

# 第五章 GPS卫星定位原理

5.1 概述

5.2 伪距测量

5.3 GPS绝对定位

5.4 载波相位测量

5.5 GPS相对定位

5.6 RTK



# 5.1概述

- 1. 测量学中的测距交会定位—测量二已知点至交会点的距离。
- 2. 无线电导航定位—测量接收机至二或三个无线电发射台的距离。
- 3. 卫星激光测距定位—地面三个已知点同步测量至卫星的距离，计算卫星的瞬时坐标；测量地面未知点至三个卫星点的距离，计算未知点的坐标。
- 4. GPS定位基本原理—地面跟踪站（已知坐标点）跟踪测量至卫星的距离，计算卫星的坐标；卫星坐标已知，用户接收机测量至四颗以上卫星的距离，计算接收机位置。



# GPS定位基本原理

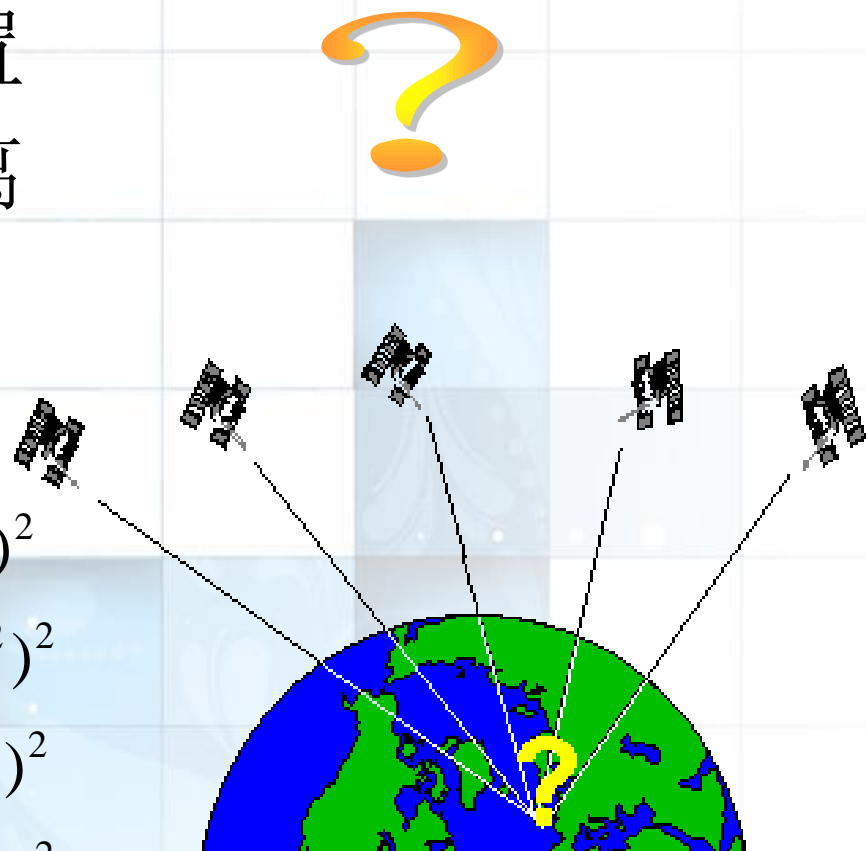
- 待解决的两个关键问题
  - 如何确定卫星的位置
  - 如何测量出站星距离

