



১১-২০তম গ্রেড লেকচার শিট

লেকচার



Lecture Content

☑ সূচক (Index)

☑ লগারিদম (Logarithm)

Basic Discussion

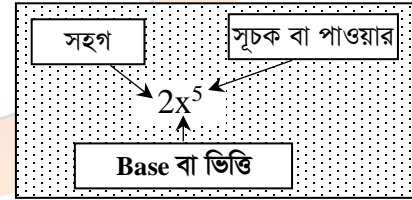
সূচক

সূচক শব্দের অর্থ হলো মাত্রা। n সংখ্যক a -এর ক্রমিক গুণফল $= a^n$

এখানে, a কে ভিত্তি বলা হয়।

n কে a (ভিত্তি) এর সূচক বা শক্তি বলা হয়।

a^n কে a এর n তম ঘাত বা শক্তি বা 'power' বলা হয়।



প্রদত্ত সূত্রগুলো ভালোভাবে আয়ত্ত করার চেষ্টা করুন। অংক করার সময় যে সূত্রগুলোর অংক বেশি করে এসেছে, সেই সূত্রগুলোর উপর গুরুত্ব দিন।

☑ প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি

সূত্রগুলো ভালোভাবে বুঝলে এই লেকচারের যেকোনো প্রশ্ন সহজে সমাধান করা যাবে।

1. $a^n = a \times a \times a \times \dots$ (n সংখ্যক a)

2. $(a^m)^n = a^{mn}$ (কোনো সংখ্যার উপর দুইবার বা তার থেকে বেশি পাওয়ার থাকলে তা গুণ হয়)

3. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

4. $a^m \div a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$

Note: ভিত্তি একই হলে এবং গুণ থাকলে পাওয়ার গুলো যোগ করতে হয় এবং ভাগ থাকলে পাওয়ার গুলো বিয়োগ করতে হয়।

5. $a^0 = 1$ (যেকোনো সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 হলে তার মান 1 হয়) [যেখানে $a \neq 0, a > 1$]

6. $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$

গুরুত্বপূর্ণ একটি নিয়ম :

$4^a = 1$ হলে $4^a = 4^0$ বা $a = 0$

অর্থাৎ যেকোনো পাওয়ার যুক্ত সংখ্যা $= 1$ দেয়া থাকলে ডানের 1 এর পরিবর্তে ঐ সংখ্যার উপর পাওয়ার 0 লেখা যায়। কারণ পাওয়ার 0 থাকলে তার মান 1 হয়।



যেমন : $(a + 2)^x = 1$ হলে, আমরা লিখতে পারি $(a + 2)^x = (a + 2)^0$ বা, $x = 0$

7. $\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$

8. $\sqrt[q]{a} = a^{\frac{1}{q}}$

9. $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$

10. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ অর্থাৎ $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$

11. $(ab)^m = a^m b^m$

12. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

13. $\left(\frac{m}{n}\right)^{-p} = \left(\frac{n}{m}\right)^p$ (কোনো ভগ্নাংশের উপরের পাওয়ারটি মাইনাস হলে ঐ ভগ্নাংশটি উল্টে যায় অর্থাৎ হরের জায়গায় লব এবং লবের জায়গায়

হর বসে)। যেমন: $\left(\frac{b}{a}\right)^{-2} = \left(\frac{a}{b}\right)^2$, এখানে প্রথম অংশে $\left(\frac{b}{a}\right)$ এবং ২য় অংশে $\left(\frac{a}{b}\right)$

14. $a^x = a^y$ হলে, $x = y$ (অর্থাৎ দুই পাশের ভিত্তি মিলে গেলে দুটো ভিত্তিই তুলে দেওয়া যায়)

15. $a^x = b^x$ হলে, $a = b$ (দুই পাশের power মিলে গেলে দুটো পাওয়ারই বাদ দেওয়া যায়)

সর্বশেষ সূত্র দুটি দিয়ে অনেক অঙ্ক পরীক্ষায় আসে, তাই ভালোভাবে মনে রাখার চেষ্টা করুন।

Note: কোনো পাওয়ার মাইনাস থাকলে তা ভগ্নাংশ আকারে লিখতে হয় এবং মাইনাস তুলে লব 1 এর নিচে পুরো সংখ্যাটি পাওয়ার সহ লিখতে হয়।

Teacher's Work

১. $a^m \times a^n =$ কত?

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (বরিশাল বিভাগ): ০৭]

ক. am^{m+n}

খ. a^{m+n}

গ. a^n

ঘ. a^{m-n}

উত্তর: খ

২. x^4 কে x^9 দ্বারা গুণ করলে গুণফল কত হয়?

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক: ৯৭]

ক. x^{36}

খ. x^5

গ. x^{13}

ঘ. $2x^{36}$

উত্তর: গ

৩. $(\sqrt{3})^6$ এর মান কত?

