

GNSS 测量原理与应用

李丽华

中国地质大学（北京）测量与导航工程系

lihuali@cugb.edu.cn

2020 春



第二章 坐标系统与时间系统

2.1 天球坐标系与地球坐标系

2.2 WGS-84坐标系和我国大地坐标系

2.3 坐标系之间的转换

2.4 时间系统



2.2 WGS—84坐标系与我国国家大地坐标系

- WGS-84坐标系
- 1954北京坐标系
- 新54坐标系
- 1980国家大地坐标系
- CGCS2000国家大地坐标系



WGS-84坐标系

协议地球坐标系，地心地固坐标系

定义：

原点：地球质心

Z：指向BIH1984.0定义的协议地球极方向；

X：指向BIH1984.0零子午面与CTP赤道的交点；

Y：右手坐标系

***BIH** 国际时间局

***Bureau
International de
l'Heure***



参考椭球的四个基本参数:

长半轴 $a=6378137\text{m}$,

$f=1/298.257223563$

地心引力常数 GM

地球自转角速度 ω

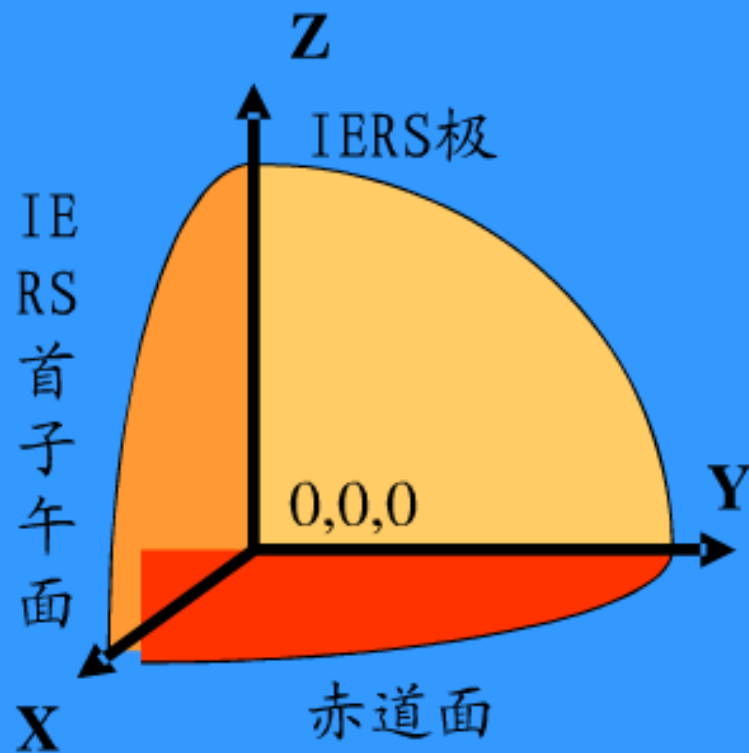


- WGS84采用了不同的椭球，
- WGS84（G730）
- WGS（G873）
- WGS（G1150） ITRF05
- WGS（G1674） ITRF08
- IGS精密星历文件采用ITRF参考框架



CGCS2000

定义：符合 IERS 条件



椭球常数:

长半轴:

$$a = 6378137.0 \text{ m}$$

扁率:

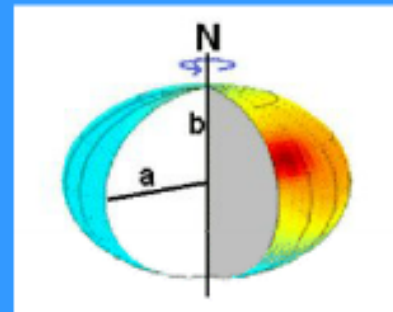
$$f = 1/298.257222101$$

地心引力常数:

$$GM = 3986004.418 \times 10^8 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$$

