

连同接收到的基准站的同步观测数据,实时地解算整周未知数和用户站的三维坐标。如果解算结果的变化趋于稳定,且其精度已满足设计要求,便可适时的结束观测。

采用这种模式作业时,用户站的接收机在流动过程中,可以不必保持对 GPS 卫星的连续跟踪,其定位精度可达  $1 \sim 2\text{cm}$ 。这种方法可应用于城市、矿山等区域性的控制测量、工程测量和地籍测量等。

### (2) 准动态测量

同一般的准动态测量一样,这种测量模式,通常要求流动的接收机在观测工作开始之前,首先在某一一起始点上静止地进行观测,以便采用快速解算整周未知数的方法实时地进行初始化工作。初始化后,流动的接收机在每一观测站上,只需静止观测数历元,并连同基准站的同步观测数据,实时地解算流动站的三维坐标。目前,其定位的精度可达厘米级。

该方法要求接收机在观测过程中,保持对所测卫星的连续跟踪。一旦发生失锁,便需重新进行初始化的工作。

准动态实时测量模式,通常主要应用于地籍测量、碎部测量、路线测量和工程放样等。

### (3) 动态测量

动态测量模式,一般需首先在某一一起始点上,静止地观测数分钟,以便进行初始化工作。之后,运动的接收机按预定的采样时间间隔自动地进行观测,并连同基准站的同步观测数据,实时地确定采样点的空间位置。目前,其定位的精度可达厘米级。

这种测量模式,仍要求在观测过程中,保持对观测卫星的连续跟踪。一旦发生失锁,则需重新进行初始化。这时,对陆上的运动目标来说,可以在卫星失锁的观测点上,静止地观测数分钟,以便重新初始化,或者利用动态初始化(AROF)技术,重新初始化,而对海上和空中的运动目标来说,则只有应用 AROF 技术,重新完成初始化的工作。

实时动态测量模式,主要应用于航空摄影测量和航空物探中采样点的实时定位,航道测量,道路中线测量,以及运动目标的精密导航等。

目前,实时动态测量系统,已在约  $20\text{km}$  的范围内,得到了成功的应用。相信随着数据传输设备性能和可靠性的不断完善和提高,数据处理软件功能的增强,它的应用范围将会不断地扩大。

## § 8.5 数据预处理及观测成果的质量检核

### 8.5.1 数据预处理

为了获得 GPS 观测基线向量并对观测成果进行质量检核,首先要进行 GPS 数据的预处理。根据预处理结果对观测数据的质量进行分析并作出评价,以确保观测成果和定位结果的预期精度。

#### 1. 数据处理软件及选择

GPS 网数据处理分基线解算和网平差两个阶段。各阶段数据处理软件可采用随机软件或经正式鉴定的软件,对于高精度的 GPS 网成果处理也可选用国际著名的 GAMIT/GLOBK、BERNESE、GIPSY、GFZ 等软件。

#### 2. 基线解算(数据预处理)

对于两台及以上接收机同步观测值进行独立基线向量(坐标差)的平差计算叫基线解算,

有的也叫观测数据预处理。

预处理的主要目的是对原始数据进行编辑、加工整理、分流并产生各种专用信息文件,为进一步的平差计算作准备。它的基本内容是:

①数据传输 将 GPS 接收机记录的观测数据传输到磁盘或其他介质上。

②数据分流 从原始记录中,通过解码将各种数据分类整理,剔除无效观测值和冗余信息,形成各种数据文件,如星历文件、观测文件和测站信息文件等。

③统一数据文件格式将不同类型接收机的数据记录格式、项目和采样间隔,统一为标准化的文件格式,以便统一处理。

④卫星轨道的标准化 采用多项式拟合法,平滑 GPS 卫星每小时发送的轨道参数,使观测时段的卫星轨道标准化。

⑤探测周跳、修复载波相位观测值。

⑥对观测值进行必要改正 在 GPS 观测值中加入对流层改正,单频接收的观测值中加入电离层改正。

基线向量的解算一般采用多站、多时段自动处理的方法进行,具体处理中应注意以下几个问题:

①基线解算一般采用双差相位观测值,对于边长超过 30km 的基线,解算时也可采用三差相位观测值。

②卫星广播星历坐标值,可作基线解的起算数据。对于特大城市的首级控制网,也可采用其他精密星历作为基线解算的起算值。

③基线解算中所需的起算点坐标,应按以下优先顺序采用:

- 国家 GPS A、B 级网控制点或其他高等级 GPS 网控制点的已有 WGS-84 系坐标;
- 国家或城市较高等级控制点转换到 WGS-84 系后的坐标值;
- 不少于观测 30min 的单点定位结果的平差值提供的 WGS-84 系坐标。

