

卫星高程测量



本章主要内容

一、高程系统

二、高程测量流程

三、高程异常拟合

四、高程异常建模实例



一、高程系统

- 在测量中常用的高程系统有大地高系统、正高系统和正常高系统。
- **1、大地高系统：**大地高是以参考椭球面为高程基准面，地面上某点T的大地高H是地面点T沿参考椭球的法线方向到参考椭球面的距离。**GPS**测量中通常使用**WGS-84**坐标系的椭球面作为大地高的基准面。大地高是一个纯几何量，不具有物理意义。
- **2、正高系统：**正高系统是以大地水准面为基准面的高程系统。某点的正高是该点到通过该点的铅垂线与大地水准面的交点之间的距离，正高用符号 H_g 表示。
- **3、正常高：**正常高系统是以似大地水准面为基准的高程系统。某点的正常高是该点到通过该点的铅垂线与似大地水准面的交点之间的距离，正常高用 H_r 表示。



一、高程系统

GPS测量的高程是以WGS-84参考椭球面为高程基准的大地高。

WGS-84大地高获得办法：由GPS相对定位得到的三维基线向量，通过GPS网平差，可以得到高精度的大地高差。如果网中有一点或多点具有精确的WGS-84大地坐标系的大地高程，则在GPS网平差后，可求得各GPS点的WGS-84大地高。

