鲁棒的矿井UWB三维定位算法研究

陈康 包建军 王伟

1. 中煤科工集团常州研究院有限公司，江苏 常州 213015

2. 天地（常州）自动化股份有限公司，江苏 常州 213015

**摘　要：**由于矿井下环境复杂，在UWB测距中各传感器对标签的测距误差是不同的，某些传感器由于非视距等因素，测距误差会很大。这时用现有的很多求解算法不能准确的求解标签坐标，甚至会出现不收敛的情况。将测距误差信息通过权值的方法加入非线性迭代求解中得到非线性加权迭代法，可以大大提高所求得的标签坐标精度。然而在测距误差大的复杂情况下，非线性加权迭代法的迭代收敛性难以保证，Levenberg-Marquardt法则在迭代过程加入了阻尼因子，这可以在保证迭代收敛速度的前提下大大提高算法稳定性，较好的解决了收敛性问题。

**关键词：**UWB；定位；非线性最小二乘；加权最小二乘；Levenberg-Marquardt法

Accurate localization in coal mine based on UWB

CHEN Kang, BAO Jianjun, WANG Wei

1. CCTEG Changzhou Research Institute, Changzhou 213015, China

2. Tiandi (Changzhou) Automation Co., Ltd., Changzhou 213015, China

**Abstract**: The UWB ranging errors of sensors are different in complicated coal mine scenario. Some sensors have large ranging errors due to factors such as NLOS. At this time, many existing algorithms can’t solve the tag’s location accurately, and even don’t converge. The range error information can be added to the nonlinear iterative solution by weighted method, and the nonlinear weighted iteration method is adopted, which can greatly improve the accuracy of the tag’s location. However, in complex situations ranging error is large, the convergence of nonlinear weighted iteration method is difficult to guarantee that the Levenberg-Marquardt rule added damping factor in the iterative process, which can greatly improve the stability of the algorithm to ensure the convergence without decelerating the speed.

**Keywords**: UWB; localization; nonlinear least square; weighted least square, Levenberg-Marquardt method

# 引言

UWB是近年来提出的低功耗精确定位技术，并在医院、商场、机场、剧院、运动员训练等场合有广泛的应用[1]。本文将UWB定位用与矿井下的防碰撞系统中，在设备上安装多台无线定位传感器，同时作业人员携带标签，通过对称双边双向到达时间的（Symmetric-Double-Sides Two-Way Time-of-Arrival，SDS-TW-TOA）方法测距[2]，在二维平面中结合各个传感器的位置坐标及测距结果得到如下距离方程组，并求解该测距方程组求得待定标签位置坐标。

 （1）

基于TOA的UWB井下定位相比与传统室内定位有以下难点：1、传感器固定在矿车上，矿车的作业会影响测距的精度及稳定性；2、矿车多为钢铁外壳，对电磁波的透射能力很差，标签到某些传感器的测距不准确，某些测距传感器的非视距（Non Line of Sigh，NLOS）误差严重；3、矿车形状复杂、矿井内地形复杂，且会随时间变化，很难使用抵消NLOS的方法[3]。虽然无线传感网（Wireless Sensor Networks，WSN）中的定位算法很多，但很多算法无法适应这种复杂情况。

最常用的直接求解法为Caffery提出的相交线模型[4][5]，即方程两侧同时求平方，并两两相减，将非线性方程组转化为线性方程组求解。若方程组为超定方程可以用最小二乘法求解，即。

其中，。

这方法的优势是计算简单，运算速度快，可以适用于资源受限环境，当标签在测距传感器连线组成的凸多边形内时定位效果较好。缺点是在复杂场景下，测量距离存在NLOS误差时，标签的位置坐标计算误差很大，或当标签在凸多边形以外，且某些传感器测距误差较大时，标签坐标的计算误差会很大，甚至没有实际使用价值。

基于几何定位的两边定位法（Bilateration）法[6]，对于离群值有很好的过滤作用，可以很好的过滤NLOS造成的计算误差。计算过程需要不重复的取两个传感器，计算两个测距圆的交点[7]，并通过交点邻域内的交点个数，即交点聚集程度计算传感器测距的可信度，最后结合传感器可信度计算这些交点的平均值。这种方法计算速度快，但当所取两圆不相交时，没有较好的求解方法。