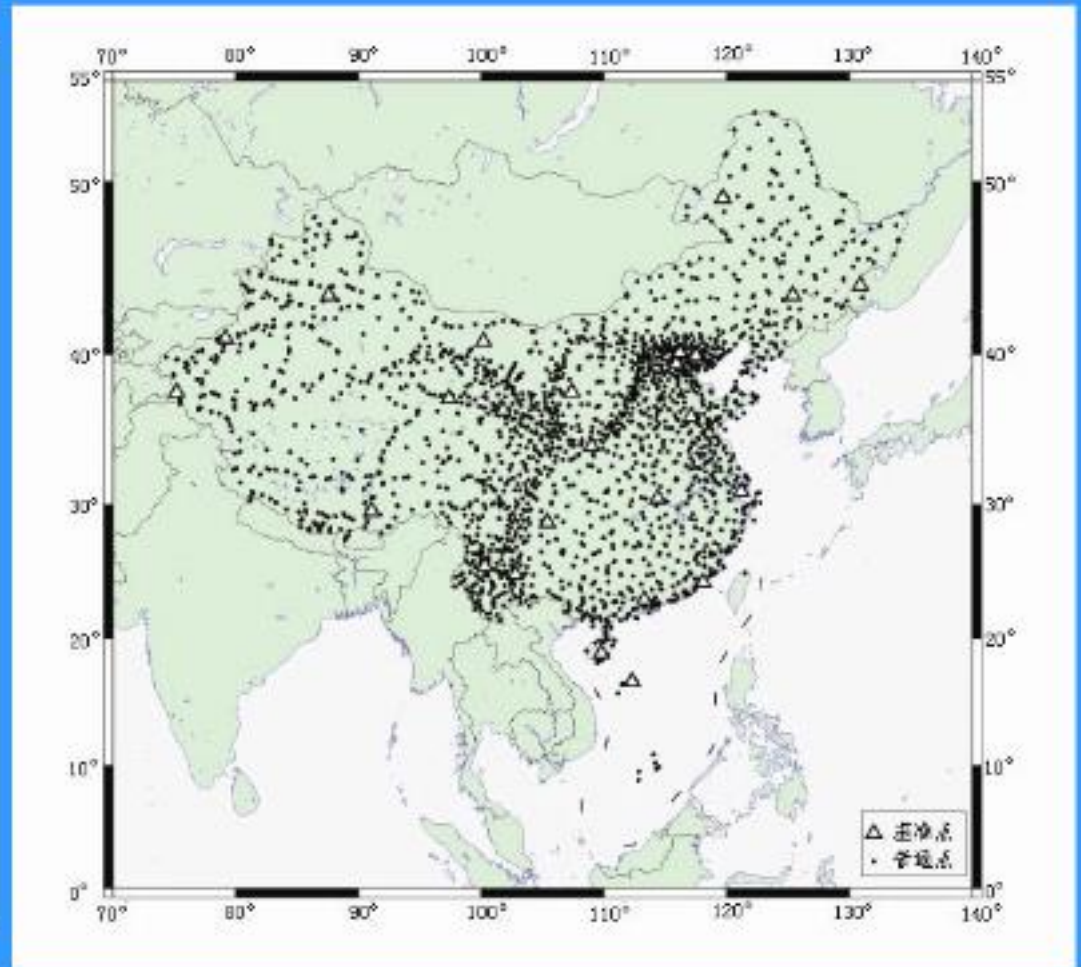
地球角速度:

