

第五章 GPS卫星定位原理

5.1 概述

5.2 伪距测量及

5.3 GPS绝对定位

5.4 载波相位测量

5.5 GPS相对定位

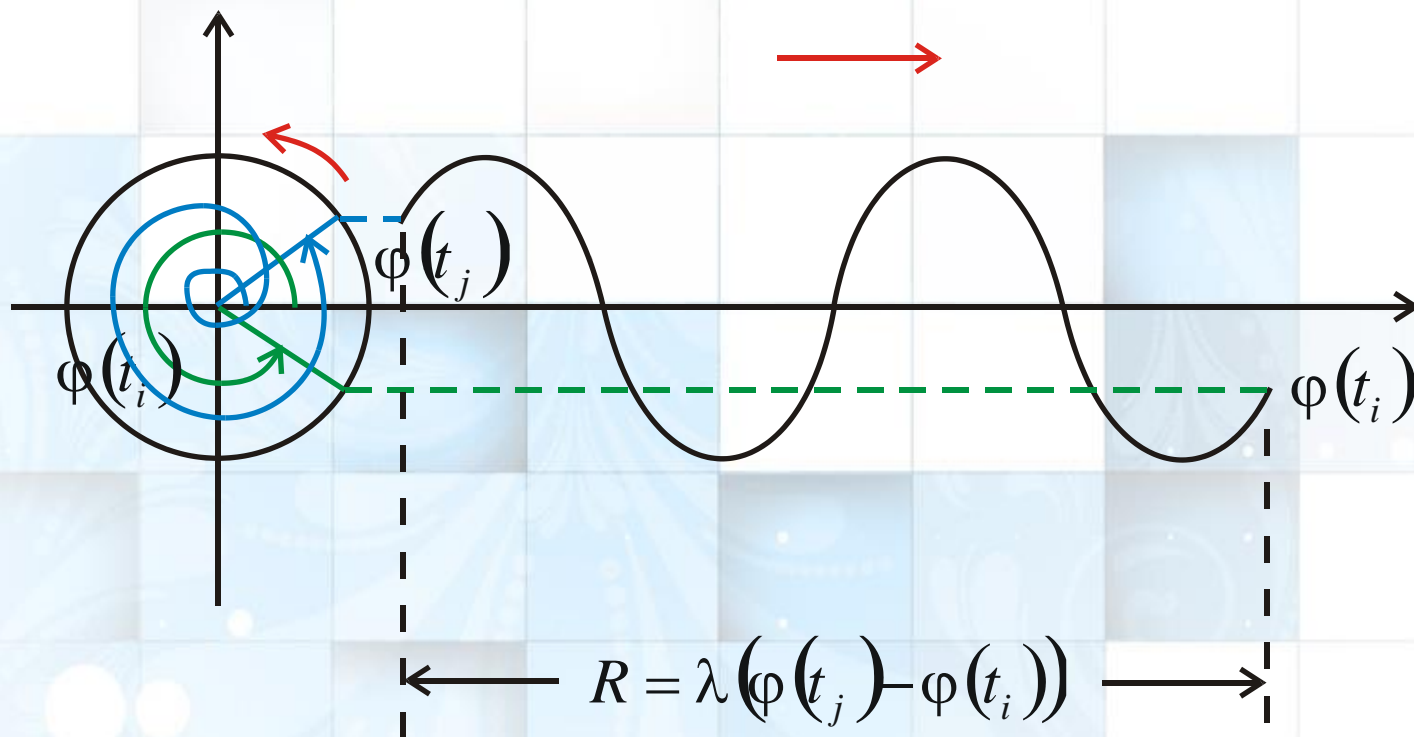
5.6 RTK



§ 5.4 载波相位测量



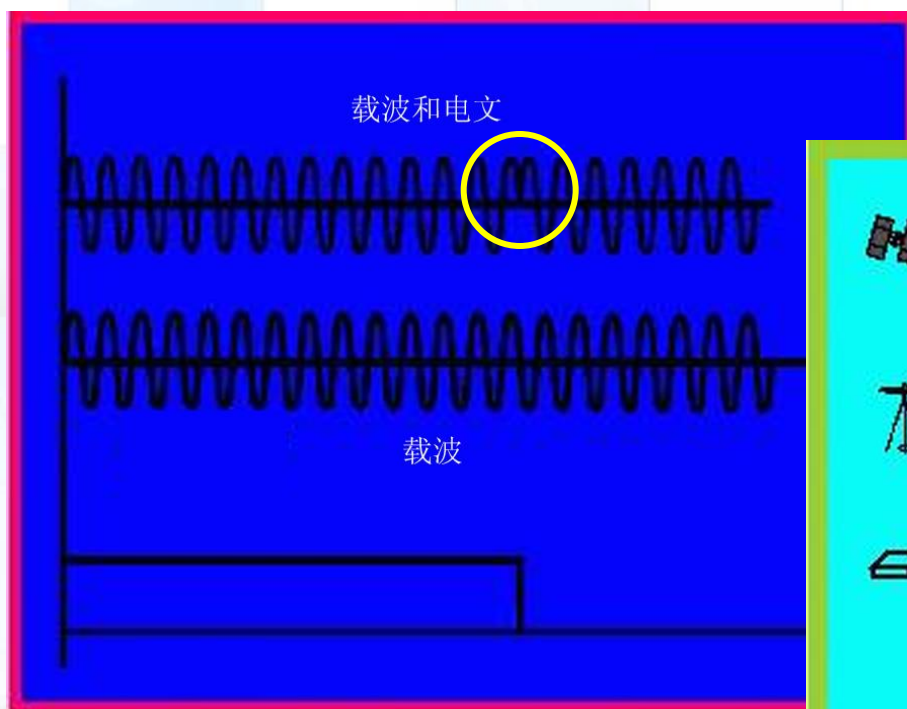
载波相位测量



重建载波

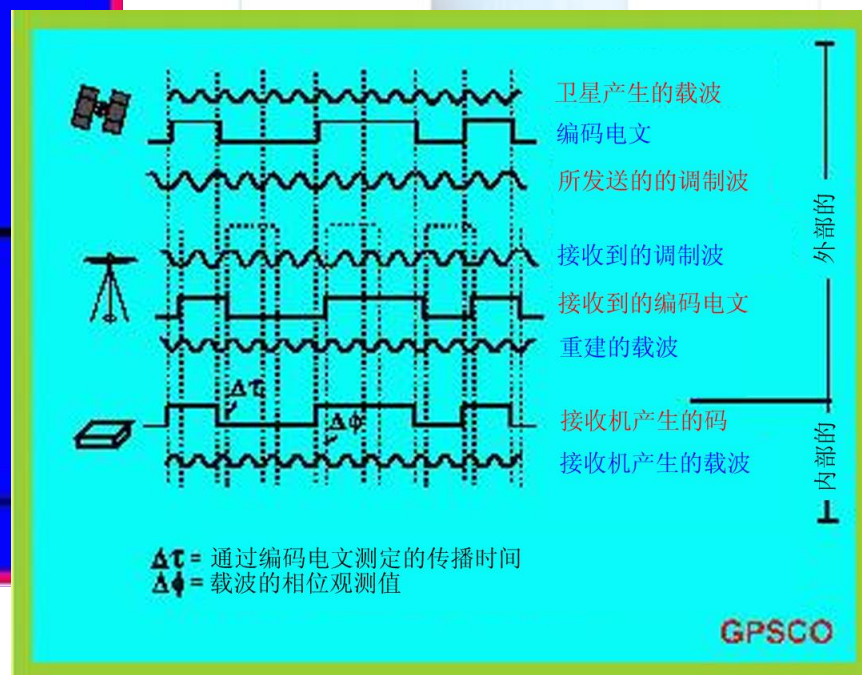
- 重建载波

- 将非连续的载波信号恢复成连续的载波信号。



载波调制了电文之后
变成了非连续的波

伪距测量与载波相位测量



重建载波

- 码相关法

- 方法

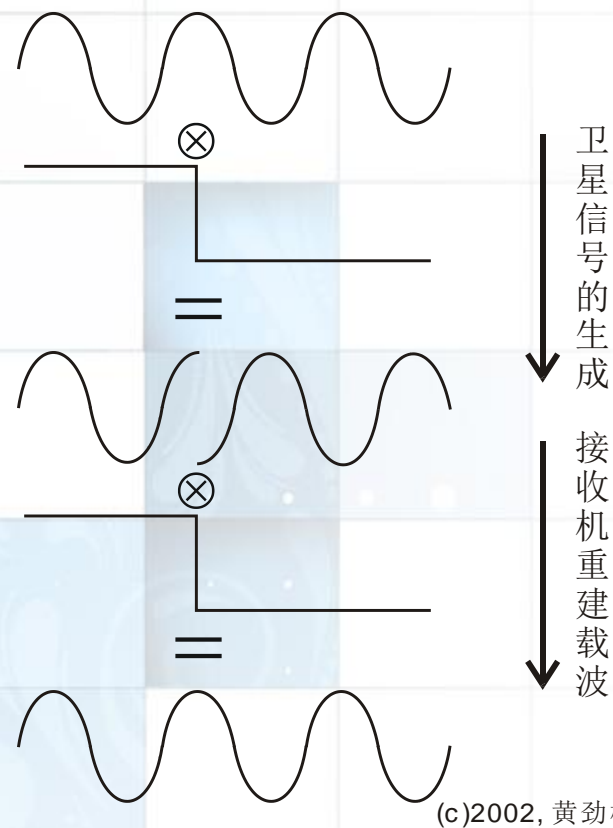
- 将所接收到的调制信号（卫星信号）与接收机产生的复制码相乘。

- 技术要点

- 卫星信号（弱）与接收机信号（强）相乘。

- 特点

- 限制：需要了解码的结构。
 - 优点：可获得导航电文，可获得全波长的载波，信号质量好（信噪比高）



重建载波

- 平方法

- 方法

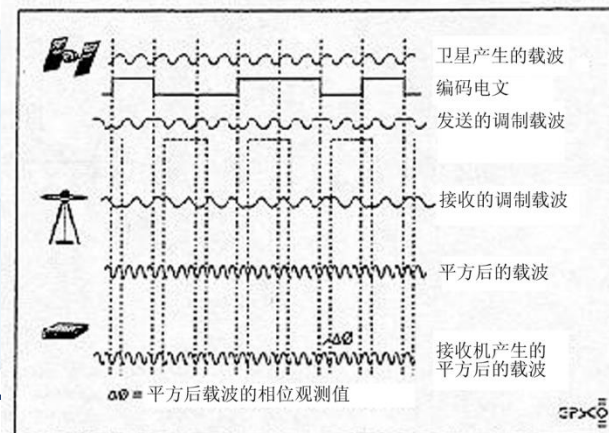
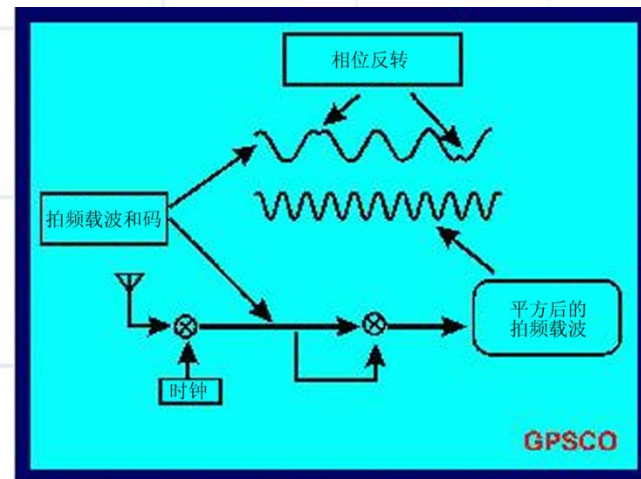
- 将所接收到的调制信号（卫星信号）自乘。

