

Основы электротехники

Отчёт по лабораторной работе №3

Исследование линейных двухполюсников в электрических цепях однофазного синусоидального тока

Группа *P3331*
Вариант *31*

Выполнил: *Дворкин Борис Александрович*

Дата сдачи отчёта: *08.11.2024*

Дата защиты: *08.11.2024*

Контрольный срок защиты: 23.10.2024

Количество баллов:

Содержание

| | |
|---|----|
| Цель работы | 3 |
| Часть 1 | 3 |
| 1.1 Введение | 3 |
| 1.2 Параметры элементов исследуемых схем | 3 |
| 1.3 Общие расчёты | 3 |
| 1.4 Двухполюсник 1 | 4 |
| 1.4.1 Схема исследуемой цепи | 4 |
| 1.4.2 Расчётные формулы и расчёты | 4 |
| 1.4.3 Вектора входного напряжения и тока | 5 |
| 1.5 Двухполюсник 2 | 5 |
| 1.5.1 Схема исследуемой цепи | 5 |
| 1.5.2 Расчётные формулы и расчёты | 6 |
| 1.5.3 Вектора входного напряжения и тока | 6 |
| 1.6 Двухполюсник 3 | 6 |
| 1.6.1 Схема исследуемой цепи | 6 |
| 1.6.2 Расчётные формулы и расчёты | 7 |
| 1.6.3 Вектора входного напряжения и тока | 7 |
| 1.7 Двухполюсник 4 | 8 |
| 1.7.1 Схема исследуемой цепи | 8 |
| 1.7.2 Расчётные формулы и расчёты | 8 |
| 1.7.3 Вектора входного напряжения и тока | 9 |
| 1.8 Двухполюсник 5 | 10 |
| 1.8.1 Схема исследуемой цепи | 10 |
| 1.8.2 Расчётные формулы и расчёты | 10 |
| 1.8.3 Вектора входного напряжения и тока | 11 |
| 1.9 Двухполюсник 6 | 12 |
| 1.9.1 Схема исследуемой цепи | 12 |
| 1.9.2 Расчётные формулы и расчёты | 12 |
| 1.9.3 Вектора входного напряжения и тока | 13 |
| 1.10 Двухполюсник 7 | 14 |
| 1.10.1 Схема исследуемой цепи | 14 |
| 1.10.2 Расчётные формулы и расчёты | 14 |
| 1.10.3 Вектора входного напряжения и тока | 14 |
| 1.11 Двухполюсник 8 | 15 |
| 1.11.1 Схема исследуемой цепи | 15 |
| 1.11.2 Расчётные формулы и расчёты | 16 |
| 1.11.3 Вектора входного напряжения и тока | 16 |
| 1.12 Двухполюсник 9 | 17 |
| 1.12.1 Схема исследуемой цепи | 17 |
| 1.12.2 Расчётные формулы и расчёты | 17 |
| 1.12.3 Вектора входного напряжения и тока | 17 |
| 1.13 Заполненная таблица 2.2 | 18 |
| 1.14 Выводы | 19 |

| | |
|--|-----------|
| Часть 2 | 20 |
| 2.1 Введение | 20 |
| 2.2 Параметры элементов исследуемых схем | 20 |
| 2.3 Двухполюсник 6 | 20 |
| 2.3.1 Схема исследуемой цепи | 20 |
| 2.3.2 Расчётные формулы и расчёты | 21 |
| 2.3.3 Заполненная таблица 2.3 | 22 |
| 2.3.4 Графики характеристических зависимостей от частоты . . | 23 |
| 2.3.5 Векторная диаграмма для состояния резонанса | 24 |
| 2.4 Двухполюсник 9 | 25 |
| 2.4.1 Схема исследуемой цепи | 25 |
| 2.4.2 Расчётные формулы и расчёты | 25 |
| 2.4.3 Заполненная таблица 2.4 | 26 |
| 2.4.4 Графики характеристических зависимостей от частоты . . | 27 |
| 2.4.5 Векторная диаграмма для состояния резонанса | 28 |
| 2.5 Выводы | 29 |

Цель работы

Исследование свойств линейных цепей синусоидального тока, а также особых режимов работы, таких как резонанс напряжений и токов.

Часть 1

1.1 Введение

В данной части лабораторной работы произведены измерения действующих значений входного напряжения, тока и фазового сдвига между ними для девяти различных двухполюсников, а также произведены сравнения результатов с расчётными значениями.

1.2 Параметры элементов исследуемых схем

1. Расчёт амплитуды синусоидального напряжения:

$$U_{max} = U_d \cdot \sqrt{2} = 6 \cdot \sqrt{2} = 8.485 \text{ В}$$

2. Известные значения:

$$U_d = 6 \text{ В}, \psi_n = 0^\circ, f = 19.894 \text{ Гц}, R_1 = 30 \text{ Ом}, R_k = 5 \text{ Ом} \\ L_k = 23.094 \text{ мГн}, C = 71.454 \text{ мкФ}$$

1.3 Общие расчёты

1. Угловая частота:

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.1416 \cdot 19.894 \approx 125 \text{ рад/с}$$

2. Реактивная составляющая сопротивления ёмкостного элемента:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{125 \cdot 71.454 \cdot 10^{-6}} = 111.96 \text{ Ом}$$

3. Реактивная составляющая сопротивления индуктивного элемента:

$$X_L = \omega L = 125 \cdot 23.094 \cdot 10^{-3} = 2.887 \text{ Ом}$$

4. Реактивная проводимость ёмкостного элемента:

$$B_c = \omega C = 125 \cdot 71.454 \cdot 10^{-6} = 0.00893 \text{ См}$$

5. Реактивная проводимость индуктивного элемента:

$$B_k = \frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} = \frac{2.887}{5^2 + (2.887)^2} = 0.0866 \text{ См}$$