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক: ০১]

ক. 9

খ. 18

গ. 27

ঘ. 81

উত্তর: গ

৪. $(\sqrt{2})^8$ এর মান কত?

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (রাজশাহী বিভাগ): ০৩]

ক. 16

খ. 64

গ. 128

ঘ. 256

উত্তর: ক

৫. $a = 3$ হলে $a^3 =$ কত?

[প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক (খুলনা বিভাগ): ০৫]

ক. 3

খ. 6

গ. 9

ঘ. 27

উত্তর: ঘ

৬. $\frac{7^9 + 7^8}{8}$ এর মান কত?

ক. 7^8

খ. 7^7

গ. 8^7

ঘ. 7^9

উত্তর: ক

৭. $\frac{2^{20} - 2^{19}}{2^{11}}$ এর মান কত?

ক. 2^7

খ. 2^5

গ. 2^8

ঘ. 2^{10}

উত্তর: গ

৮. $2^x + 2^x$ এর মান কত?

ক. 2^{x+2}

খ. 2^{x+1}

গ. 2^{2x}

ঘ. 2^{4x}

উত্তর: খ

৯. $3^x + 3^x + 3^x$ এর মান কত?

ক. 3^{2x+1}

খ. 3^{x+1}

গ. 3^{2x+2}

ঘ. 3^{2x}

উত্তর: খ

১০. $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ এর মান কত?

[৩২তম বিসিএস]

ক. 2^{4x+1}

খ. 4^{4x+1}

গ. 2^{2x+2}

ঘ. 4^{2x+1}

উত্তর: গ

১১. $16^x + 16^x$ এর মান কত?

ক. 2^{4x+1}

খ. 4^{4x+1}

গ. 2^{2x+2}

ঘ. 4^{2x+1}

উত্তর: ক

১২. $\frac{9^x - 4}{3^x - 2} - 2$ এর মান কত?

- ক. 3^x খ. 3^{x+2}
গ. $3^x - 2$ ঘ. 2^x

উত্তর: ক

১৩. $(\sqrt{150} + \sqrt{150})^2$ এর মান কত?

- ক. 400 খ. 500
গ. 600 ঘ. 800

উত্তর: গ

১৪. $8^{\frac{3}{4}} \div 8^{\frac{1}{2}}$ এর মান কত?

- ক. $\sqrt[3]{4}$ খ. $\sqrt[4]{3}$
গ. $\sqrt[4]{8}$ ঘ. $\sqrt[3]{16}$

উত্তর: গ

১৫. $(\sqrt{3}\sqrt{5})^4$ এর মান কত?

- ক. 125 খ. 225
গ. 215 ঘ. 250

[২৬তম বিসিএস]

উত্তর: খ

১৬. $(\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{4})^6$ এর মান কত?

- ক. 125 খ. 121
গ. 144 ঘ. 169

[৩৩তম বিসিএস]

উত্তর: গ

১৭. $\sqrt[3]{3\sqrt{a^3}}$ এর মান কত?

- ক. $\sqrt[3]{a}$ খ. $a^{-\frac{1}{3}}$
গ. a^3 ঘ. a^{-3}

[৩৩তম বিসিএস]

উত্তর: ক

১৮. $\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ এর মান কত?

- ক. $\frac{3}{25}$ খ. $\frac{5}{20}$
গ. $\frac{9}{25}$ ঘ. $\frac{3}{20}$

[১৭তম বিসিএস]

উত্তর: গ

১৯. যদি $\left(\frac{a}{b}\right)^{x-3} = \left(\frac{b}{a}\right)^{x-5}$ হয় তবে x এর মান কত? [৩৩তম বিসিএস]

- ক. 8 খ. 3
গ. 5 ঘ. 4

উত্তর: ঘ

২০. যদি $(125)(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হয় তবে x এর মান কত?

[৩৯তম বিসিএস]

- ক. -3 খ. 7
গ. 9 ঘ. 25

উত্তর: ক

২১. $x\sqrt{0.09} = 3$ হলে x এর মান কত?

- ক. $\frac{3}{10}$ খ. $\frac{1}{3}$
গ. 10 ঘ. $\frac{10}{3}$

উত্তর: গ

২২. $\sqrt[4]{x} = 0.1$ হলে x =?

- ক. 0.1 খ. 0.01
গ. 0.001 ঘ. 0.0001

উত্তর: ঘ

২৩. $(25)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয় তবে x =?

[৩৬তম বিসিএস]

- ক. 0 খ. -1
গ. 1 ঘ. 4

উত্তর: ক

২৪. $12 \times 27^x = 2^2 \times 9^{x+4}$ হলে x =?