$$\omega = 7292115.0 \times 10^{-11} \text{ rad s}^{-1}$$



CGCS2000

CGCS2000通过国家GPS大地网的2500多点的坐标和速度（历元2000.0）实现，其实现精度：坐标cm级；速度精度：mm/yr级。



CGCS2000

- 北斗的监测站通过**GPS联测**纳入CGCS2000 坐标系。

- 卫星定轨**计算用监测站的坐标。

- 用户用轨道数据进行**定位和导航**，得到CGCS2000坐标。

监测站
GPS联测

监测站
坐标

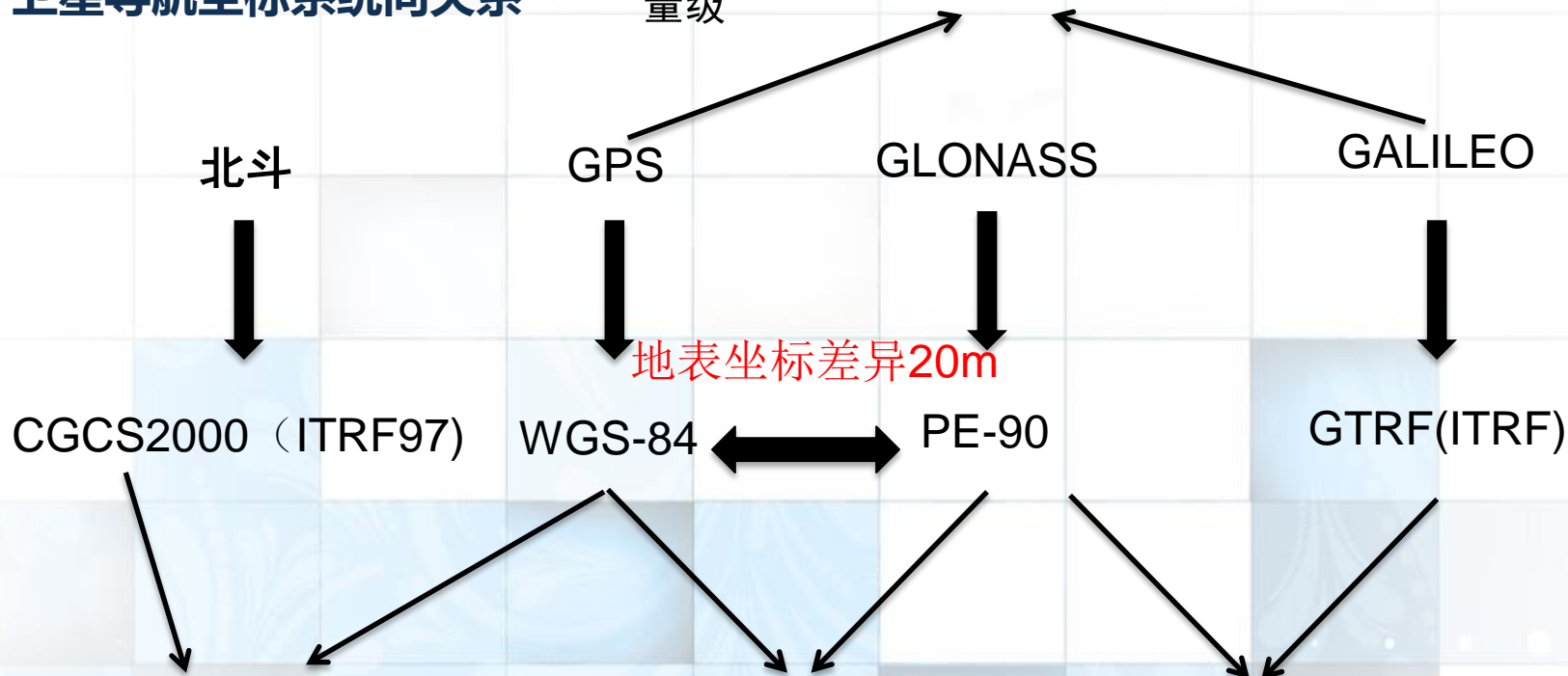
卫星
轨道

用户导航
定位



卫星导航坐标系间关系

参考框架WGS-84和GTRF均是国际参考框架 (ITRF) 的一种实现，差值也是在厘米量级



同一点在 CGCS 2000 , WGS 84 下经度相同,纬度的最大差值分别为 $3.6 \times 10^{-6}''$ (相当于 0.11 mm)

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{WGS-84}} = \begin{bmatrix} -0.47 \\ -0.51 \\ -1.56 \end{bmatrix} + (1 + 22 \times 10^{-9}) \begin{bmatrix} 1 & 1.728 \times 10^{-6} & -0.017 \times 10^{-6} \\ 1.728 \times 10^{-6} & 1 & 0.076 \times 10^{-6} \\ 0.0178 \times 10^{-6} & -0.076 \times 10^{-6} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}}$$

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}_{\text{ITRF-94}} = \begin{bmatrix} -0.49 \\ -0.50 \\ -1.57 \end{bmatrix} + (1 + 31 \times 10^{-9}) \begin{bmatrix} 1 & 1.745 \times 10^{-6} & -1.020 \times 10^{-6} \\ 1.745 \times 10^{-6} & 1 & 0.091 \times 10^{-6} \\ 0.020 \times 10^{-6} & -0.091 \times 10^{-6} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}_{\text{PZ-90}}$$