④在采用多台接收机同步观测的一个同步时段中,可采用单基线模式解算,也可以只选择独立基线按多基线处理模式统一解算。

⑤同一级别的 GPS 网,根据基线长度不同,可采用不同的数据处理模型。但是 0.8km 内的基线须采用双差固定解。30km 以内的基线,可在双差固定解和双差浮点解中选择最优结果。30km 以上的基线,可采用三差解作为基线解算的最终结果。

⑥对于所有同步观测时间短于 30min 的快速定位基线,必须采用合格的双差固定解作为基线解算的最终结果。

### 8.5.2 观测成果的外业检核

对野外观测资料首先要进行复查,内容包括:成果是否符合调度命令和规范的要求;进行的观测数据质量分析是否符合实际。然后进行下列项目的检核:

#### 1. 每个时段同步观测数据的检核

①数据剔除率,剔除的观测值个数与应获取的观测值个数的比值称为数据剔除率。同一时段观测值的数据剔除率,其值应小于 10%。

②采用单基线处理模式时,对于采用同一种数学模型的基线解,其同步时段中任一三边同步环的坐标分量相对闭合差和全长相对闭合差不得超过表 8-12 所列限差。

表 8-12

同步坐标分量及环线全长相对闭合差限差 ( $1 \times 10^{-6}$ )

| 限 差 类 型 \ 等 级 | 二   | 三   | 四    | 一级   | 二级   |
|---------------|-----|-----|------|------|------|
| 坐标分量相对闭合差     | 2.0 | 3.0 | 6.0  | 9.0  | 9.0  |
| 环线全长相对闭合差     | 3.0 | 5.0 | 10.0 | 15.0 | 15.0 |

## 2. 重复观测边的检核

同一条基线边若观测了多个时段,则可得到多个边长结果。这种具有多个独立观测结果的边就是重复观测边。对于重复观测边的任意两个时段的结果互差,均应小于相应等级规定精度(按平均边长计算)的  $2\sqrt{2}$  倍。

## 3. 同步观测环检核

当环中各边为多台接收机同步观测时,由于各边是不独立的,所以其闭合差应恒为零。例如三边同步环中只有两条同步边可以视为独立的成果,第三边成果应为其余两边的代数和。但是由于模型误差和处理软件的内在缺陷,使得这种同步环的闭合差实际上仍可能不为零。这种闭合差一般数值很小,不至于对定位结果产生明显影响,所以也可把它作为成果质量的一种检核标准。

一般规定,三边同步环中第三边处理结果与前两边的代数和之差值应小于下列数值。

$$\omega_x \leq \frac{\sqrt{3}}{5}\sigma, \quad \omega_y \leq \frac{\sqrt{3}}{5}\sigma, \quad \omega_z \leq \frac{\sqrt{3}}{5}\sigma$$

$$\omega = (\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2)^{1/2} \leq \frac{3}{5}\sigma \quad (8-9)$$

式中,  $\sigma$  为相应级别的规定中误差(按平均边长计算)。

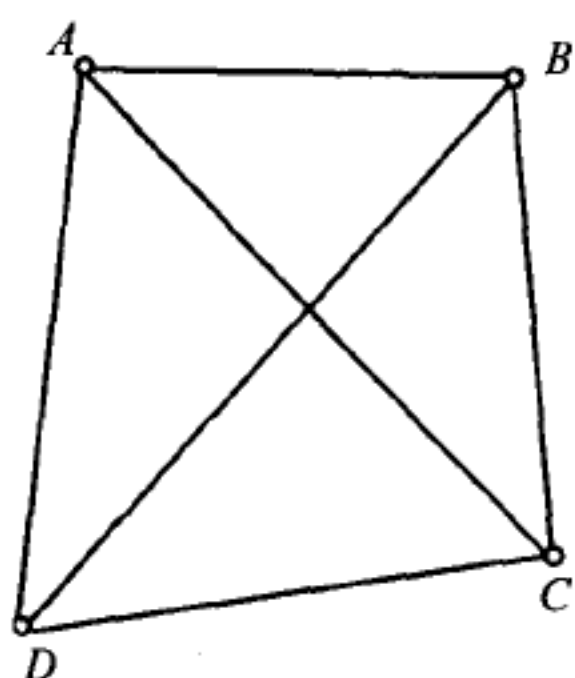


图 8-20 同步闭合环

对于四站以上的多边同步环,可以产生大量同步闭合环,在处理完各边观测值后,应检查一切可能的环闭合差。以图 8-20 为例, A、B、C、D 四站应检核: ①  $AB - BC - CA$ ; ②  $AC - CD - DA$ ; ③  $AB - BD - DA$ ; ④  $BC - CD - DB$ ; ⑤  $AB - BC - CD - DA$ ; ⑥  $AB - BD - DC - CA$ ; ⑦  $AD - DB - BC - CA$ 。