$$\rho_1^2 = (X - X^1)^2 + (Y - Y^1)^2 + (Z - Z^1)^2$$

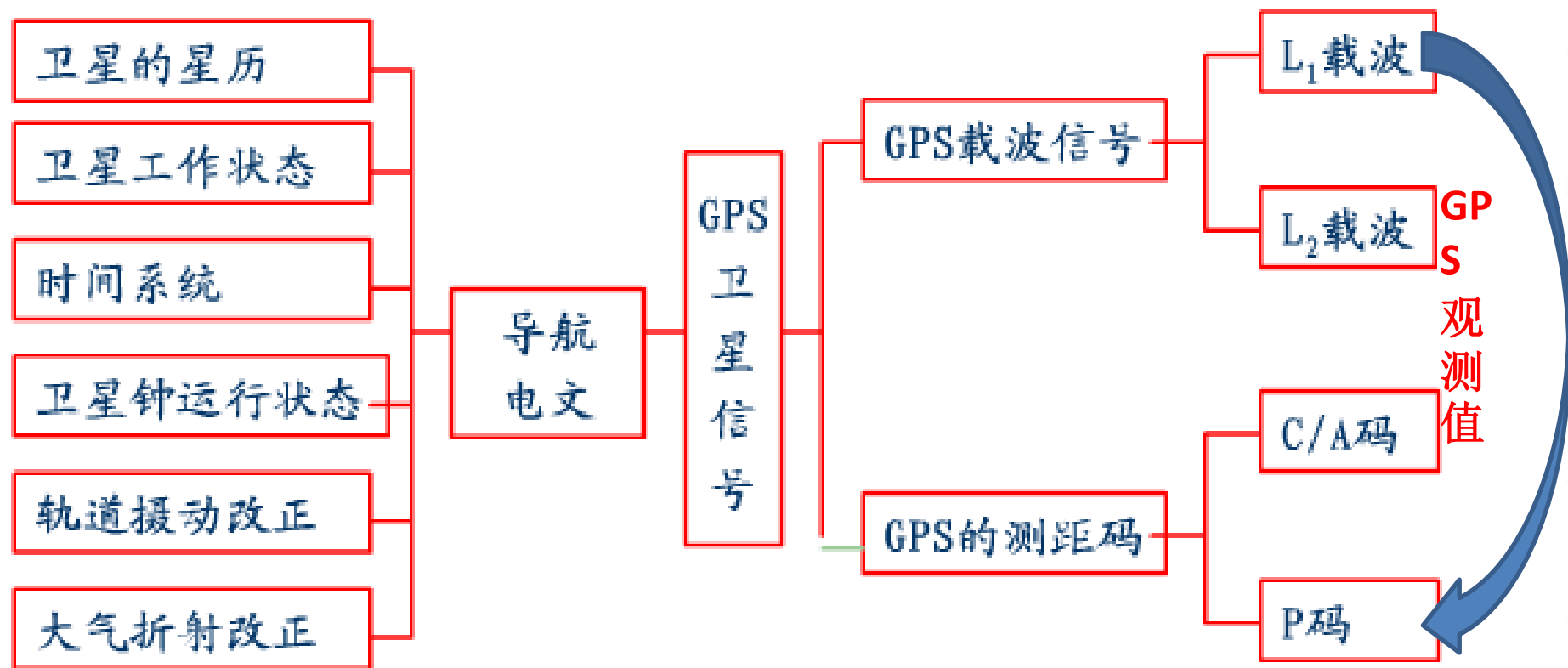
$$\rho_2^2 = (X - X^2)^2 + (Y - Y^2)^2 + (Z - Z^2)^2$$