1.4 Двухполюсник 1

1.4.1 Схема исследуемой цепи

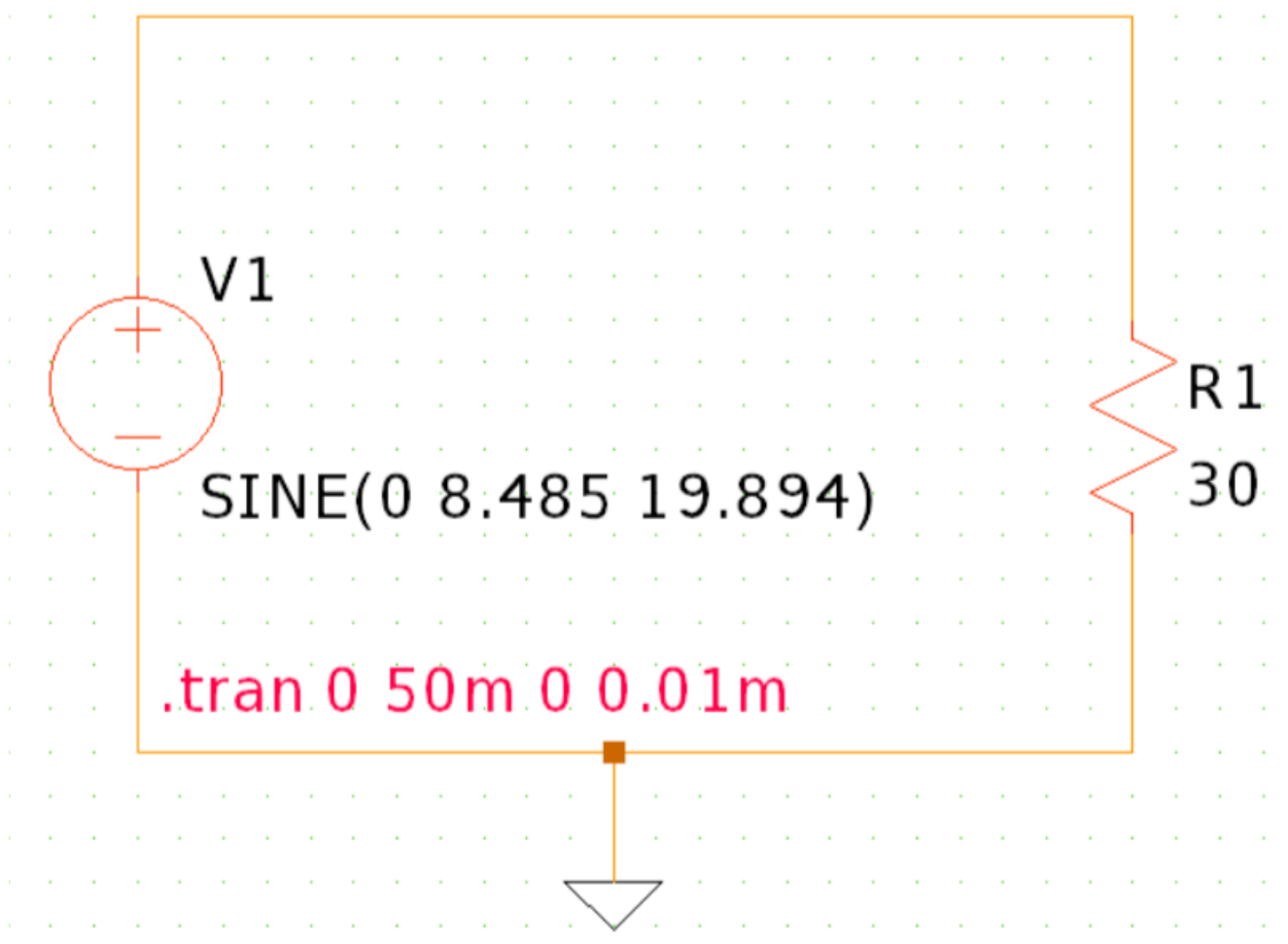


Рис. 1: Схема замещения Двухполюсника 1 в LTspice.

1.4.2 Расчётные формулы и расчёты

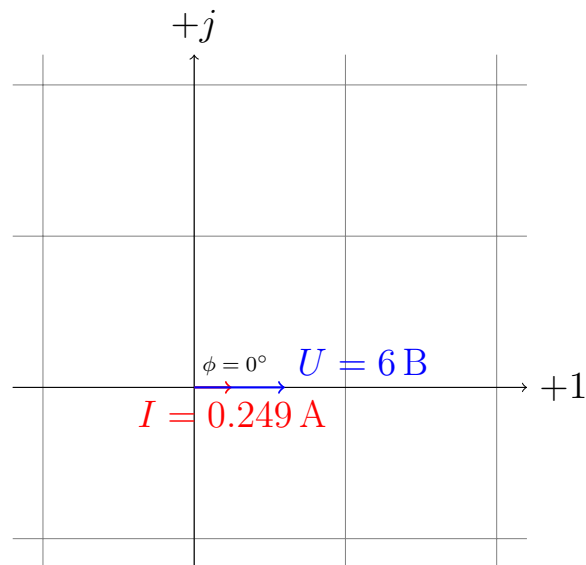
1. Расчёт действующего тока в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$
$$X = 0, R = R_1 \implies I = \frac{U}{R_1} = \frac{6}{30} = 0.2 \text{ A}$$

2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan\left(\frac{0}{R_1}\right) = 0^\circ$$