所有闭合环的分量闭合差不应大于  $\frac{\sqrt{n}}{5}\sigma$ , 而环闭合差

$$\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2 + \omega_z^2} \leq \frac{\sqrt{3n}}{5}\sigma \quad (8-10)$$

## 4. 异步观测环检核

无论采用单基线模式或多基线模式解算基线,都应在整个 GPS 网中选取一组完全的独立基线构成独立环,各独立环的坐标分量闭合差和全长闭合差应符合下式:



$$\begin{cases} \omega_x \leq 2\sqrt{n}\sigma \\ \omega_y \leq 2\sqrt{n}\sigma \\ \omega_z \leq 2\sqrt{n}\sigma \\ \omega \leq 2\sqrt{3n}\sigma \end{cases} \quad (8-11)$$

当发现边闭合数据或环闭合数据超出上述规定时,应分析原因并对其中部分或全部成果重测。需要重测的边,应尽量安排在一起进行同步观测。

### 8.5.3 野外返工

对经过检核超限的基线在充分分析基础上,进行野外返工观测,基线返工应注意如下几个问题:

①无论何种原因造成一个控制点不能与两条合格独立基线相联结,则在该点上应补测或重测不少于一条独立基线。

②可以舍弃在复测基线边长较差、同步环闭合差、独立环闭合差检验中超限的基线,但必须保证舍弃基线后的独立环所含基线数,不得超过表8-5的规定;否则,应重测该基线或者有关的同步图形。

③由于点位不符合 GPS 测量要求而造成一个测站多次重测仍不能满足各项限差技术规定时,可按技术设计要求另增选新点进行重测。

### 8.5.4 GPS 网平差处理

在各项质量检核符合要求后,以所有独立基线组成闭合图形,以三维基线向量及其相应方差协方差阵作为观测信息,以一个点的 WGS-84 系三维坐标作为起算依据,进行 GPS 网的无约束平差。无约束平差应提供各控制点在 WGS-84 系下的三维坐标,各基线向量三个坐标差观测值的总改正数,基线边长以及点位和边长的精度信息。

在无约束平差确定的有效观测量基础上,在国家坐标系或城市独立坐标系下进行三维约束平差或二维约束平差。约束点的已知点坐标,已知距离或已知方位,可以作为强制约束的固定值,也可作为加权观测值。平差结果应输出在国家或城市独立坐标系中的三维或二维坐标,基线向量改正数,基线边长,方位以及坐标,边长,方位的精度信息;转换参数及其精度信息。

无约束平差中,基线向量的改正数绝对值应满足下式:

$$\begin{cases} V_{\Delta x} \leq 3\sigma \\ V_{\Delta y} \leq 3\sigma \\ V_{\Delta z} \leq 3\sigma \end{cases} \quad (8-12)$$

式中,  $\sigma$  为该等级基线的精度。

否则,认为该基线或其附近存在粗差基线,应采用软件提供的方法或人工方法剔除粗差基线,直至符合上式要求。

约束平差中,基线向量的改正数与剔除粗差后的无约束平差结果的同名基线相应改正数的较差( $dv_{\Delta x}, dv_{\Delta y}, dv_{\Delta z}$ )应符合下式要求:

$$\begin{cases} dv_{\Delta x} \leq 2\sigma \\ dv_{\Delta y} \leq 2\sigma \\ dv_{\Delta z} \leq 2\sigma \end{cases} \quad (8-13)$$

式中,  $\sigma$  为相应等级基线的规定精度。

否则,认为作为约束的已知坐标,已知距离,已知方位与 GPS 网不兼容,应采用软件提供的或人为的方法剔除某些误差大的约束值,直至符合上式要求。

采用不同类型仪器或软件,施测和计算 GPS 基线向量时,应对其随机模型进行分析。

对 GPS 数据预处理及网平差的原理及数学模型将在第九章详细讨论。

## § 8.6 技术总结与上交资料

### 8.6.1 技术总结

GPS 测量工作结束后,需按要求编写技术总结报告,其内容包括:

- 测区范围与位置,自然地理条件,气候特点,交通及电信、电源等情况;
- 任务来源,测区已有测量情况,项目名称,施测目的和基本精度要求;
- 施测单位,施测起讫时间,技术依据,作业人员情况;
- 接收设备类型与数量以及检验情况;
- 选点所遇障碍物和环境影响的评价,埋石与重合点情况;
- 观测方法要点与补测、重测情况,以及野外作业发生与存在的问题的说明;
- 野外数据检核,起算数据情况和数据预处理内容、方法及软件情况;
- 工作量、工作日及定额计算;
- 方案实施与规范执行情况;
- 上交成果尚存问题和需说明的其他问题;
- 各种附表与附图。

