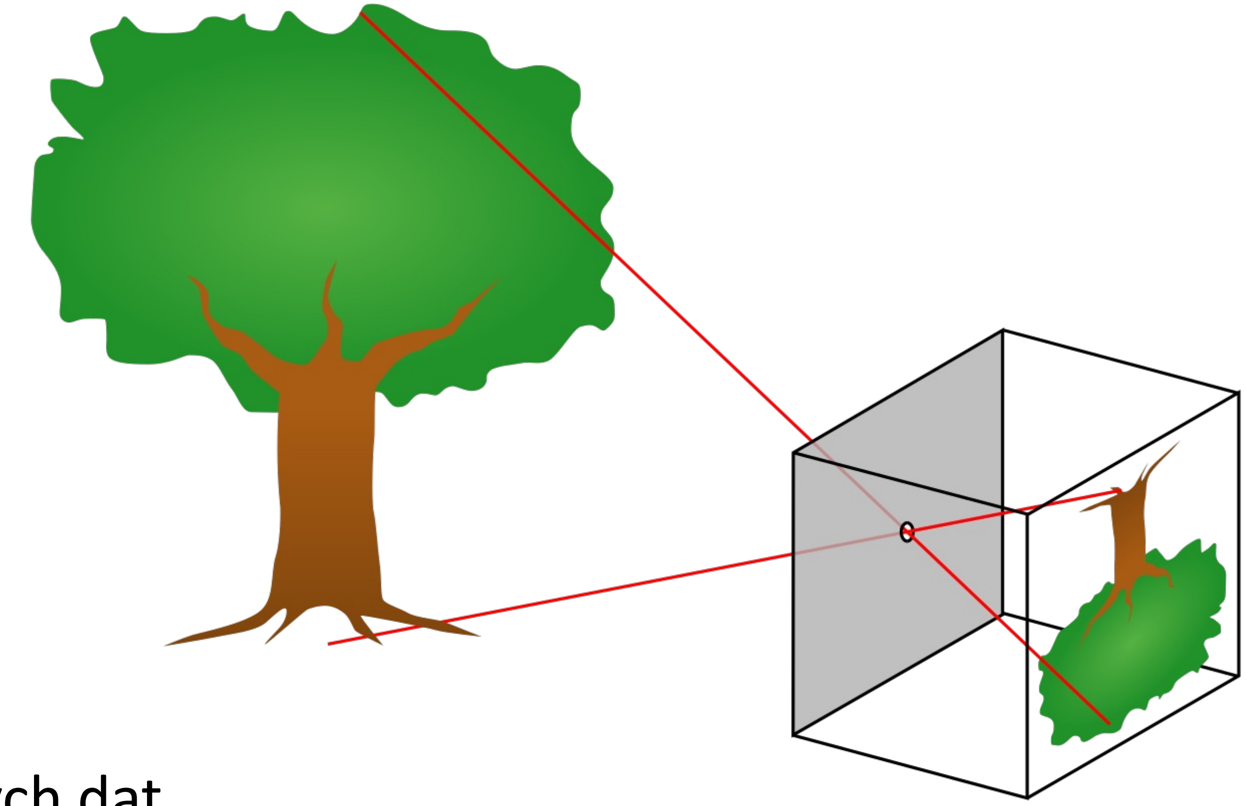
Perspektiva a geometrie obrazu

Strojové vidění a zpracování obrazu (BI-SVZ)

Obsah dnešní přednášky

- Opakování
  - Vady optiky
  - Kalibrace kamery
- Model dírkové komory
  - Perspektiva obrazu
  - Camera obscura
  - Homogenní souřadnice
  - Odvození modelu dírkové komory
- Úběžníky a Úběžnice
  - Skalární a vektorový součin
  - Měření vzdáleností pomocí obrazových dat



Opakování 2. přednášky

- O jakých vadách optiky jsme se bavili?
- Jaké jsou dva základní typy distorze?
- K čemu slouží kalibrace kamery?
- Co kromě distorzních parametrů díky kalibrace získáme?
- Co jsou to vnitřní a vnější parametry kamery?

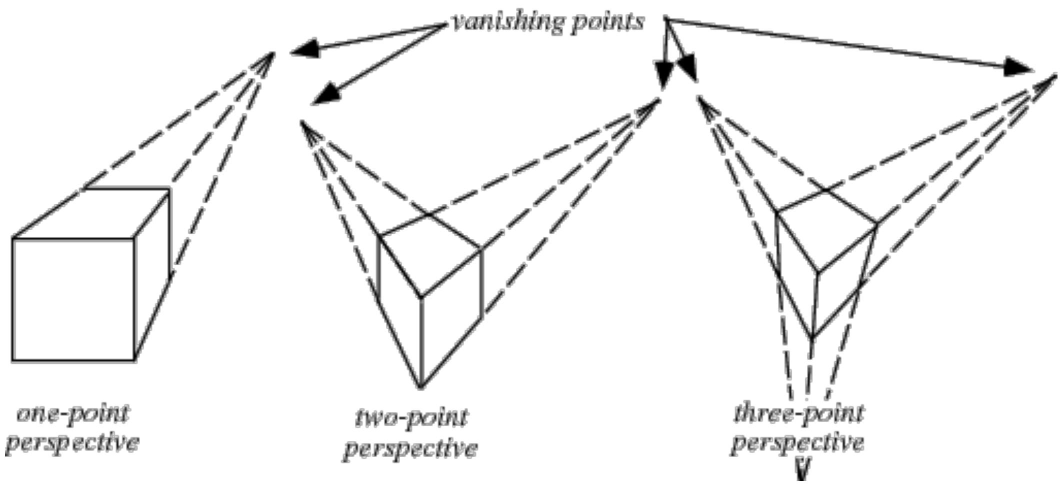
Perspektiva obrazu

- Snímky z kamery zachycují dva druhy informací
  - Geometrické: poloha, body, přímky, křivky
  - Fotometrické: barva, intenzita
- Zaznamenané obrazy z kamery jsou 2D projekcí 3D reálného světa
- K modelování projekce z 3D do 2D se využívají projektivní transformace
  - Např. model dírkové komory – pinhole camera model

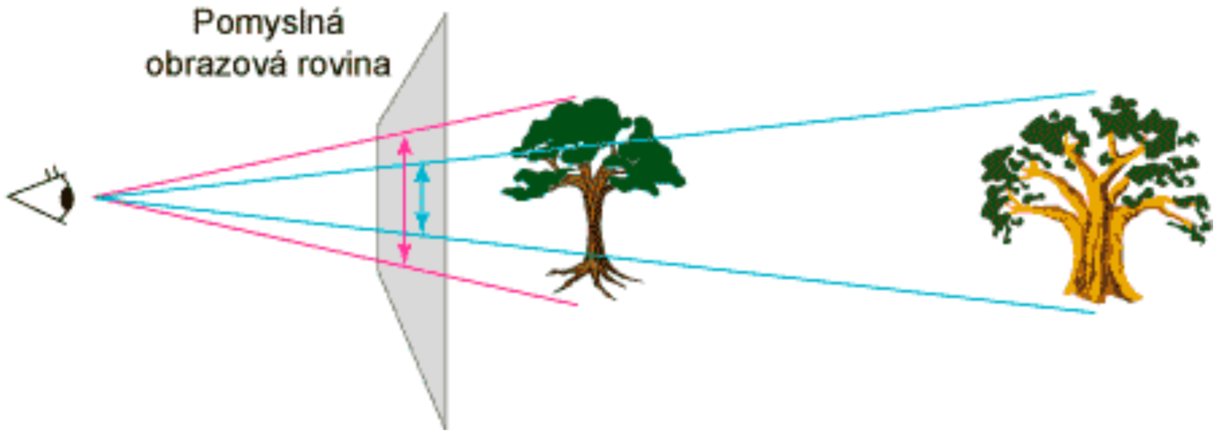
- Zachycují snímky však informaci o rozměrech?
- Je projektivní transformace z 3D do 2D informativně ztrátová?
- Jak snímek rekonstruovat k znovu obnovení 3D informace?

Perspektiva obrazu

- Perspektiva uměle vytváří iluzi prostoru a popisuje jak se předměty zobrazí relativně k jejich umístění v prostoru a relativně k jejich velikosti
- Vzdálené objekty se jeví zdánlivě menší než objekty blízké
- Mozek potřebuje k odhadnutí velikosti na snímku známé měřítko
- U stejných objektů postavených za sebou se objekty vzdálenější od pozorovatele jeví blíže u sebe
- Rovnoběžné linie se směrem k horizontu opticky sbíhají k bodu nazývaný úběžník



