

Основы электротехники

Домашнее задание №1

Расчёт цепей постоянного тока

Группа *P3331*

Вариант *062*

Выполнил: *Дворкин Борис Александрович*

Дата сдачи: *14.10.2024*

Контрольный срок сдачи: 04.12.2024

Количество баллов:

Содержание

Цель работы	2
Дано (ч1-3)	2
Исходные параметры элементов цепи	2
Схема электрической цепи	2
Часть 1	3
1.1 Найти	3
1.2 Решение	3
1.3 Ответ	4
Часть 2	5
2.1 Найти	5
2.2 Решение	5
2.3 Ответ	7
Часть 3	8
3.1 Найти	8
3.2 Решение	8
3.3 Ответ	10
Часть 4	10
4.1 Дано	10
4.2 Найти	10
4.3 Решение	10
4.4 Ответ	11

Цель работы

Рассчитать значения всех неизвестных токов в цепи, используя:

1. Законы **Кирхгофа**.
2. Метод узловых напряжений (**МУН**).

А также:

3. Рассчитать ток любой ветви, содержащей источник ЭДС, методом эквивалентных преобразований (**МЭП**).
4. Определить **напряжение**, приложенное к источнику тока. Определить **мощность** всех источников энергии, всех резистивных элементов, суммарную мощность источников цепи и суммарную мощность потребителей цепи.

Дано (ч1-3)

Исходные параметры элементов цепи

Параметры источников: $J_6 = 1,95 \text{ A}$, $E_5 = 7 \text{ В}$, $E_2 = 34,5 \text{ В}$

Параметры резисторов: $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 7 \Omega$, $R_4 = 2 \Omega$, $R_5 = 7 \Omega$

Схема электрической цепи

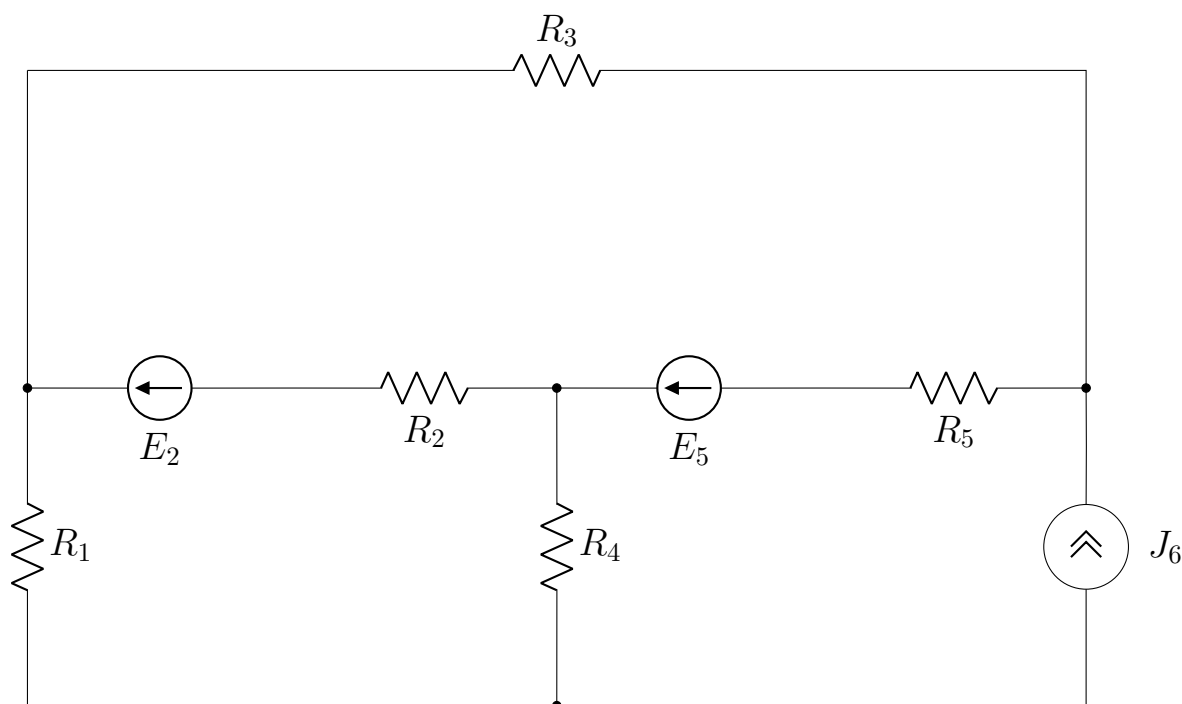


Рис. 1: Исходная электрическая схема с обозначениями элементов

Часть 1

Расчёт значения всех неизвестных токов в представленной на рисунке 1 цепи с помощью Законов Кирхгофа.

