найти приближенное аналитическое решение краевой задачи

$$\begin{aligned} u'' - 2x u' + 2u &= x, \\ u(0) &= 0, \quad u'(1) = 1, \\ 0 \leq x &\leq 1 \end{aligned}$$

2. Представить выкладки, на основе которых написан код.
3. Найти численное решение задачи, аппроксимируя первую производную центральной разностью. Применить метод прогонки.
4. Изобразить графики полученных решений, выполнить анализ результатов.

### Задача 2.

1. Разработать алгоритм и программу, реализующие решение сформулированной в лаб. работе №2 краевой задачи методом конечных разностей.
2. Представить разностный аналог краевого условия при  $x = l$  и его вывод интегро - интерполяционным методом.
3. Привести графики зависимостей  $F(z)$ ,  $u(z)$ ,  $u_p(z)$ ,  $\text{div}F(z)$  от безразмерной координаты  $z$  при указанных выше параметрах.

*Замечания.*

- 1) При определении потока  $F(z)$  использовать формулы численного дифференцирования 2-го порядка точности, в том числе и при  $z=1$ .
- 2) Определить поток  $F(z)$  другим способом, а именно, интегрированием 2-го уравнения исходной системы, т.е.

$$F(z) = \frac{R}{z} \int_0^1 \text{div} F(z) z dz = \frac{cR}{z} \int_0^z k(z) (u_p(z) - u(z)) z dz$$

4. Сравнить решения, полученные в данной лабораторной работе и работе №2. Дать оценку степени совпадения полученных результатов
5. Привести результаты исследования влияния ряда параметров задачи на выходные данные, т.е. зависимости  $F(z)$ ,  $u(z)$  от  $k(T)$ ,  $T_0$ ,  $p$ ,  $R$ .

### Вопросы при защите лабораторной работы

1. Получите простейший разностный аналог нелинейного краевого условия при  $x = l$

$$x = l, \quad -k(l) \frac{du}{dx} = \alpha_N (u(l) - \beta) + \varphi(u(l)),$$

где  $\varphi(T)$  - заданная функция.

Производную аппроксимируйте односторонней разностью.

2. Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при  $x = 0$  краевое условие квазилинейное, а при  $x = l$ , как в п.1, т.е.

$$\begin{cases} x = 0, & -k(u(0)) \frac{du}{dx} = F_0, \\ x = l, & -k(u(l)) \frac{du}{dx} = \alpha (u(l) - \beta) + \varphi(u(l)) \end{cases}.$$

3. Опишите алгоритм применения метода прогонки, если при  $x = 0$  краевое условие нелинейное, а при  $x = l$  - квазилинейное, т.е.

$$\begin{cases} x = 0, & -k(u(0)) \frac{du}{dx} = F_0 + \varphi(u(0)), \\ x = l, & -k(u(l)) \frac{du}{dx} = \alpha (u(l) - \beta) \end{cases}$$

4. Опишите алгоритм определения **единственного** значения сеточной функции  $y_p$  в **одной** заданной точке  $p$ . Использовать встречную прогонку, т.е. комбинацию правой и левой прогонок. Оба краевых условия линейные.
5. Какие можно предложить способы тестирования программы?
6. Найдите приближенное аналитическое решение Задачи 2 любым методом.

**Методика оценки работы.**

Модуль 2, срок - 12-я неделя.

1. Задание полностью выполнено - 6 баллов (минимум).
2. В дополнение к п.1 даны исчерпывающие ответы на все вопросы - 10 баллов (максимум).