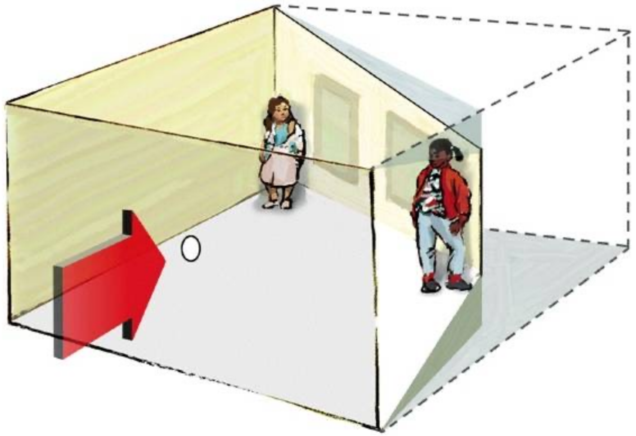
Perspektiva obrazu



Amesova místnost

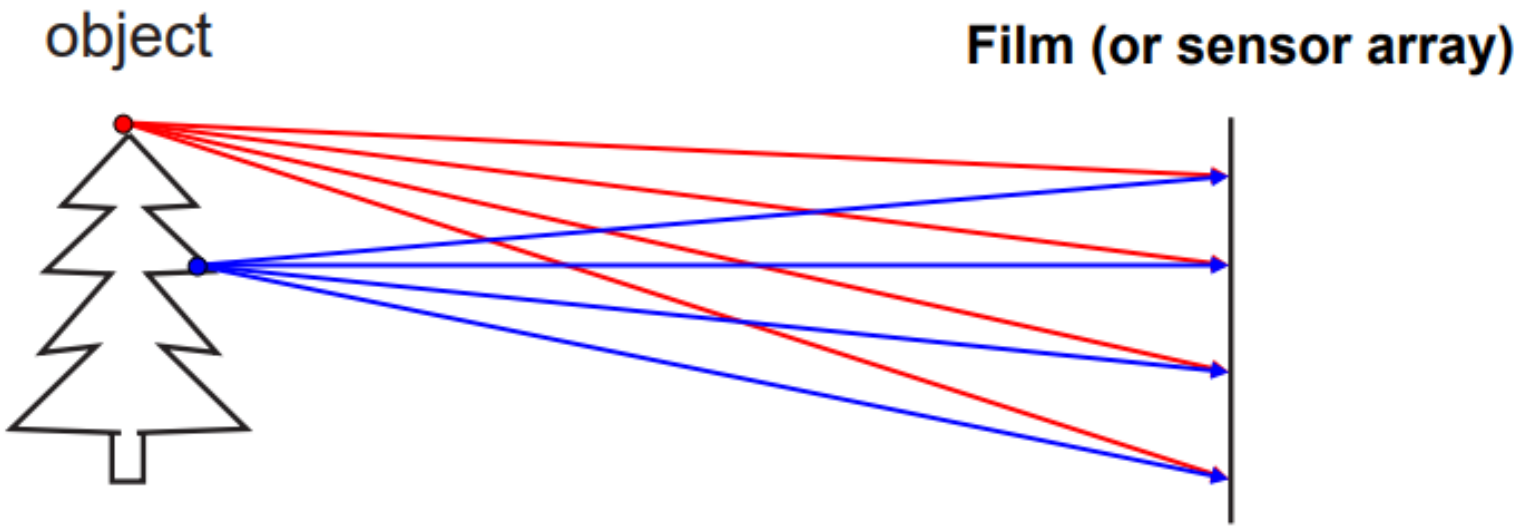
Amesova místnost

- Jeví se jako pravoúhlá místnost, ve skutečnosti však lichoběžník
- Rozdíl ve vizuální výšce osob je dán umístěním v různých vzdálenostech od pozorovatele
- Podlaha se navíc svažuje, a není tak rovnoběžná se stropem
- Využívala se k pozorování lidského vnímání
- Vidí kamera a lidské oko z pozice pozorovatele stejný obraz?



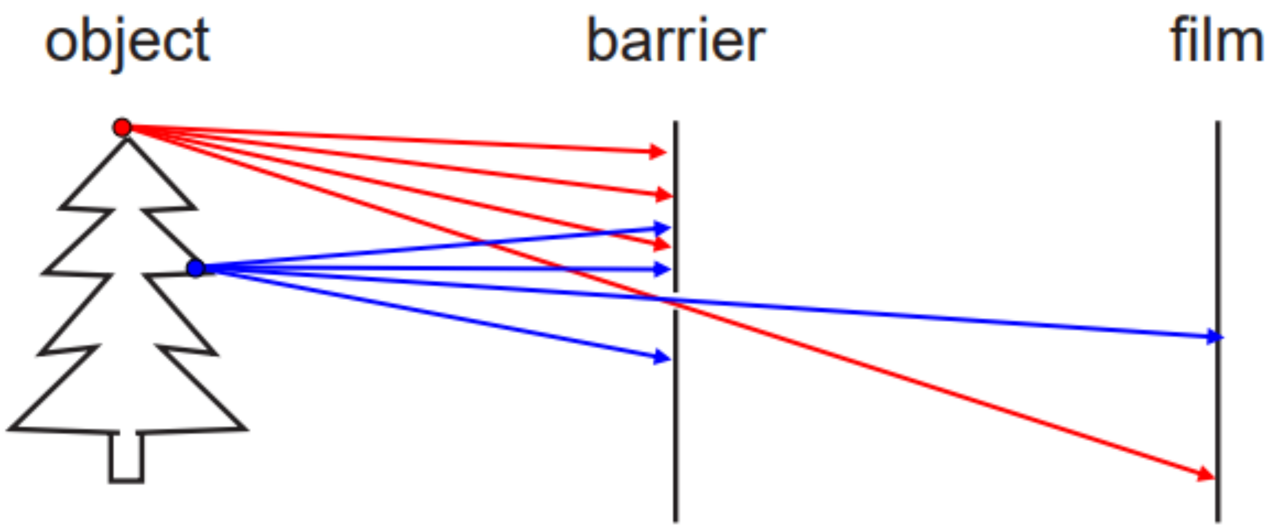
Vznik obrazu – ještě naposledy

- Jak vlastně vytvořit záznamové zařízení?



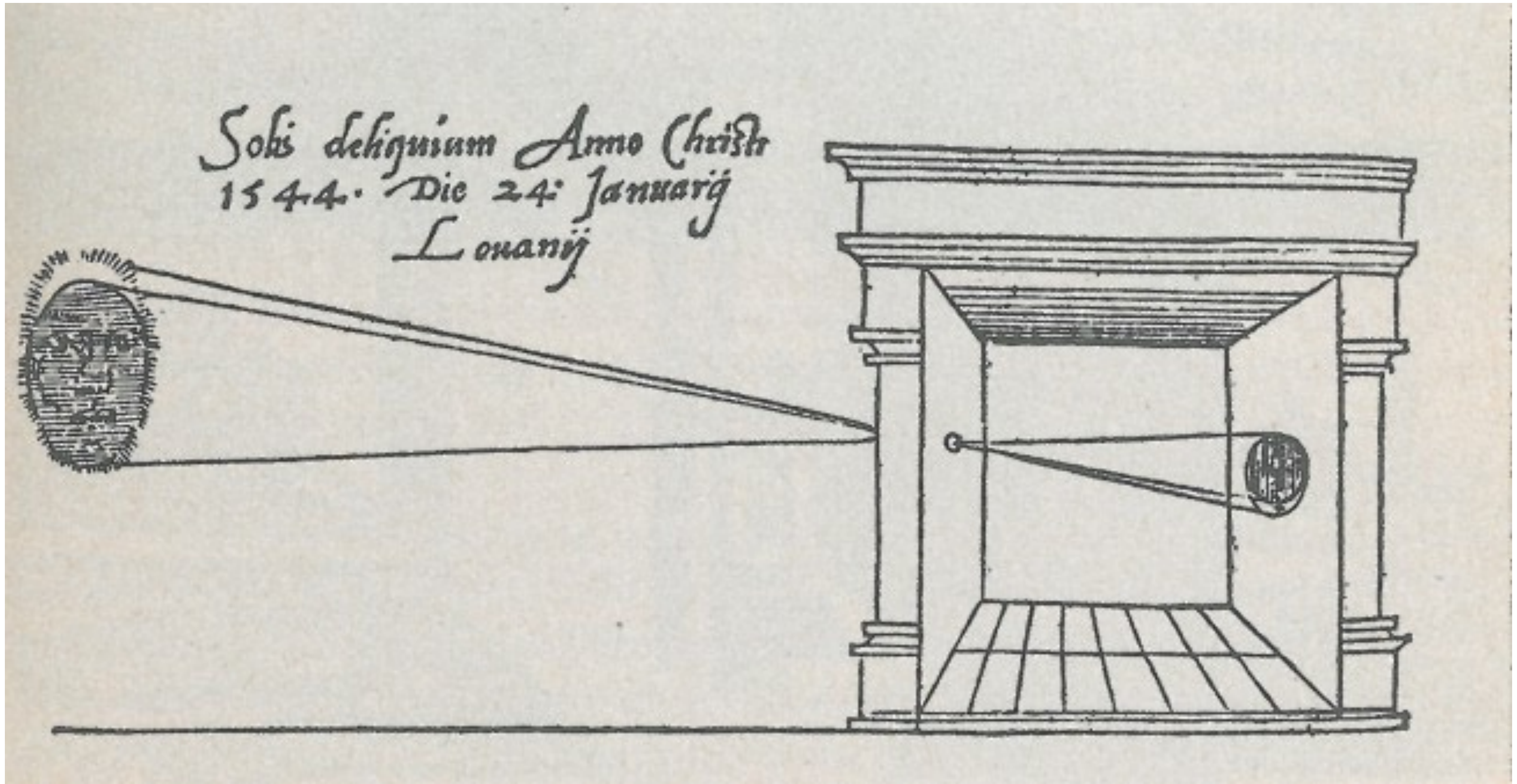
Vznik obrazu – dírková komora

- Přidání dírky omezí průchod světla na záznamové zařízení a zároveň sníží neostrost
- V kamerách, tak jak je známe, to není nic jiného než clona



Dírková komora - Camera Obscura

- První vyobrazení v knize Gemma Frisia: De Radio Astronomica et Geometrica z roku 1545.