1.1 Найти

Все неизвестные токи в цепи: $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 = ?$
(Используя только I и II законы Кирхгофа)

1.2 Решение

1. Определение топологии цепи:

$$p^* = 6 \text{ (общее количество ветвей),}$$

$$p_{\text{ит}} = 1 \text{ (количество ветвей с источниками тока),}$$

$$p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5 \text{ (количество неизвестных токов),}$$

$$q = 4 \text{ (количество узлов),}$$

$$n = p - (q - 1) = 5 - (4 - 1) = 2 \text{ (количество независимых контуров),}$$

$$m_I = q - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ (количество уравнений по ЗКИ),}$$

$$m_{II} = n = 2 \text{ (количество уравнений по ЗКП).}$$

2. Произвольно обозначим p неизвестных токов, q узлов и n независимых контуров. В любом месте ветви обозначим стрелки и имена искомых токов. В узлах поставим порядковый номер (арабская цифра), обведённый окружностью. Для выбранных контуров укажем направление их обхода, и внутри контура укажем порядковый номер (римская цифра), обведённый окружностью.

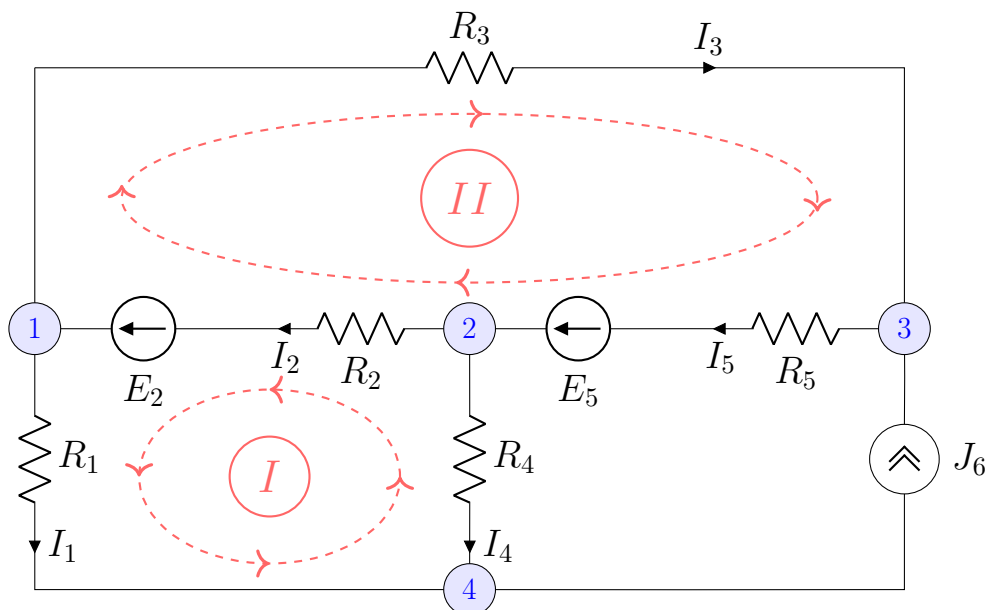


Рис. 2: Схема электрической цепи с контурами, узлами и токами

3. Составим систему из m_I уравнений по ЗКІ и m_{II} уравнений по ЗКІІ:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{ЗК1:} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_2 - I_1 - I_3 = 0, \quad \text{для узла 1,} \\ I_5 - I_4 - I_2 = 0, \quad \text{для узла 2,} \\ I_3 - I_5 = -J_6, \quad \text{для узла 3,} \end{array} \right. \\ \text{ЗК2:} \quad \left\{ \begin{array}{l} I_2 R_2 + I_1 R_1 - I_4 R_4 = E_2, \quad \text{для контура I,} \\ I_3 R_3 + I_5 R_5 + I_2 R_2 = E_5 + E_2, \quad \text{для контура II.} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

4. Представим в матричной форме $A \cdot X = F$:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ R_1 & R_2 & 0 & -R_4 & 0 \\ 0 & R_2 & R_3 & 0 & R_5 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -J_6 \\ E_2 \\ E_5 + E_2 \end{bmatrix}$$