- 技术要点

- 卫星信号（弱）自乘。

- 特点

- 优点：无需了解码的结构
 - 缺点：无法获得导航电文，所获载波波长为原来波长的一半，信号质量较差（信噪比低，降低了30dB）



平方法



中国地质大学
UNIVERSITY OF GEOSCIENCES

重建载波

- 互相关（交叉相关）

- 方法

- 在不同频率的调制信号（卫星信号）进行相关处理，获取两个频率间的伪距差和相位差

$$R_{L2} = R_{L1,C/A} + (R_{L2,Y} - R_{L1,Y})$$

$$\Phi_{L2} = \Phi_{L1,C/A} + (\Phi_{L2} - \Phi_{L1})$$

- 技术要点

- 不同频率的卫星信号（弱）进行相关。

- 特点

- 优点：无需了解Y解码的结构，可获得导航电文，可获得全波波长的载波，信号质量较平方法好（信噪比降低了27dB）



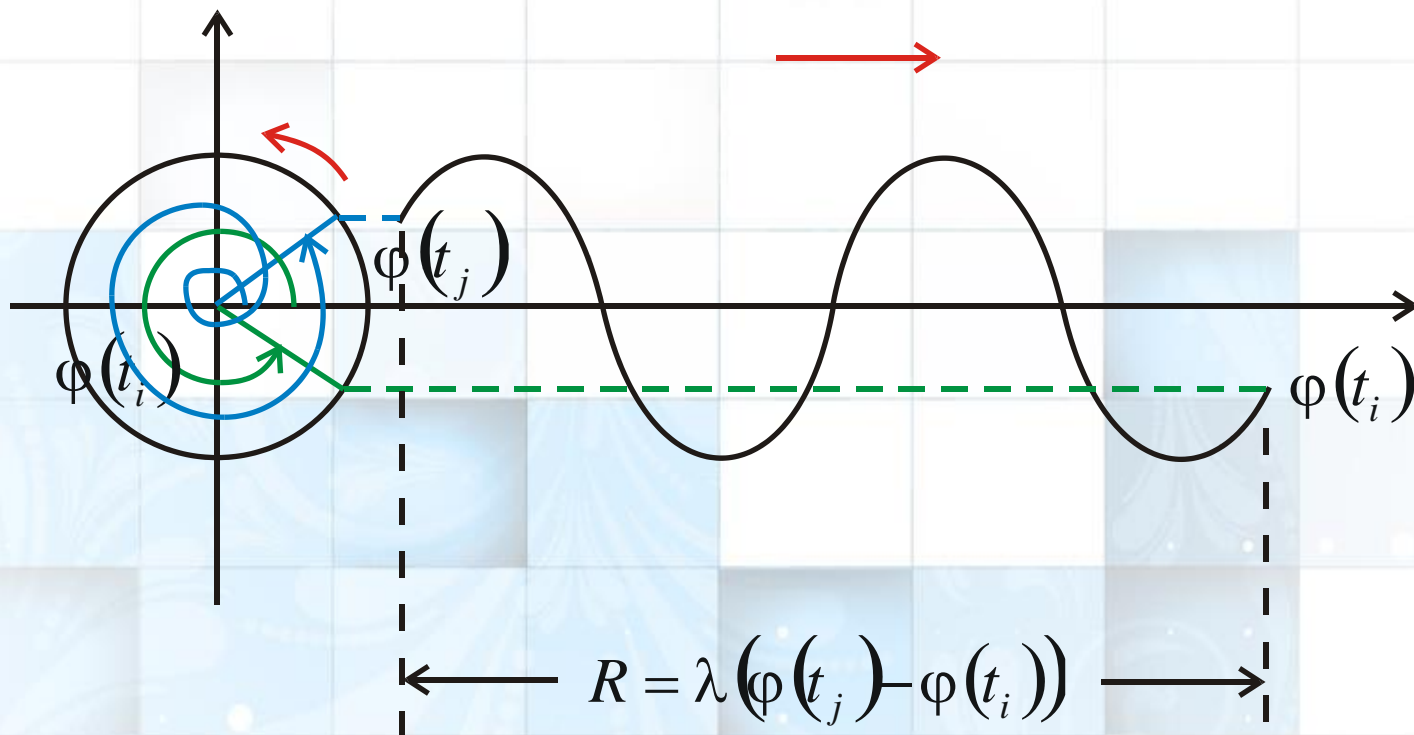
重建载波

- Z跟踪

- 方法：将卫星信号在一个W码码元内与接收机复制出的P码进行相关处理。
- 在一个W码码元内进行卫星信号（弱）与复制信号（强）进行相关。
- 特点
 - 优点：无需了解Y码结构，可测定双频伪距观测值，可获得导航电文，可获得全波波长的载波，信号质量较平方法好（信噪比降低了14dB）



