**Государственное бюджетное общеобразовательное учреждение города Москвы "Школа № 1532".**

**Моделирование тела брошенного под углом к горизонту**

11 класс, ГБОУ Школа №1532,

Шахнович Дмитрий Сергеевич

Руководитель: учитель информатики, ГБОУ Школа №1532,

Сергиенко Антон Борисович

**Москва, 2022**

# Аннотация

**Предмет исследование**: математическая модель тела, брошенного под углом к горизонту

**Цель**: Написание программного комплекса для решения и визуализации задачи внешней баллистики для шарообразного тела

**Методы, использованные в работе**: анализ литературы, обобщение, формализация, моделирование

**Результаты**: подготовленные теоретические материалы по задаче, рабочая программа для решения и моделирования процесса

**Область применения**: упрощение и автоматизация расчетов, обучение

**Предложения**: оптимизация вычислений дифференциальных уравнений, увеличение баз данных физических характеристик, решение для тел других форм.

**Использованные технические средства**:Python, QT

# Содержание

[Аннотация 2](#_Toc96200109)

[Содержание 3](#_Toc96200110)

[Введение 4](#_Toc96200111)

[Цели и задачи работы 4](#_Toc96200112)

[Актуальность работы 4](#_Toc96200113)

[Основная часть 5](#_Toc96200114)

[Физическое решение задачи 5](#_Toc96200115)

[Решение задачи без учёта силы лобового сопротивления 5](#_Toc96200116)

[Решение задачи с учетом сопротивления воздуха 7](#_Toc96200117)

[Программное реализация решения 9](#_Toc96200118)

[Визуальная составляющая программы 10](#_Toc96200119)

[Использование разработки 14](#_Toc96200120)

[Результат 14](#_Toc96200121)

[Использованные библиотеки 14](#_Toc96200122)

[Использованные материалы 14](#_Toc96200123)

# Введение

Механика – область физики, изучающая движение материальных тел и их взаимодействие между собой. Механика включает в себя много областей, одной из которых является баллистика, описывающая движения снарядов с помощью методов математики.

Задача внешней баллистики или задача тела, брошенного под углом к горизонту, состоит в расчете траектории движения этого тела после силового взаимодействия.

## Цели и задачи работы

Целью работы является написание программы с графическим интерфейсом для решения и визуализации задачи тела, брошенного под углом к горизонту, для шарообразных тел.

Для выполнения поставленной цели необходимо решение следующих задач:

1. Обобщение физического решения задачи.
2. Реализация решения задачи на языке Python по заданным данным.
3. Создание графического интерфейса программы.
4. Объединение интерфейса и решения задачи в единый программный комплекс.

## Актуальность работы

Актуальность работы связана с отсутствием аналогов для вычисления и построения графиков тела, брошенного под углом к горизонту. Единственным найденным аналогом оказалась работа, выложенная на этот сайт1. Остальные программы являются либо калькуляторами контрольных значение(макс. высота, время полёта и другие), либо строят график без учёта сопротивления воздуха