我国目前采用的法定高程系统是正常高系统。



一、高程系统

GPS点的大地高与正常高之间的关系：

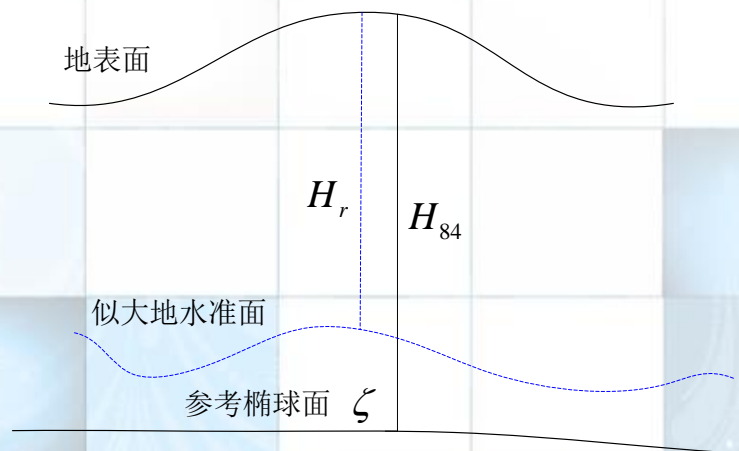


图9-1 大地高与正常高的关系

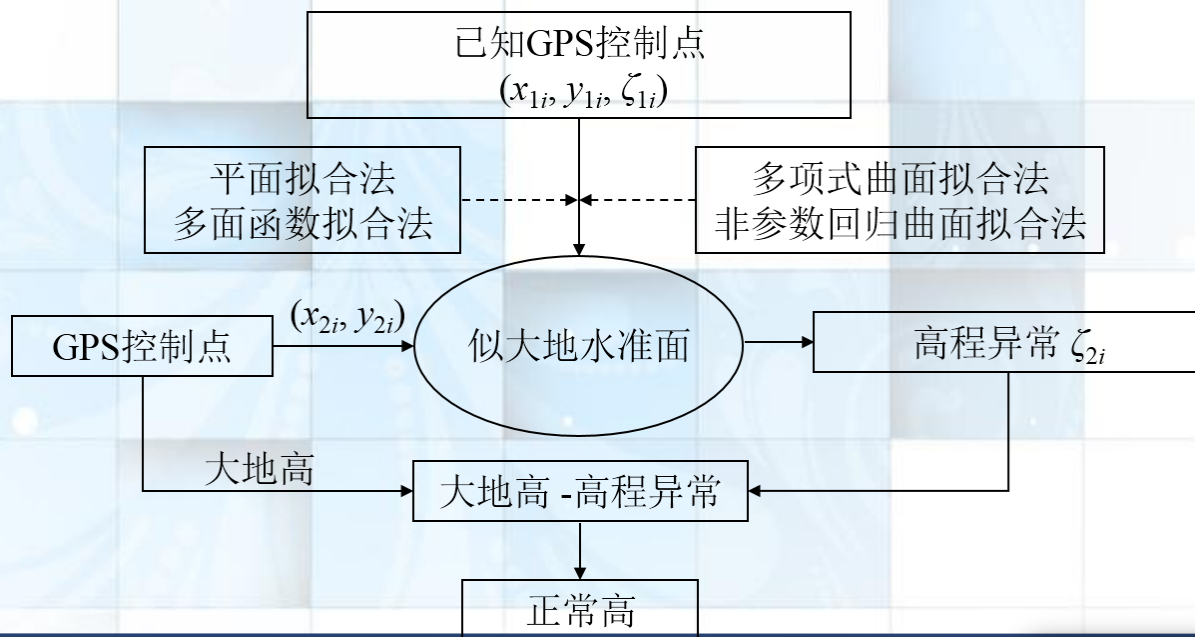
沿正常重力线方向，由似大地水准面上的点量测到参考椭球面的距离被称为**高程异常**，通常以 ζ 表示。

$$H_r = H_{84} - \zeta$$

二、高程测量流程

由于采用GPS控制点上测得的是大地高 H_{84} ，而非正常高 H_r ，因此须建立大地高与正常高的转换关系，并采用一定的方法将 H_{84} 转换为 H_r 。

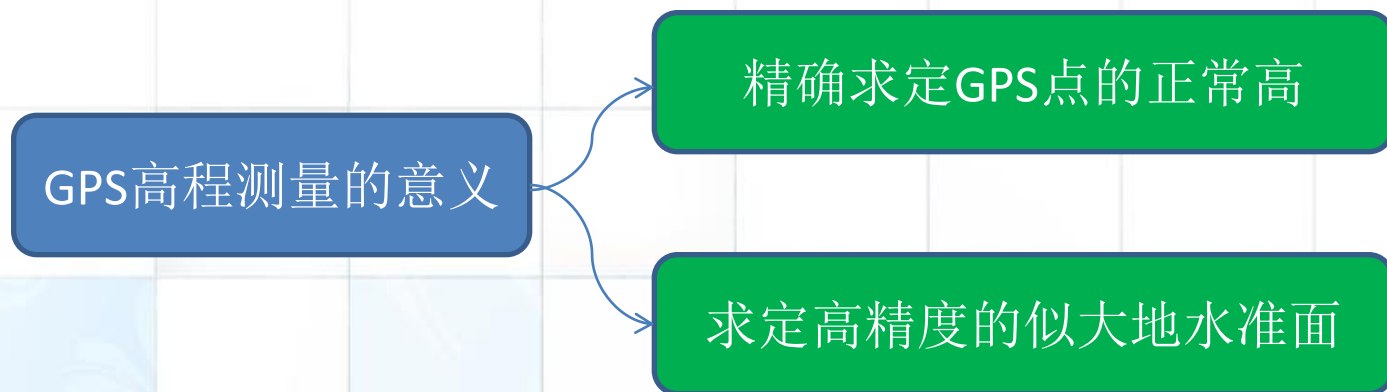
$$H_r = H_{84} - \zeta \quad \text{或} \quad \zeta = H_{84} - H_r$$



GPS高程测量流程图



二、高程测量流程



实际上，高精度的高程异常值很难获得，而GPS单点定位误差又较大，一般测区内缺少高精度的GPS基准点，GPS网平差后，很难得到高精度的大地高 H_{84} ，所以很难应用上式精确地计算各GPS点的正常高。