5. Подставим численные значения:

$$\begin{bmatrix} -1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 8 & 6 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 6 & 7 & 0 & 7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1,95 \\ 34,5 \\ 41,5 \end{bmatrix}$$

6. Решим систему уравнений:

$$X = \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \end{pmatrix} = A^{-1} \cdot F = \begin{pmatrix} 2.116 \\ 2.874 \\ 0.758 \\ -0.166 \\ 2.708 \end{pmatrix}$$

1.3 Ответ

Рассчитанные значения неизвестных токов в цепи:

$$I_1 = 2.116 \text{ A}, \quad I_2 = 2.874 \text{ A}, \quad I_3 = 0.758 \text{ A}, \quad I_4 = -0.166 \text{ A}, \quad I_5 = 2.708 \text{ A}.$$

Все токи найдены с использованием I и II законов Кирхгофа.

Часть 2

Расчёт значения всех неизвестных токов в представленной на рисунке 1 цепи с помощью метода узловых напряжений (МУН).

2.1 Найти

Все неизвестные токи в цепи: $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5 = ?$

(Используя только метод узловых напряжений)

2.2 Решение

1. Определение топологии цепи:

$$p^* = 6 \text{ (общее количество ветвей),}$$

$$p_{\text{ит}} = 1 \text{ (количество ветвей с источниками тока),}$$

$$p = p^* - p_{\text{ит}} = 6 - 1 = 5 \text{ (количество неизвестных токов),}$$

$$q = 4 \text{ (количество узлов),}$$

$$l = q - 1 = 4 - 1 = 3 \text{ (количество узловых напряжений)}$$

2. Произвольно обозначим p неизвестных токов и l узловых напряжений, где узел с номером "0"— заземлённый. От оставшихся незаземленных узлов направляем узловые напряжения к заземленному узлу:

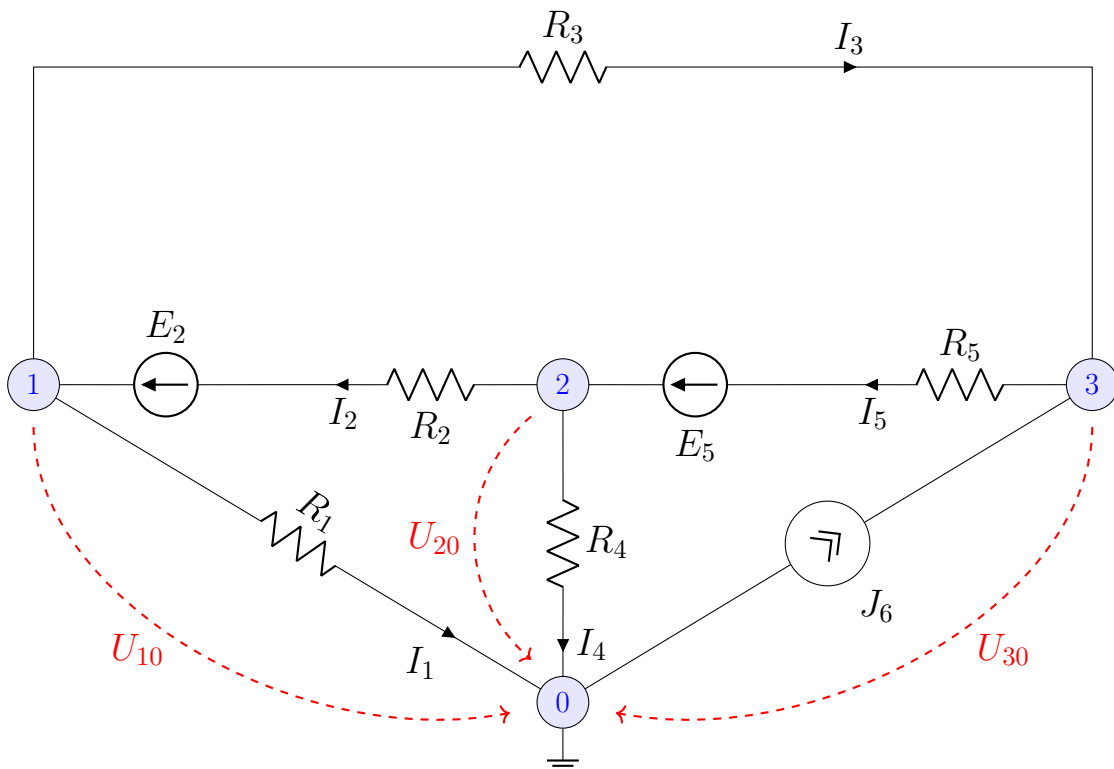


Рис. 3: Схема электрической цепи с узлами, узловыми напряжениями и токами

3. Составим систему уравнений на основе узловых напряжений. Для этого используем проводимости всех ветвей, за исключением ветвей с источниками тока. Собственные проводимости узлов — это сумма проводимостей всех ветвей, сходящихся в данный узел. В правой части уравнений находятся «узловые токи», которые включают алгебраическую сумму токов и источников энергии, действующих в ветвях узла.

$$\begin{cases} g_{11}U_{10} - g_{12}U_{20} - g_{13}U_{30} = J_{11}, \\ -g_{21}U_{10} + g_{22}U_{20} - g_{23}U_{30} = J_{22}, \\ -g_{31}U_{10} - g_{32}U_{20} + g_{33}U_{30} = J_{33}. \end{cases}$$

где $g_{km} = g_{mk}$ ($k = 1 \dots l$, $m = 1 \dots l$, $k \neq m$) — общие проводимости, которые являются суммой проводимостей всех ветвей, расположенных между узлами k и m (кроме проводимости ветвей с источником тока). g_{kk} — собственные проводимости, которые представляют собой сумму проводимостей всех ветвей, сходящихся в узле k (кроме ветвей с источником тока). J_{kk} — это узловые токи, обусловленные наличием источников энергии в узлах.

4. Запишем систему уравнений с подстановкой проводимостей и ЭДС:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) U_{10} - \left(\frac{1}{R_2}\right) U_{20} - \left(\frac{1}{R_3}\right) U_{30} = -\frac{E_2}{R_2}, \\ -\left(\frac{1}{R_2}\right) U_{10} + \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5}\right) U_{20} - \left(\frac{1}{R_5}\right) U_{30} = -\frac{E_2}{R_2} + \frac{E_5}{R_5}, \\ -\left(\frac{1}{R_3}\right) U_{10} - \left(\frac{1}{R_5}\right) U_{20} + \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_5}\right) U_{30} = -\frac{E_5}{R_5} + J_6. \end{cases}$$

5. Подставим численные значения для сопротивлений, тока и ЭДС:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7}\right) U_{10} - \left(\frac{1}{6}\right) U_{20} - \left(\frac{1}{7}\right) U_{30} = -\frac{34.5}{6}, \\ -\left(\frac{1}{6}\right) U_{10} + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7}\right) U_{20} - \left(\frac{1}{7}\right) U_{30} = -\frac{34.5}{6} + \frac{7}{7}, \\ -\left(\frac{1}{7}\right) U_{10} - \left(\frac{1}{7}\right) U_{20} + \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{7}\right) U_{30} = \frac{7}{7} + 1.95. \end{cases}$$

6. Решая данную систему, получаем значения узловых напряжений:

$$U_{10} = 16.927 \text{ В}, \quad U_{20} = -0.332 \text{ В}, \quad U_{30} = 11.623 \text{ В}.$$

7. Определение искомых токов через узловые напряжения:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{R_1} = \frac{U_{10}}{R_1} = \frac{16.927}{8} = 2.116 \text{ А}$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_0}{R_4} = \frac{U_{20}}{R_4} = \frac{-0.332}{2} = -0.166 \text{ А}$$

$$\begin{aligned}
I_2 &= \frac{\varphi_2 - \varphi_1 + E_2}{R_2} = \frac{(\varphi_2 - \varphi_0) - (\varphi_1 - \varphi_0) + E_2}{R_2} = \frac{(U_{20} - U_{10} + E_2)}{R_2} = \\
&= \frac{-0.332 - 16.927 + 34.5}{6} = 2.874 \text{ A} \\
I_3 &= \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{R_3} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_0) - (\varphi_3 - \varphi_0)}{R_3} = \frac{U_{10} - U_{30}}{R_3} = \\
&= \frac{16.927 - 11.623}{7} = 0.758 \text{ A} \\
I_5 &= \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + E_5}{R_5} = \frac{(\varphi_3 - \varphi_0) - (\varphi_2 - \varphi_0) + E_5}{R_5} = \frac{U_{30} - U_{20} + E_5}{R_5} = \\
&= \frac{11.623 + 0.332 + 7}{7} = 2.708 \text{ A}
\end{aligned}$$