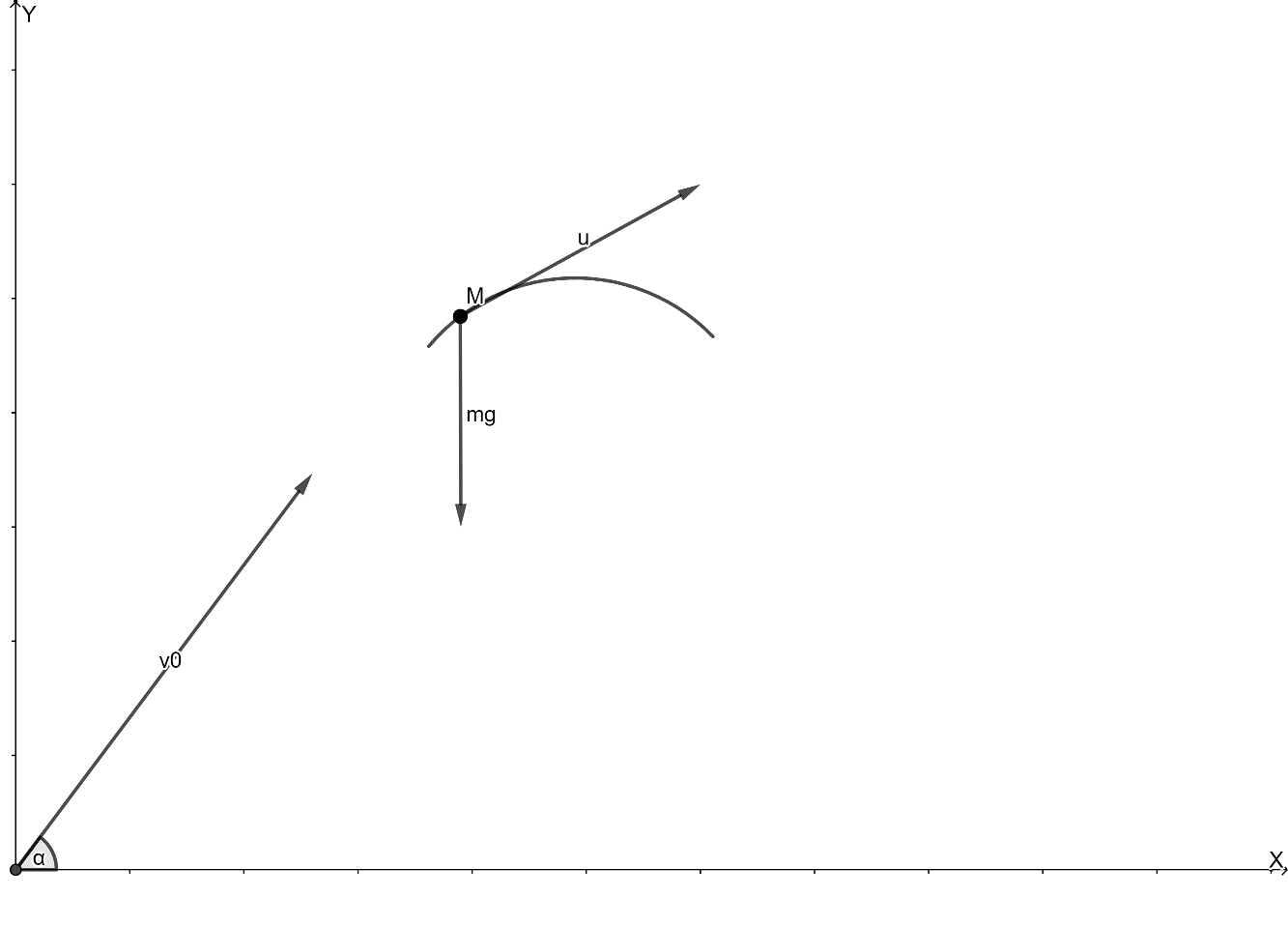
# Основная часть

## Физическое решение задачи

Так как задача внешней баллистики рассматривает движение тела после силового взаимодействия, то тело будет иметь какую-то начальную скорость. При этом вектор этой скорости будет образовывать с линией горизонта угол больше 0 градусов, но меньше 90. В общем случае на тело будут действовать две силы: сила лобового сопротивления и сила тяжести.

### Решение задачи без учёта силы лобового сопротивления

Если пренебречь силой сопротивления, то остается только одна сила, действующая на тело: сила тяжести. В таком случае тело имеет постоянное ускорение равное ускорению свободного падения, а траектория тела представляет собой параболическую кривую. Также движение тела можно представить как наложение независимых движений вдоль разных осей, например оси X, параллельной плоскости поверхности земли, и оси Y, перпендикулярной плоскости поверхности земли.



Тогда, относительно оси X движение будет равномерным, а движение относительно оси Y — равноускоренным. Проекции ускорения тела для данных осей будут выглядеть так:

Где g – ускорение свободного падения.

Так как по оси X тело движется равномерно, по Y- равноускорено, то для него справедливы следующие равенства:

### Решение задачи с учетом сопротивления воздуха

Сила сопротивления направлена против скорости движения, её величина пропорциональна характерной площади S, плотности среды ρ и квадрату скорости V:

C*f* — безразмерный аэродинамический коэффициент сопротивления, получается из критериев подобия, например, чисел Рейнольдса и Фруда в аэродинамике.