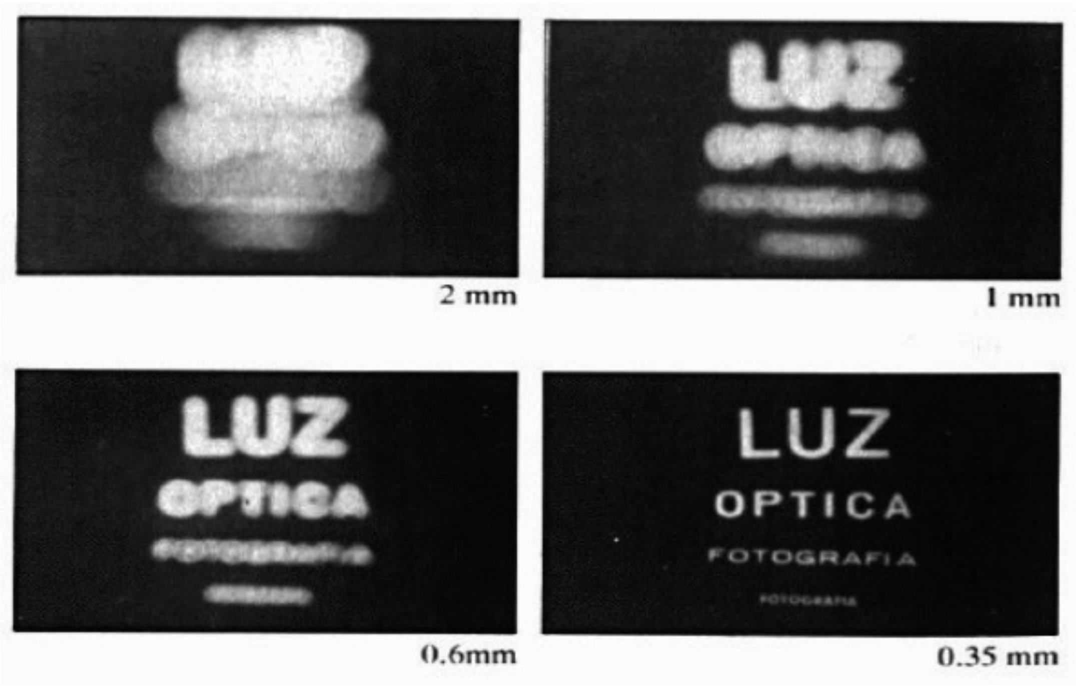


Dírková komora v přírodě

- Nautilus - rod hlavonožců

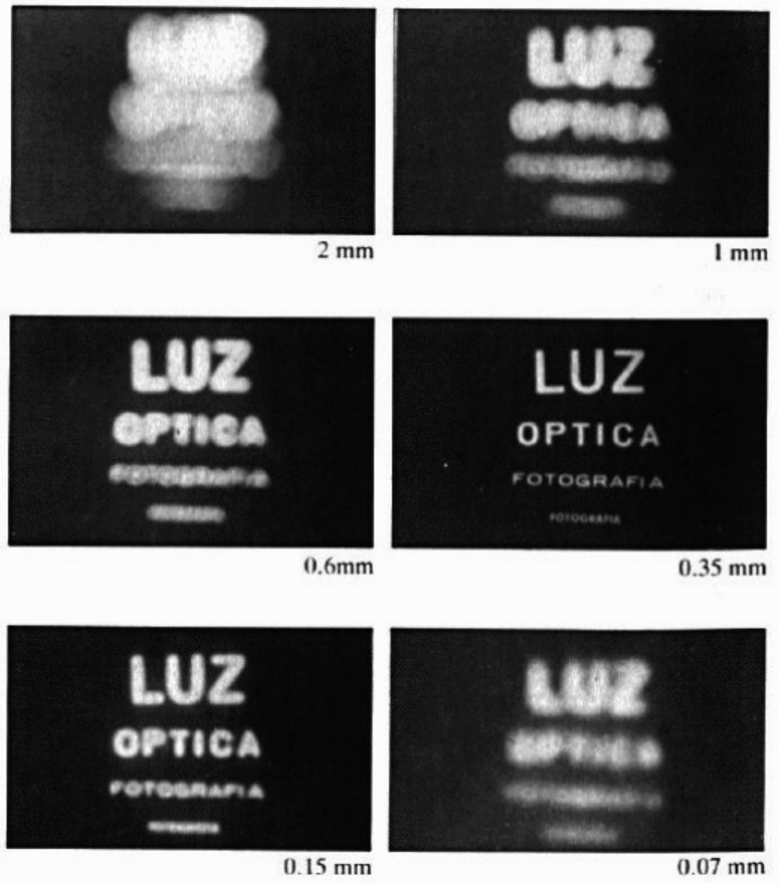
Vliv velikosti clony

- Proč tedy neudělat clonu co nejmenší k maximalizaci ostrosti?
    - Jaký efekt se projeví?



Vliv velikosti clony

- Nezapomeňte na existenci „sweet spotu“, to platí i pro dírkové komory



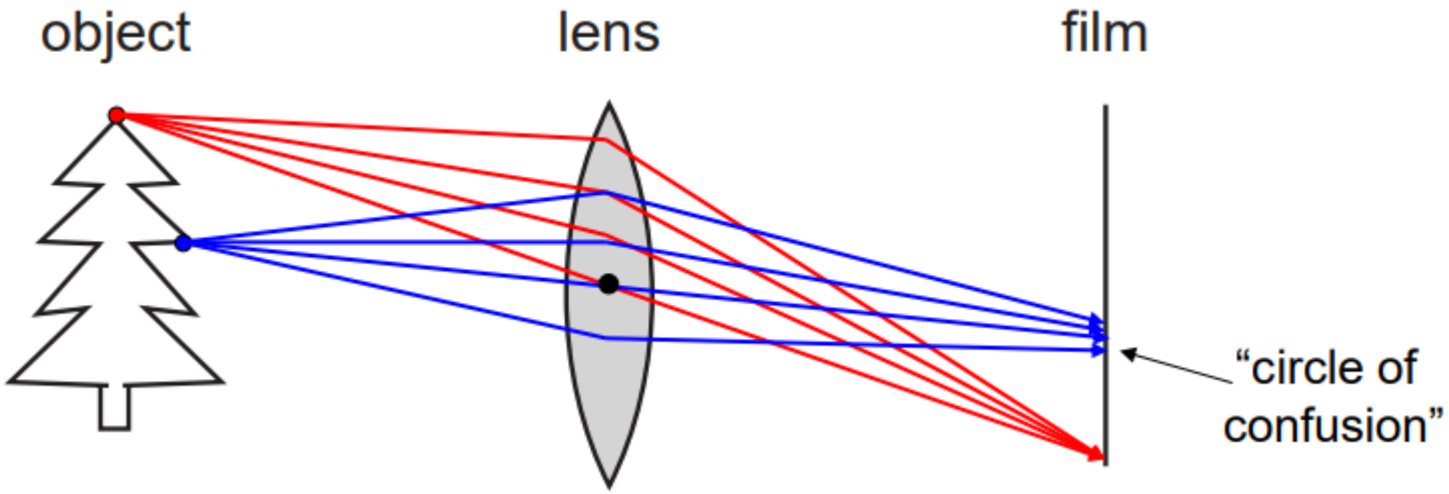
Snímek z dírkové komory

- Budova Flatiron v New Yorku
- Dřevěná dírková komora 4 x 5 palců
- Doba expozice 12 sekund!
- Ohnisková vzdálenost 73 mm
- Velikost dírky 0,2 mm

- Proč používáme objektivy?
- Jak velká je hloubka ostrosti u dírkové komory?

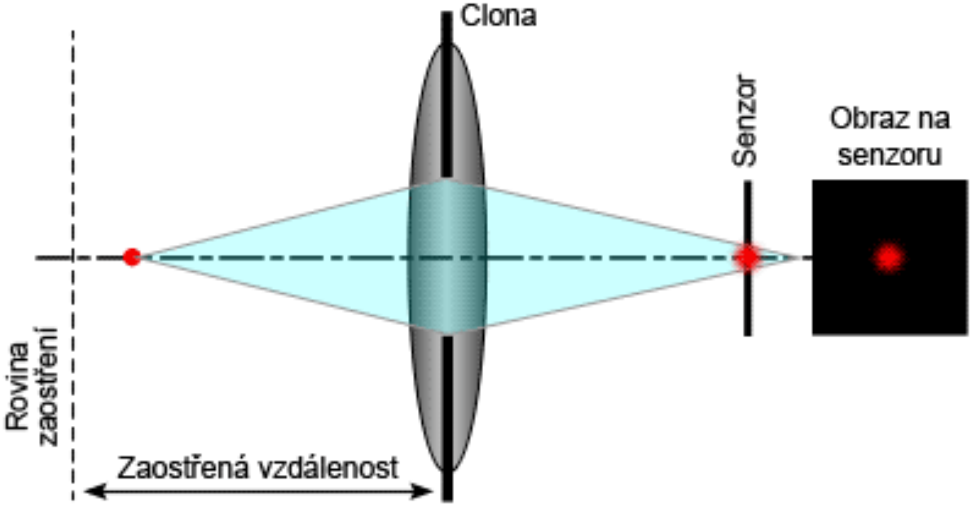
Přidání objektivu

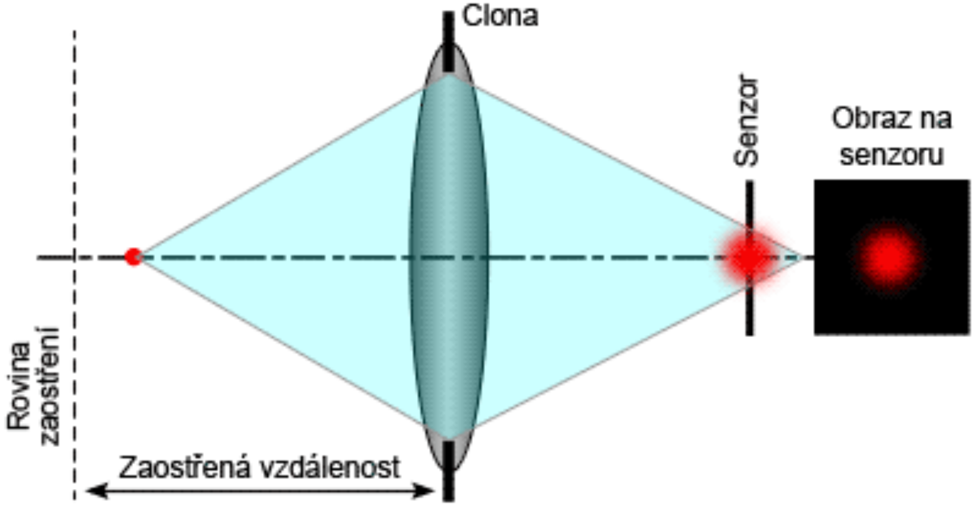
- Rozmístění čoček v objektivu určuje rovinu zaostření
  - Body blízko této roviny se zobrazí na senzoru jako body – tedy hrany zůstanou hranami
  - Body mimo tuto rovinu se zobrazí jako rozmazaný kruh o určitém průměru - tzv. rozptylový kroužek (circle of confusion)



Změna velikosti clony

- Zavřená clona způsobí, že paprsky světla jsou více rovnoběžné a odchylka od roviny zaostření se na senzoru projeví méně
- Hloubka ostrosti tudíž se zavíráním clony stoupá





Geometrická primitiva

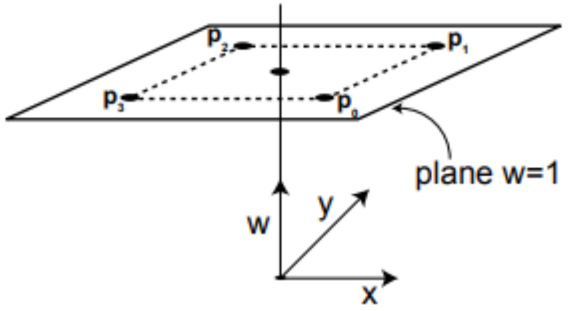
- 2D body
  - $u = (x, y)$ – souřadnice v Euklidovském prostoru
  - $u = (x', y', w)$ – homogenní souřadnice, kde $x = \frac{x'}{w}$ a $y = \frac{y'}{w}$
- 3D body
  - $u = (x, y, z)$ – souřadnice v Euklidovském prostoru
  - $u = (x', y', z', w)$ – homogenní souřadnice, kde $x = \frac{x'}{w}$, $y = \frac{y'}{w}$, $z = \frac{z'}{w}$
- Proč může být výhodné využívat homogenní souřadnice?