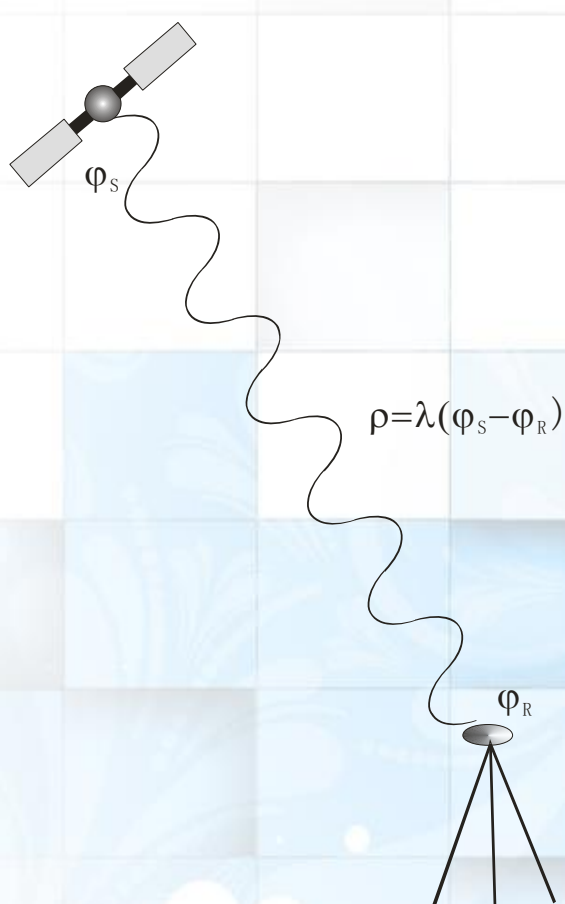
载波测距



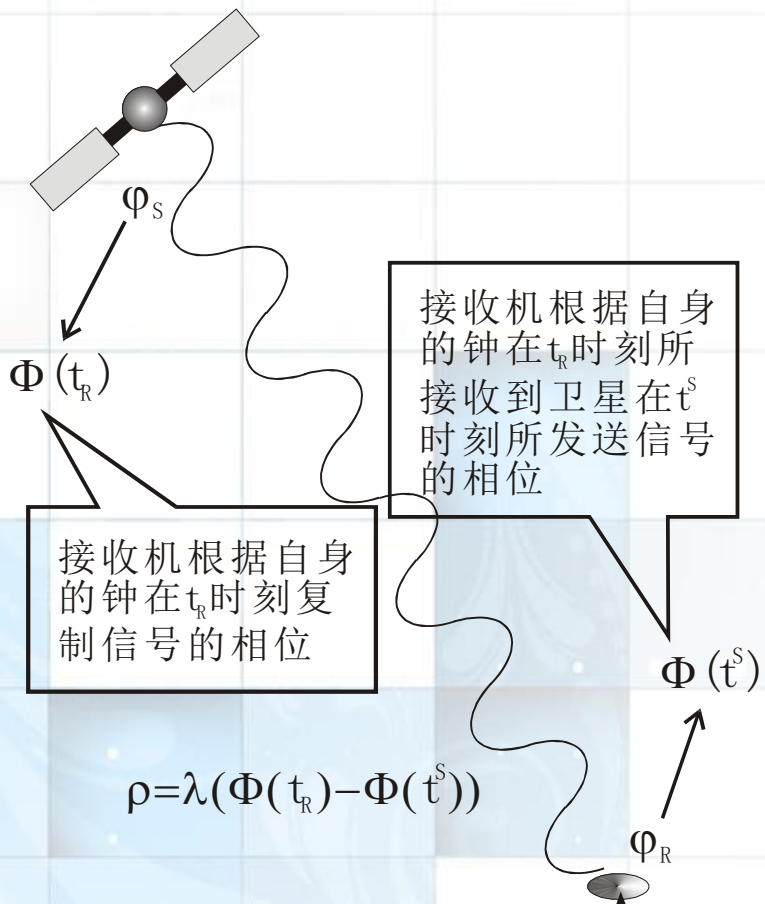
(c)2002, 黄劲松



载波相位基本原理



理想情况



实际情况



载波相位观测值

- 观测值
首次观测:

$$\varphi_0 = Fr(\varphi)_0$$

以后的观测:

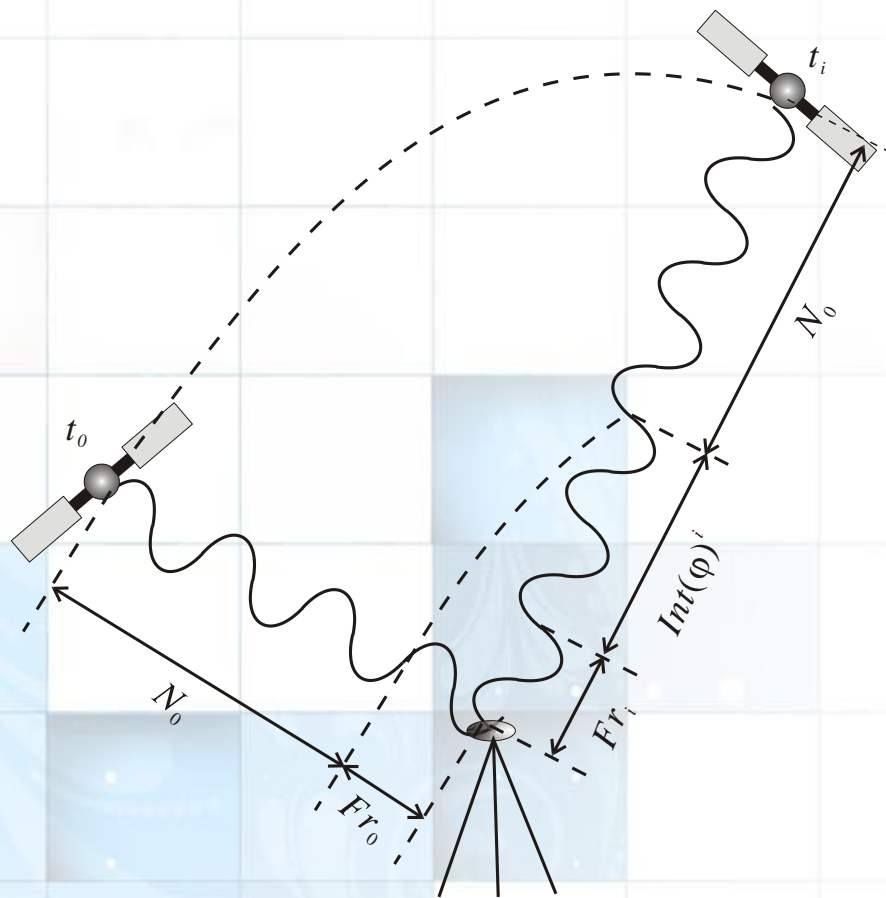
$$\varphi_i = Int(\varphi)_i + Fr(\varphi)_i$$

通常表示为:

$$\tilde{\varphi} = N_0 + Int(\varphi) + Fr(\varphi)$$

$Int(\varphi)$

- 整周计数
- 整周未知数 (整周模糊度)



N_0

载波相位观测值

载波相位测量的特点

- 优点
 - 精度高，测距精度可达0.1mm量级
- 难点
 - 整周未知数问题
 - 整周跳变问题



观测方程

原始形式:

$$\rho = (\varphi_i + N_i) \cdot \lambda_i + cV_{t_R} - cV_{t^S} + (V_{ion})_i + V_{trop}$$

$$\varphi_i \cdot \lambda_i = \rho - N_i \cdot \lambda_i - cV_{t_R} + cV_{t^S} - (V_{ion})_i - V_{trop}$$

线性化后:

$$\varphi_i \cdot \lambda$$

$$= \frac{X_0 - x_i}{(\rho_0)_i} dX + \frac{Y_0 - y_i}{(\rho_0)_i} dY + \frac{Z_0 + z_i}{(\rho_0)_i} dZ + (\rho_0)_i - N\lambda - cV_{t_R} + cV_{t^S} - (V_{ion})_i - V_{trop}$$

$$= -\frac{x_i - X_0}{(\rho_0)_i} dX - \frac{y_i - Y_0}{(\rho_0)_i} dY - \frac{z_i - Z_0}{(\rho_0)_i} dZ + (\rho_0)_i - N\lambda - cV_{t_R} + cV_{t^S} - (V_{ion})_i - V_{trop}$$