1.4.3 Вектора входного напряжения и тока



1.5 Двухполюсник 2

1.5.1 Схема исследуемой цепи

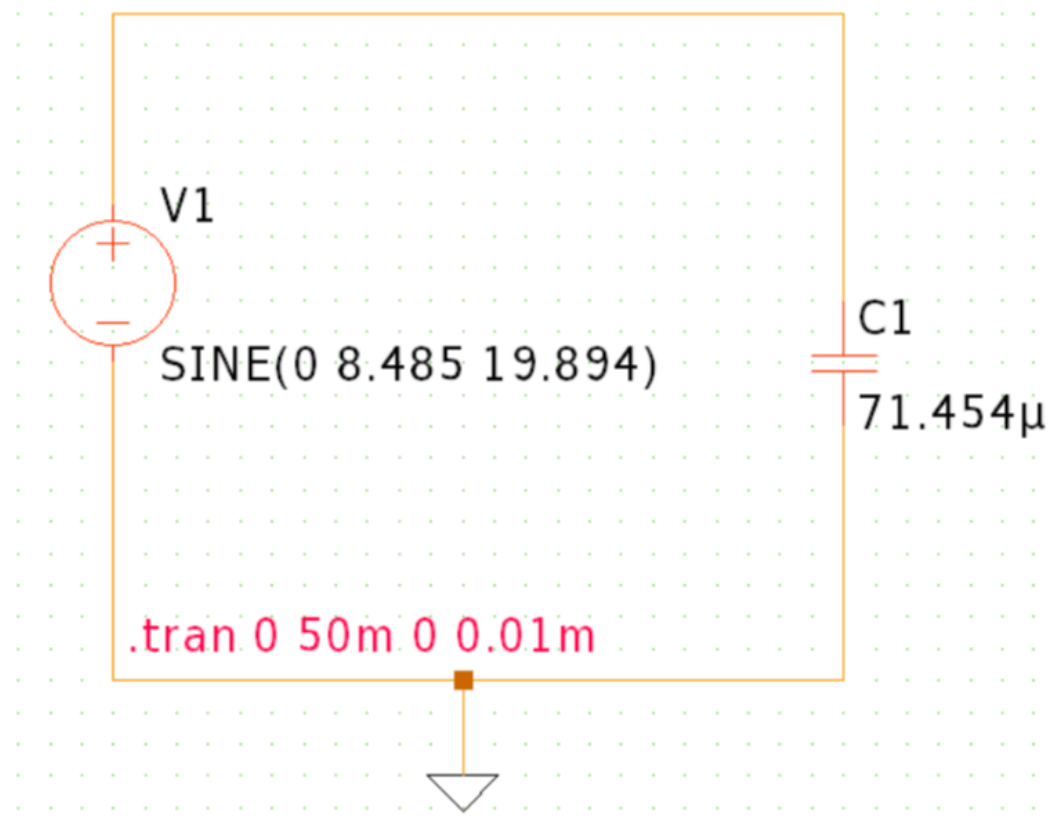


Рис. 2: Схема замещения Двухполюсника 2 в LTspice.

1.5.2 Расчётные формулы и расчёты

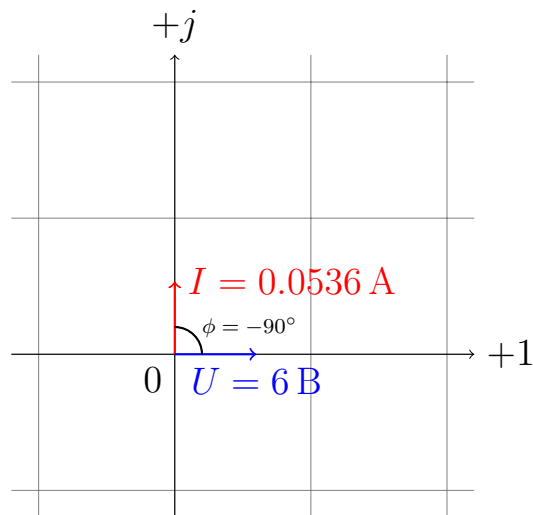
1. Расчёт действующего тока в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$
$$X = -X_C, R = 0 \implies I = \frac{U}{X_C} = \frac{6}{111.96} = 0.0536 \text{ A}$$

2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan(-\infty) = -90^\circ$$

1.5.3 Вектора входного напряжения и тока



1.6 Двухполюсник 3

1.6.1 Схема исследуемой цепи

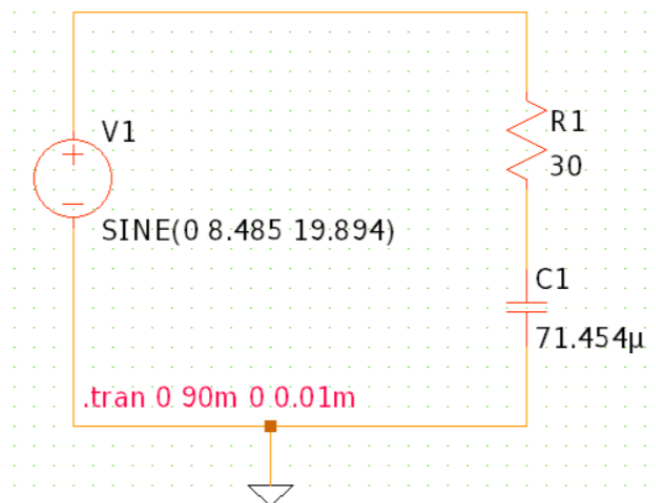


Рис. 3: Схема замещения Двухполюсника 3 в LTspice.

1.6.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

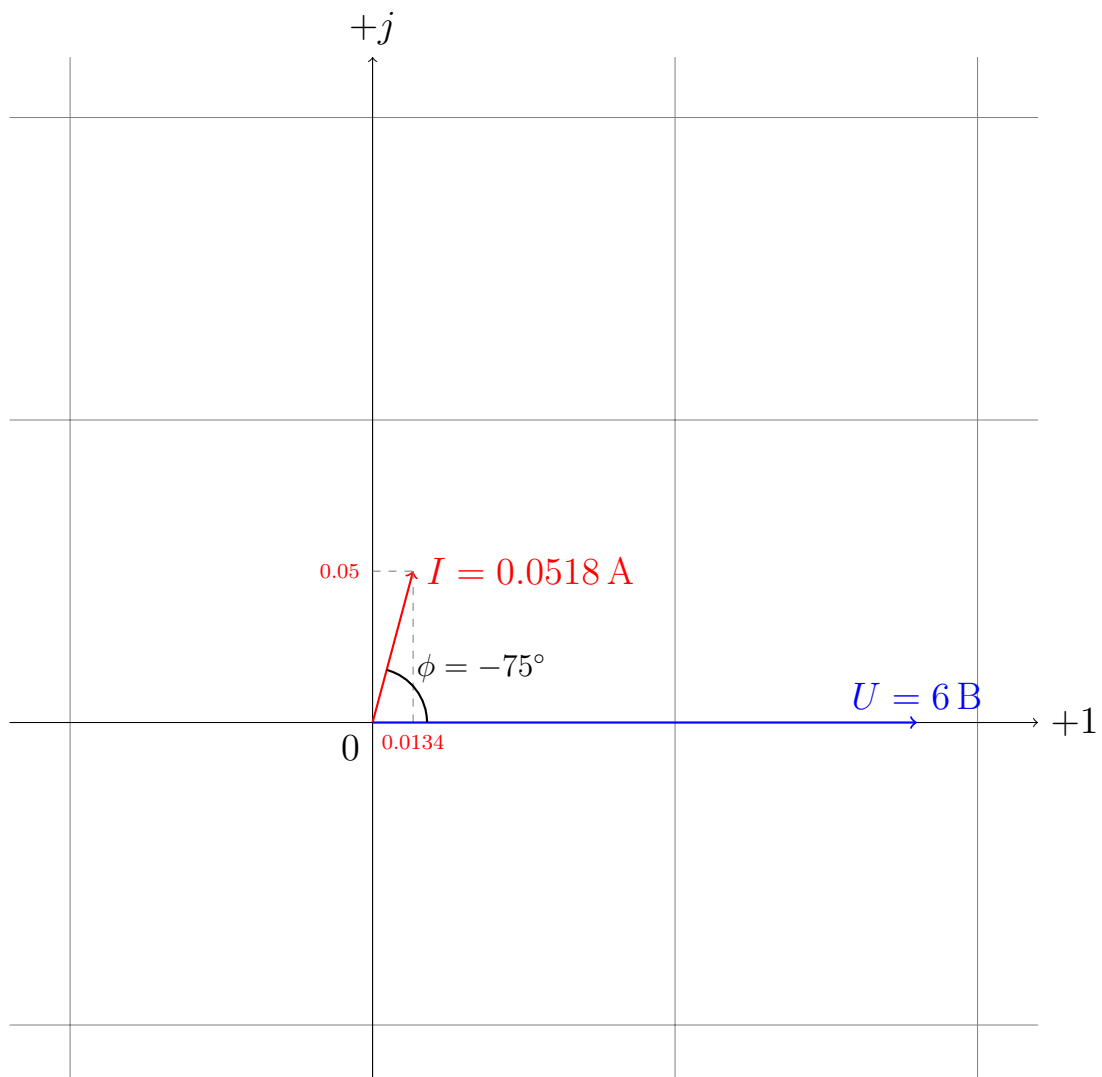
$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$
$$X = -X_C, R = R_1 \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_C^2}} = \frac{6}{\sqrt{30^2 + 111.96^2}} = 0.0518 \text{ A}$$