- ক. 7 খ. 4
গ. 6 ঘ. 2

উত্তর: ক

২৫. m একটি পূর্ণসংখ্যা এবং $(-2)^{2m} = 2^{9-m}$ হলে m =?

- ক. 1 খ. 2
গ. 3 ঘ. 4

উত্তর: গ

২৬. $\frac{0.0015 \times 10^m}{0.03 \times 10^k} = 5 \times 10^7$ হলে m - k =?

- ক. 9 খ. 2
গ. 0 ঘ. 4

উত্তর: ক

২৭. $x^3 - 0.001 = 0$ হলে x^2 এর মান কত? [প্রাথমিক বিদ্যালয় সহকারী শিক্ষক: ১৮; ৩৫তম বিসিএস]

- ক. 100 খ. $\frac{1}{10}$
গ. 10 ঘ. $\frac{1}{100}$

উত্তর: ক

২৮. $\left\{ (125)^{-2} \times (16)^{-\frac{3}{2}} \right\}^{-\frac{1}{6}}$ = কত?

- ক. 20 খ. 10
গ. 5 ঘ. 25

উত্তর: খ

Student Work

১. যদি $\sqrt[4]{x^3} = 2$ হয়, তাহলে $x^{\frac{3}{2}} = ?$

[৪৪তম বিসিএস]

- ক. 8 খ. 16
গ. 4 ঘ. 64

উ: গ

২. $4^x + 4^{1-x} = 4$ হলে, x = কত?

[৪১তম বিসিএস]

- ক. $\frac{1}{4}$ খ. $\frac{1}{3}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. 1

উ: গ

৩. $x^x \sqrt{x} = (x\sqrt{x})^x$ হলে, x এর মান কত?

[৪০তম বিসিএস]

- ক. $\frac{3}{2}$ খ. $\frac{4}{9}$
গ. $\frac{9}{4}$ ঘ. $\frac{2}{3}$

উ: গ



৪. $x + 2^{\frac{1}{3}} + 2^{\frac{2}{3}} = 0$ হলে, $x^3 + 6$ এর মান কত? [৪১তম বিসিএস]

ক. $4x$ খ. $6x$ গ. $4 -$ ঘ. 8

উ: খ

৫. $5^x + 8.5^x + 16.5^x = 1$ হলে, x এর মান কত? [৪১তম বিসিএস]

ক. -3 খ. -2 গ. -1 ঘ. -4

উত্তর: খ

৬. $125(\sqrt{5})^{2x} = 1$ হলে, x এর মান কত? [৩৯তম বিসিএস]

ক. 3 খ. -3 গ. 7 ঘ. 9

উ: খ

৭. $2^x + 2^{1-x} = 3$ হলে, x এর মান কত? [৩৮তম বিসিএস]

ক. $(1, 2)$ খ. $(0, 2)$ গ. $(1, 3)$ ঘ. $(0, 1)$

উত্তর: ঘ

৮. যদি $25^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয় তবে $x = ?$ [৩৬তম বিসিএস]

ক. 0 খ. 1 গ. -1 ঘ. 4

উ: ক

৯. $\frac{5^{n+2} + 35 \times 5^{n-1}}{4 \times 5^n}$ এর মান কত? [৩৪তম বিসিএস]

ক. 4 খ. 8 গ. 5 ঘ. 7

উত্তর: খ

১০. $36.2^{3x-8} = 3^2$ হলে, x এর মান কত? [৩৩তম বিসিএস]

ক. $\frac{7}{3}$ খ. 3 গ. $\frac{8}{3}$ ঘ. 2

উত্তর: ঘ

১১. $4^x + 4^x + 4^x + 4^x$ মান নিচের কোনটি? [৩৩তম বিসিএস]

ক. 16^x খ. 4^{4x} গ. 2^{2x+2} ঘ. 2^{8x}

উত্তর: গ

১২. $(\sqrt[3]{3} \times \sqrt[3]{4})^6 = \text{কত?}$ [৩৩তম বিসিএস]

ক. 12 খ. 48 গ. 36 ঘ. 144

উত্তর: ঘ

১৩. $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3k$ হলে, k এর মান কত? [৩১তম বিসিএস]

ক. $9\frac{1}{3}$ খ. $11\frac{1}{3}$ গ. $12\frac{2}{5}$ ঘ. $13\frac{2}{3}$

উত্তর: ঘ

১৪. $\left(\frac{125}{27}\right)^{-\frac{2}{3}}$ কে সহজে প্রকাশ করলে কত হবে? [১৭তম বিসিএস]

ক. $\frac{1}{25}$ খ. $\frac{5}{20}$ গ. $\frac{9}{25}$ ঘ. $\frac{3}{20}$

উত্তর: গ

১৫. $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ কখন হবে? [১৪তম বিসিএস]

ক. m ধনাত্মক হলেখ. n ধনাত্মক হলেগ. m ও n ধনাত্মক হলেঘ. m ও n ঋণাত্মক হলে উত্তর: গ

১৬. $(1000)^{\frac{y}{3}} = 10$ হলে y এর মান কত?