误差方程为:

$$v_i = -l_i dX - m_i dY - n_i dZ - N_i \lambda - cV_{t_R} + cV_{t^S} + L_i$$

其中:

$$L_i = (\rho_0)_i - \lambda \varphi_i - (V_{ion})_i - V_{trop}$$



$$\rho = \rho' + \delta\rho_1 + \delta\rho_2 + c\delta t_k - c\delta t^j$$

伪距定位方程：

$$\begin{aligned} & \left[(X_S^j - X)^2 + (Y_S^j - Y)^2 + (Z_S^j - Z)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - c\delta t_K \\ &= \rho'^j + \delta\rho_1^j + \delta\rho_2^j - c\delta t^j \end{aligned}$$

载波定位方程：

$$\varphi_i \cdot \lambda$$

$$\begin{aligned} &= \frac{X_0 - x_i}{(\rho_0)_i} dX + \frac{Y_0 - y_i}{(\rho_0)_i} dY + \frac{Z_0 - z_i}{(\rho_0)_i} dZ + (\rho_0)_i - N\lambda - cV_{t_R} + cV_{t^S} - (\rho_{ion})_i - \rho_{trop} \\ &= -\frac{x_i - X_0}{(\rho_0)_i} dX - \frac{y_i - Y_0}{(\rho_0)_i} dY - \frac{z_i - Z_0}{(\rho_0)_i} dZ + (\rho_0)_i - N\lambda - cV_{t_R} + cV_{t^S} - (\rho_{ion})_i - \rho_{trop} \end{aligned}$$

$$v_i = -l_i dX - m_i dY - n_i dZ - N_i \lambda - cV_{t_R} + cV_{t^S} + L_i$$

其中：

$$L_i = (\rho_0)_i - \lambda\varphi_i - (\rho_{ion})_i - \rho_{trop}$$



载波相位观测值

- 观测值
首次观测:

$$\varphi_0 = Fr(\varphi)_0$$

以后的观测:

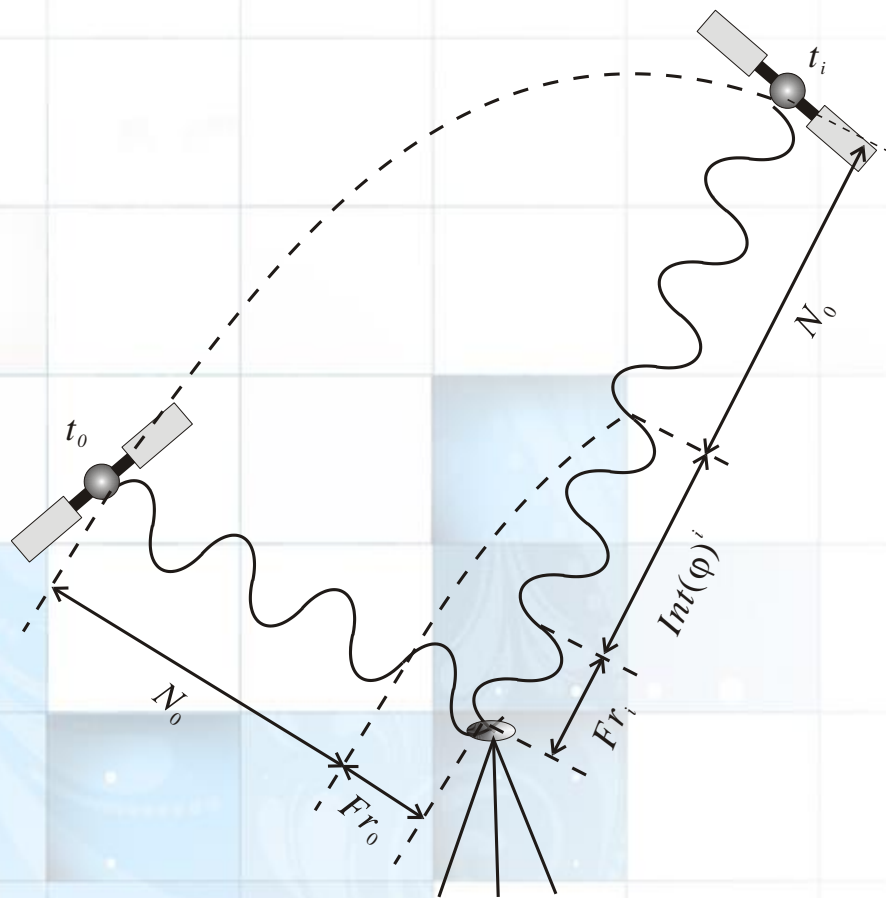
$$\varphi_i = Int(\varphi)_i + Fr(\varphi)_i$$

通常表示为:

$$\tilde{\varphi} = N_0 + Int(\varphi) + Fr(\varphi)$$

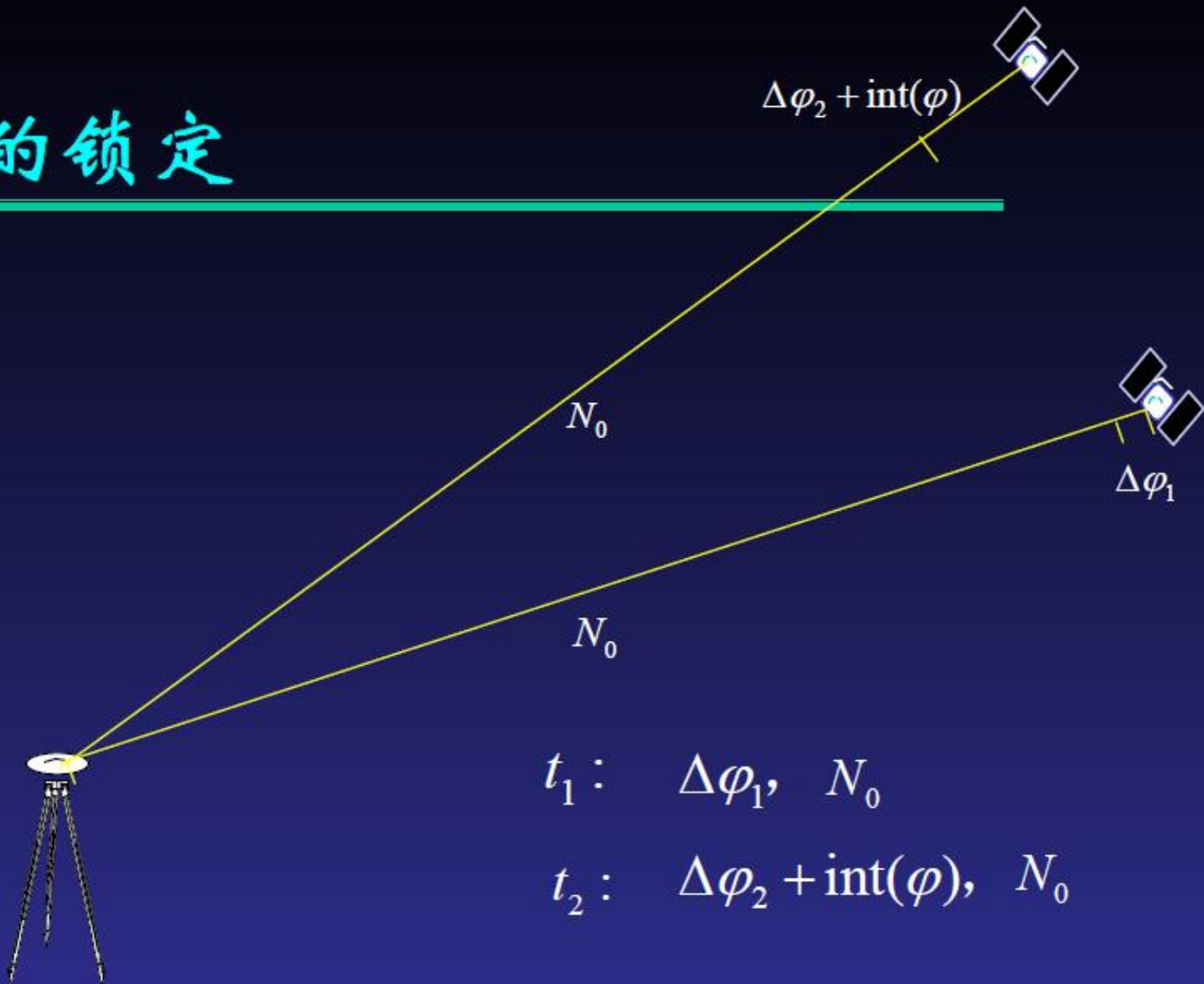
$Int(\varphi)$

- 整周计数
- 整周未知数 (整周模糊度)