最小中值法（Least MEDian Squares，LMedS）[6][8][9]应用在TOA定位算法中也有很好的定位准确性及鲁棒性，但其算法中首先需要对所有传感器进行次取样，其中*n*为传感器个数。对每次采样分别计算定位，然后用这些位置信息筛除离群的定位坐标，该算法共需要次定位求解，这导致该算法计算量较大，当传感器数据较多时难以在MCU上部署。同时该算法需要大于一半的传感器测距准确，不适合本文讨论的复杂情况。

为克服上述已有算法的弊端，本文介绍在传统基于Taylor展开的非线性迭代法求解标签坐标中融入加权法及阻尼法，并给出实际使用的数据分析。本文第一章给出用高斯牛顿法迭代求解TOA定位中的非线性方程组；第二章在非线性迭代求解的基础上给不同测量精度的传感器测距方程赋予不同的权值，并介绍了权值的计算方法；第三章中介绍了使非线性方程迭代收敛更快更稳定鲁棒性更强的Levenberg-Marquardt法；第四章给出并分析该算法在实际标签定位中的运行情况；第五章给出总结。

# 非线性方程的高斯牛顿法

## 非线性方程组

将公式（1）方程左侧写成函数形式，即，则方程组中每一个方程可简写为，其中为待求标签坐标的向量表示。可以看出为非线性函数，求解应当是求解构成的非线性方程组。

## 方程组求解

将在处Taylor展开，并保留1阶展开项[10][12]，得，其中为雅可比坐标变换矩阵的一行，每次迭代中的待求未知量。

写成方程组的形式为，其中称为雅可比矩阵，。若为超定方程可用最小二乘法求解，即。求得后，用更新，并将作为下次计算的Taylor展开点，通过迭代法逐步逼近标签实际位置。

这种利用最小二乘法求解非线性方程的方法也叫做高斯牛顿（Gauss-Newton）法。这种迭代求解法具有二阶收敛性[10]。

## 迭代初值p0的选取

如果标签为第一次初始化，可以用上一章中所述的直接法快速求得准确度较低的坐标，并用其作为解迭代计算初值；否则可用上次计算得到的坐标作为本次迭代计算的初值。当距离向量的采样间隔较小时，这种初值选取方法可以增加迭代效率，加快计算速度。

## 迭代终止条件[10]

迭代终止条件为、或达到最大迭代次数。其中、、的选取需要权衡收敛精度及计算速度，是通过实验选取的经验值。

# 加权最小二乘

测距是存在误差的，且标签到不同传感器的距离测量误差是不同的，第一章所述的基于Taylor的非线性方程迭代求解方法没有考虑到测距的误差信息。而加权最小二乘法[7][13]（Weighted Least Square，WLS）是最小二乘法的一种优化算法，可以求解存在异方差的模型，即可以对方程组中的方程分别设置权值，将测量误差信息加入方程组的求解过程中。本章将加权最小二乘法与第一章的非线性方程组的高斯挑牛顿求解方法相结合，得到基于加权最小二乘法的非线性方程组求解方法。

1. **加权最小二乘法方程组**

对方程两边同乘，得到加权后得到方程组

（2）

方程组（2）的最小二乘解为，其中。

1. **权值的选取[13]**

权重矩阵为对角阵，其中元素理想情况下为对应传感器测距误差的方差倒数。实际测量的准确性与测量的方差成反比，即测距准确度越高，测量方差就越小，越大；反之亦然。在煤矿井下接近探测定位中，测量距离越大，越可能受到了NLOS的干扰，测量误差越大，对应越小；反之，测量距离越小，精确测量的可能性也越高，对应越大。

基于此假设并结合实验结果，我们构造，其中通过实验取可得到较好定位结果，为从小到大排列的测量距离。实际计算过程中，可以忽略的测距，即对应的测距值，以简化计算。

# 带阻尼的最小二乘

1. **Levenberg-Marquardt法[10][14]**

第一章中推导的高斯牛顿求解法，迭代收敛的充分条件为①；②雅可比矩阵始终满秩[10]。在实际使用中，测距可能存在较大误差，甚至测距传感器测距延时过大导致没有测距结果，使得方程欠定，雅可比矩阵不满秩。可见在复杂情况下，前两章计算方法的收敛性并不能得到保证。为克服上述问题Levenberg与Marquardt在最小二乘法中加入阻尼，取得了很好的收敛效果。

加入阻尼后，的计算过程更新为，其中阻尼系数为大于0的实数。算法实现时，也可将单位阵替换为对角线矩阵，以减小数值计算误差及对参数的依赖[11]，使数值计算更加稳定。