Homogenní souřadnice

- Systém souřadnic využívaný v projektivní geometrii, stejně jako jsou kartézské souřadnice využívány v Euklidovské geometrii
- Výhodou je reprezentace bodů v nekonečnu pomocí konečných souřadnic

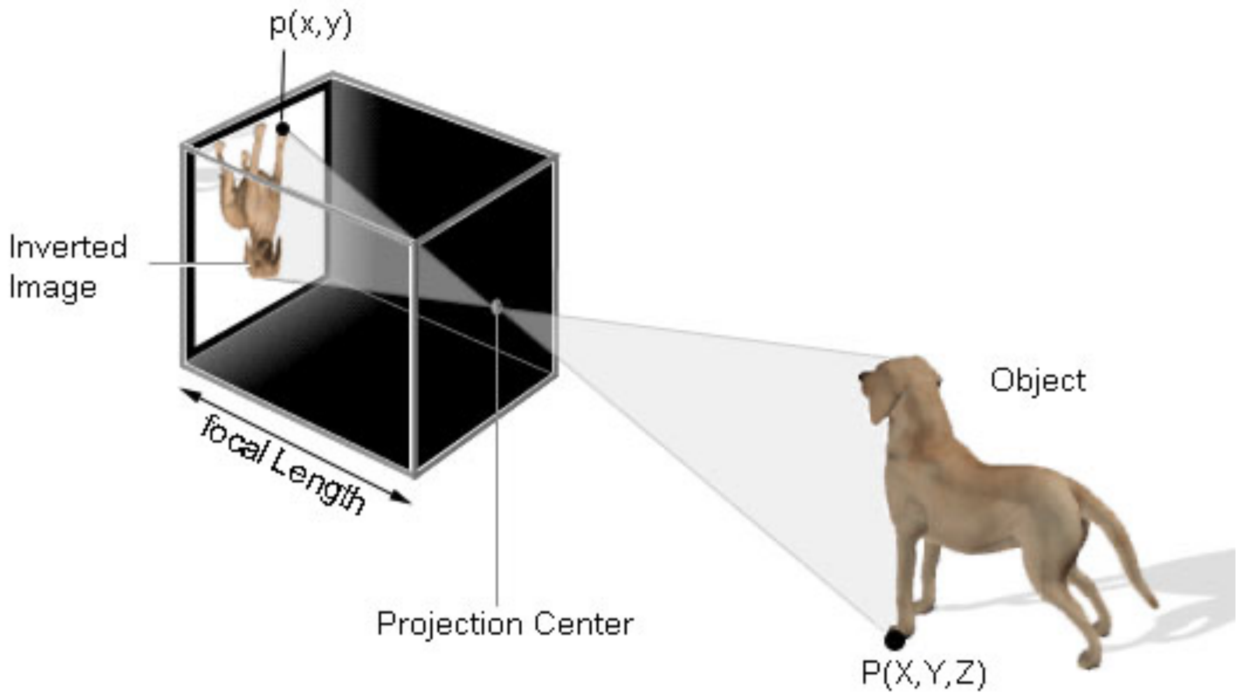
- Umožnují reprezentovat afinní transformace a obecně projektivní transformace pomocí matic – spousta operací se navíc stává lineárními
- Všechny body $(\beta x, \beta)$ reprezentují stejný bod x pro $\forall \beta \neq 0$

Vizualizace 2D bodů pomocí homogenních souřadnic



Modelování projekce

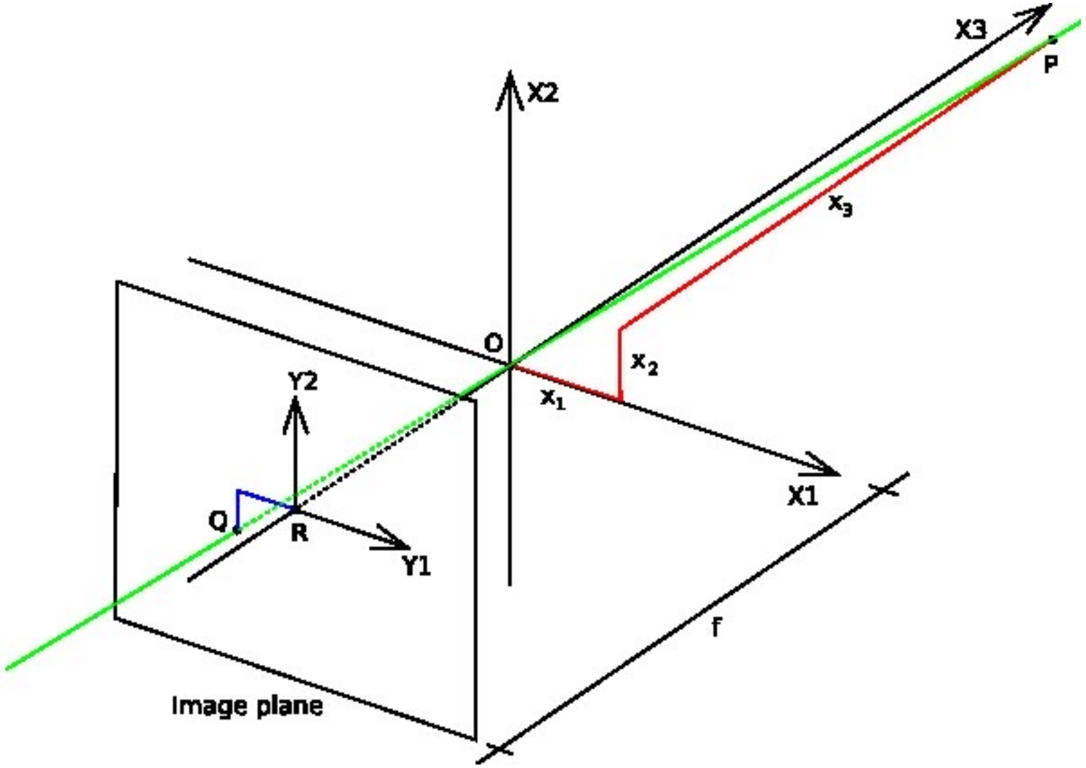
- Skutečný model projekce pro běžný fotoaparát je značně komplikovaný
  - díky nedokonalostem optiky a ostatních součástí soustavy (např. integer souřadnice)
- K zjednodušení se využívá aproximace pomocí modelu dírkové komory (pinhole camera model)



Model dírkové komory

- 3D souřadnicový systém s počátkem v bodě O
  - O bývá optický střed – umístění clony
  - $X3$ nazýváme optickou osou
- 2D souřadnicový systém s počátkem v bodě R
  - R je průnik optické osy s obrazovou rovinou
    - Také nazývaný jako principal point
  - Osy $Y1, Y2$ tvoří rovinu rovnoběžnou k $X1, X2$

- Obrazová rovina je umístěna ve vzdálenosti $-f$ od optického středu
  - f je ohnisková vzdálenost objektivu
- Bod v prostoru $P = (\mathrm{x}_1, \mathrm{x}_2, \mathrm{x}_3)$ relativní k $X1, X2, X3$
- Bod $Q = (y1, y2)$, relativní k $Y1, Y2$, který je projekcí bodu P skrze optické centrum O

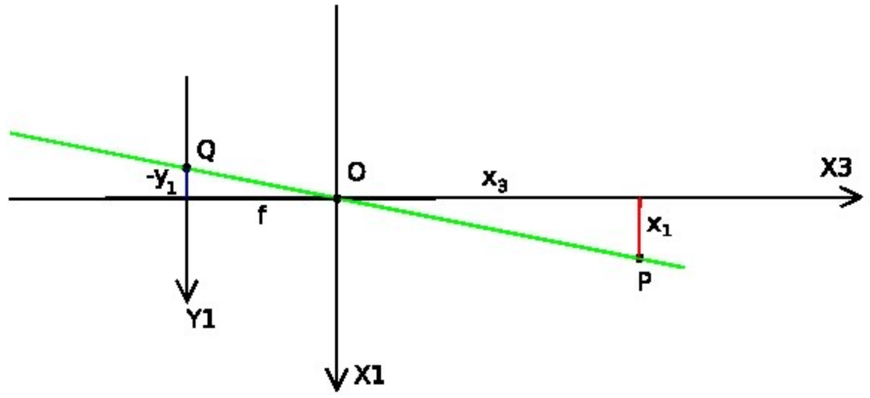


Model dírkové komory

- Nyní potřebujeme zjistit, jak pozice bodu Q závisí na pozici bodu P
- K tomu můžeme využít podobnosti trojúhelníků
  - $-\frac{y_1}{f} = \frac{x_1}{x_3}$ nebo $y_1 = -\frac{f x_1}{x_3}$
- Podobně, když bychom se dívali ve opačném směru osy X_1
  - $-\frac{y_2}{f} = \frac{x_2}{x_3}$ nebo $y_2 = -\frac{f x_2}{x_3}$