$$\rho_3^2 = (X - X^3)^2 + (Y - Y^3)^2 + (Z - Z^3)^2$$

$$\rho_4^2 = (X - X^4)^2 + (Y - Y^4)^2 + (Z - Z^4)^2$$

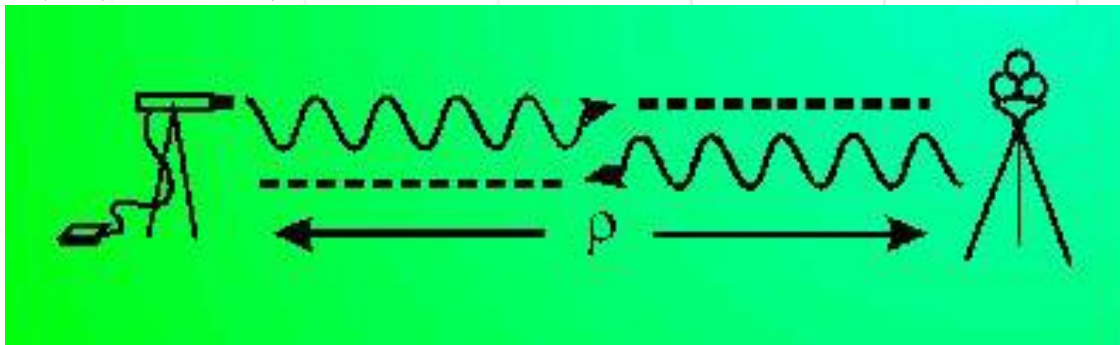


# 内容回顾

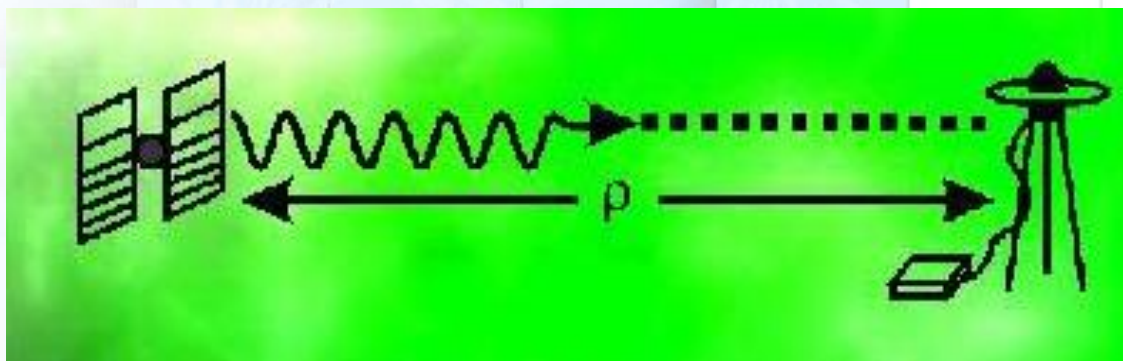


## 5.2 伪距测量

### 测距方法

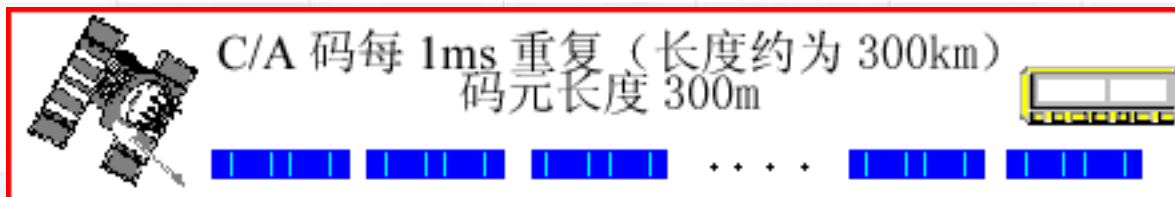


- 双程测距  
用于电磁波测距仪

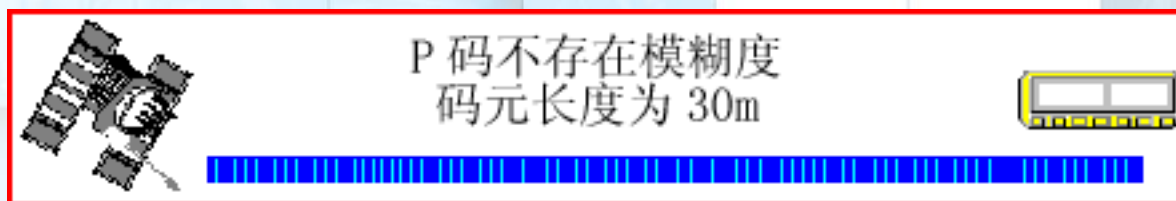


- 单程测距  
用于GPS

# 测距码



C/A码 (测距时有模糊度)