Levenberg-Marquardt法，本质上是将一阶收敛的最速下降法与二阶收敛的高斯牛顿法相结合[10]，为结合系数。的计算表达式中，第一项为高斯牛顿法部分，其计算特点是收敛快，但稳定性不好；第二项为最速下降法部分，其计算特点是稳定性好，但收敛速度不如高斯牛顿法快。

1. ***λ*的选取**

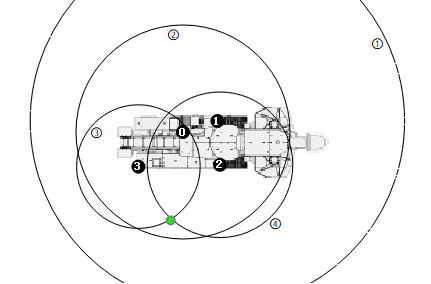
结合系数控制着高斯牛顿法与最速下降法的结合比例及最速下降法的收敛速度。若选取过大，则每次迭代的下降速度会很小，收敛较慢；若选取过小，依然会出现不收敛的情况。迭代的每一步，希望在保证残差下降的情况下保证，能跨出尽可能大的步子，即尽可能大，以便更快的收敛。

选取的方法可以用LM法或信任域（Trust Region）法[10]，即在稳定下降时逐步减小；当出现上升时不断增大，直到残差下降时再逐步减小。

# 实验分析

1. **测试1**

在采煤机车上部署4个测距传感器。通过这4个传感器测量各自到标签的距离，然后通过上文中所述的计算方法求得标签坐标。计算参数选取为、、、初值为0.3。



1. 采煤机车与传感器的位置关系及定位效果图

计算结果如上图中所示，带数字的黑点为测距传感器在采煤机车上的坐标，圆形的半径为对应传感器测距，小圆点为算得的标签坐标。标签的实际位置与标签计算位置误差很小。也可从上图中看出1号传感器由于机车遮挡造成NLOS，所测得的距离与真实距离误差过大，上文中的计算方法很好的减弱了1号传感器测量数据的影响，同时对2号及3号传感器测距结果给以加强。

分析标签连续运动时，取同一标签连续的1676次传感器测距向量作为样本，用不同的定位算法求解标签的位置坐标，计算结果的均方根误差与计算总时间如下表所示。

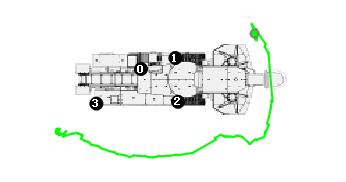
|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 计算方法 | 均方根误差 | 计算总时间 |
| 直接最小二乘法 | 70.3 | 11ms |
| 最小中值法 | 11.2 | 82ms |
| 非线性高斯牛顿法 | 57.8 | 17ms |
| 加权非线性展开法 | 16.1 | 20ms |
| 本文所述方法 | 10.4 | 20ms |

1. 测试1中不同定位求解算法的计算误差与计算时间

其中均方根的计算公式为，为计算求得的坐标，为标签的真实坐标，这里*n*=1676；计算总时间指在I5-6200U平台上，单标签1676次定位计算的用时。最小中值法的样本选取总数为，即选取4个样本。

可以看出最小中值法与本文所述方法有着相近的高计算精度，但本文的方法比最小中值法计算效率高3倍以上。直接最小二乘法虽然计算速度最快，但是精度较差。非线性高斯牛顿法、加权非线性高斯牛顿法及本文所述方法，虽然由于计算复杂度的提升三者计算用时缓慢上升，但计算精度却有大幅提高。加权非线性展开法由于没有使用Levenberg-Marquardt法求解，其解的稳定性不如本文所述方法好，会存在某些不收敛的跳变点。也正是这些跳变的点使其均方根误差比本文所述方法高。

最后用本文方法计算此样本，并将求得坐标依次首尾相连，得到如下运动轨迹图，标签运动轨迹平滑与真实轨迹一致。



1. 定位效果及标签运动轨迹
2. **测试2**

大形的采煤机上需要安装6个测距传感器，由于设备较大，受NLOS影响的传感器数量更多，如下图中0、1、3号传感器受到了NLOS的影响，测距精度很低。通过权值的选择可有效减小NLOS传感器的影响。计算参数选取与测试1中相同。