2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan\left(\frac{-X_C}{R_1}\right) = \arctan\left(\frac{-111.96}{30}\right) = -75^\circ$$

1.6.3 Вектора входного напряжения и тока

$$I_x = I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi)$$
$$I_x = 0.0518 \cdot \cos(75^\circ) = 0.0134 \text{ A}, \quad I_y = 0.0518 \cdot \sin(75^\circ) = 0.05 \text{ A}$$



1.7 Двухполюсник 4

1.7.1 Схема исследуемой цепи

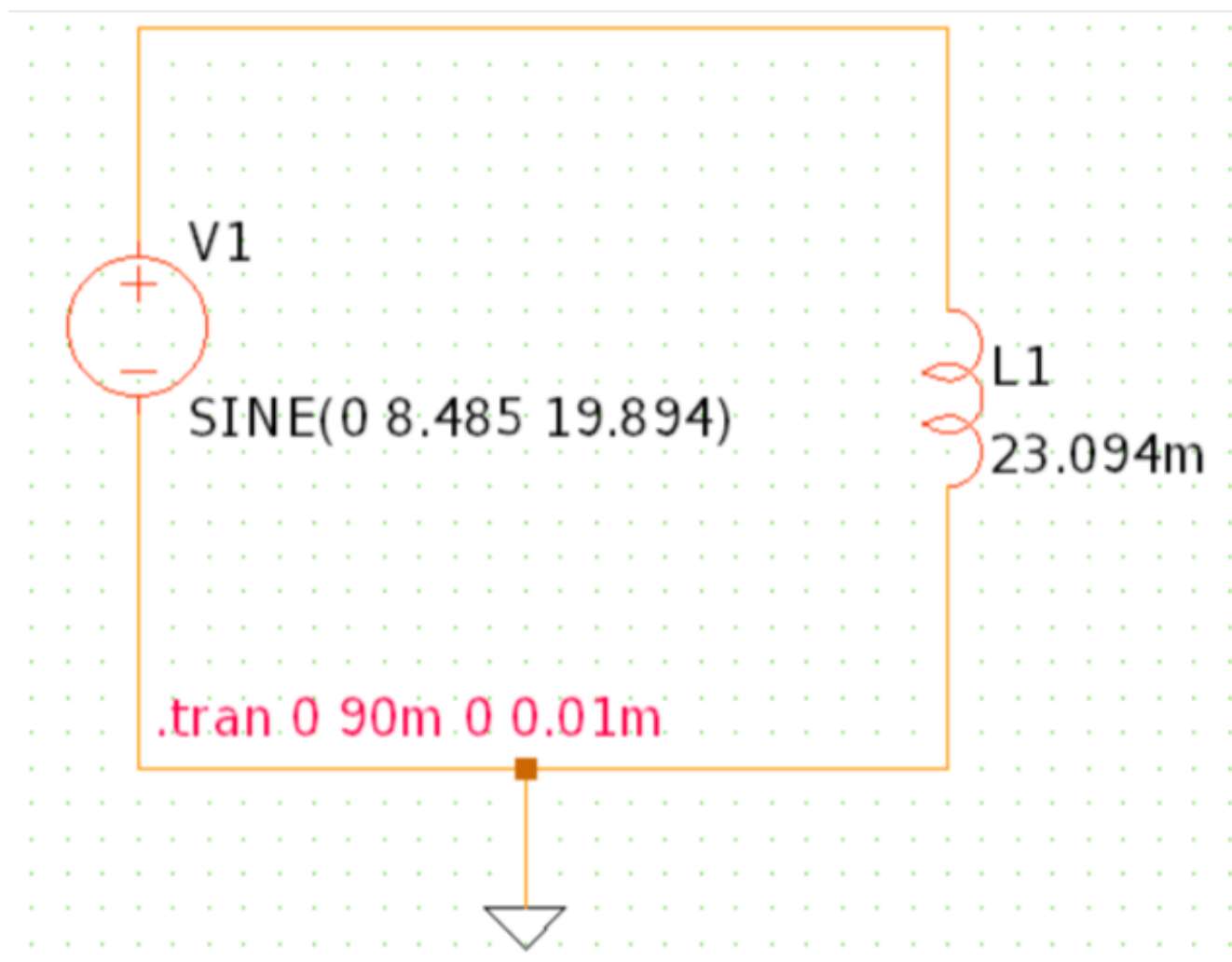


Рис. 4: Схема замещения Двухполюсника 4 в LTspice.