P码



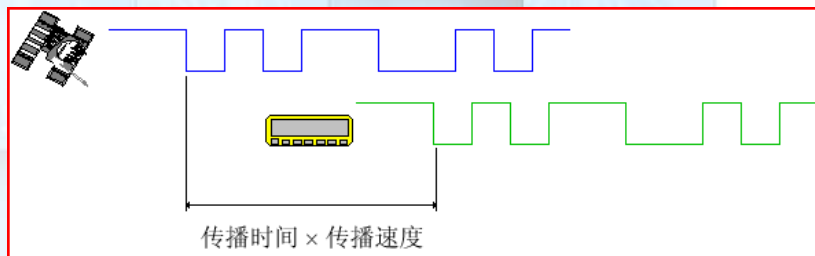
# 测距码测距原理

- 距离测定的基本思路

$$\rho = \tau \cdot c = \Delta t \cdot c$$

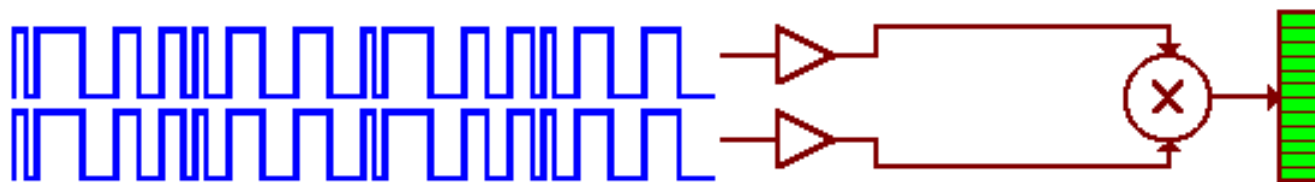
信号传播时间

- 信号（测距码）传播时间的测定



相关系数:

$$R = \frac{1}{\Delta T} \int_{\Delta T} u(T - \Delta t) \cdot u(T - \tau) dt$$

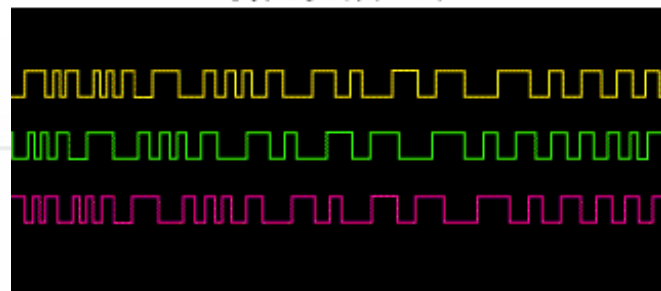


信号传播时间的测定

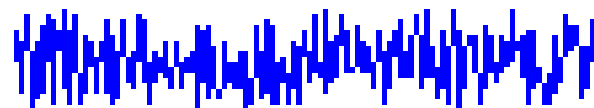
# 测距码测距原理

- 利用测距码测距的必要条件
  - 必须了解测距码的结构
- 利用测距码进行测距的优点
  - 采用的是CDMA（码分多址）技术
  - 易于捕获微弱的卫星信号
  - 可提高测距精度
  - 便于对系统进行控制和管理（如AS）

每颗 GPS 卫星都采用特定的  
伪随机噪声码



每颗GPS卫星都采用特定的  
伪随机噪声码



微弱信号的捕获





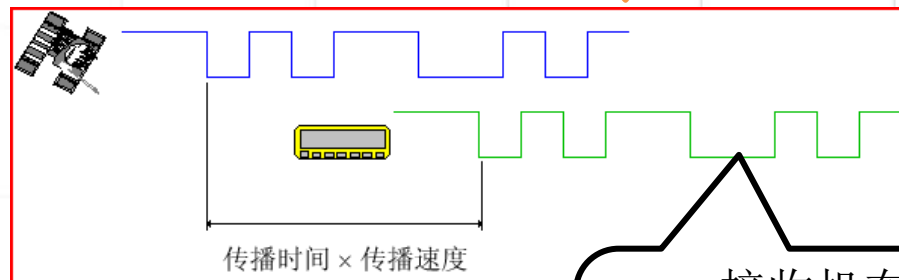
# 伪距测量的特点

- 优点
  - 无模糊度
- 缺点
  - 精度低.
  - **C/A码**观测精度为**2.93m**。
  - **P码**观测精度可达**0.3m**。