ITRF94与ITRF96间的差值完全在厘米级以内。对绝大多数的用户来说，这样的差距可以忽略不计。



1954北京坐标系

特点:

- ◆ 1954年北京坐标系属于参心坐标系;
- ◆ 采用克拉索夫斯基椭球参数;
- ◆ 多点定位: 垂线偏差由900个点解得, 大地水准面差距由43个点解得;
- ◆ 参考椭球定向时令 $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = 0$;
- ◆ 大地原点 是前苏联的普尔科沃;
- ◆ 大地点高程 是以1956年青島验潮站求出的黄海平均海水面为基准;
- ◆ 高程异常 是以前苏联1955年大地水准面重新平差结果为起算值, 按我国天文水准路线推算出来的;
- ◆ 提供的大地点成果是局部平差结果。



问题和缺点:

- ◆ 克拉索夫斯基椭球比现代精确椭球相差过大;
- ◆ 只涉及两个几何性质的椭球参数 (a 和 α), 满足不了当今理论研究和实际工作中所需四个地球椭球基本参数的要求;
- ◆ 处理重力数据时采用的是赫尔默特1901到1909年正常重力公式, 与之相应的赫尔默特扁球不是旋转椭球, 它与克拉索夫斯基椭球是不一致的;
- ◆ 对应的参考椭球面与我国大地水准面存在着自西向东明显的系统性倾斜, 在东部地区高程异常最大达到 +65米, 全国范围平均29米;
- ◆ 椭球定向不明确, 椭球短轴指向既不是CIO, 也不是我国的JYD1968.0;
- ◆ 起始子午面不是国际时间局BIH所定义的格林尼治平均天文台子午面, 给坐标换算带来一些不便和误差;
- ◆ 坐标系未经整体平差而仅是局部平差成果, 点位精度不高, 也不均匀;
- ◆ 名不副实, 容易引起一些误解。



新北京54坐标系

它是在1980年国家大地坐标系的基础上，**改变IUGG1975年椭球至克拉索夫斯基椭球**，通过在空间三个坐标轴上进行平移而来的。因此，其坐标值仍体现了**整体平差**的特点，精度和1980年国家大地坐标系相同，克服了1954年北京坐标系局部平差的缺点；其**坐标轴**和1980年国家大地坐标系坐标轴相互平行，所以它的定向明确；它的**椭球参数**恢复为1954年北京坐标系的椭球参数，从而使其坐标值和1954年北京坐标系局部平差坐标值相差较小。

新北京54坐标系

特点:

- ◆ 属参心大地坐标系；长短轴采用克拉索夫斯基椭球参数；
- ◆ 多点定位，参心虽和1954年北京坐标系参心不相一致，但十分接近；
- ◆ 定向明确，与1980年国家大地坐标系的定向相同；
- ◆ 大地原点与1980年国家大地坐标系相同，但大地起算数据不同；
- ◆ 大地点高程基准是以1956年青岛验潮站求出的黄海平均海水面为基准；
- ◆ 提供坐标是1980年国家大地坐标系整体平差转换值，精度一致；
- ◆ 用于测图坐标系，对于1:5万以下比例尺测图，新旧图接边，不会产生明显裂痕。