二、高程测量流程--GPS点正常高测量方法

测量方法	定义	特点
GPS水准测量	GPS水准实际上包括两部分内容，一方面是采用GPS方法确定大地高，另一方面是采用其他技术方法确定大地水准面差距或高程异常。	前者与GPS测量定位属于同一类问题，后者包括高程拟合方法、天文大地法、大地水准面模型法、重力测量法等。
GPS三角高程	在GPS点上加测各GPS点间的高度角（或天顶距），利用GPS求出的边长，按三角高程测量公式计算GPS点间的高差，从而求出GPS点的正常高（或正高）的一种方法。	
求转换参数法	在某一区域内，如果有一定数量的点具有已知的平面坐标和高程，即可根据坐标转换的原理，求得参考椭球面与似大地水准面之间的平移和旋转参数，并把这些参数加入GPS网平差，在已知点的约束下，通过平差即可求得GPS观测点的平面坐标和正常高高程。	该方法精度取决于已知点的密度、已知数据的精度以及平移旋转参数的精度。
整体平差法	当测区内具有天文大地、重力测量、水准测量及GPS测量等多种观测数据时，我们即可用整体平差模型将这些观测数据进行联合平差，最终可求得地面点的平面坐标及（正常高）高程的最优无偏估值。	该方法的精度取决已知高程点的分布及其精度。



三、高程异常拟合

GPS水准的方法	高程拟合模型	原理
绘等值线图法		从高程异常图查出各点的高程异常值，然后采用 $H_r = H_{84} - \zeta$ 计算 ζ
解析内插法	曲线内插法 样条函数法 Akima法	根据测线上已知点平面坐标和高程异常，用数值拟合的方法，拟合出测线方向的似大地水准面曲线，再内插出带求点的高程异常，从而求出点的正常高
曲面拟合法	平面拟合法 多项式曲面拟合法 多面函数拟合法 非参数回归曲面拟合法 移动曲面法	根据测区中已知点的平面坐标x、y（或大地坐标B、L）和 ζ 值，用数值拟合法，拟合出测区似大地水准面，再内插出待求点的 ζ ，从而求出待求点的正常高



三、GPS高程拟合模型

(1) 多项式拟合法

1.一般模型: $\zeta = f(x, y) + \varepsilon$

式中, ζ 为高程异常, $f(x, y)$ 为的趋势值, ε 为误差。

2.不同阶次多项式拟合

以二次多项式为例, 其二次多项式曲面: $f(x, y)$ 表示为: $f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$

上式写成矩阵形式: $\zeta = AX + \varepsilon$

式中,

$$\zeta = \begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \\ \vdots \\ \zeta_n \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_n \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 & x_1^2 & x_1y_1 & y_1^2 \\ 1 & x_2 & y_2 & x_2^2 & x_2y_2 & y_2^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & y_n & x_n^2 & x_ny_n & y_n^2 \end{bmatrix}$$

误差方程: $V = AX - \zeta$

当已知点个数大于参数个数时, 由最小二乘法拟合出未知参数, 进而可求出测区内任意点的高程异常值。



三、GPS高程拟合模型

(2) 拟合精度评定

1. GPS水准精度评定

- 1) 根据检核点至已知点的距离（单位：公里），按下表计算检核点拟合残差的限值，以此来评定GPS水准所能达到的精度。
- 2) 用GPS水准求出的GPS间的正常高程差，在已知点间组成附和或闭合高程导线，按计算的闭合差与表9-1中允许残差比较，来衡量GPS水准达到的精度。

表9-1 GPS水准限差

等级	允许残差 (mm)
三等几何水准测量	$\pm\sqrt{12L}$
四等几何水准测量	$\pm\sqrt{20L}$
普通几何水准测量	$\pm\sqrt{30L}$