### 8.6.2 上交资料

GPS 测量任务完成后,应上交下列资料:

- 测量任务书与专业设计书;
- 点之记、环视图和测量标志委托保管书;
- 卫星可见性预报表和观测计划;
- 外业观测记录(包括原始记录的存储介质及其备份)、测量手簿及其他记录(包括偏心观测);
- 接收设备、气象及其他仪器的检验资料;
- 外业观测数据质量分析及野外检核计算资料;
- 数据加工处理中生成的文件(含磁盘文件)、资料和成果表;
- GPS 网展点图;
- 技术总结和成果验收报告。

# 第九章 GPS 测量数据处理

## § 9.1 概 述

GPS 接收机采集记录的是 GPS 接收机天线至卫星伪距、载波相位和卫星星历等数据。如果采样间隔为 20s,则每 20s 记录一组观测值,一台接收机连续观测 1h 将有 180 组观测值。观测值中有对 4 颗以上卫星的观测数据以及地面气象观测数据等。GPS 数据处理要从原始的观测值出发得到最终的测量定位成果,其数据处理过程大致分为 GPS 测量数据的基线向量解算、GPS 基线向量网平差以及 GPS 网平差或与地面网联合平差等几个阶段。数据处理的基本流程如图 9-1 所示。

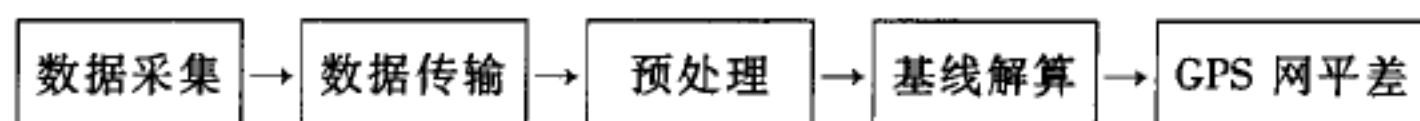


图 9-1 GPS 数据处理基本流程图

图中第一步数据采集的是 GPS 接收机野外观测记录的原始观测数据,野外观测记录的同时用随机软件解算出测站点的位置和运动速度,提供导航服务。数据传输至基线解算一般是用随机软件(后处理软件)将接收机记录的数据传输到计算机,在计算机上进行预处理和基线解算。GPS 网平差包括 GPS 基线向量网平差、GPS 网与地面网联合平差等内容。整个数据处理过程可以建立数据库管理系统。

### 9.1.1 数据传输

大多数的 GPS 接收机(如 ASHTECH、TRIMBLE 等型号),采集的数据记录在接收机的内存模块上。数据传输是用专用电缆将接收机与计算机连接,并在后处理软件的菜单中选择传输数据选项后,便将观测数据传输至计算机。数据传输的同时进行数据分流,生成四个数据文件:载波相位和伪距观测值文件、星历参数文件、电离层参数和 UTC 参数文件、测站信息文件。

观测值文件是容量最大的文件。观测值记录中有对应的卫星号,卫星高度角和方位角,C/A 码伪距, $L_1$ 、 $L_2$  的相位观测值,观测值对应的历元时间,积分多普勒记数,信噪比等。

星历参数文件包含所有被测卫星的轨道位置信息,根据这些信息可以计算出任一时刻卫星的位置。

电离层参数和 UTC 参数文件中,电离层参数用于改正观测值的电离层影响,UTC 参数用于将 GPS 时间修正为 UTC 时间。

星历参数文件和电离层参数文件的具体内容见第三章 § 3.4。



测站信息文件包含测站名、测站号、测站的概略坐标、接收机号、天线号、天线高、观测的起止时间、记录的数据量、初步定位成果等。

经数据分流后生成的四个数据文件中,除测站信息文件外,其余均为二进制数据文件。为下一步预处理的方便,必须将它们解译成直接识别的文件,将数据文件标准化。

### 9.1.2 数据预处理

GPS 数据预处理的目的是:对数据进行平滑滤波检验,剔除粗差;统一数据文件格式并将各类数据文件加工成标准化文件(如 GPS 卫星轨道方程的标准化,卫星时钟钟差标准化,观测值文件标准化等),找出整周跳变点并修复观测值;对观测值进行各种模型改正。

#### 1. GPS 卫星轨道方程的标准化

数据处理中要多次进行卫星位置的计算,而 GPS 广播星历每小时有一组独立的星历参数,使得计算工作十分繁杂,需要将卫星轨道方程标准化,以便计算简便,节省内存空间。GPS 卫星轨道方程标准化一般采用以时间为变量的多项式进行拟合处理。