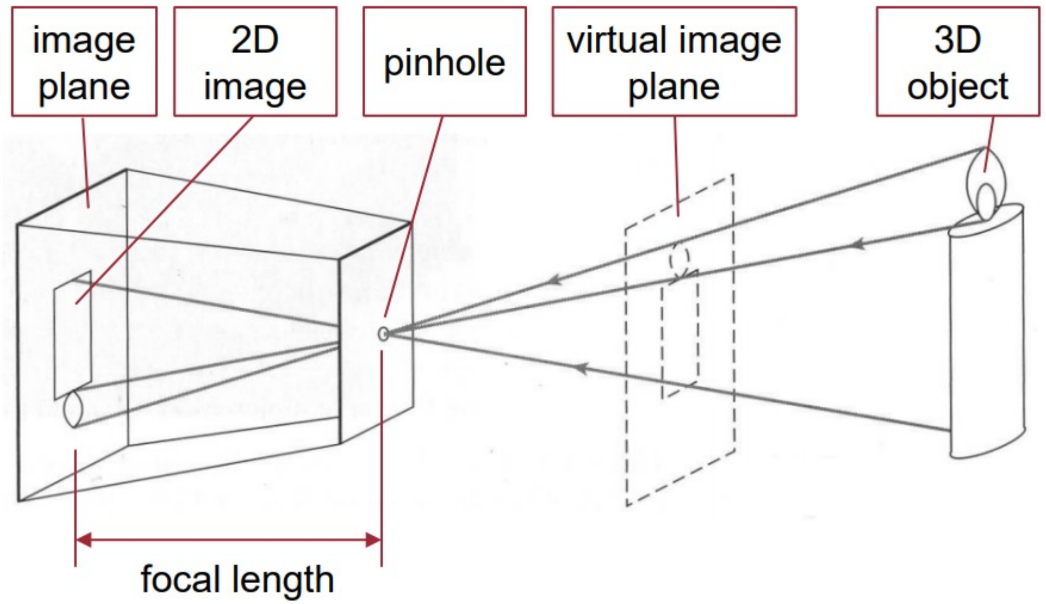
- To lze zapsat jako:
  - $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = -\frac{f}{x_3} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$,

  což už je vztah popisující závislost $Q = (y_1, y_2)$ na $P = (x_1, x_2, x_3)$



Model dírkové komory – zmatení nepřítele

- Občas se v modelech uvažuje umístění virtuální obrazové roviny do vzdálenosti f místo $-f$
  - Tím se zbavíme invertovaného obrazu a geometrické vlastnosti jsou ekvivalentní
  - Výsledkem je pak vztah $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \frac{f}{x_3} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$, který budeme dále uvažovat



Model dírkové komory – maticový zápis

- Se znalostí homogenních souřadnic a snadným odvozením, jsme schopni vztah přepsat do maticové podoby jako $y \sim Px$:
  - P je matice rozměru 3×4 nazývaná projektivní matce (camera matrix)
  - $x = (x_1, x_2, x_3, 1)$ je 3D bod v prostoru v homogenních souřadnicích
  - $y = (y_1, y_2, 1)$ je 2D bod v obrazové rovině v homogenních souřadnicích
  - Symbol $\sim$ znamená, že levá i pravá strana jsou si rovny až na nenulový násobek skalárem
  - Výsledkem tedy je $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$
  - Jenže ono to tak jednoduchý není

Model dírkové komory – vnitřní a vnější parametry

- Matici P vždy ještě dekomponujeme na $P = K[\,R \mid t\,]$ a v reálných situacích pracujeme s modelem $y \sim K[\,R \mid t\,]x$
  - K se nazývá matice vnitřních parametrů - $K = \begin{bmatrix} f_x & s & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$
  - $[\,R \mid t\,]$ se nazývá matice vnějších parametrů - $[\,R \mid t\,] = \begin{bmatrix} r_{1,1} & r_{1,2} & r_{1,3} & t_1 \\ r_{2,1} & r_{2,2} & r_{2,3} & t_2 \\ r_{3,1} & r_{3,2} & r_{3,3} & t_3 \end{bmatrix}$
    - Matici vnějších parametrů lze dekomponovat na:
      - R - rotační matice
      - t - vektor posunu

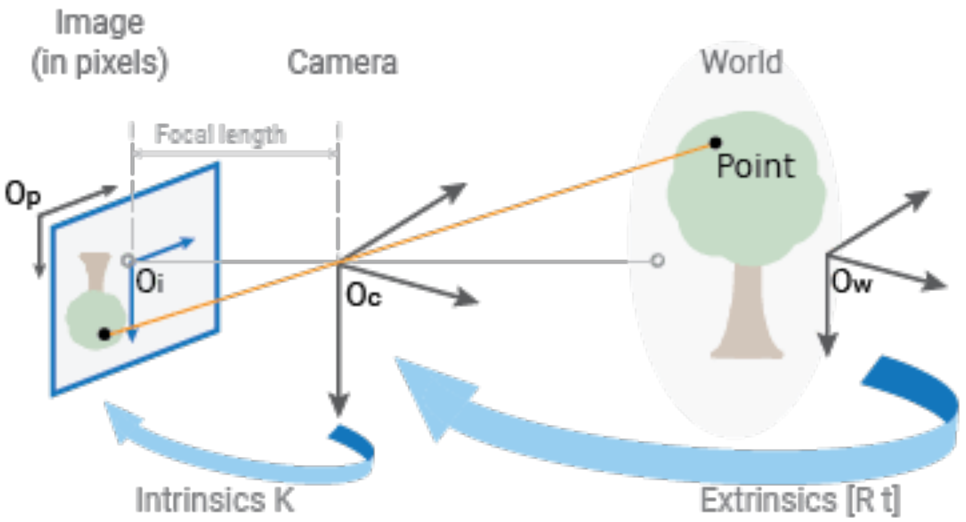
Model dírkové komory – matice vnitřních parametrů

- f_x, f_y - ohniskové vzdálenosti v pixelech (nemusí být nutně stejné)
- x_0, y_0- offset bodu, který vznikne průnikem optické osy s obrazovou rovinou - uvažujem levý horní roh jako $(0, 0)$
- s – zkosení snímače

- Matice vnitřních parametrů se při změně pozici kamery nemění
- Matice vnitřních parametrů je pro libovolnou kombinaci kamera + objektiv jiná (platí i pro stejné typy vybavení)
- Detailní vysvětlení vnitřních parametrů a vizualizace jejich vlivu

Model dírkové komory – matice vnějších parametrů

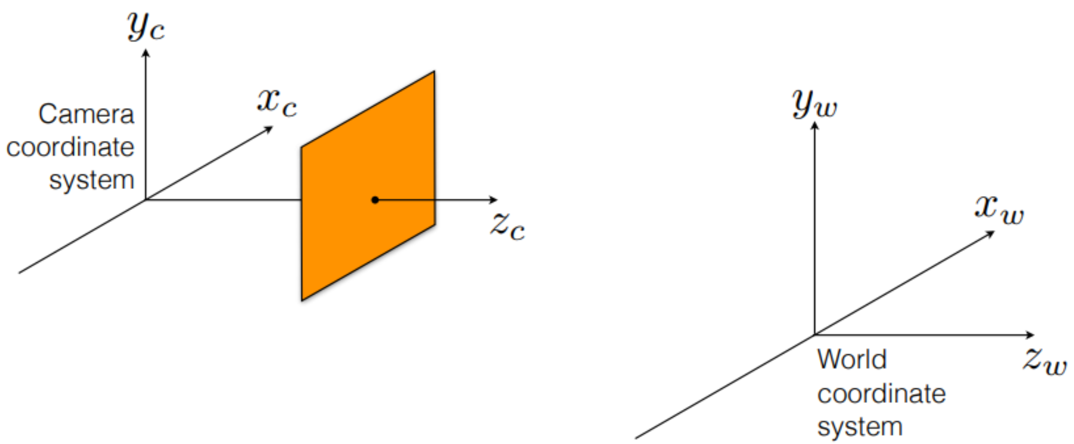
- V reálné situaci máme 3 souřadnicové systémy – kamerový, obrazový a světový
- Matice vnějších parametrů popisuje přechod mezi světovým souřadnicovým systémem a kamerovým souřadnicovým systémem



- [Detailní vysvětlení vnějších parametrů a vizualizace jejich vlivu]()

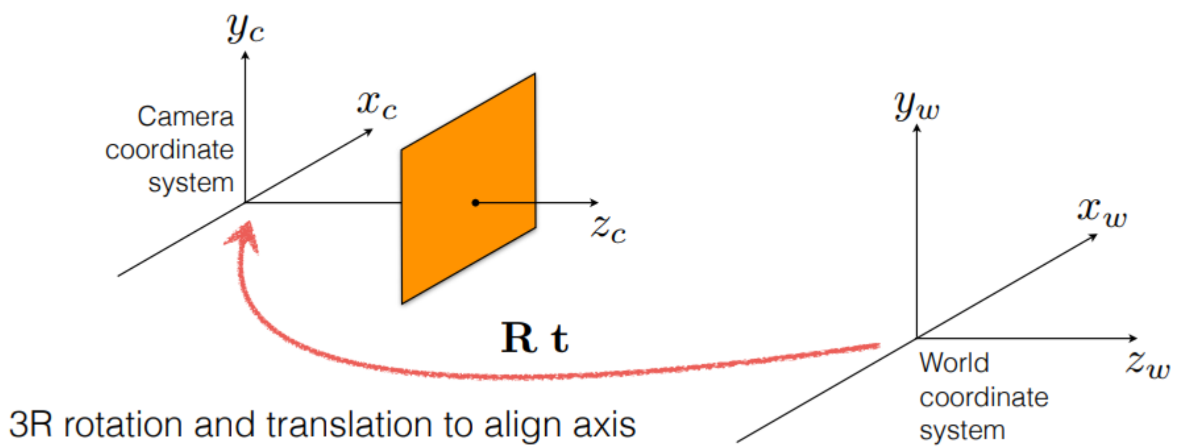
Projektivní matice

- Pokud předpokládáme, že máme stejný kamerový a světový souřadnicový systém, platí $y \sim Px$, kde $P = K[\,I \mid 0\,]$
  - Maticově - $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{bmatrix} f_x & s & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Když jsou souřadnicové systémy různé, kterou z matic je potřeba modifikovat?