1.7.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$
$$X = X_L, R = R_k \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{R_k^2 + X_L^2}} = \frac{6}{\sqrt{5^2 + 2.887^2}} = 1.039 \text{ A}$$

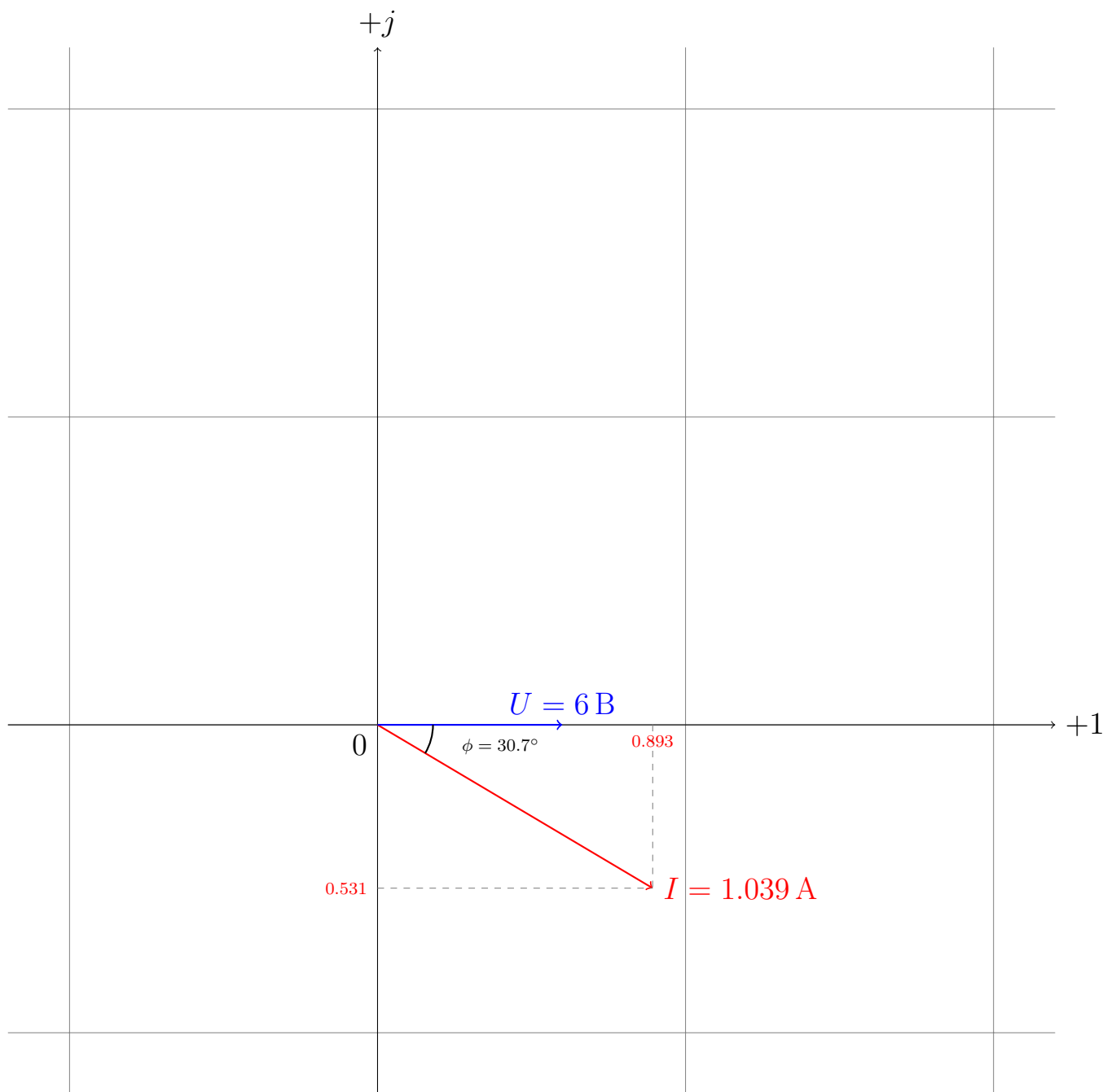
2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan \left(\frac{X_L}{R_k} \right) = \arctan \left(\frac{2.887}{5} \right) = 30.7^\circ$$

1.7.3 Вектора входного напряжения и тока

$$I_x = I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi)$$

$$I_x = 1.039 \cdot \cos(-30.7^\circ) = 0.893 \text{ A}, \quad I_y = 1.039 \cdot \sin(-30.7^\circ) = -0.531 \text{ A}$$