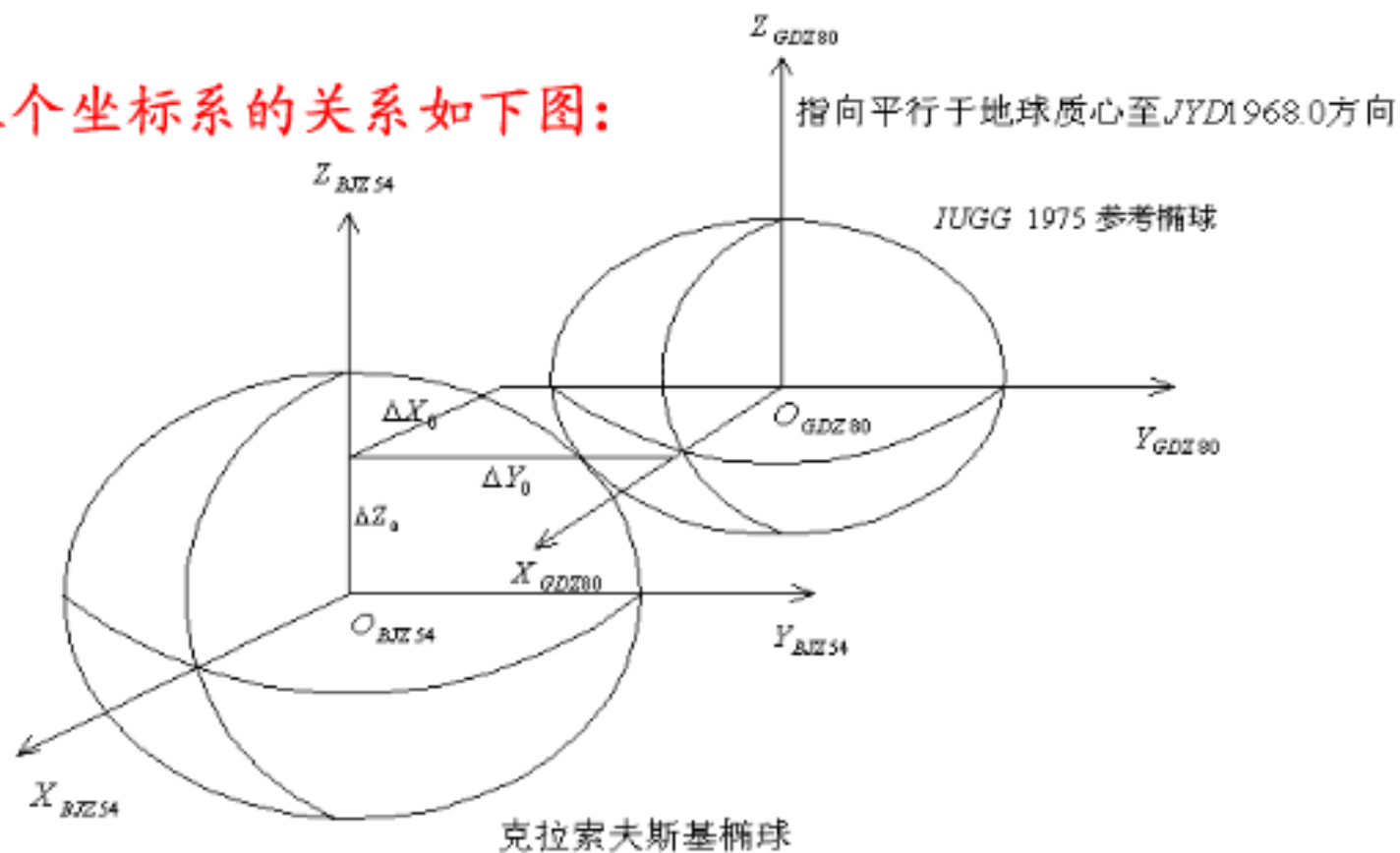
1980国家坐标系

特点:

- ◆ 1980年国家大地坐标系属**参心**大地坐标系;
- ◆ 采用既含几何参数又含物理参数的**四个椭球基本参数**。数值采用1975年IUGG第16届大会的推荐值;
- ◆ **多点**定位;
- ◆ **定向**明确。地球椭球短轴平行于由地球质心指向地极原点JYD1968.0方向,起始大地子午面平行于我国起始天文子午面;
- ◆ **大地原点**在我国中部: 陕西省泾阳县永乐镇,简称西安原点;
- ◆ **大地点高程**以1956年青岛验潮站求出的黄海平均海水面为基准;
- ◆ 1980年国家大地坐标系建立后,进行了全国天文大地网**整体平差**,计算了5万余个点的成果。