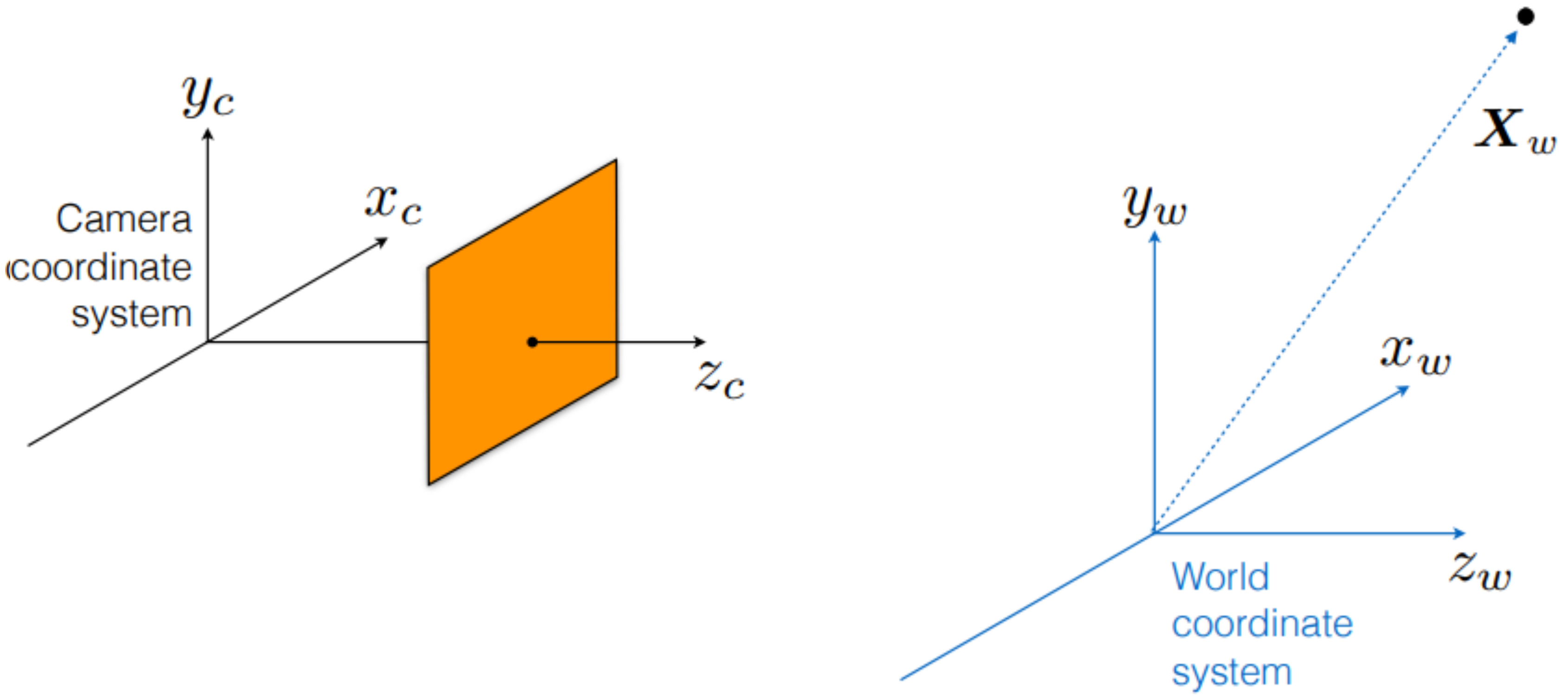
Projektivní matice

- Pokud předpokládáme, že máme stejný kamerový a světový souřadnicový systém, platí $y \sim Px$, kde $P = K[\, I \mid 0 \,]$
  - Maticově - $\begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{bmatrix} f_x & s & x_0 \\ 0 & f_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ 1 \end{pmatrix}$
- Když jsou souřadnicové systémy různé, kterou z matic je potřeba modifikovat?



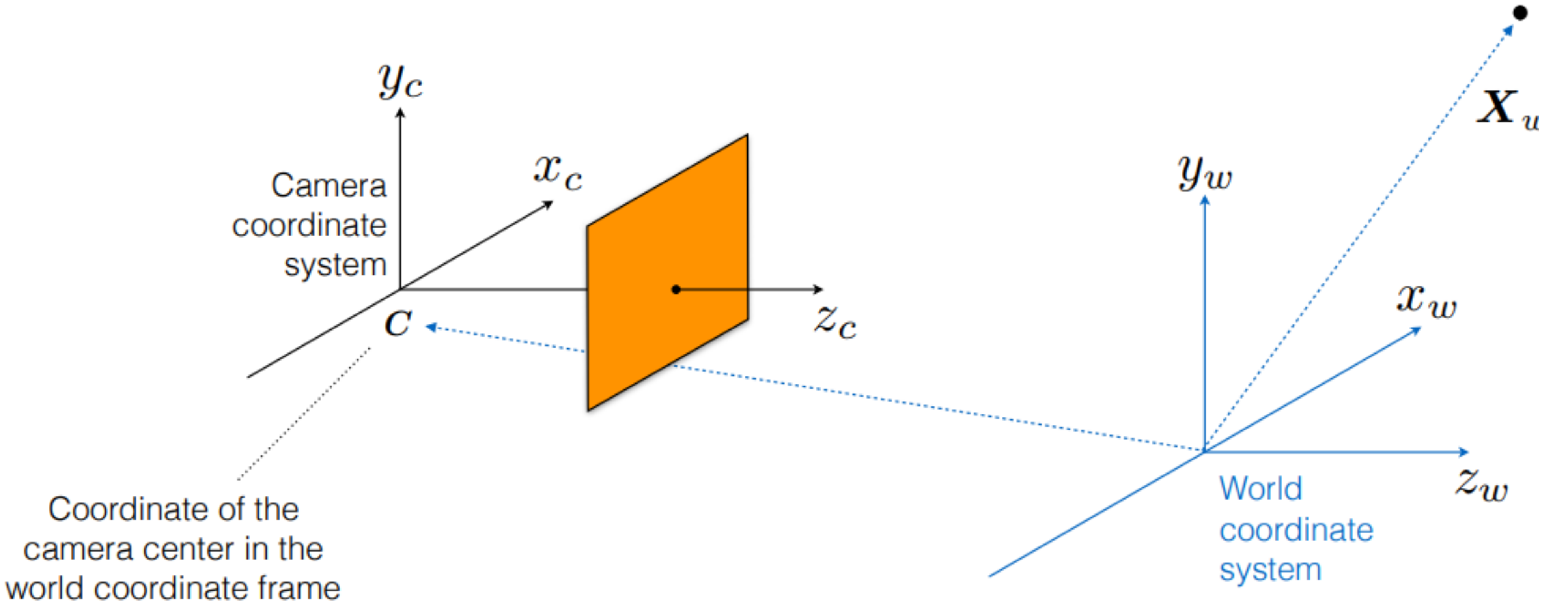
Projektivní matice

- Transformace bodu X_w v světovém souřadnicovém systému na X_c v kamerovém souřadnicovém systému



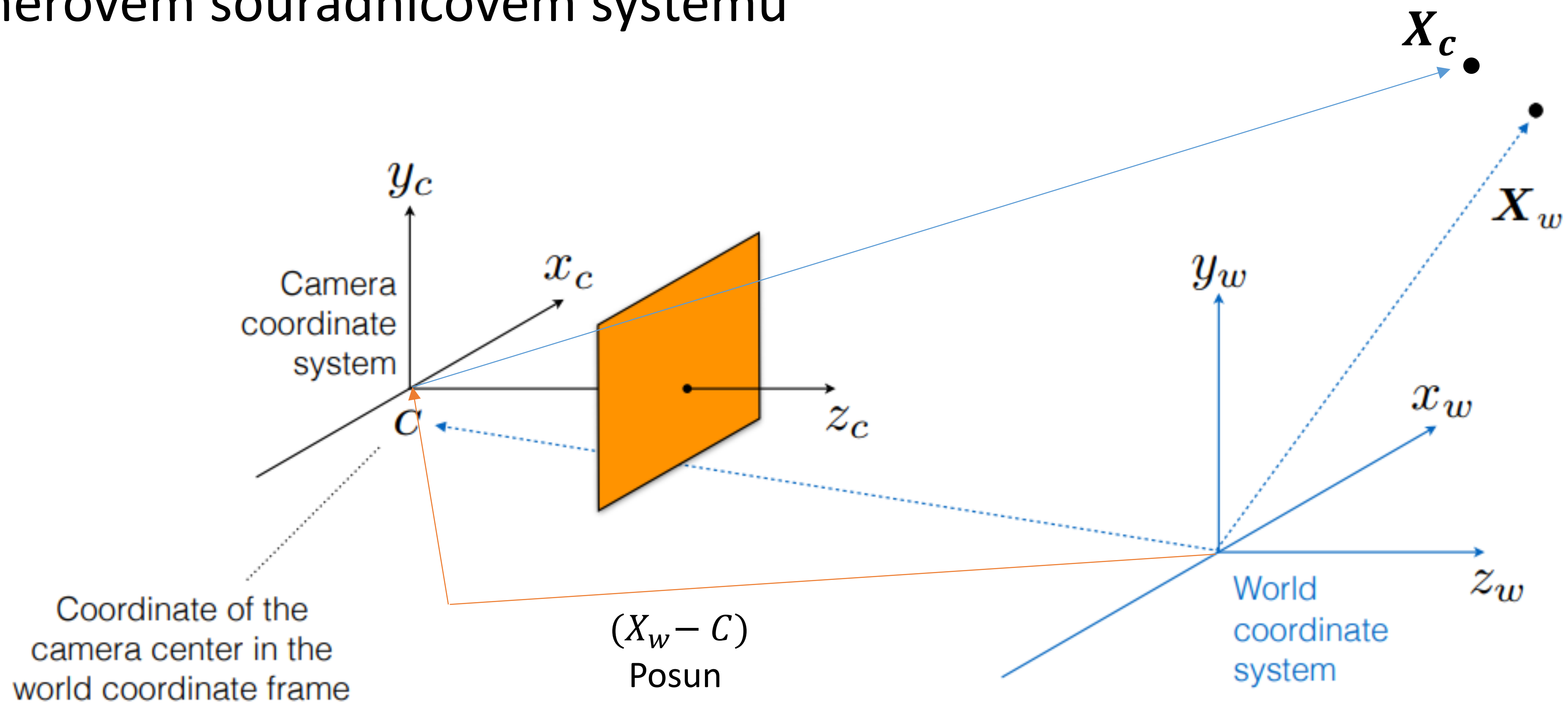
Projektivní matice

- Transformace bodu X_w v světovém souřadnicovém systému na X_c v kamerovém souřadnicovém systému