1.8 Двухполюсник 5

1.8.1 Схема исследуемой цепи

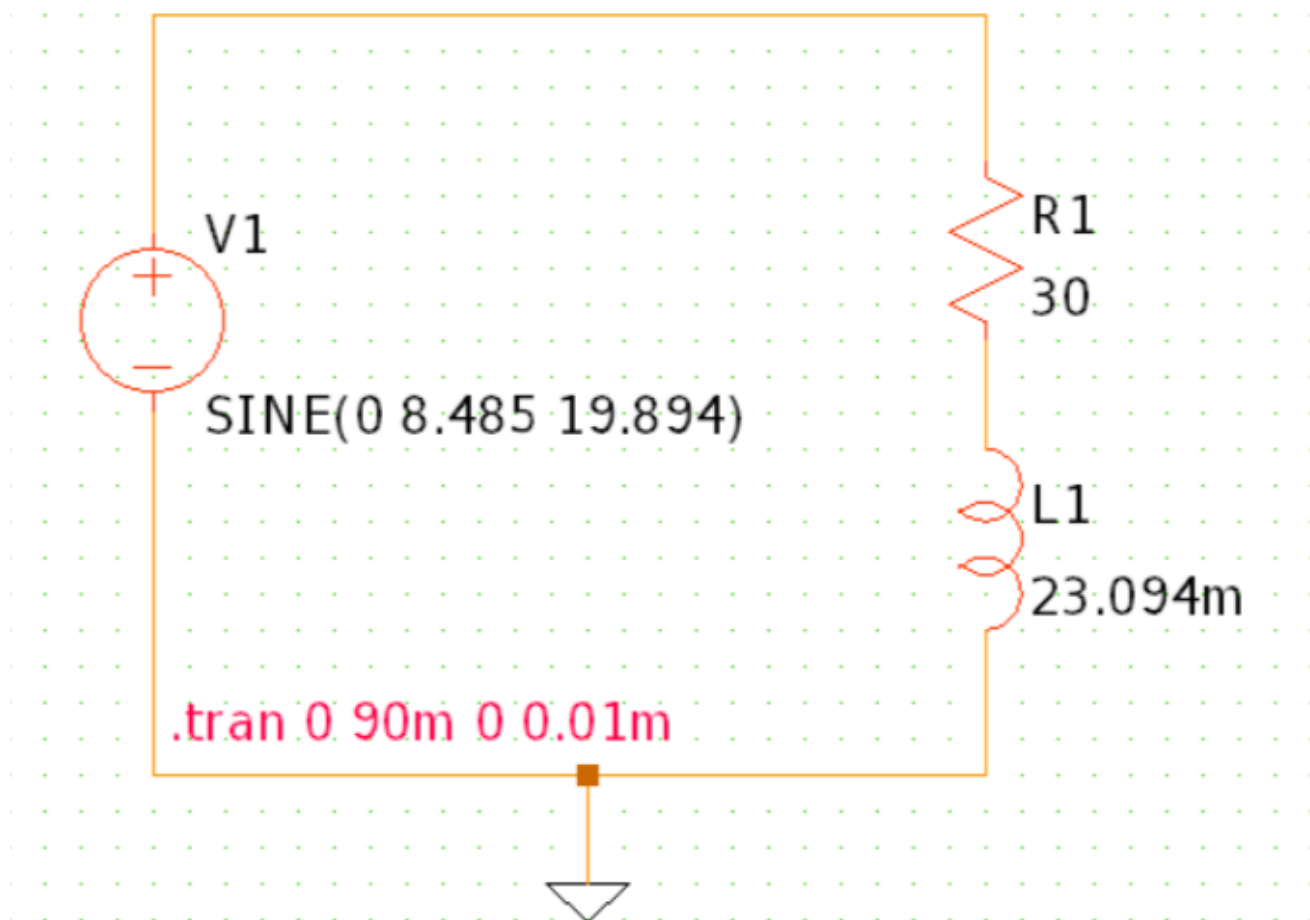


Рис. 5: Схема замещения Двухполюсника 5 в LTspice.

1.8.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$
$$X = X_L, R = R_1 + R_k \implies I = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_k)^2 + X_L^2}} = \frac{6}{\sqrt{(30 + 5)^2 + 2.887^2}}$$
$$= 0.171 \text{ A}$$

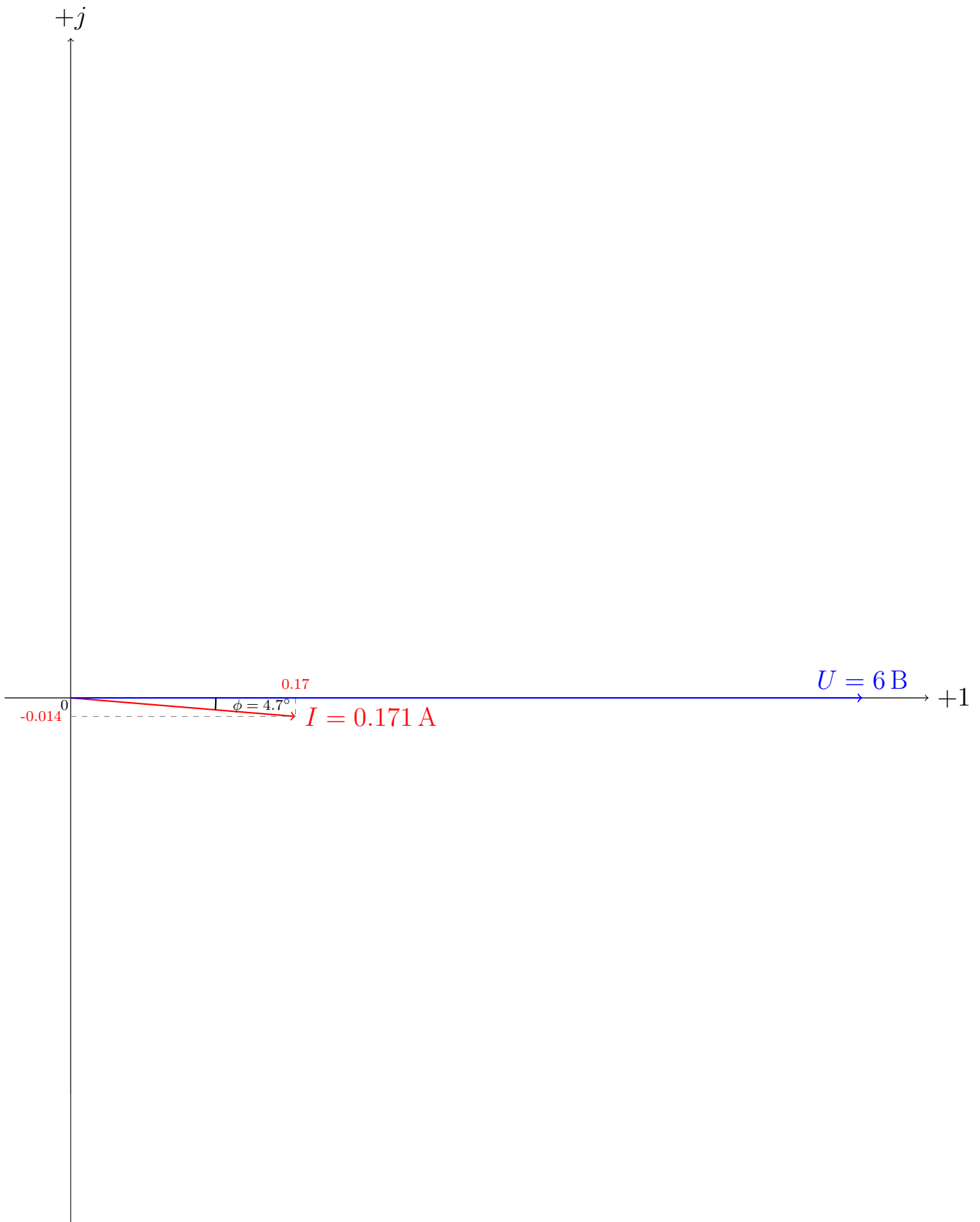
2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan\left(\frac{X_L}{R_1 + R_k}\right) = \arctan\left(\frac{2.887}{30 + 5}\right) = 4.72^\circ$$