ক. 2 খ. 1 গ. 3 ঘ. 25

উ: খ

১৭. $2^{n+1} - 2^n = \text{কত?}$

ক. 2 খ. 2^n গ. 4 ঘ. 2^{n+1}

উ: খ

১৮. $\left(\frac{x^{p+q}}{x^{2r}}\right)\left(\frac{x^{q+r}}{x^{2p}}\right)\left(\frac{x^{p+r}}{x^{2q}}\right)$ এর মান কত?

ক. 0 খ. 1 গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. -1

উ: খ

১৯. $\sqrt[6]{64} \times \sqrt[3]{27} = \text{কত?}$

ক. $64\frac{1}{6}$ খ. 6 গ. 2 ঘ. 8

উত্তর: খ

২০. $m > n$ হলে $a^{m+n} \times a^{m-n}$ এর মান কত?

ক. a^{2m} খ. a^{2n} গ. a^{2m-2n} ঘ. a^{mn}

উত্তর: গ

২১. $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \cdot \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \cdot \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$

ক. x^{p+q+r} খ. $\frac{1}{x^{p+q+r}}$ গ. $x^{(p+q+r)}$ ঘ. 1

উত্তর: ঘ

সমাধান: $\left(\frac{x^p}{x^q}\right)^{p+q} \cdot \left(\frac{x^q}{x^r}\right)^{q+r} \cdot \left(\frac{x^r}{x^p}\right)^{r+p}$
 $= (x^{p-q})^{p+q} (x^{q-r})^{q+r} (x^{r-p})^{r+p}$
 $= x^{p^2-q^2} \cdot x^{q^2-r^2} \cdot x^{r^2-p^2}$
 $= x^{p^2-q^2+q^2-r^2+r^2-p^2} = x^0 = 1$

২২. $\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m \cdot \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n = \text{কত?}$

ক. 0 খ. a^{lmn} গ. 1 ঘ. $\frac{l}{a^{lmn}}$

উত্তর: গ

সমাধান: $\left(\frac{a^m}{a^n}\right)^l \cdot \left(\frac{a^n}{a^l}\right)^m \cdot \left(\frac{a^l}{a^m}\right)^n$
 $= a^{(m-n)l} \cdot a^{(n-l)m} \cdot a^{(l-m)n}$
 $= a^{ml-nl} \cdot a^{mn-ln} \cdot a^{ln-mn}$
 $= a^{ml-ln+mn-ln-mn}$
 $= a^0 = 1$

২৩. $30 - \{5^{-1}(2-3)^{-3}\}^{-2}$ কত?

ক. 29 খ. 5 গ. 20 ঘ. 31

উত্তর: খ

সমাধান: $30 - \{5^{-1}(2-3)^{-3}\}^{-2}$

$$= 30 - \left(\frac{1}{5} \times -1\right)^{-2} = 30 - \left(-\frac{1}{5}\right)^{-2}$$

$$= 30 - 25 = 5$$

২৪. $(-1) \times (-1) \times (-1) + (-1)(-1) =$ কত?

ক. 2

খ. 1

গ. -1

ঘ. 0

উত্তর: ঘ

সমাধান: $(-1) \times (-1) \times (-1) + (-1)(-1)$

$$= (-1)^3 + (-1)^2$$

$$= -1 + 1 = 0$$

২৫. $x^4 = 81$ হলে এবং x ধনাত্মক হলে x এর মান কত?

ক. $\frac{81}{4}$

খ. 7

গ. $\frac{4}{81}$

ঘ. 3

উত্তর: ঘ

সমাধান: $x^4 = 81$

$$\text{বা, } \sqrt{x^4} = \sqrt{81}$$

$$\text{বা, } x^2 = 9$$

[বর্গমূল করে ও ধনাত্মক মান নিয়ে]

$$\text{বা, } \sqrt{x^2} = \sqrt{9} \quad \therefore x = 3$$

২৬. $(x^2)^3$ কে x^3 দ্বারা গুণ করলে কত হবে?

ক. x^9

খ. x^{18}

গ. x^{27}

ঘ. x^{24}

উত্তর: ক

সমাধান: $(x^2)^3 \times x^3 = x^6 \cdot x^3 = x^{6+3} = x^9$

২৭. $3^{x+2} = 81$ হলে x এর মান কত?