2.3 Ответ

Рассчитанные значения неизвестных токов в цепи:

$$I_1 = 2.116 \text{ A}, \quad I_2 = 2.874 \text{ A}, \quad I_3 = 0.758 \text{ A}, \quad I_4 = -0.166 \text{ A}, \quad I_5 = 2.708 \text{ A}.$$

Все токи найдены с использованием Метода узловых напряжений и полностью совпадают со значениями, полученными с помощью I и II законов Кирхгофа, что подтверждает правильность расчётов *первой* и *второй* частей.

Часть 3

Расчёт значения тока через источник E_2 в представленной на рисунке 1 цепи с помощью метода эквивалентных преобразований (МЭП).

3.1 Найти

Ток через E_2 : $I_2 = ?$

(Используя только метод эквивалентных преобразований)

3.2 Решение

1. Применим типовые эквивалентные преобразования к **исходной** схеме:

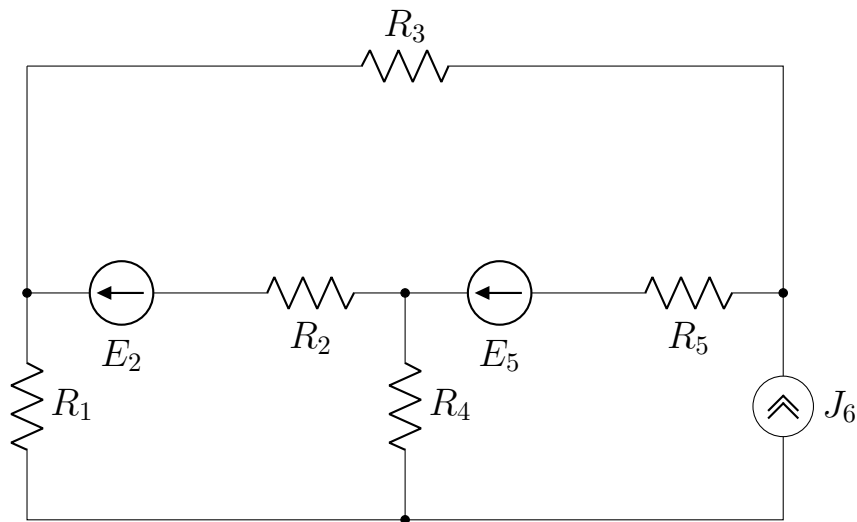
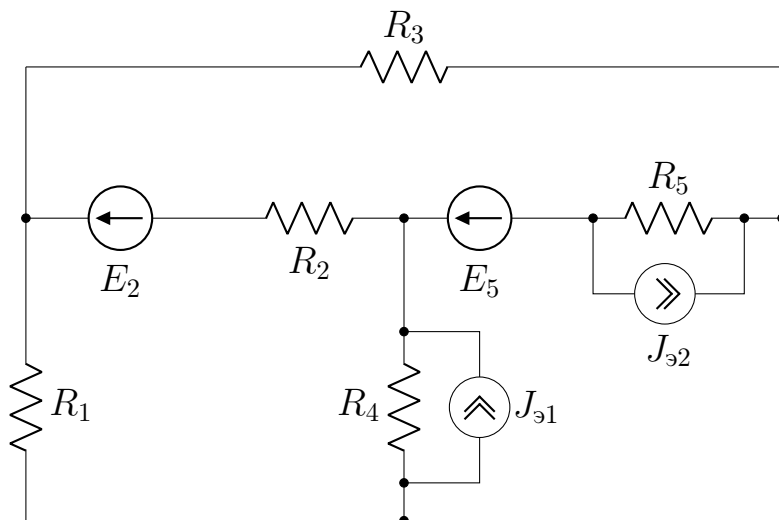
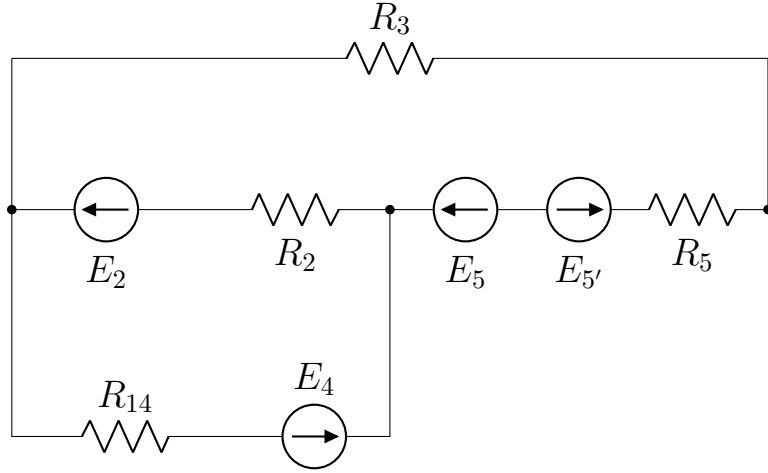