1.8.3 Вектора входного напряжения и тока

$$I_x = I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi)$$

$$I_x = 0.171 \cdot \cos(-4.72^\circ) = 0.17 \text{ A}, \quad I_y = 0.171 \cdot \sin(-4.72^\circ) = -0.014 \text{ A}$$



1.9 Двухполюсник 6

1.9.1 Схема исследуемой цепи

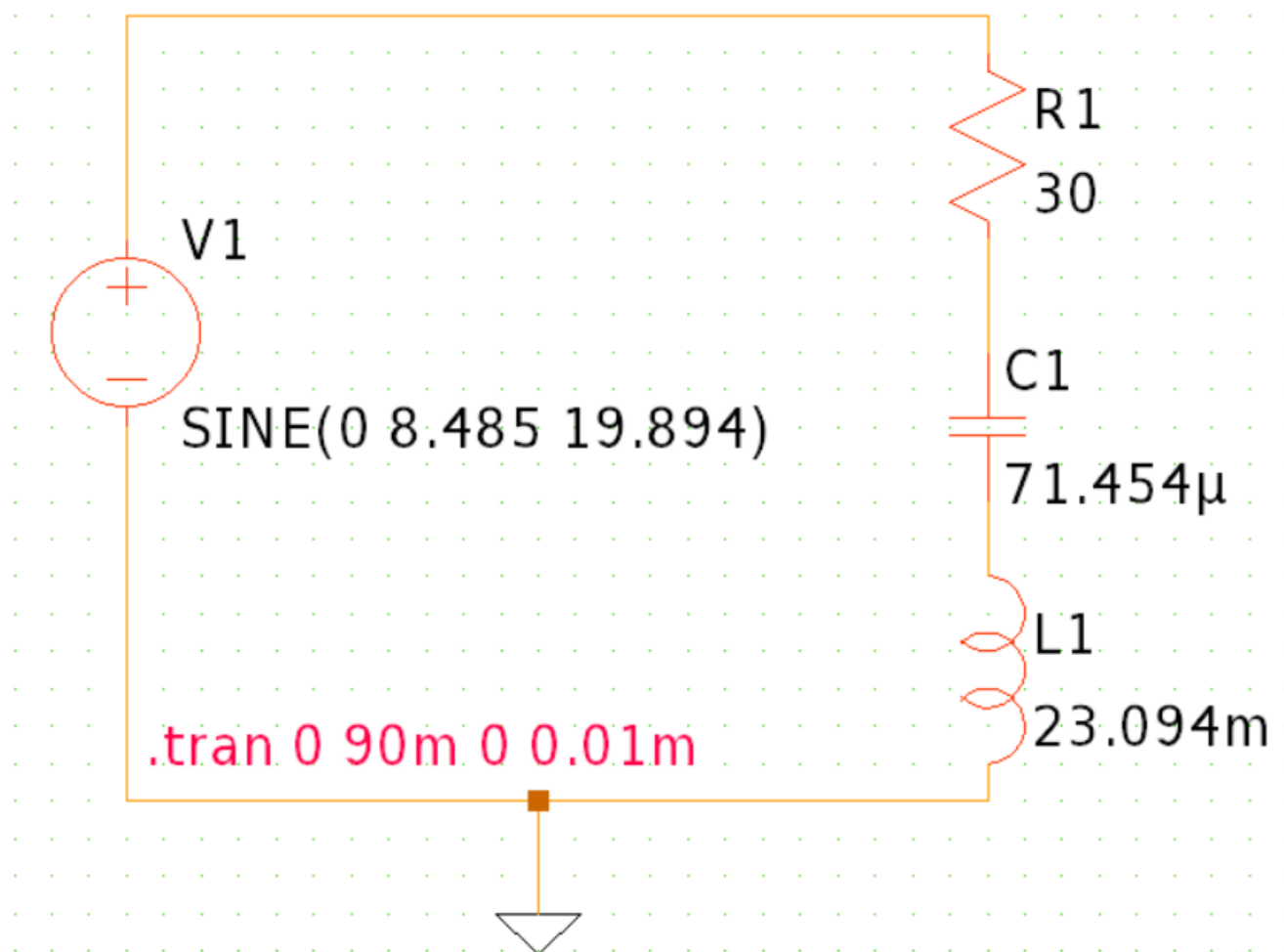


Рис. 6: Схема замещения Двухполюсника 6 в LTspice.

1.9.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X^2}}$$
$$X = X_L - X_C, R = R_1 + R_k \Rightarrow I = \frac{U}{\sqrt{(R_1 + R_k)^2 + (X_L - X_C)^2}} =$$
$$= \frac{6}{\sqrt{(30 + 5)^2 + (2.887 - 111.96)^2}} = 0.0524 \text{ A}$$