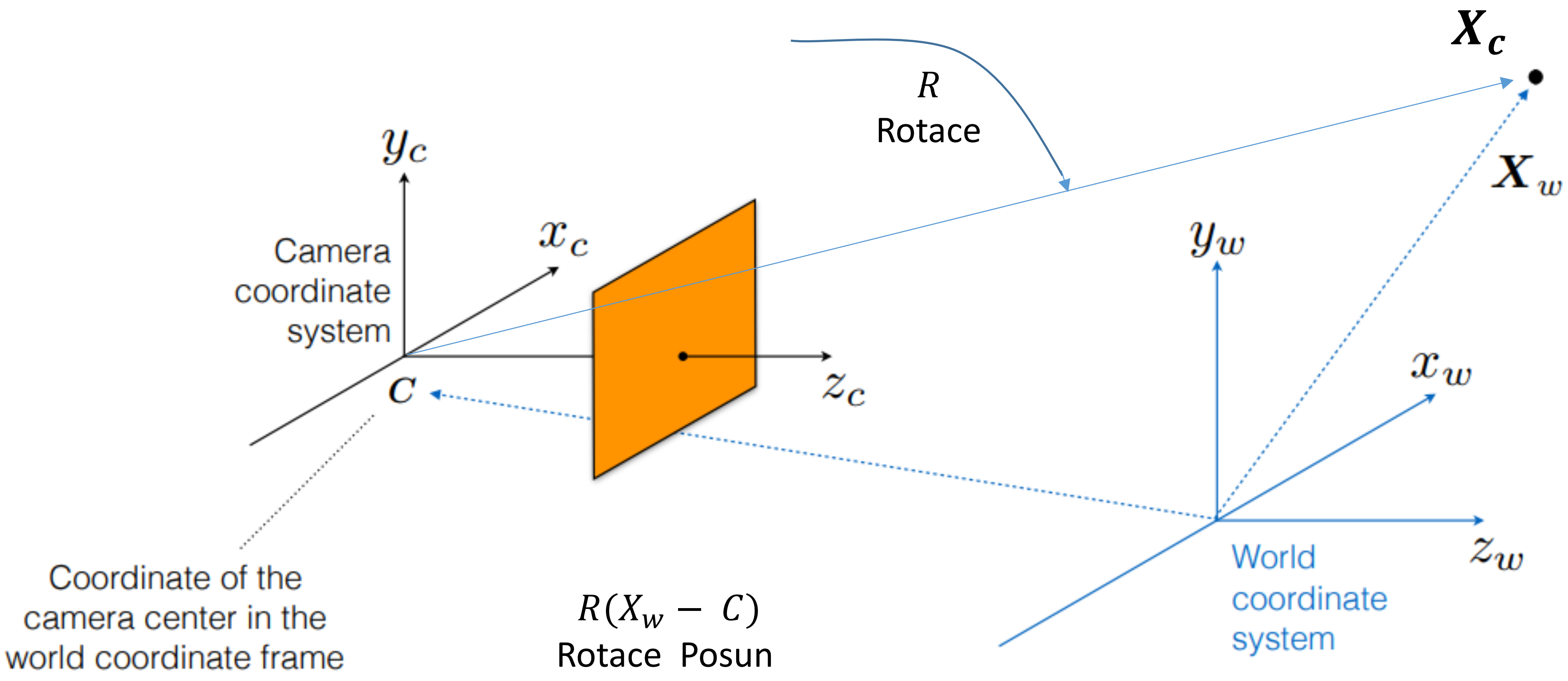
Projektivní matice

- Transformace bodu X_w v světovém souřadnicovém systému na X_c v kamerovém souřadnicovém systému



Projektivní matice

- Transformace bodu X_w v světovém souřadnicovém systému na X_c v kamerovém souřadnicovém systému



Projektivní matice

- Bod X_c tedy získáme jako $X_c = \mathrm{R}(\mathrm{X_w} - \mathrm{C})$
  - Po převedení do homogenních souřadnicích $\begin{pmatrix} X_c \\ Y_c \\ Z_c \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} R & -RC \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{Matice 4x4}} \begin{pmatrix} X_w \\ Y_w \\ Z_w \\ 1 \end{pmatrix}$

- Obecná a upravená forma projektivní matice P je tedy
- $P = KR[\,I \mid -C\,]$

Projektivní matice

- $P = KR[\, I \mid -C\,]$

Projektivní matice (camera matrix)

Matice vnitřních parametrů 3x3

Matice 3D rotace 3x3

Matice jednotková 3x3

Vektor 3D posunu 3x1

- Využívanější a přehlednější forma zápisu je $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{K}[\, \boldsymbol{R} \mid \boldsymbol{t}\,]$
  - $t = -RC$

V obou případech platí, že první operací je 3D posun, následovaný 3D rotací

Jakým způsobem získat projektivní matici?

Jakým způsobem získat projektivní matici?

Kalibrací kamery

- Cílem kalibrace kamery je nalezení vnitřních a vnějších parametrů kamery
- Konkrétní metody pro výpočet lze nalézt např. zde

Metadata snímku (exif)

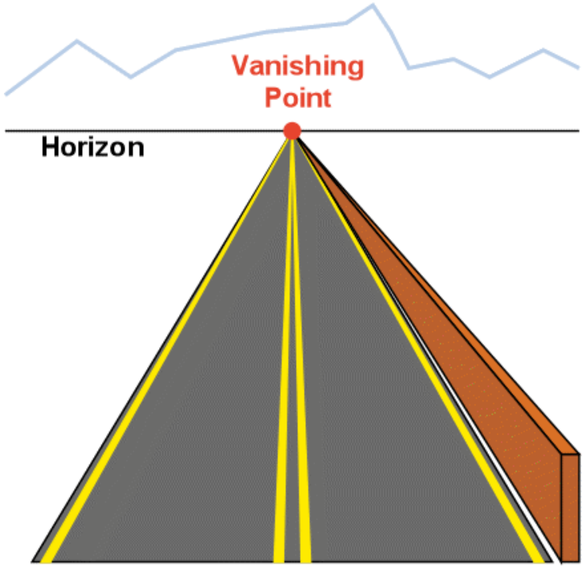
- Pouze aproximace kalibrační matice

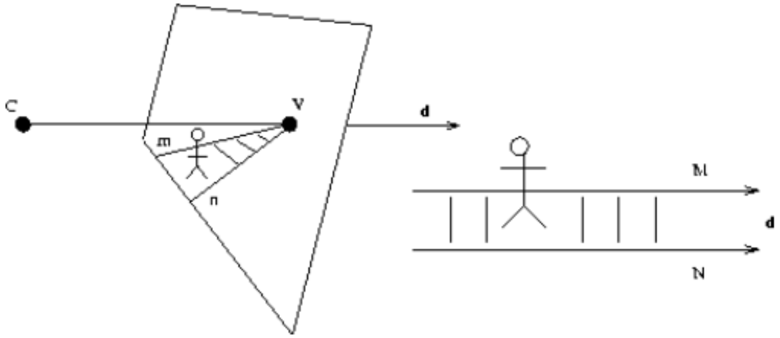
Autokalibrace

- Například pomocí úběžníků a úběžnic

Úběžník - vanishing point

- V perspektivním obraze všechny rovnoběžné čáry konvergují k bodu nazývaný úběžník
- Více skupin rovnoběžných čar vytváří různé úběžníky
- Někdy také nazýván jako nevlastní bod (point at infinity)
- Souřadnice úběžníků se můžou nacházet i mimo zaznamenaný obraz

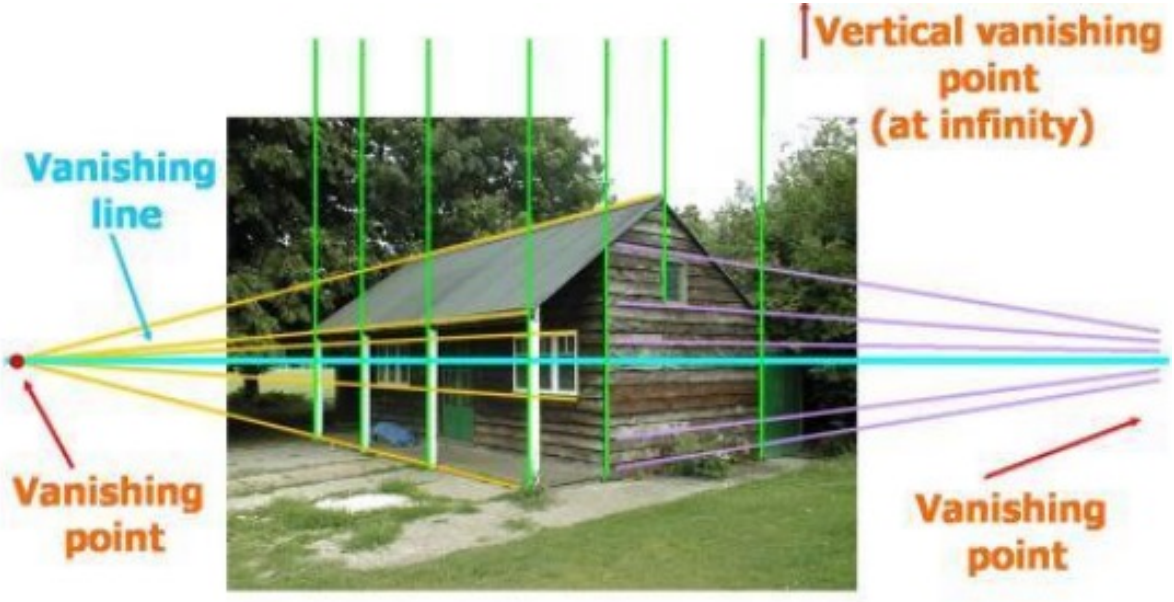




Carpaccio, 1514

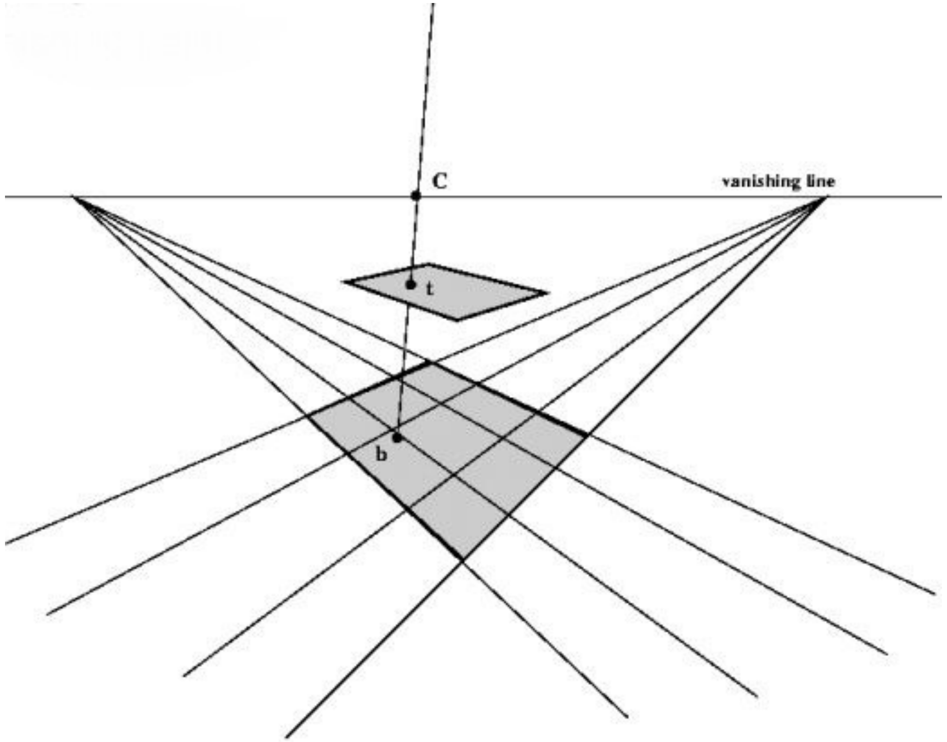
Úběžnice - vanishing line

- Přímka procházející dvěma úběžníkama se nazývá úběžnice
- Čáry, které jsou vertikální (ortogonální k optické ose) formují vertikální úběžník
- Homogenní souřadnice vertikálního úběžníku jsou $VP = (x, y, 0)$



Úběžnice - horizont

- Dvě skupiny čar ležící na pozemní rovině (ground plane) formují dva úběžníky
- Tyto úběžníky formují úběžnici, kterou nazýváme horizont
- Vše ve snímku nad úrovní kamery bude zobrazeno nad horizontem a naopak



Jak vypočítat souřadnice úběžníku a rovnici úběžnice?