Определение характерной площади зависит от формы тела:

* в простейшем случае (шар) — площадь поперечного сечения;
* для крыльев и оперения — площадь крыла/оперения в плане;
* для пропеллеров и несущих винтов вертолётов — либо площадь лопастей, либо ометаемая площадь винта;
* для подводных объектов обтекаемой формы — площадь смачиваемой поверхности;

Изображение выглядит как текст, антенна, линия

Автоматически созданное описание

В отличие от случая без сопротивления воздуха, тело будет иметь различные ускорения в разные промежутки времени.

Из второго закона Ньютона можно получить следующее уравнение:

Соответственно, проекции на оси будут выглядеть следующим образом:

По определению :

Где k – коэффициент, определяющий вклад силы сопротивления в ускорение снаряда:

Если взять, что бросаемое тело имеет шарообразную форму, то коэффициент можно упростить:

Где γ - плотность материала тела, *r* - радиус шарообразного тела.

Таким образом получается система дифференциальных уравнений второго порядка в форме Коши:

Решив которую для начальных данных, получим траекторию полёта снаряда.

## Программное реализация решения

В качестве основного языка программирования был выбран python. Прежде всего выбор обусловлен удобным синтаксисом языка, а также наличием большого числа библиотек, которые требовались для решения задачи.

Для решения дифференциальных уравнений была выбрана библиотека scipy. Выбор обусловлен не возможностью написания решения дифференциальных уравнений самостоятельно, а также отсутствием аналогов.

Для отрисовки интерфейса рассматривались такие библиотеки как: tkinter, pyqt5 и wxpython. Выбрана была библиотека pyqt5, за счёт обширного набора стандартных элементов, удобным интерфейсом разработки и обширным сообществом.

Программа по решению задачи на языке Python находится в файле calculate.py и содержит внутри себя две функции: для расчета траектории без учета сопротивления и с учетом сопротивления.

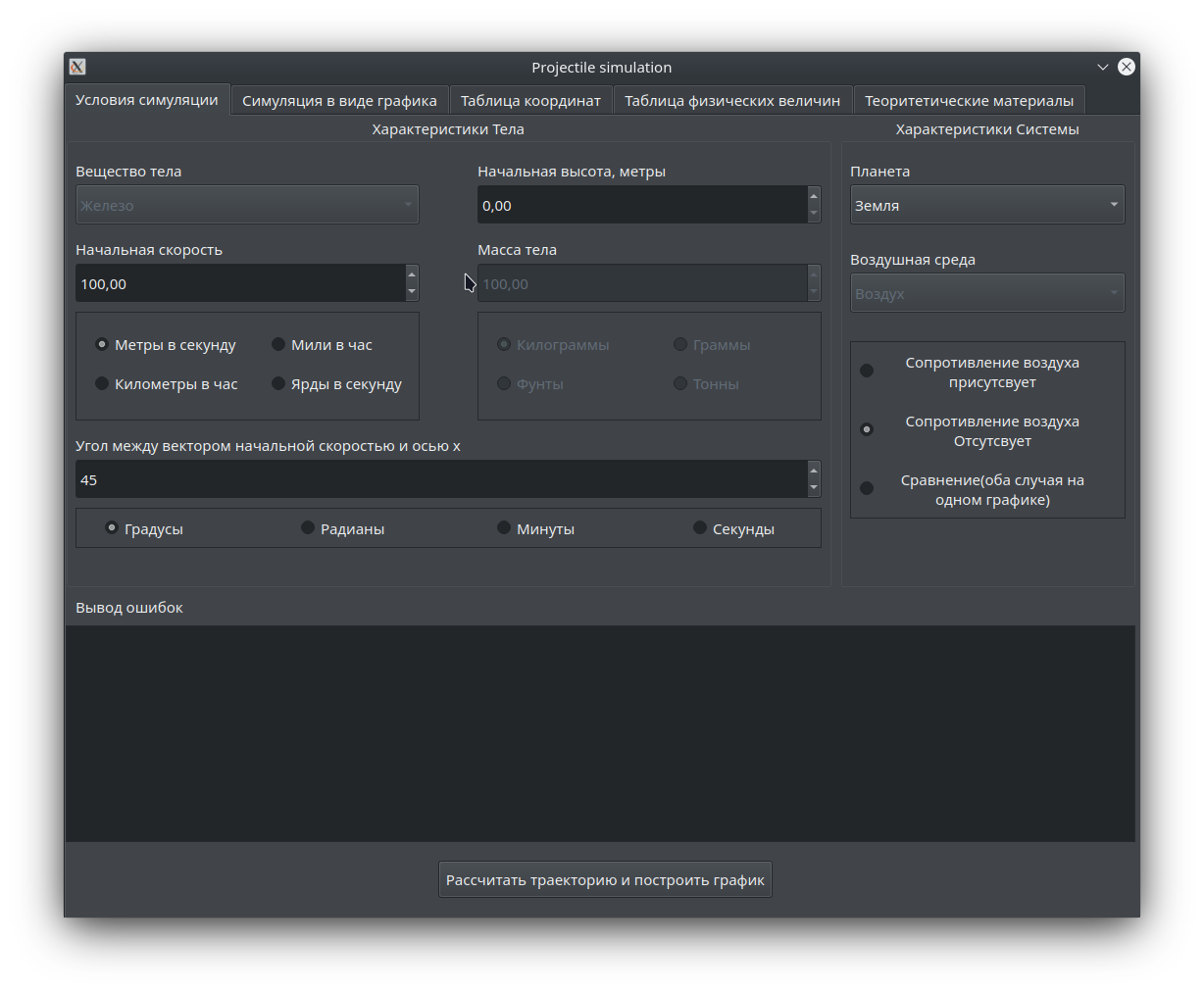
Функция по расчету без учета сопротивления воздуха имеет название calculate\_without\_air\_resistance. В качестве аргументов функция принимает начальную скорость тела, угол между вектором начальной скорости и осью X, ускорение свободного падения, начальную координату по оси Y. Внутри себя функция просчитывает момент падения тела и с определенным шагом просчитывает траекторию полета тела. Функция возвращает три массива одинаковых размеров: координаты по оси X, координаты по оси Y, массив времени.