N_0 载波相位观测值

卫星的锁定

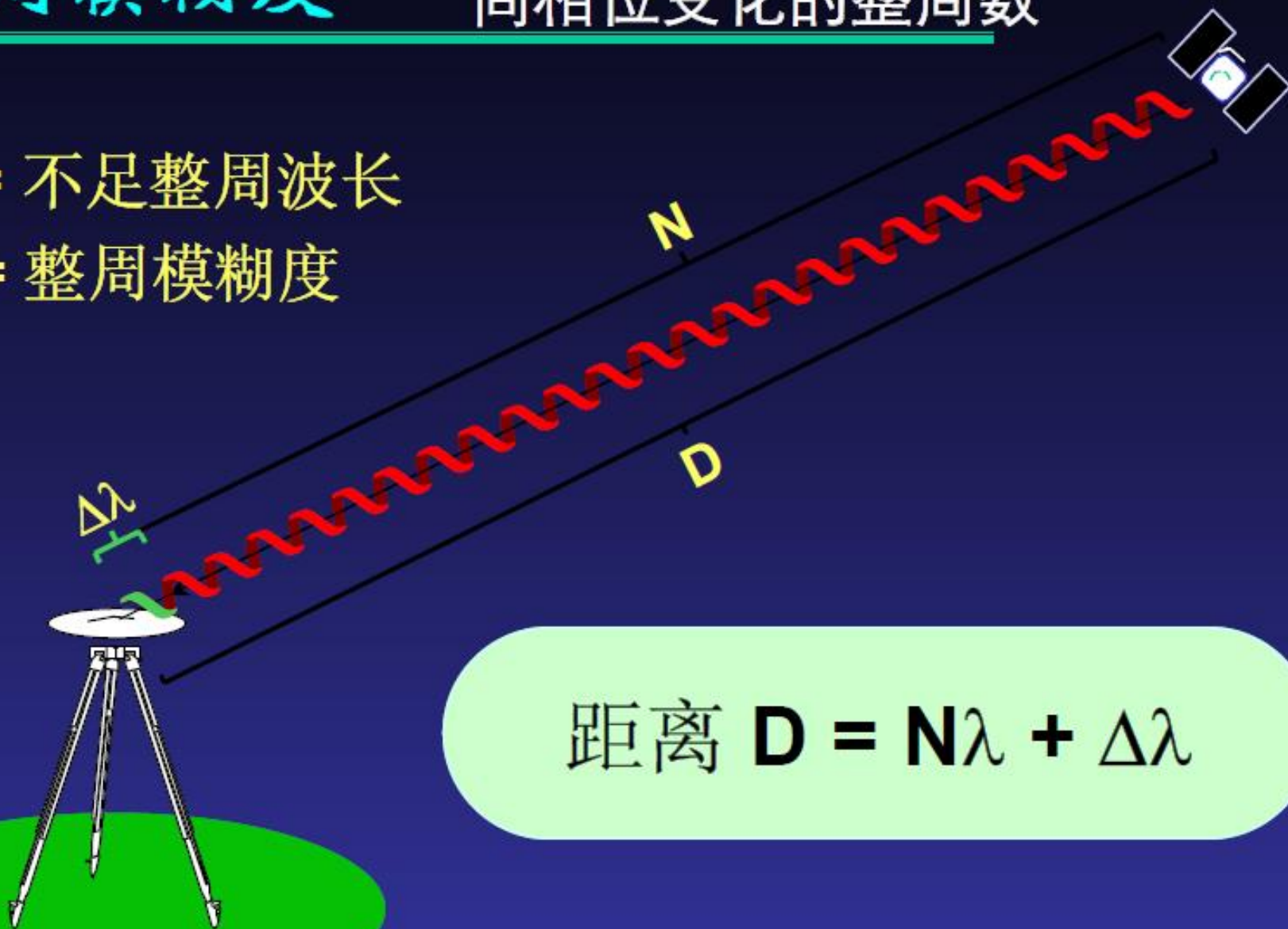


整周模糊度

◆ 载波在卫星到接收机间相位变化的整周数

$\Delta\lambda$ = 不足整周波长

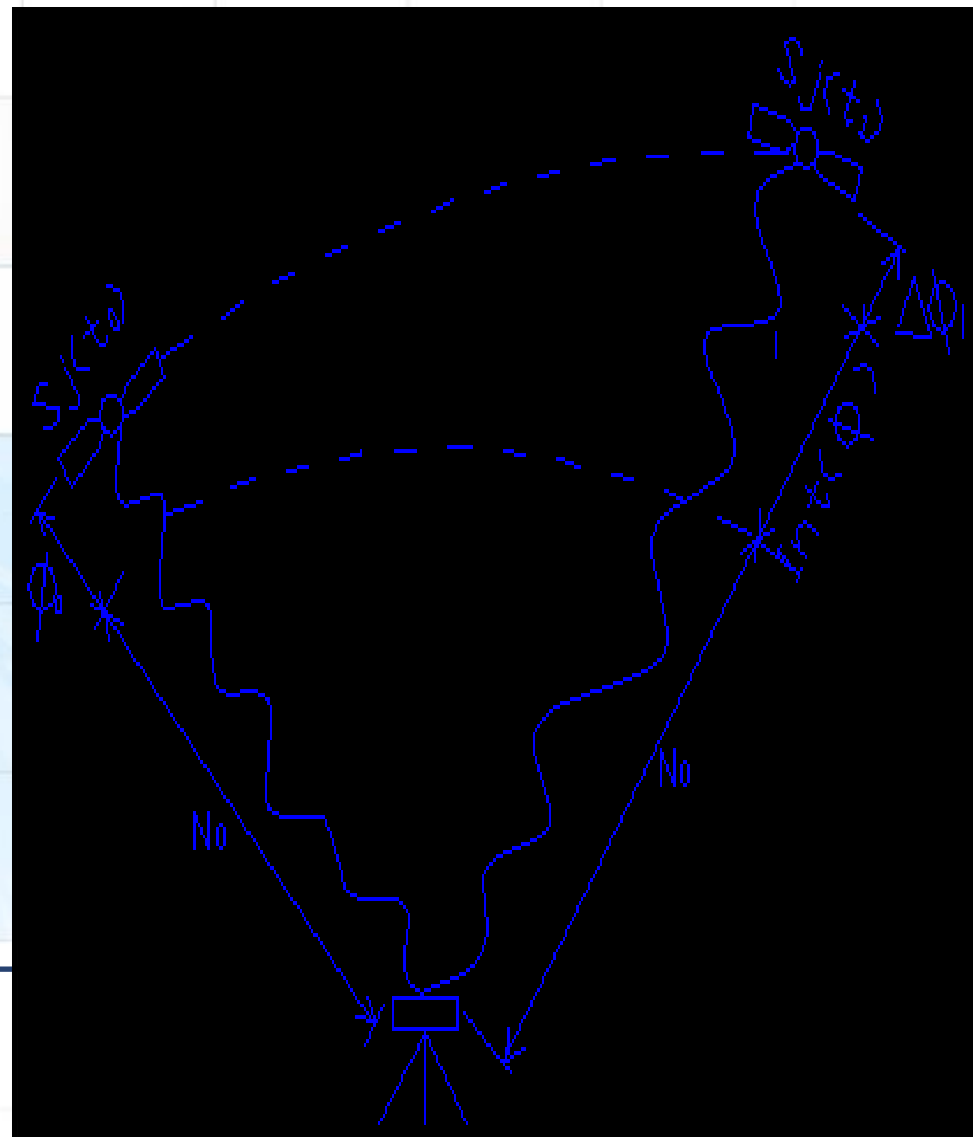
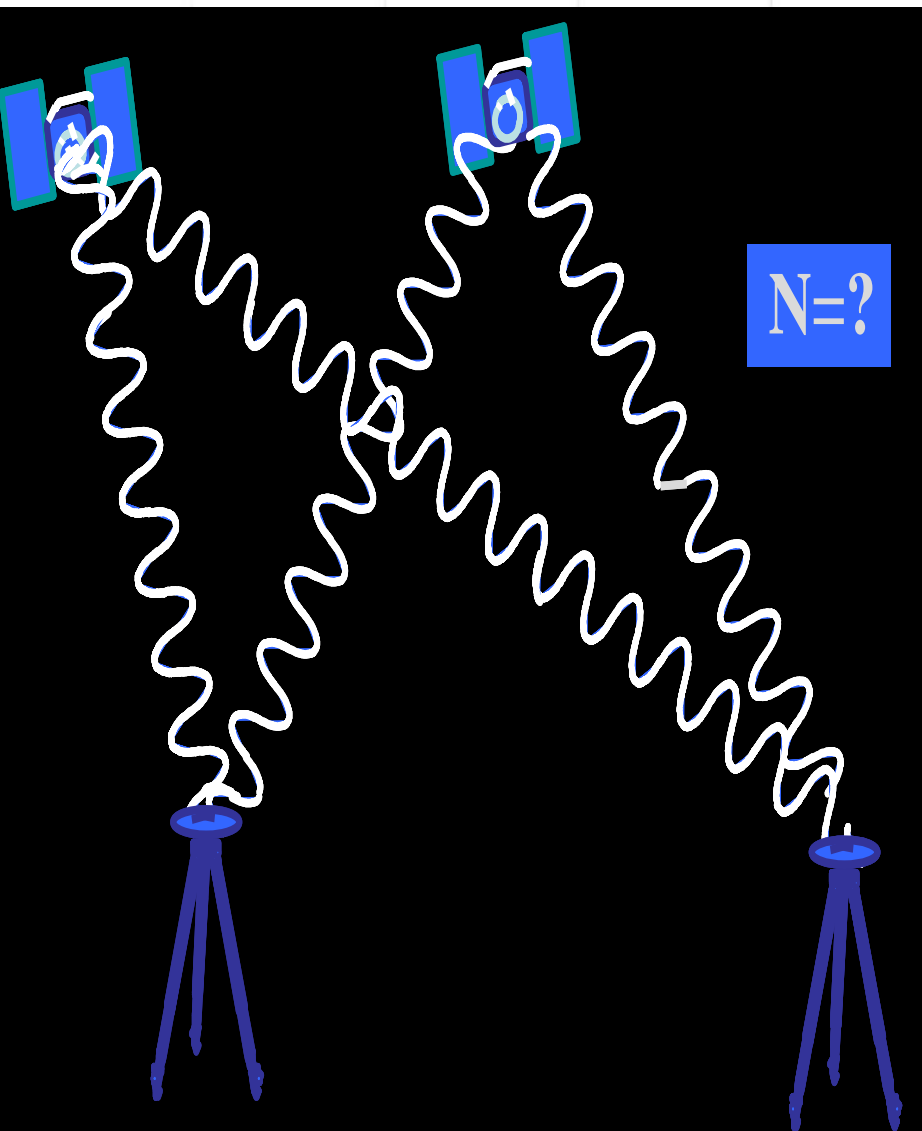
N = 整周模糊度