将已知的多组不同历元的星历参数所对应的卫星位置  $P_i(t)$  表达为时间  $t$  的多项式形式:

$$P_i(t) = a_{i0} + a_{i1}t + a_{i2}t^2 + \cdots + a_{in}t^n \quad (9-1)$$

利用拟合法求解多项式系数。解出的系数  $a_{in}$  记入标准化星历文件,用它们来计算任一时刻的卫星位置。多项式的阶数  $n$  一般取 8~10 就足以保证米级轨道拟合精度。

拟合计算时,时间  $t$  的单位须规格化,规格化时间  $T$  为:

$$T_i = [2t_i - (t_1 + t_m)] / (t_m - t_1) \quad (9-2)$$

式中,  $T_i$  为对应于  $t_i$  的规格化时间;  $t_1$  和  $t_m$  分别为观测时段开始和结束的时间。很显然,对应于  $t_1$  和  $t_m$ ,  $T_1$  和  $T_m$  分别为 -1 和 +1。对任意时刻  $t_i$  其  $|T_i| \leq 1$ 。

需指出的是,拟合时引进了规格化的时间,则在实际轨道计算时也应使用规格化的时间。

#### 2. 卫星钟差的标准化

来自广播星历的卫星钟差(即卫星钟面时间与 GPS 系统标准时间之差  $\Delta t_i$ )是多个数值,需要通过多项式拟合求得惟一的,平滑的钟差改正多项式。用于确定真正的信号发射时刻并计算该时刻的卫星轨道位置,同时也用于将各站对各卫星的时间基准统一起来以估算它们之间的相对钟差。当多项式拟合的精度优于  $\pm 0.2\text{ns}$  时,可精确探测整周跳变,估算整周未知数。

钟差的多项式形式为

$$\Delta t_i = a_0 + a_1(t - t_0) + a_2(t - t_0)^2 \quad (9-3)$$

式中,  $a_0, a_1, a_2$  为星钟参数,  $t_0$  为星钟参数的参考历元。

由多个参考历元的卫星钟差,利用最小二乘法原理求定多项式系数  $a_i$ ,再由(9-3)式计算任一时刻的钟差。因为 GPS 时间定义区间为一个星期,即 604 800 秒,故当  $t - t_0 > 302\,400$  ( $t_0$  属于下一 GPS 周)时  $t$  应减去 604 800,  $t - t_0 < -302\,400$  ( $t_0$  属于上一 GPS 周)时  $t$  应加上 604 800。

#### 3. 观测值文件的标准化

不同的接收机提供的数据记录有不同的格式。例如观测时刻这个记录,可能采用接收机参考历元,也可能是经过改正归算至 GPS 标准时间。在进行平差(基线向量的解算)之前,观测值文件必须规格化、标准化。具体项目包括:

记录格式标准化。各种接收机输出的数据文件应在记录类型、记录长度和存取方式方面

采用同一记录格式。

记录项目标准化。每一种记录应包含相同的数据项。如果某些数据项缺项,则应以特定数据如“0”或空格填上。

采样密度标准化。各接收机的数据记录采样间隔可能不同,如有的接收机每 15s 钟记录一次,有的则 20s 钟记录一次。标准化后应将数据采样间隔统一成一个标准长度。标准长度应大于或等于外业采样间隔的最长的标准值。采样密度标准化后,数据量将成倍地减少,所以这种标准化过程也称为数据压缩。数据压缩应在周跳修复后进行。数据压缩常用多项式拟合法。压缩后的数据应等价于被压缩区间内的全部数据,且保持各压缩数据的误差独立。

数据单位的标准化。数据文件中,同一数据项的量纲和单位应是统一的,例如,载波相位观测值统一以周为单位。

### 9.1.3 基线向量的解算及网平差

基线向量的解算是一个复杂的平差计算过程。解算时要顾及观测时段中信号间断引起的数据剔除、观测数据粗差的发现及剔除、星座变化引起的整周未知参数的增加等问题。

基线处理完成后应对其结果作以下分析和检核:

①观测值残差分析。平差处理时假定观测值仅存在偶然误差。理论上,载波相位观测精度为 1% 周,即对  $L_1$  波段信号观测误差只有 2mm。因而当偶然误差达 1cm 时,应认为观测值质量存在系统误差或粗差。当残差分布中出现突然的跳变时,表明周跳未处理成功。

②基线长度的精度。处理后基线长度中误差应在标称精度值内。多数双频接收机的基线长度标称精度为  $5 \pm 1 \times 10^{-6} \cdot D(\text{mm})$ ,单频接收机的基线长度标称精度为  $10 \pm 2 \times 10^{-6} \cdot D(\text{mm})$ 。