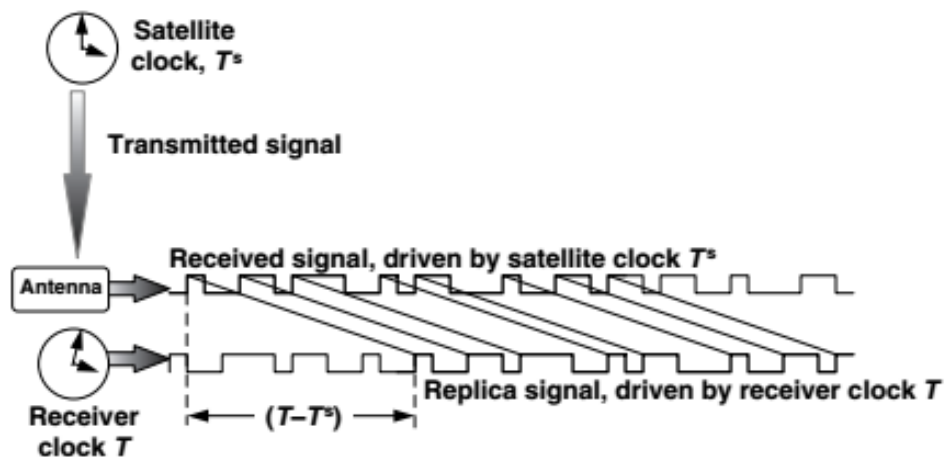


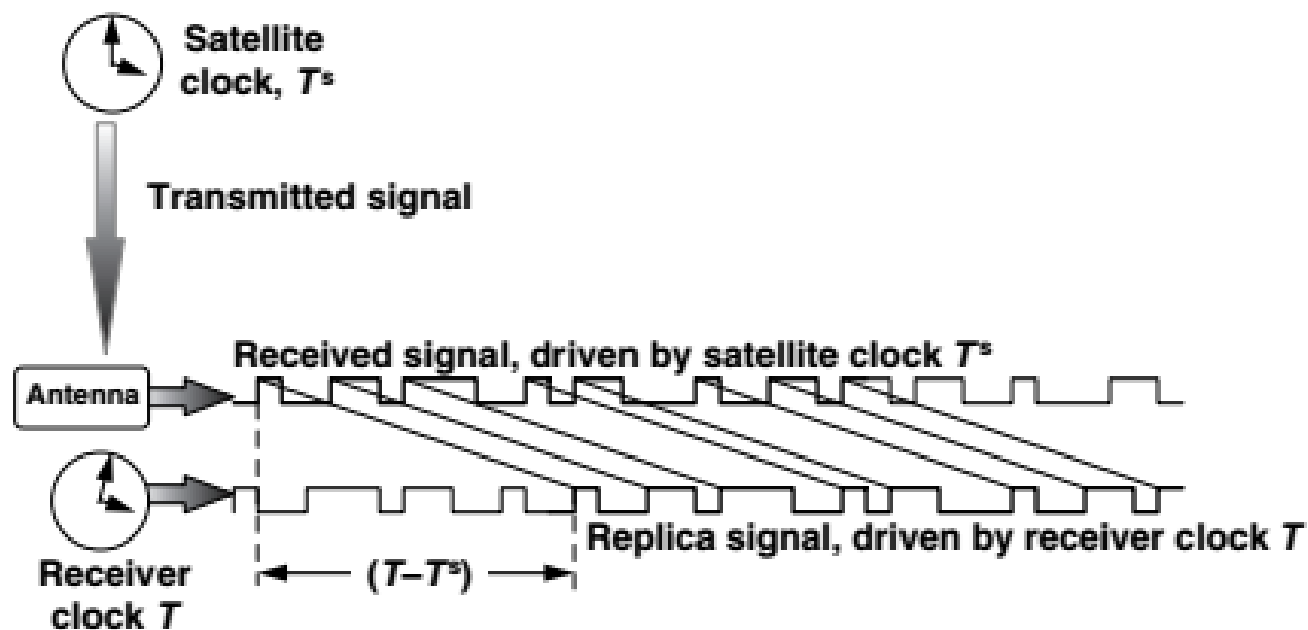
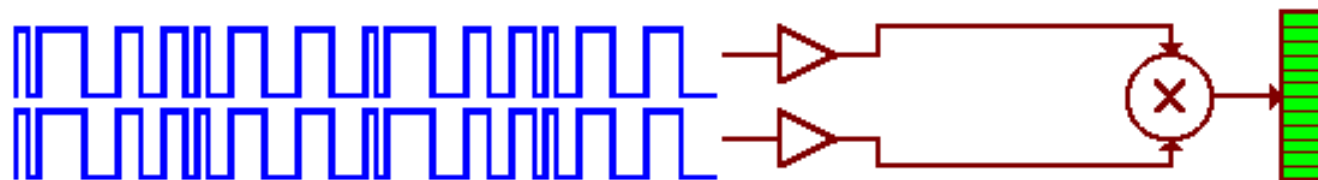
# 基本观测方程