$$\text{距离 } D = N\lambda + \Delta\lambda$$

整周未知数 N_0 的确定:

1. 作为未知数解算; 2. 用伪距值计算。



整周模糊度的解算方法

- ◆ 伪距法
- ◆ 三差法
- ◆ 参数法

1) 伪距法

◆ 伪距观测方程

$$p = \rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop}$$

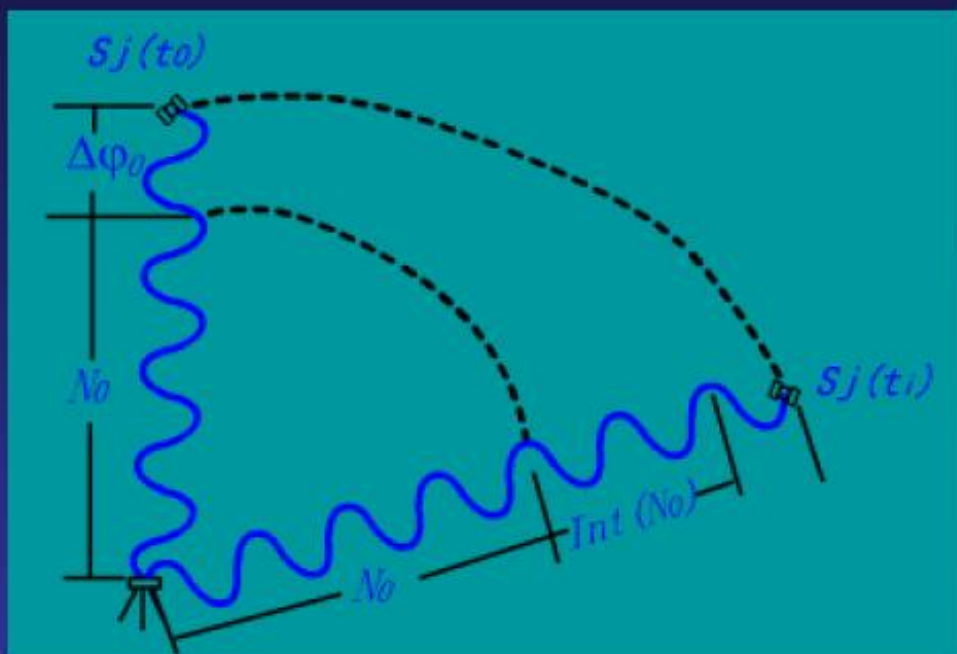
◆ 载波相位观测方程

$$\lambda\Phi + \lambda N = \rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop}$$

2) 三差法

$$\varphi_{AB}^{jk}(t_2) - \varphi_{AB}^{jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^{jk}(t_1)]$$

- ◆ 观测值进行组合，削去了整周模糊度
- ◆ 三差：接收机间、卫星间、历元间求差



3) 参数法

◆将整周模糊度作为一个参数，引入到观测方程中，和坐标未知数一起求解。

$$\lambda \cdot \Phi + \lambda N = \rho + c(dt - dT) + d_{ion} + d_{trop}$$

$$Y = AX + BN + \varepsilon$$

$$\min_{X,N} \|Y - AX_C - BX_N\|_{Q_Y^{-1}}^2$$

$$X_C \in R \quad X_N \in Z$$

参数法的一般步骤

- ◆ 第一步是获得实数解（浮点解）

$$Y = AX_C + BX_N + \varepsilon \quad \hat{X}_C \quad \hat{X}_N \quad Q_{\hat{X}_{NN}}$$