Функция по расчету c учетом сопротивления воздуха называется calculate\_with\_air\_resistance. В качестве аргументов функция принимает начальную скорость тела, угол между вектором начальной скорости и осью X, ускорение свободного падения, начальную координату по оси Y, плотность воздушной среды, плотность вещества шарообразного тела, массу тела. Внутри себя функция аналогично первой функции рассчитывает время полета тела и с определенным шагом рассчитывает траекторию полета. Возвращаемые значения функции аналогичны возвращаемым значениям первой функции.

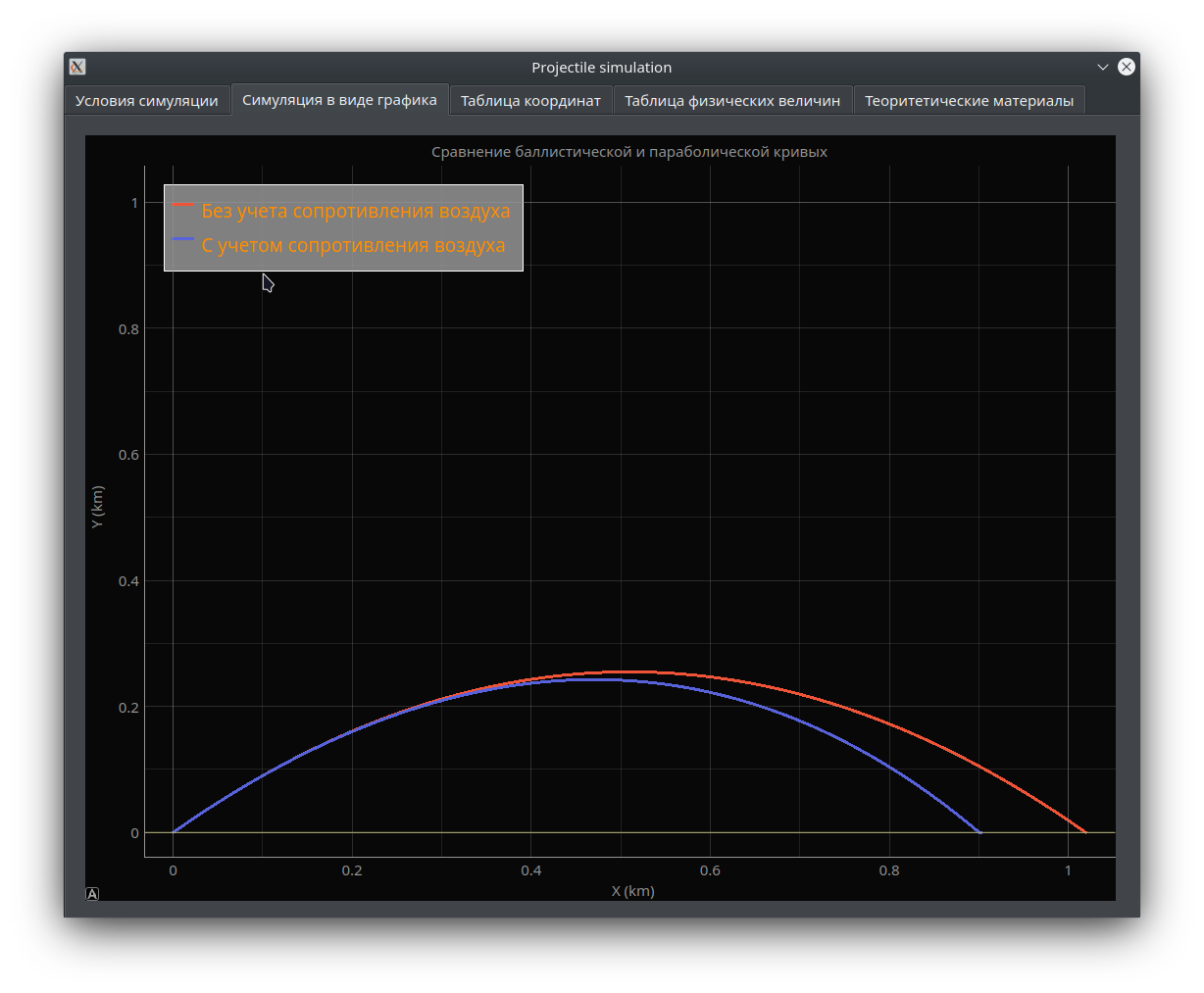
## Визуальная составляющая программы

Интерфейс программы находится в файле ui\_file.py. Он состоит из пяти страниц:

1. Страница ввода данных. На данной странице пользователь может ввести начальные данные в различных величинах, выбрать материал тела, воздушную среду и планету, на которой происходит бросок тела. Также он может выбрать тип графика: без учета или с учетом сопротивления воздуха, а также сравнение обоих графиков.



1. Страница графика. На данной странице пользователь может изучить полученный график с помощью соответствующего элемента.



1. Страница таблиц координат. На данной странице выведены таблицы всех координат, полученных при расчете траектории. Пользователь может сохранить их в формате CSV или DB, а также сохранить график в виде растрового или векторного изображения.

Изображение выглядит как текст

Автоматически созданное описание

