ГЛАВА 1. ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Эволюционные алгоритмы могут применяться для поиска экстремума функции. Однако в теории эволюционных алгоритмов существует проблема, которая заключается в том, что функция в процессе поиска экстремума может изменятся. Примером такой задачи может быть поиск оптимального маршрута в городе - искомый маршрут в зависимости от времени может отличаться. Поэтому возникает потребность проанализировать алгоритмы учитывая динамическое преобразование функции. Для начала был взят алгоритм (1 + 1) на задаче $OneMax$.

Данный алгоритм был выбран потому что это наиболее понятная и простая задача для анализа и часто является отправной точкой для исследования.

OneMax - задача поиска минимума функции количества несовпадающих бит с некоторым вектором f_{max}, длина которого n.

Алгоритм (1 + 1) решает её следующим образом - берётся случайный вектор длины n и далее итеративно мутируется - каждый бит независимо меняется с некоторой вероятностью $\frac{r}{n}$ (r рассматривается в данном исследовании $o(1)$ по отношению к n). Если количество совпадающих бит увеличивается, берётся мутируемый. Добавим следующую динамику для задачи - пусть каждые T итераций алгоритма вектор f_{max} меняет один случайный бит.

В рамках исследования были выявлены две ситуации - когда T слишком мала, то алгоритм "застревает"на некотором значении, расстояние до f_{max} колеблются на уровне некоторого $\dot{n}$. Значение c будем называть точкой стабилизации или плато. То есть в этой ситуации с некоторого момента примерное отношение бит которые не совпадают с вектором f_{max} ко всем битам будет равна c. Вторая ситуация - T оказывается достаточно большой, что алгоритм доходит до нужного оптимума, однако медленнее чем если бы динамики не было. Помимо этого был рассмотрена ситуация когда алгоритм не заканчивается на достижении оптимума (что вполне можно увидеть на реальных задачах). Тогда будет разумным вопрос - какая вероятность, что при изменении одного бита алгоритм успеет найти новый оптимум до следующего изменения.

По первому случаю был установлен факт, что значение c не зависит от параметра T (если $n > 1/c$), это значит что если мы фиксируем какое-то значение T, то насколько сильно мы бы не увеличивали n, значение c будет оставаться тем же. Были найдены некоторые оценки на значение c, а так же теоретически обоснован факт почему алгоритм фиксируется и почти не уходит от этого значения.

Что касается второго случая - асимптотика EA-алгоритмов обычно оценивается с помощью некоторых теорем которые несут общее название drift-analysis. Были взяты теоремы Additive Drift и Variable Drift и рассмотрены с точки зрения того, что математическое ожидание изменения функции на некоторых шагах отличается от обычного. Если рассматривать данную конкретную задачу, то в ней каждые K шагов математическое ожидание будет отличаться на некоторое значение $\leqslant 1$. Эти теоремы в дальнейшим могут помочь исследовать скорость нахождения первого оптимума и в более сложных алгоритмах в которых будет введена динамика. С помощью видоизмененных теорем была доказано, что если Т больше некоторого значения, то асимптотика алгоритма не изменится, то есть останется $O(n\dot{l}og(n))$

По последнему вопросу были рассмотрены ситуации в которых вероятность нахождения нового оптимума быстрее чем придёт новое изменение равна $o(1)$ и $1 - o(1)$. Так же и найдены границы для Т чтобы вероятность была больше или меньше заданного значения.

Экспериментальные данные показывают, что плато находится на тех значениях, которые предсказывает теория.