- ◆ 第二步是通过搜索找到满足下列关系的模糊度参数的整数值

$$\Omega'' = (\hat{X}_N - N)^T Q_{\hat{X}_{NN}}^{-1} (\hat{X}_N - N) = \min$$

- ◆ 第三步获得位置向量的整数解（固定解）

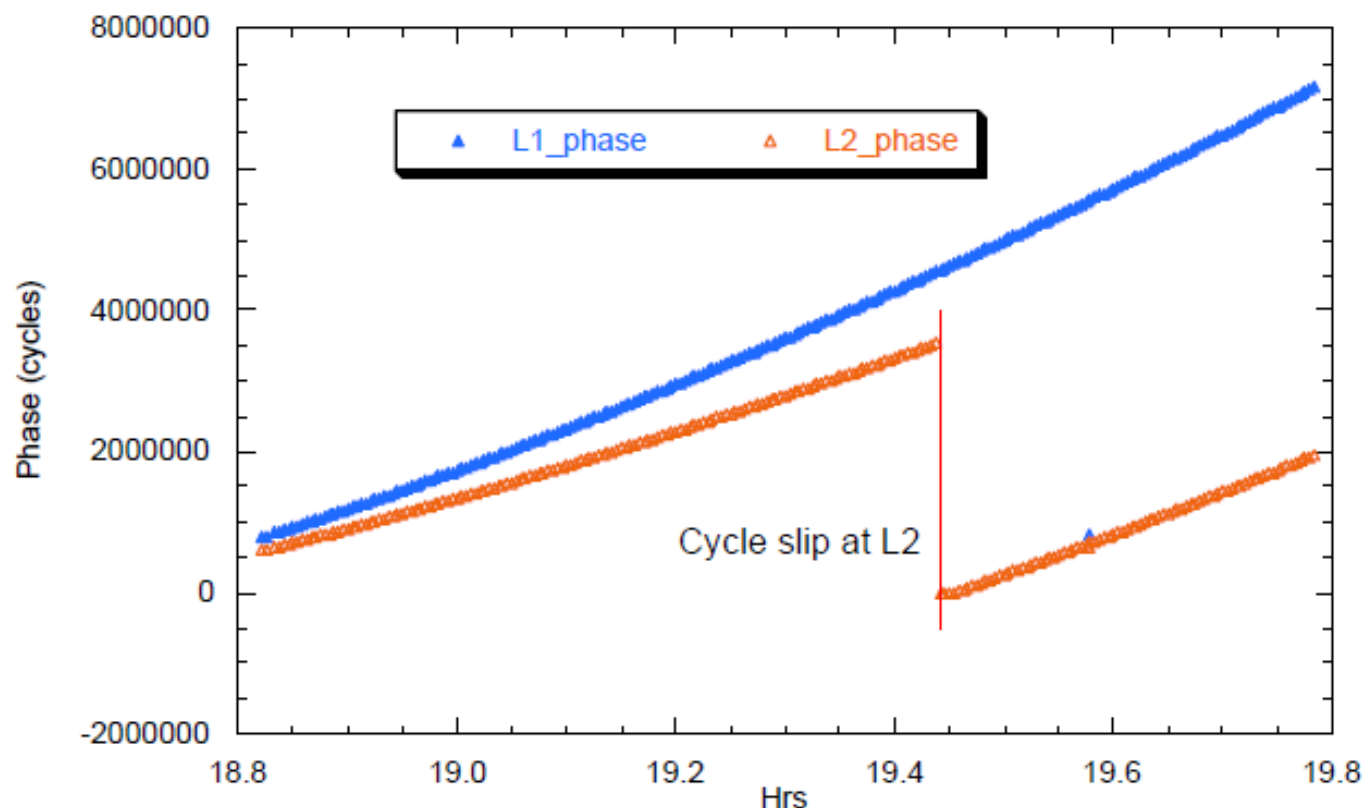
$$\check{X}_C = \hat{X}_C \Big|_N = \hat{X}_C - Q_{\hat{X}_{CN}} Q_{\hat{X}_{NN}}^{-1} (N - \hat{X}_N)$$

现有的主要解算方法

- ◆ FARA法 (Fast Ambiguity Resolution Approach, Frei和Beutler,1990) ;
- ◆ Cholesky分解法 (Landau和Euler, 1992) ;
- ◆ Least Squares Ambiguity Search Technique (Hatch, 1990) ;
- ◆ FASF法 (Fast Ambiguity Search Filter, Chen, 1993) ;
- ◆ LAMBDA方法 (Least-squares AMBiguity Decorrelation Adjustment, Teunissen, 1994)

周跳

◆定义——由于卫星信号失锁而使载波相位差观测值中的整周计数发生突变。



来源、影响及解决

◆周跳的来源：信号的暂时中断

卫星信号的信噪比过低

接收机软件发生故障

◆周跳的性质：相当于在观测之中引入了一个粗差

◆周跳的解决：需要在平差之前数据预处理阶段，诊断并找出周跳位置，对周跳进行修正。即周跳的探测与修复。

1.高次差法

观测历元	原始相位观测值	1次差	2次差	3次差	4次差
	475833.2251				
	487441.9784	11608.7531	399.8410		
t_1	499450.5455	12008.5671	402.3212	2.5072	-0.5795
t_2	511861.4338	12410.8883	404.2489	1.9277	0.9639
t_3	524676.5710	12815.1372	407.1405	2.8916	-0.2721
t_4	537898.84847	13222.2777	409.7600	2.6195	-0.4219
t_5	551530.8864	13632.0377	411.8576	2.1976	
t_6	565574.8817	14043.9953			

t_7

t_8



1.高次差法

观测历元	原始相位观测值	1次差	2次差	3次差	4次差
	475833.2251				
	487441.9784	11608.7531	399.8410		
t_1	499450.5455	12008.5671	402.3212	2.5072	100.5795
t_2	511861.4338	12410.8883	304.2489	-98.0723	300.9639
t_3	524576.5710	12715.1372	507.1405	202.8916	300.2721
t_4	537798.8487	13222.2777	409.7600	-97.3805	99.5781
t_5	551430.8864	13632.0377	411.8576	2.1976	
t_6	565474.8817	14043.9953			

t_7

t_8



2.三差法

$$\varphi_{AB}^{jk}(t_2) - \varphi_{AB}^{jk}(t_1) = \frac{1}{\lambda} [\rho_{AB}^{jk}(t_2) - \rho_{AB}^{jk}(t_1)]$$

- 消除了整周未知数、接收机钟差、卫星星历误差、大气折射误差等影响；
- 对于在卫星间求差的双差观测值，可检查该历元求差的基星与其他卫星组成的三差，若其是正常的，则可认为周跳发生在非基星的那颗卫星的单差观测值上。



3.双频电离层残差法

由载波 L_1 和 L_2 的载波相位观测方程构造电离层残差检测量

$$\varphi_L = \varphi_{L_1} - \frac{f_1}{f_2} \varphi_{L_2} = -(N_{L_1} - \frac{f_1}{f_2} N_{L_2}) + \Delta_{ion}$$



若 L_1 和 L_2 的周跳分别为 ΔN_{L_1} 和 ΔN_{L_2} ，则有

$$\Delta\varphi_L = -\Delta N_{L_1} + \frac{f_1}{f_2} N_{L_2} + \Delta_{ion}(t+1) - \Delta_{ion}(t)$$

忽略电离层残差可得

$$\Delta\varphi_L = -\Delta N_{L_1} + \frac{f_1}{f_2} N_{L_2} = \frac{77}{60} N_{L_2} - \Delta N_{L_1} = \Delta N$$

在电离层比较稳定，采样率高且没有周跳存在的情况下，历元间电离层残差检测量的变化值在 $\Delta\varphi_L$ 零附近波动。但当有周跳存在时， $\Delta\varphi_L$ 的值就会有跳变。