对于 20km 以内的短基线,单频数据通过差分处理可有效地消除电离层影响,从而确保相对定位结果的精度。当基线长度增长时,双频接收机消除电离层的影响将明显优于单频接收机数据的处理结果。

③基线向量环闭合差的计算及检核。由同时段的若干基线向量组成的同步环和不同时段 of 若干基线向量组成的异步环,其闭合差应能满足相应等级的精度要求。其闭合差值应小于相应等级的限差值。基线向量检核合格后,便可进行基线向量网的平差计算(以解算的基线向量作为观测值进行无约束平差),平差后求得各 GPS 之间的相对坐标差值,加上基准点的坐标值,求得各 GPS 点的坐标。

实际应用中,往往要求各 GPS 点在国家坐标系中的坐标值。为此,还需要进行坐标转换,将 GPS 点的坐标值转换为国家坐标系坐标值。也可以将 GPS 网与地面网进行联合平差,包括固定地面网点已知坐标、边长、方位角、高程等的约束平差,坐标转换,或将 GPS 基线网与地面网的观测数据一并联合平差。

## § 9.2 GPS 基线向量的解算

在第五章 GPS 卫星定位基本原理中,我们论述了利用载波相位观测值进行单点定位以及在观测值间求差并利用求差后的差分观测值进行相对定位的原理和方法。在相对定位中常用双差观测值求解基线向量。第五章中我们着重讨论了由双差观测值列出误差方程式,然后利用最小二乘平差原理求解基线向量的方法。由于未知数个数和误差方程个数很多,平差解算



的工作量很大。

本节将讨论利用载波相位观测值的双差观测值求解基线向量的另一种方法。

### 9.2.1 双差观测值模型

由第五章 GPS 卫星定位基本原理可知,设在 GPS 标准时刻  $t_i$  在测站 1,2 同时对卫星  $k, j$  进行了载波相位测量,将载波相位观测值方程(5-18)代入双差观测值方程(5-41),整理后可以得到双差观测值模型

$$\begin{aligned} DD_{12}^{kj}(t_i) &= \varphi_2^j(t_i) - \varphi_1^j(t_i) - \varphi_2^k(t_i) + \varphi_1^k(t_i) \\ &= -f^j/c(\rho_2^j - \rho_1^j - \delta\rho_2^j + \delta\rho_1^j) \\ &\quad + f^k/c(\rho_2^k - \rho_1^k - \delta\rho_2^k + \delta\rho_1^k) + N_{12}^{kj} \end{aligned}$$

式中,  $N_{12}^{kj} = N_2^j - N_1^j - N_2^k + N_1^k$ , 令  $\Delta\rho_{12}^j = \rho_2^j - \rho_1^j$ ,  $\Delta\rho_{12}^k = \rho_2^k - \rho_1^k$ , 则上式变为

$$\begin{aligned} DD_{12}^{kj}(t_i) &= -f^j/c(\Delta\rho_{12}^j - \delta\rho_2^j + \delta\rho_1^j) \\ &\quad + f^k/c(\Delta\rho_{12}^k - \delta\rho_2^k + \delta\rho_1^k) + N_{12}^{kj} \end{aligned} \quad (9-4)$$

在第五章中,首先将上式化为线性方程形式,然后列出双差观测值的误差方程式组,组成法方程式后再求解待定点的坐标。

下面用向量解算方法由双差观测值模型(9-4)解算基线向量。

由基线向量  $b$  与站星之间距离  $\rho$  之间的关系图 9-2 可知,对于卫星  $S^k$ :

设  $\rho_1^{ko}, \rho_2^{ko}$  分别为  $\rho_1^k, \rho_2^k$  单位向量,则有:

$$b_1^k = (\rho_2^{ko} - \rho_1^{ko})\rho_2^k \quad (9-5)$$

$$b + b_1^k = \Delta\rho_{12}^k = \Delta\rho_{12}^k \rho_1^{ko} \quad (9-6)$$

将(9-5)式代入(9-6)式有

$$b + \rho_2^k \rho_2^{ko} - \rho_2^k \rho_1^{ko} = \Delta\rho_{12}^k \rho_1^{ko} \quad (9-7)$$

(9-7)式两边点乘  $\rho_1^{ko}$  有

$$\rho_1^{ko} \cdot b + \rho_2^k \rho_2^{ko} \cdot \rho_1^{ko} - \rho_2^k \rho_1^{ko} \cdot \rho_1^{ko} = \Delta\rho_{12}^k \rho_1^{ko} \cdot \rho_1^{ko}$$