三、GPS高程拟合模型

2. 外围点的精度估算

对外围点，GPS水准计算时只能外推，外推点的残差 V 按下式来估算：

$$V = a + cD$$

其中：

$$\begin{cases} c = (\sum DV - \sum D \sum V / N) / [\sum D^2 - (\sum D)^2 / n] \\ a = \sum V / n - c \sum D / n \end{cases}$$

D 是待求点至最近已知点的距离（单位为公里）， a, c 系数可根据测区部分外围检核点按上式计算出。



三、GPS高程拟合模型

3. 内符合精度

根据参与拟合计算的已知点的值 ζ_i 与拟合值 ζ'_i ，求出拟合残差，按下式计算GPS水准拟合计算的内符合精度 μ ：

$$\mu = \pm \sqrt{[VV] / (n - 1)}$$

式中， n 为 v 的个数。

4. 外符合精度

根据检核点 ζ_i'' 与拟合值 ζ'_i 之差 Δ ，按下式计算GPS水准的外符合精度 M ：

$$M = \pm \sqrt{[\Delta\Delta] / (n - 1)}$$

式中，其中 n 为检核点数。



四、高程异常建模实例

以山西某矿GPS静态观测成果为例，采用4台Ashtech接收机，同步观测了9个时段，每个时段观测时间约50min。该矿区为丘陵沟壑地区，黄土分布广泛，地形切割强烈，沟谷发育，具高原侵蚀性丘陵地貌特征，高差变化较大，常规水准施测相当困难，宜采用GPS高程转换获取高程成果。矿区均匀布设了20个控制点，全部进行了GPS静态观测和常规水准联测，GPS控制点空间分布如图9-2所示。利用六参数二次多项式拟合对矿区GPS高程进行了拟合，采用11个公共点用于拟合（表9-2）和9个检验点用于检核。

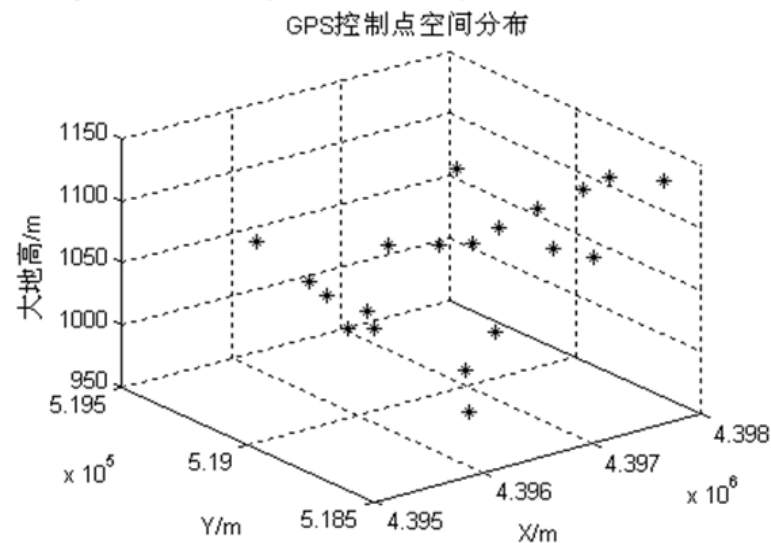


图9-2 GPS控制点空间分布图



四、高程异常建模实例

表9-2矿区GPS水准拟合公共点 /m

点号	X	Y	大地高	水准高
G004	4397812.422	518567.676	1135.761	1268.800
GS02	4397241.313	518759.791	1077.026	1210.065
GS03	4396755.658	518781.018	1019.463	1152.515
GS05	4395967.756	518543.732	995.584	1128.631
GS07	4395647.298	518776.384	1048.102	1181.139
GS10	4396270.707	519077.595	1020.377	1153.410
GS12	4395967.614	519387.158	1055.402	1188.402
GS13	4396931.061	519079.137	1057.159	1190.183
GS15	4397239.117	519415.653	1020.103	1153.134
GS16	4397483.975	519081.101	1058.219	1191.249
GS20	4397811.895	519392.048	1070.013	1203.035