5.5 GPS相对定位

- 相对定位

确定同步跟踪相同的GPS信号的若干台接收机之间的相对位置的方法。



优点：可以消除许多相同或相近的误差（如卫星钟、卫星星历、卫星信号传播误差等），定位精度较高。

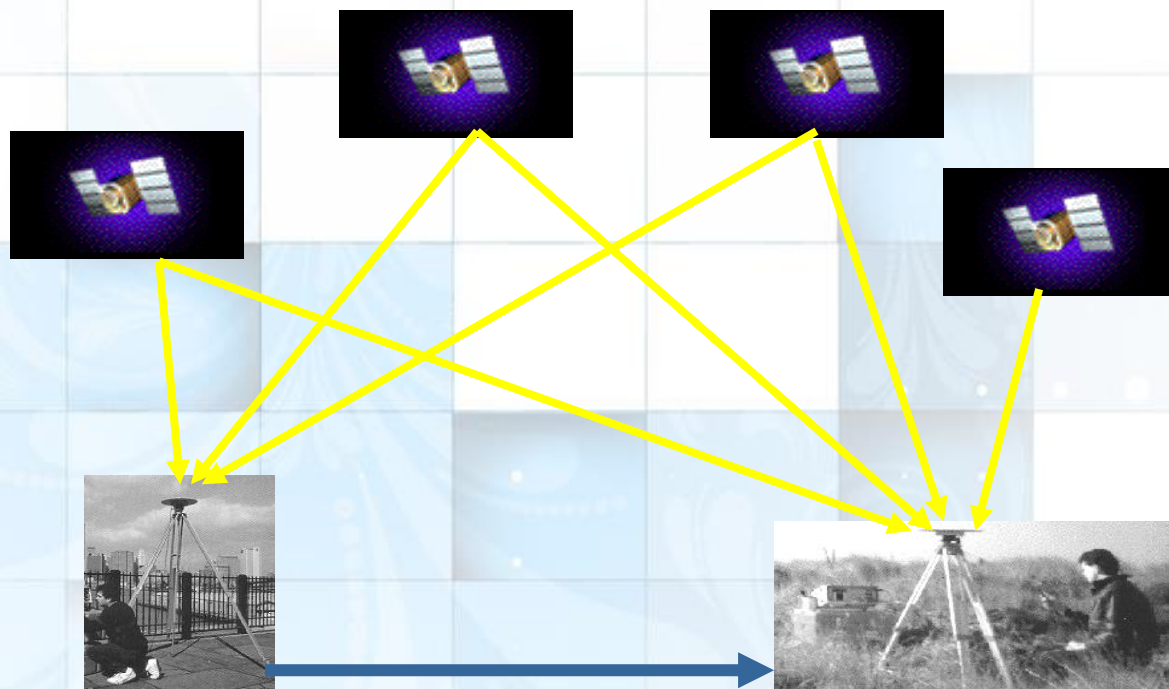
缺点是外业组织实施较为困难，数据处理更为烦琐。

应用：在大地测量、工程测量、地壳形变监测等精密定位领域内



静态相对定位差分模型

- 单差
- 双差
- 三差



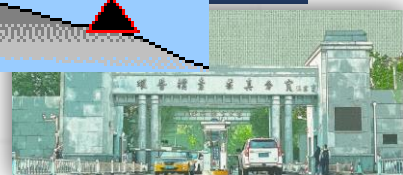
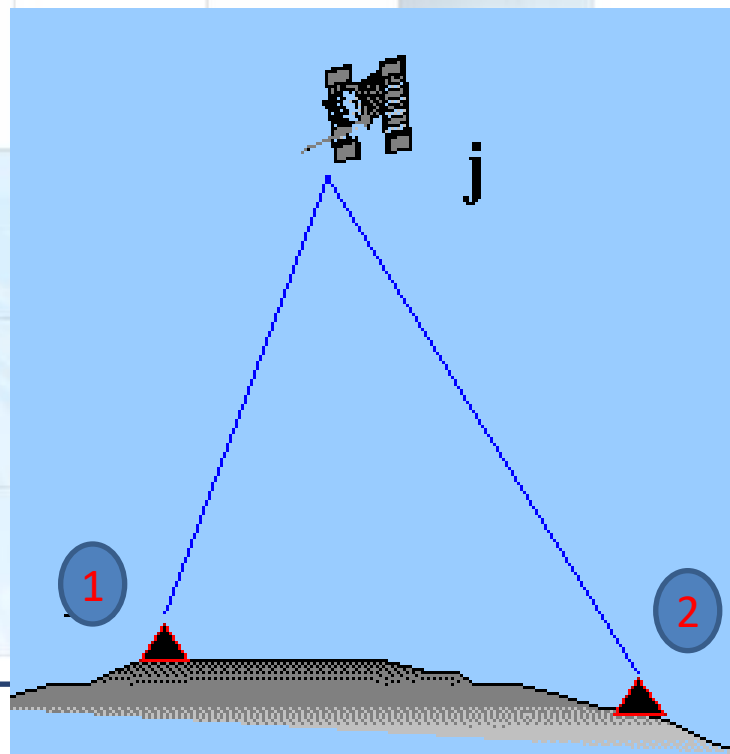
单差 (Single-Difference-SD)

单差 (SD) 即
不同观测站,
同步观测相同
卫星所得观测
量之差

$$SD_{12}^j(t_i) = \Phi_2^j(t_i) - \Phi_1^j(t_i)$$

站间单差:

- 消除了与卫星有关的误差: 如卫星钟差
- 站间距不大时可消除大部分大气误差
- 最基本的线性组合方式



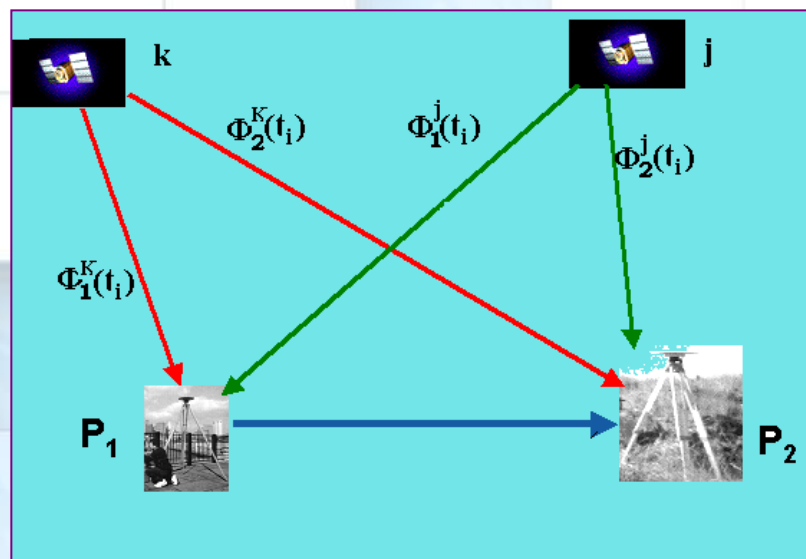
双差 (Double-Difference-DD)

星间二次差

$$DD_{12}^{kj}(t_i) = SD_{12}^j(t_i) - SD_{12}^k(t_i) = \Phi_2^j(t_i) - \Phi_1^j(t_i) - \Phi_2^k(t_i) + \Phi_1^k(t_i)$$

- 双差 (DD) 即不同观测站，同步观测同一组卫星，所得单差之差
- 在一次差的基础进一步消除了与接收机有关的载波相位及其钟差项

➤ GPS基线向量处理时常用的模型



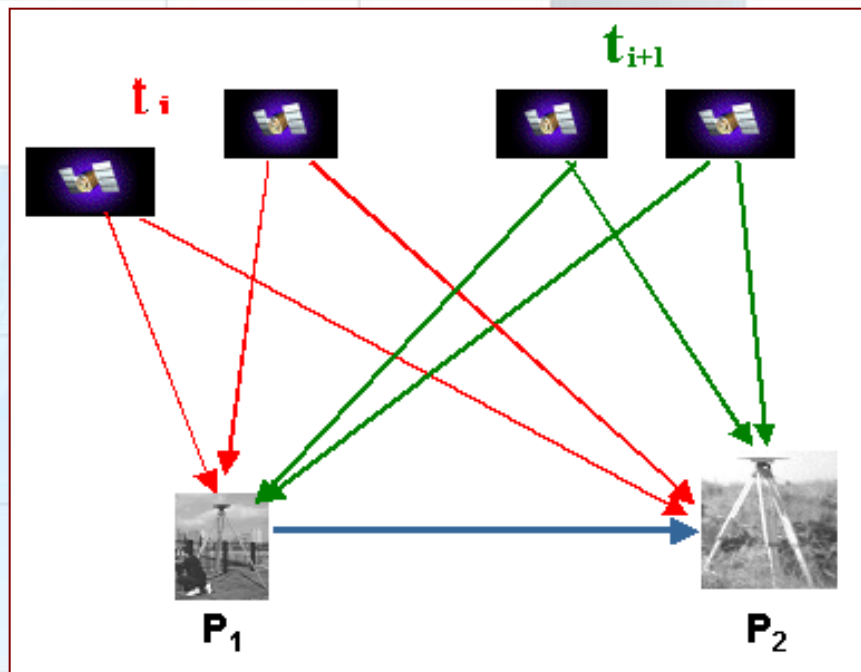
三差 (Triple-Difference-TD)

历元间差分

$$TD_{12}^{kj}(t_i, t_{i+1}) = DD_{12}^{kj}(t_{i+1}) - DD_{12}^{kj}(t_i)$$

➤三差 (TD) 即于不同历元, 同步观测同一组卫星, 所得观测量的双差之差

➤在双差的基础上进一步消除了: 初始整周模糊度



GPS相对定位

- 静态相对定位：两台接收机保持静止
对于单差、双差和三差模型，基本要求同步观测4颗以上卫星，至少两个历元；

- 动态相对定位：基准站接收机静止
流动站接收机移动
三差模型在动态定位少用

静态初始化：模糊度固定为整数，得到固定解

动态初始化：OTF