Рис. 4: Исходная электрическая схема с обозначениями элементов

2. Расщепляем J_6 на R_4 , R_5 , E_5 :



3. $J_{\text{э1}} \parallel R_4 \rightarrow E_4, J_{\text{э2}} \parallel R_5 \rightarrow E_{5'}$:



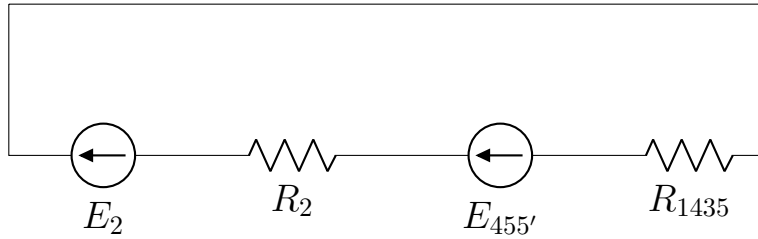
$$E_4 = R_4 \cdot J_{\text{э1}} = 2 \cdot 1.95 = 3.9 \text{ В}$$

$$E_{5'} = R_5 \cdot J_{\text{э2}} = 7 \cdot 1.95 = 13.65 \text{ В}$$

$$R_{35} = R_3 + R_5 = 14 \Omega$$

$$E_{55'} = E_5 - E_{5'} = 6.65 \text{ В}$$

4. $R_{14}, E_4 \parallel R_{35}, E_{55'}$:



$$R_{1435} = \frac{1}{\frac{1}{R_{14}} + \frac{1}{R_{35}}} = \frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{14}} = 5.833 \Omega$$

$$E_{455'} = R_{1435} \cdot \left(\frac{E_4}{R_{14}} - \frac{E_{55'}}{R_{35}} \right) = 5.833 \cdot \left(\frac{3.9}{10} - \frac{6.65}{14} \right) = -0.496 \text{ В}$$

5. Схема сведена к одноконтурной относительно ветви с искомым током. Искомый ток I_2 определим с использованием ЗКП:

$$I_2 \cdot (R_2 + R_{1345}) = E_2 + E_{455'} \Leftrightarrow I_2 = \frac{E_2 + E_{455'}}{R_2 + R_{1345}}$$

$$I_2 = \frac{34.5 - 0.496}{6 + 5.833} = 2.874 \text{ А}$$

3.3 Ответ

Рассчитанное значение неизвестного тока через E_2 :

$$I_2 = 2.874 \text{ A.}$$

Ток найден с помощью метода эквивалентных преобразований и совпадает со значением, найденным с помощью Законов Кирхгофа и метода узловых напряжений, что подтверждает правильность расчётов *первой, второй и третьей* частей.

Часть 4

Расчёт **баланса мощностей**, развиваемых источниками электрической энергии в цепи.

4.1 Дано

Параметры источников: $J_6 = 1,95 \text{ A}$, $E_5 = 7 \text{ В}$, $E_2 = 34,5 \text{ В}$

Параметры резисторов: $R_1 = 8 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 7 \Omega$, $R_4 = 2 \Omega$, $R_5 = 7 \Omega$

Токи, полученные в результате вычислений частей 1-3:

$$I_1 = 2.116 \text{ A}, \quad I_2 = 2.874 \text{ A}, \quad I_3 = 0.758 \text{ A}, \quad I_4 = -0.166 \text{ A}, \quad I_5 = 2.708 \text{ A}.$$

4.2 Найти

U_j , мощности всех элементов цепи, суммарные мощности источников и приемников, показать, что соблюдается БМ