考虑到  $\rho_1^{ko} \cdot \rho_1^{ko} = 1$ ,  $\rho_1^{ko} \cdot \rho_2^{ko} = \cos\theta_1$ , 上式变为

$$\rho_1^{ko} \cdot b - \rho_2^k(1 - \cos\theta_1) = \Delta\rho_{12}^k \quad (9-8)$$

(9-7)式两边点乘  $\rho_2^{ko}$  可得

$$\rho_2^{ko} \cdot b + \rho_2^k(1 - \cos\theta_1) = \Delta\rho_{12}^k \rho_2^{ko} \cdot \rho_1^{ko} = \Delta\rho_{12}^k \cos\theta_1 \quad (9-9)$$

将(9-8)式与(9-9)式相加有

$$(\rho_1^{ko} + \rho_2^{ko}) \cdot b = \Delta\rho_{12}^k(1 + \cos\theta_1) = \Delta\rho_{12}^k 2\cos^2(\theta_1/2)$$

整理后得到

$$\Delta\rho_{12}^k = 1/2 \sec^2(\theta_1/2)(\rho_1^{ko} + \rho_2^{ko}) \cdot b \quad (9-10)$$

同样对于卫星  $S^j$  有

$$\Delta\rho_{12}^j = 1/2 \sec^2(\theta_2/2)(\rho_1^{jo} + \rho_2^{jo}) \cdot b \quad (9-11)$$

将(9-10)式,(9-11)式代入(9-4)式得站星双差相位观测方程为

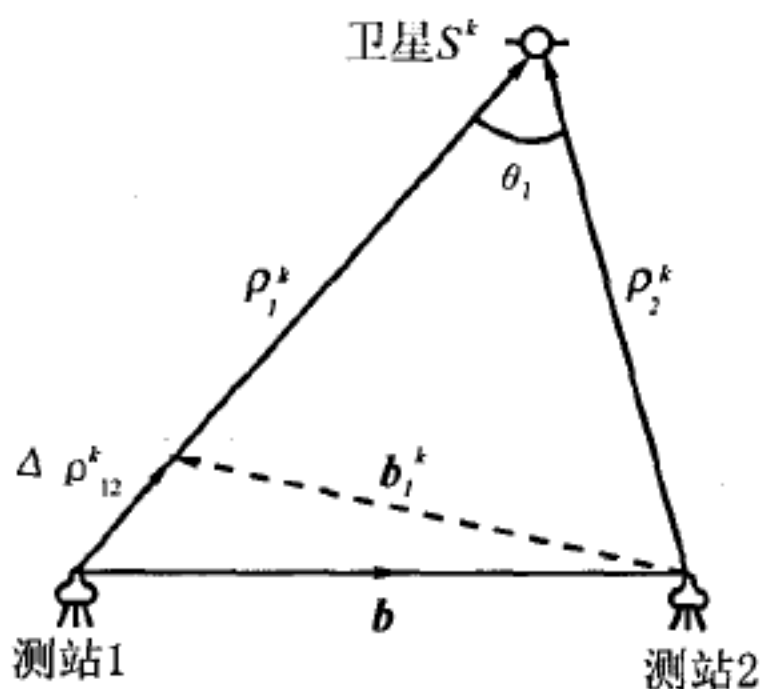


图 9-2 基线向量与站星距离的关系

$$DD_{12}^{kj}(t_i) = \{ -f^j/c[1/2 \sec^2(\theta_2/2)(\rho_1^{j_0} + \rho_2^{j_0})b] \\ + f^k/c[1/2 \sec^2(\theta_2/2)(\rho_1^{j_0} + \rho_2^{j_0})b] \} \\ - f^j/c(\delta\rho_1^j - \delta\rho_2^j) + f^k/c(\delta\rho_1^k - \delta\rho_2^k) + N_{12}^{kj}$$

写为误差方程形式:

$$V_{12}^{kj}(t_i) = \{ -f^j/c[1/2 \sec^2(\theta_2/2)(\rho_1^{j_0} + \rho_2^{j_0})b] \\ + f^k/c[1/2 \sec^2(\theta_2/2)(\rho_1^{j_0} + \rho_2^{j_0})b] \} \\ - f^j/c(\delta\rho_1^j - \delta\rho_2^j) + f^k/c(\delta\rho_1^k - \delta\rho_2^k) \\ + N_{12}^{kj} - DD_{12}^{kj}(t_i)$$