ক. 0

খ. 1

গ. 2

ঘ. 3

উত্তর: গ

সমাধান: $3^{x+2} = 81$

$$\text{বা, } 3^{x+2} = 3^4 \quad \text{বা, } x+2 = 4 \quad \text{বা, } x = 4-2$$

$$\therefore x = 2 \quad \therefore x \text{ এর মান} = 2$$

২৮. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে x -এর মান কত?

ক. $\frac{3}{7}$

খ. 5

গ. 7

ঘ. $\frac{7}{3}$

উত্তর: ঘ

সমাধান: $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$

$$\text{বা, } \frac{5^{3x-7}}{3^{3x-7}} = 1$$

[উভয়পক্ষকে 3^{3x-7} দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } \left(\frac{5}{3}\right)^{3x-7} = \left(\frac{5}{3}\right)^0 \quad [\because a^0 = 1]$$

$$\text{বা, } 3x-7 = 0 \quad \text{বা, } 3x = 7$$

$$\therefore x = \frac{7}{3} \quad \therefore x \text{ এর মান} = \frac{7}{3}$$

২৯. $2^{x-4} = 4a^{x-6}$ হলে x এর মান কত?

ক. 4

খ. 7

গ. 6

ঘ. 1

উত্তর: গ

সমাধান: $2^{x-4} = 4a^{x-6}$

$$\text{বা, } 2^{x-4} = 2^2 \cdot a^{x-6} \quad \text{বা, } \frac{2^{x-4}}{2^2} = a^{x-6}$$

$$\text{বা, } 2^{x-4-2} = a^{x-6} \quad \text{বা, } 2^{x-6} = a^{x-6}$$

$$\text{বা, } \frac{2^{x-6}}{a^{x-6}} = 1 \quad \text{বা, } \left(\frac{2}{a}\right)^{x-6} = \left(\frac{2}{a}\right)^0 \quad [\because a^0 = 1]$$

$$\text{বা, } x-6 = 0 \quad \therefore x = 6$$

৩০. $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{2x+5}$ হলে, x -এর মান কত?

ক. 3

খ. 5

গ. $\sqrt{3}$

ঘ. 7

উত্তর: খ

সমাধান: $(\sqrt{3})^{x+5} = \left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^{2x+5}$

$$\text{বা, } 3^{\frac{1}{2}(x+5)} = 3^{\frac{1}{3}(2x+5)}$$

$$\text{বা, } \frac{x+5}{2} = \frac{2x+5}{3}$$

$$\text{বা, } 4x+10 = 3x+15 \quad [\text{বিক্রমগুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 4x-3x = 15-10$$

$$\therefore x = 5$$

$$\therefore \text{নির্ণেয় } x \text{ এর মান} = 5$$

৩১. $3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2} =$ কত?

ক. 2^{n+1}

খ. 2^{n-1}

গ. 3

ঘ. 2^n

উত্তর: ক

সমাধান: $3 \cdot 2^n - 4 \cdot 2^{n-2}$

$$= 3 \cdot 2^n - 2^2 \cdot 2^{n-2} = 3 \cdot 2^n - 2^{n-2+2}$$

$$= 3 \cdot 2^n - 2^n = 2^n(3-1) = 2^n \cdot 2 = 2^{n+1}$$

৩২. $2^n \div 2^{n-1} =$ কত?

ক. 2

খ. 2^{n+1}

গ. 2^n

ঘ. 2^{n-1}

সমাধান: $2^n \div 2^{n-1} = 2^{n-n+1}$

$$= 2^1 = 2$$

উত্তর: ক

৩৩. $x^y = y^x$; $x = 2y$ ($x \neq 0, y \neq 0$) হলে, (x, y) মান কত?

ক. $(x, y) = (8, 4)$

খ. $(x, y) = (6, 3)$

গ. $(x, y) = (2, 1)$

ঘ. $(x, y) = (4, 2)$

সমাধান: $x^y = y^x$ (i)

$x = 2y$ (ii)

(i) সমীকরণ $x = 2y$ বসিয়ে পাই $(2y)^y = y^{2y}$

$$\text{বা, } 2^y y^y = y^{2y} \quad \text{বা, } 2^y = y^{2y-y}$$

$$\text{বা, } 2^y = y^y \quad \therefore 2 = y$$

y এর মান (ii) নং সমীকরণে বসিয়ে পাই

$$x = 2 \cdot 2 = 4 \quad \therefore (x, y) = (4, 2)$$

উত্তর: ঘ

লগারিদম

প্রাথমিক তথ্য:

সর্বপ্রথম স্কটল্যান্ডের গণিতবিদ 'জন নেপিয়ার' (1550-1617) লগারিদম আবিষ্কার করেন।

শুধু ধনাত্মক সংখ্যার লগারিদম আছে। শূন্য এবং ঋণাত্মক সংখ্যার লগারিদম নেই।

যদি $a^x = M$ হয় তবে x কে M এর a ভিত্তিক লগারিদম বা সংক্ষেপে লগ বলা হয়। লগারিদমের প্রতীক ব্যবহার করে লেখা হয়: $\text{Log}_a M = x$
 $\text{Log}_a M$ কে a ভিত্তিক লগ 'M' পড়া হয়।