1. Таблица физических величин. На данной странице пользователь может получить информацию о характеристиках воздушных сред, материалов и планет, доступных для выбора при расчетах.

Изображение выглядит как текст, монитор, черный, снимок экрана

Автоматически созданное описание

1. Теоретические материалы. На данной странице пользователь может получить теоретическую базу о решении задачи внешней баллистики. Изображение выглядит как текст

   Автоматически созданное описание

## Использование разработки

Полученную в ходе работы программу можно использовать для автоматизации расчетов в решении физических задач. Также работу можно использовать для обучения школьников решению баллистических задач

# Результат

В результате работы было получено обобщённое решение задачи внешней баллистики, а также реализован программный комплекс для её решения. Дальнейшие направления развития программы: улучшение решения дифференциальных уравнений, обобщение и реализация решений для тел других форм.

# Использованные библиотеки

Numpy – для расчетов тригонометрических функций, квадратных и кубических корней.

Scipy ­– для решения системы дифференциальных уравнений второго порядка.

Pyqt5 – для создания графического интерфейса программы.

PyqtGraph – для создания графика внутри графического интерфейса.

QtWebEngine – для отрисовки html-страницы внутри интерфейса.

Csv – для удобной работы с csv-файлами

Sqlite3 – для работы с базами данных

# Использованные материалы

<https://habr.com/ru/post/349262/>

<https://www.qt.io/>

<https://ru.wikipedia.org/wiki/Заглавная_страница>