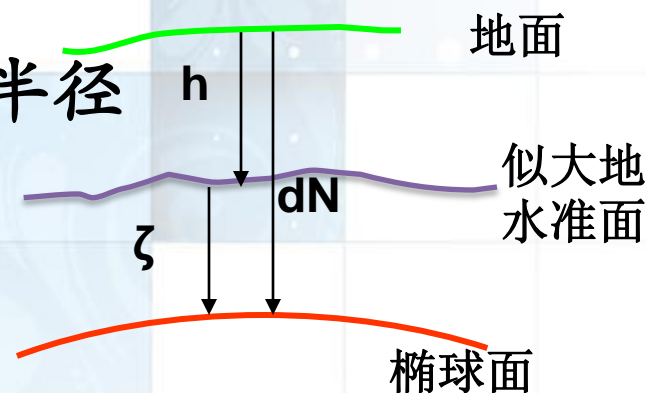


三个坐标系的关系如下图：

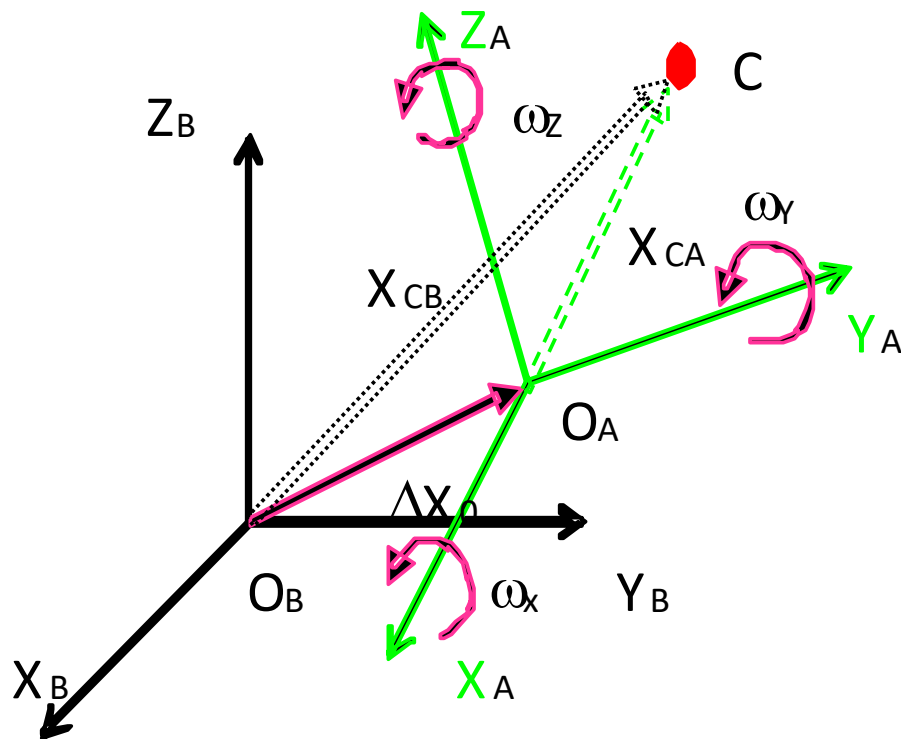


地方独立坐标系

- 一般选择当地平均海拔高对应的参考椭球。椭球中心、轴向、和扁率与国家参考椭球相同，长半径不同。
- $dN = h + \zeta$, $dN/N = da/a$,
- $a_l = a + da$, $\alpha_l = \alpha$
- N 为对应椭球面的卯酉圈曲率半径
- h 为地面正常高



七参数模型



X_0^B, Y_0^B, Z_0^B ——三个平移参数, O_1 在 $O_2-X_2Y_2Z_2$

$\varepsilon_X^B, \varepsilon_Y^B, \varepsilon_Z^B$ ——三个旋转参数, 三个欧拉角

δu^B ——尺度参数, 设 $O_1-X_1Y_1Z_1$ 的尺度为1, $O_2-X_2Y_2Z_2$ 的尺度为 $1 + \delta u^B$

布尔沙模型（七参数）

$$\begin{bmatrix} X_i^{\text{II}} \\ Y_i^{\text{II}} \\ Z_i^{\text{II}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0^B \\ Y_0^B \\ Z_0^B \end{bmatrix} + (1 + \delta u^B) R_X(\varepsilon_X^B) R_Y(\varepsilon_Y^B) R_Z(\varepsilon_Z^B) \begin{bmatrix} X_i^I \\ Y_i^I \\ Z_i^I \end{bmatrix}$$