四、高程异常建模实例

表9-3矿区GPS水准预测检验点 /m

点号	X	Y	大地高	水准高
GS01	4397242.348	518598.796	1084.243	1217.284
GS04	4396458.155	518770.372	996.003	1129.054
GS08	4395743.952	519077.408	1055.851	1188.869
GS09	4395967.745	519107.966	1036.757	1169.779
GS11	4396510.181	519261.591	983.278	1116.317
GS14	4397240.453	519080.256	1051.179	1184.212
GS17	4397565.166	518782.106	1114.692	1247.724
GS18	4397812.373	518782.033	1119.181	1252.216
GS19	4397812.451	519072.061	1067.319	1200.348



四、高程异常建模实例

多项式拟合的流程如图9-3所示，先对平面坐标数据进行重心化，选用6个已知点解出 $a_0 \sim a_5$ 参数初值，然后利用11个公共点数据运用最小二乘求解 $a_0 \sim a_5$ 的最优解，最后进行内、外符合精度的评定（如表9-4、9-5所示）。

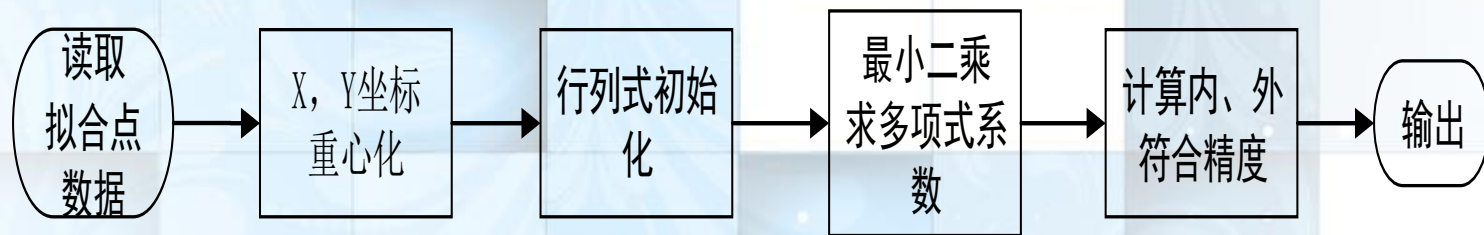


图9-3多项式拟合流程图

四、高程异常建模实例

表9-4模型的拟合结果

序号	真值/m	模型拟合值	
		多项式/m	残差/cm
1	133.039	133.037	0.2
2	133.039	133.043	-0.4
3	133.052	133.044	0.8
4	133.047	133.052	-0.5
5	133.037	133.033	0.4
6	133.033	133.027	0.6
7	133.000	133.004	-0.4
8	133.024	133.033	-0.9
9	133.031	133.024	0.7
10	133.030	133.032	-0.2
11	133.022	133.024	-0.2
内符合精度/cm		0.56	

表9-5模型的预测结果

序号	真值/m	模型预测值	
		多项式/m	残差/cm
1	133.041	133.047	-0.6
2	133.051	133.044	0.7
3	133.018	133.017	0.1
4	133.022	133.020	0.2
5	133.039	133.022	1.7
6	133.033	133.033	0
7	133.032	133.038	-0.6
8	133.035	133.033	0.2
9	133.029	133.029	0
外符合精度/cm		0.71	



五、提高拟合精度的方法

- 1.根据测区似大地水准面变化情况，合理地布设已知点，并选定足够的已知点
- 2.根据不同测区，选用合适的拟合模型。对高差大于100m的测区，一般要加以地形改正
- 3.对含有不同趋势地区的大测区，可采取分区计算的办法
- 4.计算时，坐标取到米或10米，但高程异常应取到毫米。计算结果应由计算机绘出测区高程异常等值线图，以便分析测区高程异常变化情况，提高拟合计算精度