4.3 Решение

1. Определение U_j по ЗКП для контура (*):

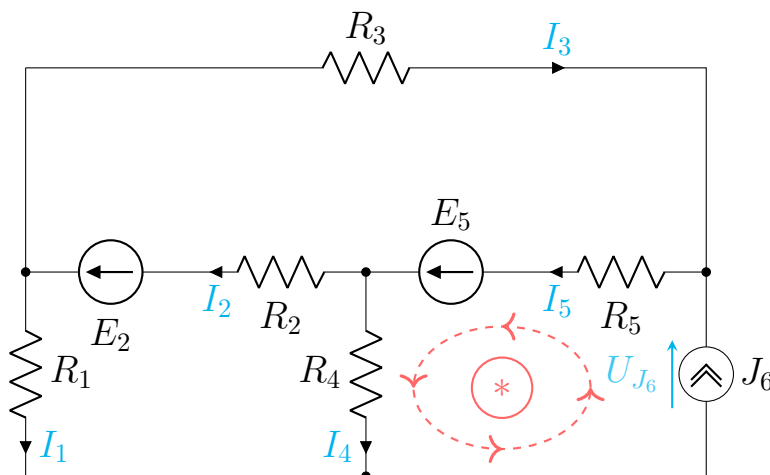


Рис. 5: Схема электрической цепи с контуром * и токами

$$-U_{J_6} + R_5 \cdot I_5 + I_4 \cdot R_4 = -E_5 \Leftrightarrow U_{J_6} = -E_5 - R_5 \cdot I_5 - I_4 \cdot R_4$$

$$U_{J_6} = 7 - 7 \cdot 2.708 + 0.166 \cdot 2 = -11.624 \text{ В}$$

2. Определение мощностей элементов

$$P_{J_6} = -U_{J_6} \cdot J_6 = -(-11.624) \cdot 1.95 = 22.667 \text{ Вт}$$

$$P_{E_2} = E_2 \cdot I_2 = 34.5 \cdot 2.874 = 99.123 \text{ Вт}$$

$$P_{E_5} = E_5 \cdot I_5 = 7 \cdot 2.708 = 18.956 \text{ Вт}$$

$$P_{R_1} = R_1 \cdot I_1^2 = 8 \cdot (2.116)^2 = 35.820 \text{ Вт}$$

$$P_{R_2} = R_2 \cdot I_2^2 = 6 \cdot (2.874)^2 = 49.559 \text{ Вт}$$

$$P_{R_3} = R_3 \cdot I_3^2 = 7 \cdot (0.758)^2 = 4.022 \text{ Вт}$$

$$P_{R_4} = R_4 \cdot I_4^2 = 2 \cdot (-0.166)^2 = 0.055 \text{ Вт}$$

$$P_{R_5} = R_5 \cdot I_5^2 = 7 \cdot (2.708)^2 = 51.333 \text{ Вт}$$

3. Баланс мощностей:

$$P_{\Sigma \text{ист.}} = P_{J_6} + P_{E_2} + P_{E_5} = 22.667 + 99.123 + 18.956 = 140.746 \text{ Вт}$$

$$P_{\Sigma \text{потр.}} = P_{R_1} + P_{R_2} + P_{R_3} + P_{R_4} + P_{R_5} =$$

$$= 35.82 + 49.559 + 4.022 + 0.055 + 51.333 = 140.789 \text{ Вт}$$

Баланс мощностей сошёлся с небольшим отклонением в десятых долях Ватт, обусловленным накопившейся ошибкой округления и вычисления.

4.4 Ответ

$I_1 = 2.116 \text{ А}, I_2 = 2.874 \text{ А}, I_3 = 0.758 \text{ А}, I_4 = -0.166 \text{ А}, I_5 = 2.708 \text{ А}, U_{J_6} = -11.624 \text{ В},$

$P_{J_6} = 22.667 \text{ Вт}, P_{E_2} = 99.123 \text{ Вт}, P_{E_5} = 18.956 \text{ Вт}, P_{R_1} = 35.820 \text{ Вт}, P_{R_2} = 49.559 \text{ Вт}, P_{R_3} = 4.022 \text{ Вт}, P_{R_4} = 0.055 \text{ Вт}, P_{R_5} = 51.333 \text{ Вт},$

$P_{\Sigma \text{ист.}} = P_{\Sigma \text{потр.}} = 140.7 \text{ Вт}.$