考虑到  $b = (\Delta x_{12}, \Delta y_{12}, \Delta z_{12})$ ,  $\rho_i^{k_0} = (\Delta x_i^k, \Delta y_i^k, \Delta z_i^k)/\rho_i^k$ ,  $\rho_i^{j_0} = (\Delta x_i^j, \Delta y_i^j, \Delta z_i^j)/\rho_i^j$ , 站星双差观测值误差方程为:

$$V_{12}^{kj}(t_i) = a_{12}^{kj} \Delta x_{12} + b_{12}^{kj} \Delta y_{12} + c_{12}^{kj} \Delta z_{12} + \Delta_{12}^{kj} + N_{12}^{kj} \quad (9-12)$$

式中,  $\Delta_{12}^{kj} = -f^j/c(\delta\rho_1^j - \delta\rho_2^j) + f^k/c(\delta\rho_1^k - \delta\rho_2^k)$

$$\begin{cases} a_{12}^{kj} = 1/2 f^k/c \sec^2(\theta_1/2) (\Delta x_1^k/\rho_1^k + \Delta x_2^k/\rho_2^k) \\ \quad - 1/2 f^j/c \sec^2(\theta_2/2) (\Delta x_1^j/\rho_1^j + \Delta x_2^j/\rho_2^j) \\ b_{12}^{kj} = 1/2 f^k/c \sec^2(\theta_1/2) (\Delta y_1^k/\rho_1^k + \Delta y_2^k/\rho_2^k) \\ \quad - 1/2 f^j/c \sec^2(\theta_2/2) (\Delta y_1^j/\rho_1^j + \Delta y_2^j/\rho_2^j) \\ c_{12}^{kj} = 1/2 f^k/c \sec^2(\theta_1/2) (\Delta z_1^k/\rho_1^k + \Delta z_2^k/\rho_2^k) \\ \quad - 1/2 f^j/c \sec^2(\theta_2/2) (\Delta z_1^j/\rho_1^j + \Delta z_2^j/\rho_2^j) \end{cases} \quad (9-13)$$

当基线长度小于 40km 时,  $\sec^2(\theta/2) - 1 < 1 \times 10^{-6}$ ,  $f^k/c$  与  $f^j/c$  之差小于  $1 \times 10^{-6}$ , 故  $\sec 2\theta/2$  以 1 代替,  $f^k$  和  $f^j$  以  $f$  代替, 同时输入基线向量  $b$  的近似值  $(\Delta x_{12}^0, \Delta y_{12}^0, \Delta z_{12}^0)$ , 初始整周模糊度  $N_{12}^{kj}$  的近似值为  $(N_{12}^{kj})^0$ . 其改正数分别为  $(\delta x_{12}, \delta y_{12}, \delta z_{12})$  和  $\delta N_{12}^{kj}$ , 则误差方程最终形式为

$$V_{12}^{kj}(t_i) = a_{12}^{kj} \delta x_{12} + b_{12}^{kj} \delta y_{12} + c_{12}^{kj} \delta z_{12} + \delta N_{12}^{kj} + W_{12}^{kj} \quad (9-14)$$

式中:

$$\begin{cases} a_{12}^{kj} = 1/2 f/c (\Delta x_1^k/\rho_1^k + \Delta x_2^k/\rho_2^k - \Delta x_1^j/\rho_1^j + \Delta x_2^j/\rho_2^j) \\ b_{12}^{kj} = 1/2 f/c (\Delta y_1^k/\rho_1^k + \Delta y_2^k/\rho_2^k - \Delta y_1^j/\rho_1^j + \Delta y_2^j/\rho_2^j) \\ c_{12}^{kj} = 1/2 f/c (\Delta z_1^k/\rho_1^k + \Delta z_2^k/\rho_2^k - \Delta z_1^j/\rho_1^j + \Delta z_2^j/\rho_2^j) \\ W_{12}^{kj} = a_{12}^{kj} \Delta x_{12}^0 + b_{12}^{kj} \Delta y_{12}^0 + c_{12}^{kj} \Delta z_{12}^0 + (N_{12}^{kj})^0 + \Delta_{12}^{kj} - DD_{12}^{kj} \end{cases} \quad (9-15)$$

式中, 卫星  $k, j$  在选择  $k=1$  的卫星为参考卫星时,  $j=2, 3, 4, \dots$  对于  $k=1, j=2; k=1, j=3; \dots$  其站星双差观测值误差方程可仿照 (9-14) 式, (9-15) 式写出; 对不同观测历元 (即  $t_i$  时刻) 可分别列出类似的各历元时刻的一组误差方程。

### 9.2.2 法方程的组成及解算

在  $t_i$  历元, 在 1、2 测站上同时观测了  $k$  个卫星, 在连续观测的情况下, 共有  $n = M(k-1)$  个误差方程, 其中  $M$  为观测历元个数。

将所有误差方程写成矩阵形式

$$V = AX + L \quad (9-16)$$

式中