ব্যবহারিক ক্ষেত্রে লগারিদমের ভিত্তি সাধারণত ১০ ধরা হয়। ১০ ভিত্তিক লগারিদমকে সাধারণ লগারিদম বলে। এই ক্ষেত্রে ভিত্তি উহ্য রাখা হয় অর্থাৎ $\log_{10} M$ বোঝাতে $\log M$ লেখা হয়।

* লগারিদমের প্রবর্তন করেন- জন নেপিয়ার

☑ প্রয়োজনীয় সূত্রাবলি:

1. $\log_a(MN) = \log_a M + \log_a N$ (অর্থাৎ গুণ থাকলে যোগ এবং ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়)
2. $\log_a \frac{M}{N} = \log_a M - \log_a N$ (অর্থাৎ ভাগ থাকলে বিয়োগ করতে হয়)
3. $\log_a M^n = n \log_a M$ (ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি, আবার ভিত্তি এর উপর পাওয়ার থাকলে পাওয়ারটি শুরুতে বসে) যেমন: $\log_a 10^5 = 5 \log_a 10$
4. $\log_a 1 = 0$ (যেকোনো ভিত্তিমূলের উপর ভিত্তি 1 হলে তার উত্তর 0 হয়)
5. $\log_a a = 1$ অর্থাৎ $\log_{10} 10 = 1$ (ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি মিলে গেলে তার মান সবসময় 1 হয়)
6. $\log_a a^2 = 2$ অর্থাৎ $\log_x x^4 = 4$ (অর্থাৎ কখনো \log এর ভিত্তিমূল ও ভিত্তি যদি সমান হয় তাহলে ভিত্তিমূল এবং ভিত্তি উভয়ে উঠে যায় এবং ভিত্তির উপর যে পাওয়ার থাকে, তাই উত্তর লিখতে হয়)
7. $\log a + \log b + \log c = \log (abc)$ (\log কমন নেয়ার সময় যোগ থাকলে গুণ)
8. $\log a - \log b = \log \left(\frac{a}{b} \right)$ (\log কমন নেয়ার সময় বিয়োগ থাকলে ভাগ হয় এবং প্রথমটি উপরে বসে)
9. $\log_a y = x$ হলে $a^x = y$ (সূত্রটি সব থেকে গুরুত্বপূর্ণ)

ব্যাখ্যা: (কোনো পাওয়ার = কোনো মান দেয়া থাকলে \log তুলে দিয়ে ঐ পাওয়ার ও মানটি স্থান বদল করে অর্থাৎ পাওয়ার এর জায়গায় মানটি এবং মান এর জায়গায় পাওয়ার যায়) অর্থাৎ $\log_a x = b$ হলে $a^b = x$ লিখা যায়। ভালোভাবে আরেকটি দেখুন:

$$\log_x 4 = 2 \text{ হলে } x^2 = 4$$

$$10. \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} = \frac{\log x}{\log a},$$

$$\log_a b \times \log_b c = \log_a c,$$

$$a^{\log_a b} = b, \log_a m = \log_b m \times \log_a b$$

Teacher's Discussion

১. ৩২ এর ২ ভিত্তিক লগারিদম কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা (১ম পর্যায়)-২০২২; প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা (৩য় পর্যায়): ১৯]

ক. ৩ খ. ৪

গ. ৫ ঘ. ৬

উত্তর: গ

২. $\log_8 2 =$ কত? [প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ (৪র্থ পর্যায়): ১৯]ক. ১ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{2}{3}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

উত্তর: ঘ

৩. $\log_5 x = 3$ হলে $x =$ কত?

[প্রাথমিক সহকারী শিক্ষক নিয়োগ পরীক্ষা (৪র্থ পর্যায়): ১৯]

ক. ৩৭৫ খ. ১২০

গ. ১২৫ ঘ. ২২৫

উত্তর: গ

৪. $\log_2 8 =$ কত?