卫星在 $t^s$ 时刻发送测距码



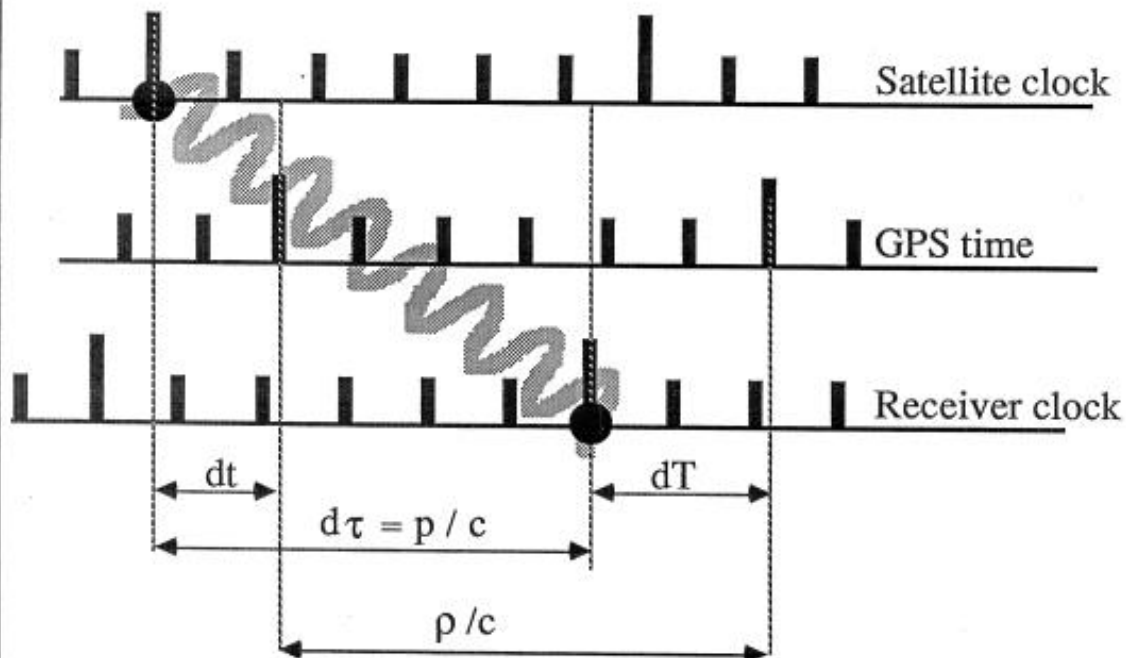
接收机在 $t_R$ 时刻接收到卫星发送信号，同时生成相同的测距码







## PSEUDO-RANGE OBSERVATIONS



时间引起距  
离误差

$$p = \rho + c \cdot (dt - dT) + d_{\text{ion}} + d_{\text{trop}}$$

大气层引起距  
离误差



其中

$$\rho_i = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2}$$

则

星站间几何距离

$$P_i = \sqrt{(x_i - X)^2 + (y_i - Y)^2 + (z_i - Z)^2} + c \cdot dt - c \cdot dT + d_{ion} + d_{trop}$$

对流层延迟改正

电离层折射延迟改正

卫星钟的改正数

接收机钟的改正数



- 将 $P_i$ 在 $(X_0, Y_0, Z_0)$ 处按泰勒级数展开，并保留一阶项，那么得到

$$P_i = (P_0)_i + \frac{-(x_i - X_0)}{(P_0)_i} dX + \frac{-(y_i - Y_0)}{(P_0)_i} dY + \frac{-(z_i - Z_0)}{(P_0)_i} dZ + c \cdot dt - c \cdot dT + d_{ion} + d_{trop}$$

其中：

$$(P_0)_i = \sqrt{(x_i - X_0)^2 + (y_i - Y_0)^2 + (z_i - Z_0)^2}$$

$$X = X_0 + dX, Y = Y_0 + dY, Z = Z_0 + dZ$$





$$l_i = \frac{X_0 - x_i}{(P_0)_i}, m_i = \frac{Y_0 - y_i}{(P_0)_i}, n_i = \frac{Z_0 - z_i}{(P_0)_i}$$

$$L_i = (P_0)_i - P_i + c \cdot dt + (d_{ion})_i + (d_{trop})_i$$

误差方程为:

$$V_i = -l_i dX - m_i dY - n_i dZ - c \cdot dT + L_i$$

令

状态参数