- Bod v obraze je definován souřadnicemi (x, y)
- Přímka je určena dvěma body
- Průsečík dvou rovnoběžných přímek je úběžník
- Přímka vedoucí skrz dva úběžníky je úběžnice

- Ruční postup
  - Výběr několika bodů formující dvě skupiny paralelních čar
  - Následný výpočty úběžníku a úběžnic
- Automatizovaný algoritmus
  - Hranová detekce + Hough lines

Úběžníky, úběžnice – ruční postup

- V 2D projektivní geometrii platí:
  - Point-line duality – „pro libovolný vzorec můžeme zaměnit body za přímky“
  - K zjištění zda přímka $l = (\mathrm{a}, \mathrm{b}, \mathrm{c})^{\mathrm{T}}$ prochází bodem $p = (x, y, 1)^T$ vypočteme, zda je jejich skalární součin (dot product) roven 0
    - $l^T p = 0$, pak l prochází bodem p
  - Vektorový součin (cross product) dvou bodů v homogenních souřadnicích je přímka
    - $l = p_1 \times p_2$
  - Vektorový součin (cross product) dvou přímek je bod, ve kterém se protínají
    - $p = l_1 \times l_2$

Úběžníky, úběžnice - automatizovaný algoritmus

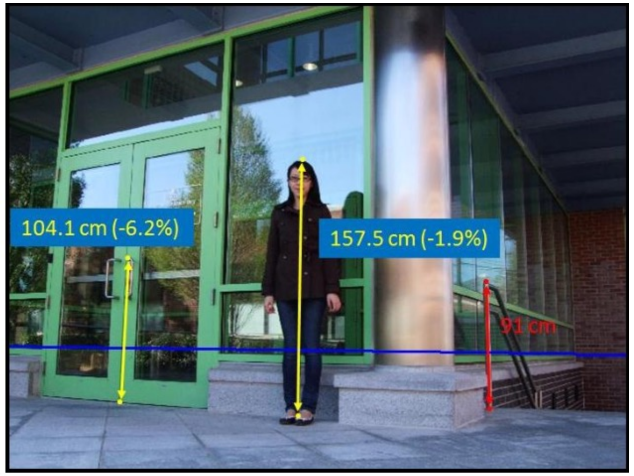
a

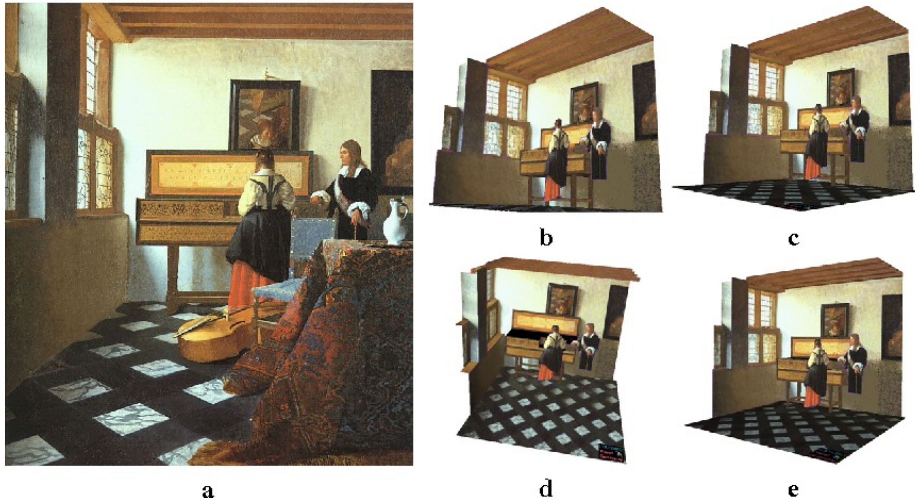
b

c

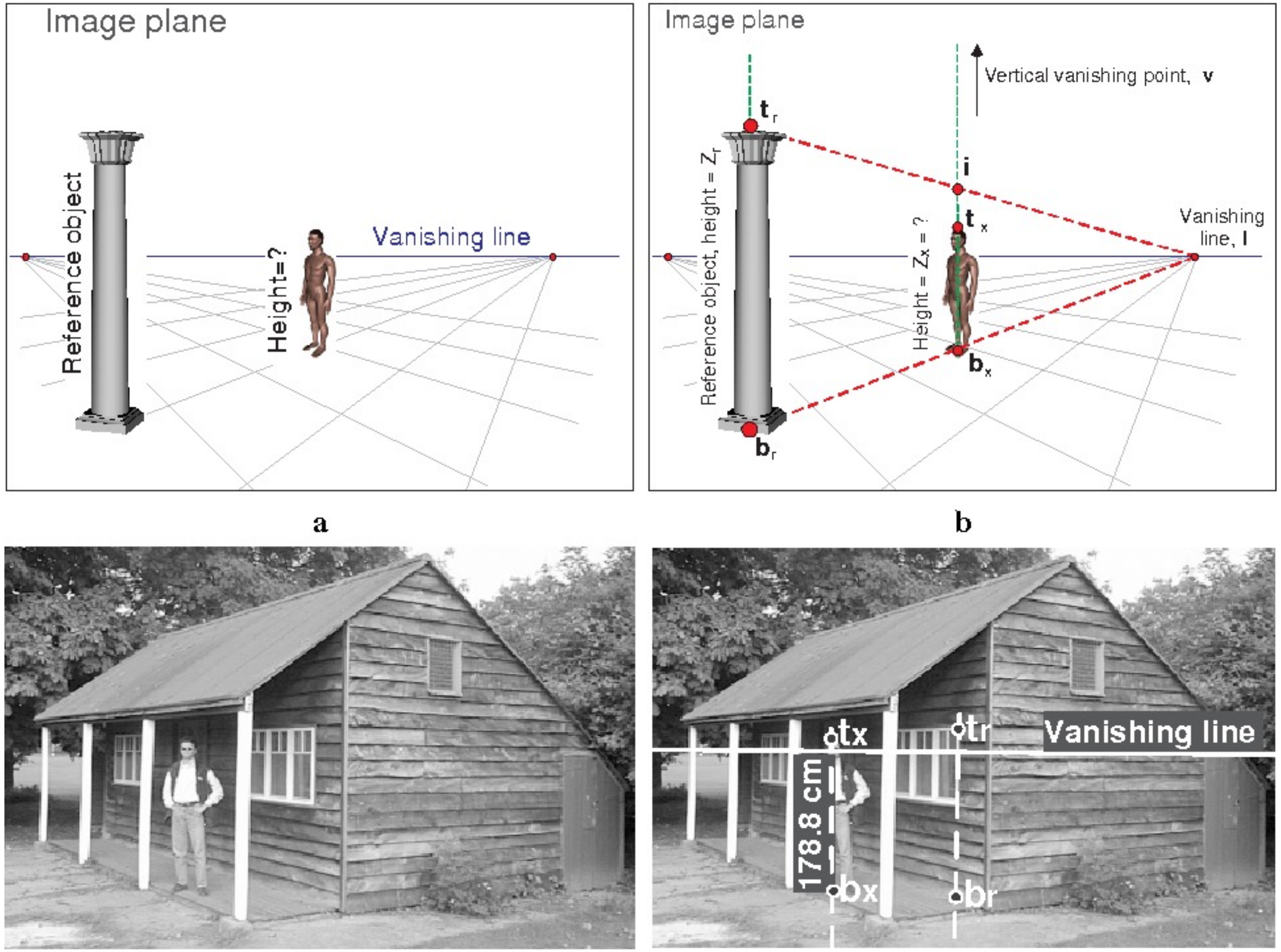
K čemu je znalost úběžníku a úběžnic dobrá?

- Měření výšky objektů
  - Mějmě horizontovou úběžnici, vertikální úběžník a známou informaci o jedné referenční výšce změřenou od pozemní roviny (ground plane) ve směru vertikálního úběžníka
  - Pak můžeme vypočíst výšku libovolného bodu (od pozemní roviny) pokud známe jeho projekci na pozemní rovinu
- 3D rekonstrukce
- Autokalibrace kamery
- [A. Criminisi et al, 2000]





K čemu je znalost úběžníku a úběžnic?



a b c d

Otázky, na které byste měli znát odpověď

- Co jsou to homogenní souřadnice?
- Jaký má tvar projekce z 3D prostoru do 2D s využitím pinhole camera model?
- K čemu je projektivní matice P?
- Jaký je význam jednotlivých matic při dekomponování projektivní matice P?
- Co jsou to vnitřní a vnější parametry kamery?
- Co je to úběžník, úběžnice? Jak je najít?

Zdroje

- https://pages.mtu.edu/~shene/COURSES/cs3621/NOTES/geometry/geo-tran.html
- http://teaching.csse.uwa.edu.au/units/CITS4402/lectures/Lecture09-ProjectiveGeometry.pdf
- http://www.cs.cmu.edu/~16385/s17/Slides/11.1_Camera_matrix.pdf
- https://cave.cs.columbia.edu/Statics/monographs/Image%20Formation%20FPCV-1-1.pdf
- http://csundergrad.science.uoit.ca/courses/cv-notes/notebooks/01-image-formation.html
- https://www.mathworks.com/help/vision/ug/camera-calibration.html