ক. ৪ খ. ৩

গ. ২ ঘ. ১

উত্তর: খ

৫. $\log_{232} \frac{1}{2} =$ কত?ক. $\frac{1}{25}$ খ. -৫গ. $\frac{1}{5}$ ঘ. $-\frac{1}{5}$

উত্তর: খ

৬. $\log_{3\sqrt{2}} \frac{1}{324} =$ কত?ক. $162\sqrt{2}$ খ. ৪গ. $\frac{1}{162\sqrt{2}}$ ঘ. -৪

উত্তর: ঘ

৭. $5\sqrt{5}$ এর ৫ ভিত্তিক লগ কত?ক. $\sqrt{5}$ খ. $\frac{2}{3}$ গ. $\frac{3}{2}$ ঘ. ৪

উত্তর: গ

৮. $\log_5 \sqrt[3]{5} =$ কত?ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{2}$ গ. $\frac{1}{4}$ ঘ. $\frac{1}{5}$

উত্তর: ক

৯. $\log_{12} \sqrt{12} =$ কত?ক. $\frac{1}{3}$ খ. $\frac{1}{6}$ গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{5}$

উত্তর: গ

১০. $\log_2 \sqrt{6} + \log_2 \sqrt{\frac{2}{3}} =$ কত?

ক. ০ খ. ২

গ. ১ ঘ. ৩

উত্তর: গ

১১. $\log_{2\sqrt{5}} 20 =$ কত?

ক. ৪০০ খ. ১০

গ. ২ ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: গ

১২. $\log_2 \sqrt{\frac{1}{64}} =$ কত?ক. -৩ খ. $-\frac{1}{6}$ গ. ৬ ঘ. $\frac{1}{6}$

উত্তর: ক

১৩. $\log_x \frac{1}{8} = -2$ হলে, $x =$ কত?

[৩৮তম বিসিএস]

ক. ২ খ. $\sqrt{2}$ গ. $2\sqrt{2}$ ঘ. ৪

উত্তর: গ

১৪. $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x এর মান-

[৩৭তম বিসিএস]

ক. $\frac{4}{9}$ খ. $\frac{9}{4}$ গ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ঘ. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

উত্তর: ক

১৫. $\log_a \sqrt{2} = \frac{1}{6}$ হলে, $a =$ কত?ক. $\sqrt{2}$ খ. ০

গ. ৬ ঘ. ৮

উত্তর: ঘ

১৬. $\log_{10} (0.001) =$ কত?

ক. -২ খ. -৩

গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

উত্তর: খ

১৭. $\log_{2\sqrt{5}} 400 = x$ হলে, x এর মান নির্ণয় কর।

ক. ৪০০ খ. ১০

গ. ৪ ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: গ

১৮. $\log_x 324 = 4$ হয়, তবে $x =$ কত?ক. $3\sqrt{2}$ খ. $2\sqrt{3}$ গ. $5\sqrt{2}$ ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: ক

১৯. ৪০০ এর $\log 4$ হলে ভিত্তিক কত?

ক. ১০ খ. ২০

গ. ২ ঘ. $2\sqrt{5}$

উত্তর: ঘ

২০. $\log_a b \times \log_b c \times \log_c a$ এর মান কত?

ক. ১ খ. ২

গ. ৬ ঘ. ৮

উত্তর: ঘ

২১. $\frac{\log \sqrt{27} + \log 8 - \log \sqrt{512}}{\log 1.5} =$ কত?ক. $\frac{1}{2}$ খ. $\frac{3}{4}$ গ. $\frac{3}{2}$ ঘ. ১০

উত্তর: গ



Student's Practice

১. $2\log_{10} 5 + \log_{10} 36 - \log_{10} 9 = ?$

[৪৪তম বিসিএস]

ক. ২ খ. ১০০

গ. ৩৭ ঘ. ৪.৬

উত্তর: ক

২. যদি $\log_{10} x = -1$ হয়, তাহলে নিচের কোনটি x এর মান?

[৪৪তম বিসিএস]

ক. ০.১ খ. ০.০১

গ. $\frac{1}{10000}$ ঘ. ০.০০১

উত্তর: ক

৩. $2\log_2^3 + \log_2^5 = ?$

[৪৩তম বিসিএস]

ক. -৮ খ. ২

গ. ১৫ ঘ. ১০

উত্তর: গ

৪. $\log_2 \log_{\sqrt{e}} e^2 = ?$

[৪১তম বিসিএস]

ক. -২ খ. -১

গ. ১ ঘ. ২

উত্তর: ঘ

৫. কোন শর্তে $\log_a a = 1$?

[৪০তম বিসিএস]

ক. $a > 0, a \neq 1$ খ. $a \neq 0, a > 1$

গ. $a > 0, 1 = 1$ ঘ. $a \neq 1, 1 < 0$

উত্তর: ক

৬. $\log_x \left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}$ হলে, x এর মান-

[৩৭তম বিসিএস]

ক. $\frac{4}{9}$ খ. $\frac{9}{4}$

গ. $\sqrt{\frac{3}{2}}$ ঘ. $\sqrt{\frac{2}{3}}$

উত্তর: ক

৭. $\log_x \left(\frac{1}{8}\right) = -2$ হলে $x =$ কত?