$$B_i = [-l_i \quad -m_i \quad -n_i \quad -1]$$

$$\hat{x} = [dX \quad dY \quad dZ \quad cdT]^T$$



➤ 按照最小二乘原理,

$$V = B\hat{x} - L$$

$$\hat{x} = (B^T P B)^{-1} B^T P L$$

$$\hat{X} = \hat{X}_0 + \hat{x}$$



协因数阵  $Q = (B^T P B)^{-1}$

$$P = \begin{bmatrix} \sin^2(E_1) & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sin^2(E_2) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \sin^2(E_3) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sin^2(E_n) \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} & q_{Xt} \\ q_{YX} & q_{YY} & q_{YZ} & q_{Yt} \\ q_{ZX} & q_{ZY} & q_{ZZ} & q_{Zt} \\ q_{tX} & q_{tY} & q_{tZ} & q_{tt} \end{bmatrix}$$

协方差阵  $D = \sigma_0^2 Q$

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{V^T P V}{n - 4}}$$



点位不同表达方式（大地直角坐标系和站心地平坐标（NEU）），则相应协方差矩阵关系

$$Q_x = \begin{bmatrix} q_{XX} & q_{XY} & q_{XZ} \\ q_{YX} & q_{YY} & q_{YZ} \\ q_{ZX} & q_{ZY} & q_{ZZ} \end{bmatrix}$$

$$Q_B = \begin{bmatrix} q_{NN} & q_{NE} & q_{NU} \\ q_{EN} & q_{EE} & q_{EU} \\ q_{UN} & q_{UE} & q_{UU} \end{bmatrix}$$