X_0^B, Y_0^B, Z_0^B —— 三个平移参数, O_1 在 $O_2 - X_2 Y_2 Z_2$

$\varepsilon_X^B, \varepsilon_Y^B, \varepsilon_Z^B$ —— 三个旋转参数, 三个欧拉角

δu^B —— 尺度参数, 设 $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 的尺度为 1, $O_2 - X_2 Y_2 Z_2$ 的尺度为 $1 + \delta u^B$

$$R_X(\varepsilon_X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_X & \sin \varepsilon_X \\ 0 & -\sin \varepsilon_X & \cos \varepsilon_X \end{bmatrix}, R_Y(\varepsilon_Y) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y & 0 & -\sin \varepsilon_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon_Y & 0 & \cos \varepsilon_Y \end{bmatrix}, R_Z(\varepsilon_Z) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Z & \sin \varepsilon_Z & 0 \\ -\sin \varepsilon_Z & \cos \varepsilon_Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



§ 2-3 坐标系统之间的转换

1. 不同空间大地直角坐标系统之间的转换（三参数、四参数、七参数法）

七参数坐标转换公式： $X_{\text{新}} = X_0 + (1+k) R(\varepsilon_x) R(\varepsilon_y) R(\varepsilon_z) X_{\text{旧}}$

2. 不同大地坐标系统之间的转换

3. 平面直角坐标系统之间的转换?



不同坐标系间转换



布尔沙模型（七参数）

$$\begin{bmatrix} X_i^{\text{II}} \\ Y_i^{\text{II}} \\ Z_i^{\text{II}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_0^B \\ Y_0^B \\ Z_0^B \end{bmatrix} + (1 + \delta u^B) R_X(\varepsilon_X^B) R_Y(\varepsilon_Y^B) R_Z(\varepsilon_Z^B) \begin{bmatrix} X_i^I \\ Y_i^I \\ Z_i^I \end{bmatrix}$$



X_0^B, Y_0^B, Z_0^B —— 三个平移参数, O_1 在 $O_2 - X_2 Y_2 Z_2$

$\varepsilon_X^B, \varepsilon_Y^B, \varepsilon_Z^B$ —— 三个旋转参数, 三个欧拉角

δu^B —— 尺度参数, 设 $O_1 - X_1 Y_1 Z_1$ 的尺度为 1, $O_2 - X_2 Y_2 Z_2$ 的尺度为 $1 + \delta u^B$

$$R_X(\varepsilon_X) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon_X & \sin \varepsilon_X \\ 0 & -\sin \varepsilon_X & \cos \varepsilon_X \end{bmatrix}, R_Y(\varepsilon_Y) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Y & 0 & -\sin \varepsilon_Y \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \varepsilon_Y & 0 & \cos \varepsilon_Y \end{bmatrix}, R_Z(\varepsilon_Z) = \begin{bmatrix} \cos \varepsilon_Z & \sin \varepsilon_Z & 0 \\ -\sin \varepsilon_Z & \cos \varepsilon_Z & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



XYZ 与 BLH换算

$$\left\{ \begin{array}{l} B = \tan^{-1} \left[\frac{1}{\sqrt{X^2 + Y^2}} \left(Z + \frac{C \cdot e^2 \cdot \tan B}{1 + e^2 + \tan^2 B} \right) \right] \\ L = \tan^{-1} \left(\frac{Y}{X} \right) \\ H = \frac{\sqrt{X^2 + Y^2}}{\cos B} - N \end{array} \right.$$

其中:

$$C = a^2 / b$$

$$e'^2 = e^2 / (1 - e^2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} X = (N + H) \cdot \cos B \cdot \cos L \\ Y = (N + H) \cdot \cos B \cdot \sin L \\ Z = [N(1 - e^2) + H] \cdot \cos B \cdot \cos L \end{array} \right.$$



点的高程表示方法

- **点的高程**有正高（又叫海拔高）、正常高、大地高。还有相对高程。
- **正高**：地面点沿铅垂线至大地水准面的距离。
- **正常高**：地面点沿铅垂线至似大地水准面的距离。
- **大地高**：地面点沿法线至椭球面的距离。
- **相对高**：地面点沿铅垂线至任一水准面距离。