[৩৮তম বিসিএস]

ক. $2\sqrt{2}$ খ. $\sqrt{2}$

গ. ২ ঘ. ৪

উত্তর: ক

৮. $\log_{\sqrt{3}} 81 =$ কত?

[৩৬তম বিসিএস]

ক. ৪ খ. $27\sqrt{3}$

গ. ৮ ঘ. $\frac{1}{8}$

উত্তর: গ

৯. $\log_3 \left(\frac{1}{9}\right)$ এর মান-

[৩৫তম বিসিএস]

ক. ২ খ. -২

গ. ৩ ঘ. -৩

উত্তর: খ

১০. $\log_a x = 1, \log_a y = 2$ এবং $\log_a z = 3$ হলে, $\log_a \left(\frac{x^3 y^2}{z}\right)$ এর মান কত?

[৩৫তম বিসিএস]

ক. ১ খ. ২

গ. ৪ ঘ. ৫

উত্তর: গ

১১. $\log_2 \left(\frac{1}{32}\right)$ এর মান -

[৩১তম বিসিএস]

ক. $\frac{1}{25}$ খ. -৫

গ. $\frac{1}{5}$ ঘ. $-\frac{1}{5}$

উত্তর: খ

১২. $\log_a \left(\frac{m}{n}\right) =$ কত?

[৩০তম বিসিএস]

ক. $\log_a m - \log_a n$ খ. $\log_a m + \log_a n$

গ. $\log_a m \times \log_a n$ ঘ. কোনোটিই নয়

উত্তর: ক

১৩. $\frac{1}{\log_a(abc)} + \frac{1}{\log_b(abc)} + \frac{1}{\log_c(abc)} =$ কত?

ক. ০ খ. ১

গ. $\frac{1}{2}$ ঘ. $\frac{1}{3}$

উত্তর: খ

সমাধান: $\frac{1}{\log_a(abc)} + \frac{1}{\log_b(abc)} + \frac{1}{\log_c(abc)}$
 $= \log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c$
 $= \log_{abc} abc = 1$

১৪. $\log_5 \left(\sqrt[3]{5}\right) (\sqrt{5}) =$ কত?

ক. ১ খ. $\frac{1}{5}$

গ. $\frac{5}{6}$ ঘ. $\frac{6}{3}$

উত্তর: গ

সমাধান:

$\log_5 \left(\sqrt[3]{5}\right) (\sqrt{5}) = \log_5 \left(5^{\frac{1}{3}} \cdot 5^{\frac{1}{2}}\right)$
 $= \log_5 \left(5^{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}\right) = \log_5 \left(5^{\frac{2+3}{6}}\right)$
 $= \log_5 5^{\frac{5}{6}} = \frac{5}{6} \log_5 5 = \frac{5}{6} \cdot 1 = \frac{5}{6}$

Class



Exam

১. $\sqrt[3]{3\sqrt{x^3}} = \text{কত?}$

ক. $x^{\frac{1}{2}}$

খ. $x^{\frac{1}{3}}$

গ. $x^{\frac{2}{3}}$

ঘ. $x^{\frac{3}{2}}$

২. যদি $(64)^{\frac{2}{3}} + (625)^{\frac{1}{2}} = 3k$ হয় তবে k এর মান-

ক. $9\frac{2}{3}$

খ. $12\frac{2}{5}$

গ. $11\frac{1}{3}$

ঘ. $13\frac{2}{3}$

৩. $5^{3x-7} = 3^{3x-7}$ হলে x এর মান কত?

ক. $\frac{3}{7}$

খ. 5

গ. 7

ঘ. $\frac{7}{3}$

৪. $2^{x+1} = 32$ হলে x এর মান কত?

ক. 4

খ. 3

গ. 2

ঘ. 1

৫. যদি $(125)^{2x+3} = 5^{3x+6}$ হয়, তবে x = কত?

ক. 3

খ. 1

গ. -1

ঘ. 2

৬. $\log_4 256 = \text{কত?}$

ক. 1

খ. 2

গ. 3

ঘ. 4

৭. $24\sqrt{5}$ এর 5 ভিত্তিক লগ কত?

ক. $\frac{5}{2}$

খ. $\frac{3}{2}$

গ. $\frac{4}{2}$

ঘ. $\frac{1}{2}$

৮. $\log_{x8} \frac{1}{8} = -2$ হলে, x = কত?

ক. 2

খ. $\sqrt{2}$

গ. $2\sqrt{2}$

ঘ. 4

৯. $\log_{\sqrt{3}} 81$ কত?

ক. 4

খ. $27\sqrt{3}$

গ. 8

ঘ. $\frac{1}{8}$

১০. $\log_2 16$ এর মান কত?

ক. 5

খ. 3

গ. 4

ঘ. $\frac{1}{4}$