$$Q_B = R^T Q_x R$$



精度因子通常有：

(1) 几何精度因子 GDOP

$$GDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}}$$

(2) 位置精度因子 PDOP

$$PDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}}$$

(3) 时间精度因子 TDOP

$$TDOP = \sqrt{q_{tt}}$$

(4) 水平精度因子 HDOP

$$HDOP = \sqrt{q_{NN} + q_{EE}}$$

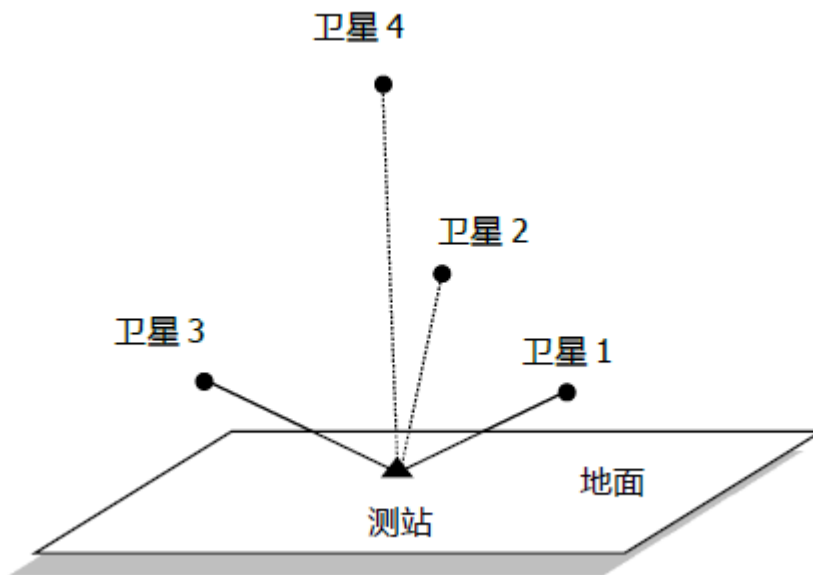
(5) 高程精度因子 VDOP

$$VDOP = \sqrt{q_{UU}}$$



- 举例:

假设接收机位于东经117.20度，北纬34.26度，对上空4颗卫星进行观测，理论上当三颗卫星均匀分布在最低仰角面上（卫星与测站连线高度角为截止高度角，第四颗卫星在测站上空时，四颗卫星所成体积最大，卫星分布较好，用户可以获得较高定位精度。





## 卫星方位角和高度角如下所示

卫星高度角和方位角				
卫星号	1	2	3	4
卫星高度角（度）	15	15	15	90
卫星方位角（度）	0	120	240	0

测站与卫星在此种空间分布情况下，矩阵  $B$  为

$$B = \begin{bmatrix} -l_1 & -m_1 & -n_1 & 1 \\ -l_2 & -m_2 & -n_2 & 1 \\ -l_3 & -m_3 & -n_3 & 1 \\ -l_4 & -m_4 & -n_4 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000 & 0.996 & 0.087 & 1.000 \\ 0.863 & -0.498 & 0.087 & 1.000 \\ -0.863 & -0.498 & 0.087 & 1.000 \\ 0.000 & 0.000 & 1.000 & 1.000 \end{bmatrix}$$

式中， $l_i$ ， $m_i$ ， $n_i$ （ $i=1,2,3,4$ ）为测站近似位置（ $X^0, Y^0, Z^0$ ）至 4 颗卫星位置（ $X_i^S, Y_i^S, Z_i^S$ ）向量的方向余弦。则

$$R = \begin{bmatrix} 0.2573 & -0.5007 & 0.8265 \\ -0.8894 & -0.4571 & 0 \\ -0.3778 & 0.7351 & 0.5629 \end{bmatrix}$$

权系数矩阵  $Q$  为

$$Q = (B^T B)^{-1} = \begin{bmatrix} 0.6713 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.6720 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5995 & -0.5043 \\ 0 & 0 & -0.5043 & 0.4090 \end{bmatrix}$$

$$Q_B = \begin{bmatrix} 0.8044 & -0.2575 & -0.1974 \\ -0.2575 & 1.1731 & 0.3841 \\ -0.1974 & 0.3841 & 0.9655 \end{bmatrix}$$

GDOP = 1.8198, HDOP = 1.4062, VDOP = 0.9826, PDOP = 1.7038, TDOP = 0.6395。