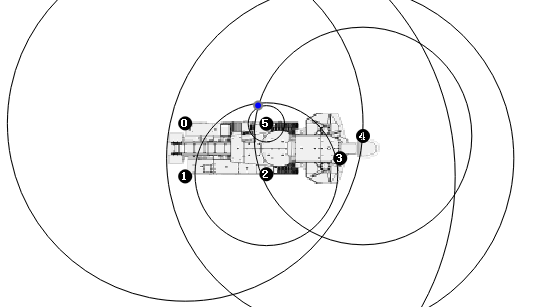
用表1中的5种方法分别计算标签坐标，计算结果如下表所示。

|  |  |
| --- | --- |
| 计算方法 | 距离误差 |
| 直接最小二乘法 | - |
| 最小中值法 | 31.2 |
| 非线性高斯牛顿法 | - |
| 加权非线性展开法 | 5.0 |
| 本文所述方法 | 4.1 |

1. 测试2中不同定位求解算法的计算误差与计算时间

其中距离误差的表达式为。直接最小二乘法与非线性高斯牛顿法的误差很大，其解不能作为正确的定位结果使用；最小中值法由于正确测量的传感器数据小于测距传感器总数的一半，所以也没有取得较好的精度；加权非线性展开法及本文所述方法由于选取的恰当的权值，计算精度都比较高。

本文定位算法计算结果如下图所示，标签的计算坐标与真实坐标误差很小。

****

1. 含有6个传感器的定位效果图

# 总结

标签坐标的精确求解需要求解传感器测距方程组，本文将基于Taylor展开的非线性方程组迭代求解法、加权法及Levenberg-Marquardt阻尼法三者结合，同时给出了迭代初值与权值的计算方法。这种定位求解方法有较强的鲁棒性，在具有较大误差的复杂场景，甚至只有两个准确测距传感器的情况下都能算得较准确的标签坐标。同时该算法的时间及空间复杂度可满足在MCU上运行的条件。实际工作中，即使测距过程中某些传感器工作异常，不能返回测距结果，也能正常工作。能过测试，该算法在实验室环境及环境更加复杂的实际应用中均得到了较好的定位结果。

# 参考文献

1. Alarifi A, Alsalman A M, Alsaleh M, et al. Ultra Wideband Indoor Positioning Technologies: Analysis and Recent Advances[J]. Sensors, 2016, 16(5):1-36.
2. 包建军. 煤矿井下装备接近探测方法研究[J]. 工矿自动化, 2017, 43(1):1-4.
3. Wylie M P, Holtzman J. The Non-Line-of-Sight Problem in Mobile Location Estimation[C]// IEEE International Conference on Universal Personal Communications, Sep. 1996:827-831 vol.2.
4. Caffery J J J. A new approach to the geometry of TOA location[C]// Vehicular Technology Conference, 2000. IEEE-Vts Fall Vtc 2000. IEEE, 2000:1943-1949 vol.4.
5. Cheng G. Accurate TOA-Based UWB Localization System in Coal Mine Based on WSN[J]. Physics Procedia, 2012, 24(16):534-540.
6. Li X, Hua B, Shang Y, et al. A robust localization algorithm in wireless sensor networks[J]. Frontiers of Computer Science in China, 2008, 2(4):438-450.
7. Norrdine A. An Algebraic Solution to the Multilateration Problem[J]. 2012.
8. Li Z, Trappe W, Zhang Y, et al. Robust statistical methods for securing wireless localization in sensor networks[C]// International Symposium on Information Processing in Sensor Networks. IEEE Press, 2005:12.
9. PeterJ.Rousseeuw. Least Median of Squares Regression[J]. Publications of the American Statistical Association, 1984, 79(388):871-880.
10. K Madsen, H B Nielsen, O Tingleff. Methods for Nonlinear Least Squares Problems[J]. Society for Industrial & Applied Mathematics, 2004, 2012(1):1409-1415.
11. Davis P (1993) Levenberg-Marquart Methods and Nonlinear Estimation. SIAM News 26(6)
12. 王磊, 李鹏涛, 贾宗璞. 基于全质心-Taylor的UWB室内定位算法[J]. 传感器与微系统, 2017, 36(6):146-149.
13. 李春华, 蔡成林, 邓克群,等. 一种北斗伪距单点定位的加权最小二乘(WLS)快速算法[J]. 重庆邮电大学学报(自然科学版), 2014, 26(4):466-472.
14. Lourakis M I A. A Brief Description of the Levenberg-Marquardt Algorithm Implemened by levmar[J]. Foundation of Research & Technology, 2005.