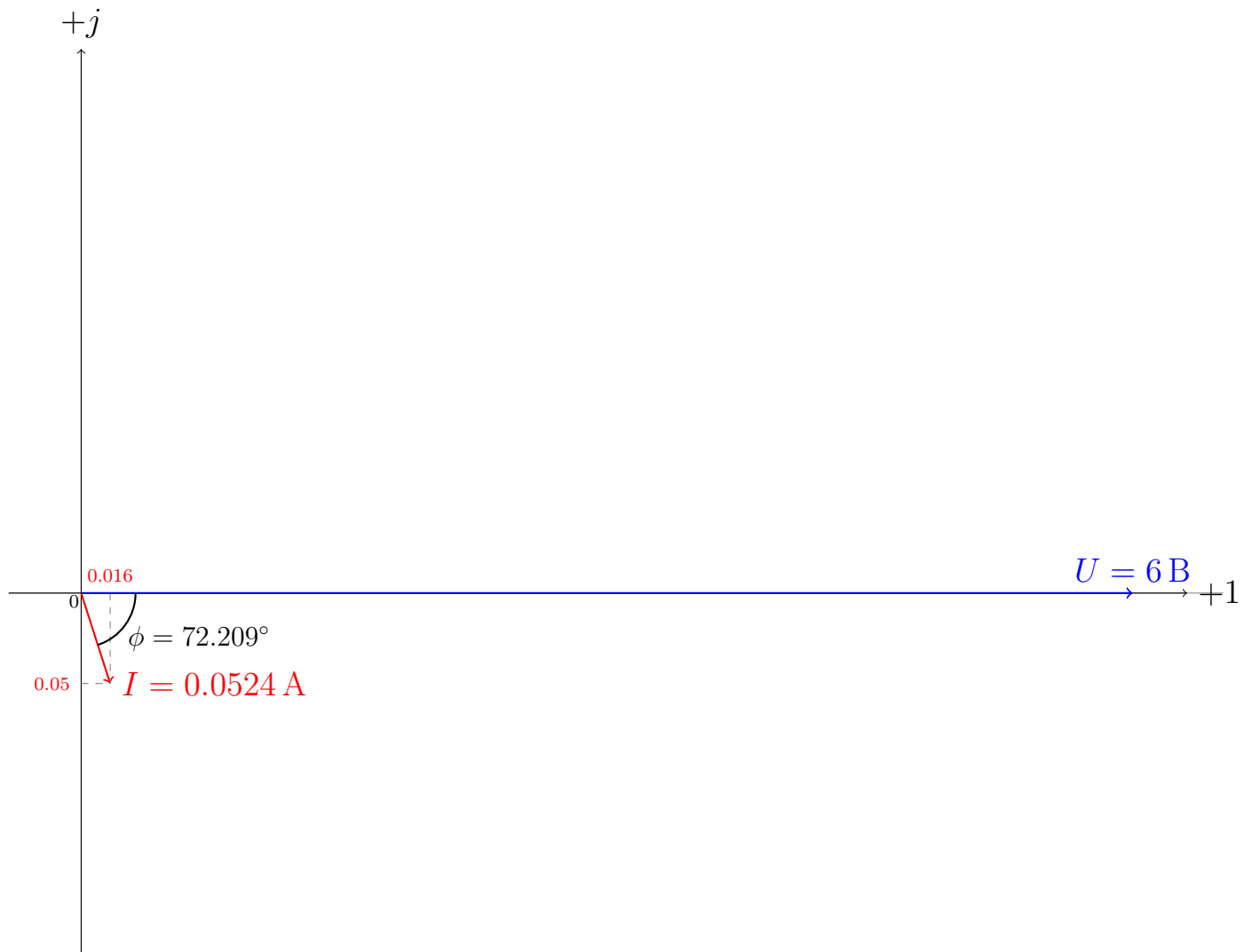
2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan \left(\frac{X_L - X_C}{R_1 + R_k} \right) = \arctan \left(\frac{2.887 - 111.96}{30 + 5} \right) = -72.209^\circ$$

1.9.3 Вектора входного напряжения и тока

$$I_x = I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi)$$

$$I_x = 0.0524 \cdot \cos(72.209^\circ) = 0.016 \text{ A}, \quad I_y = 0.0524 \cdot \sin(72.209^\circ) = 0.05 \text{ A}$$



1.10 Двухполюсник 7

1.10.1 Схема исследуемой цепи

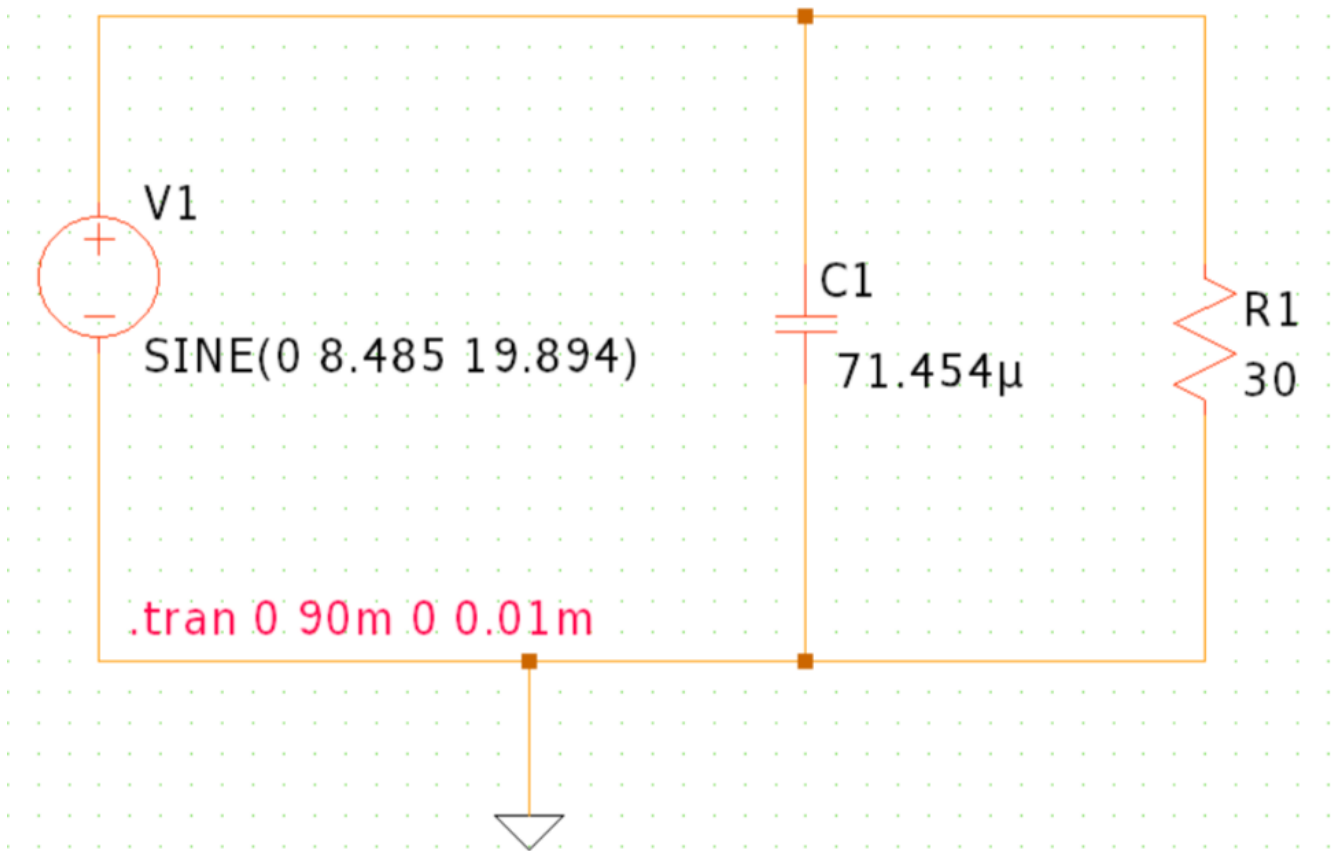


Рис. 7: Схема замещения Двухполюсника 7 в LTspice.

1.10.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

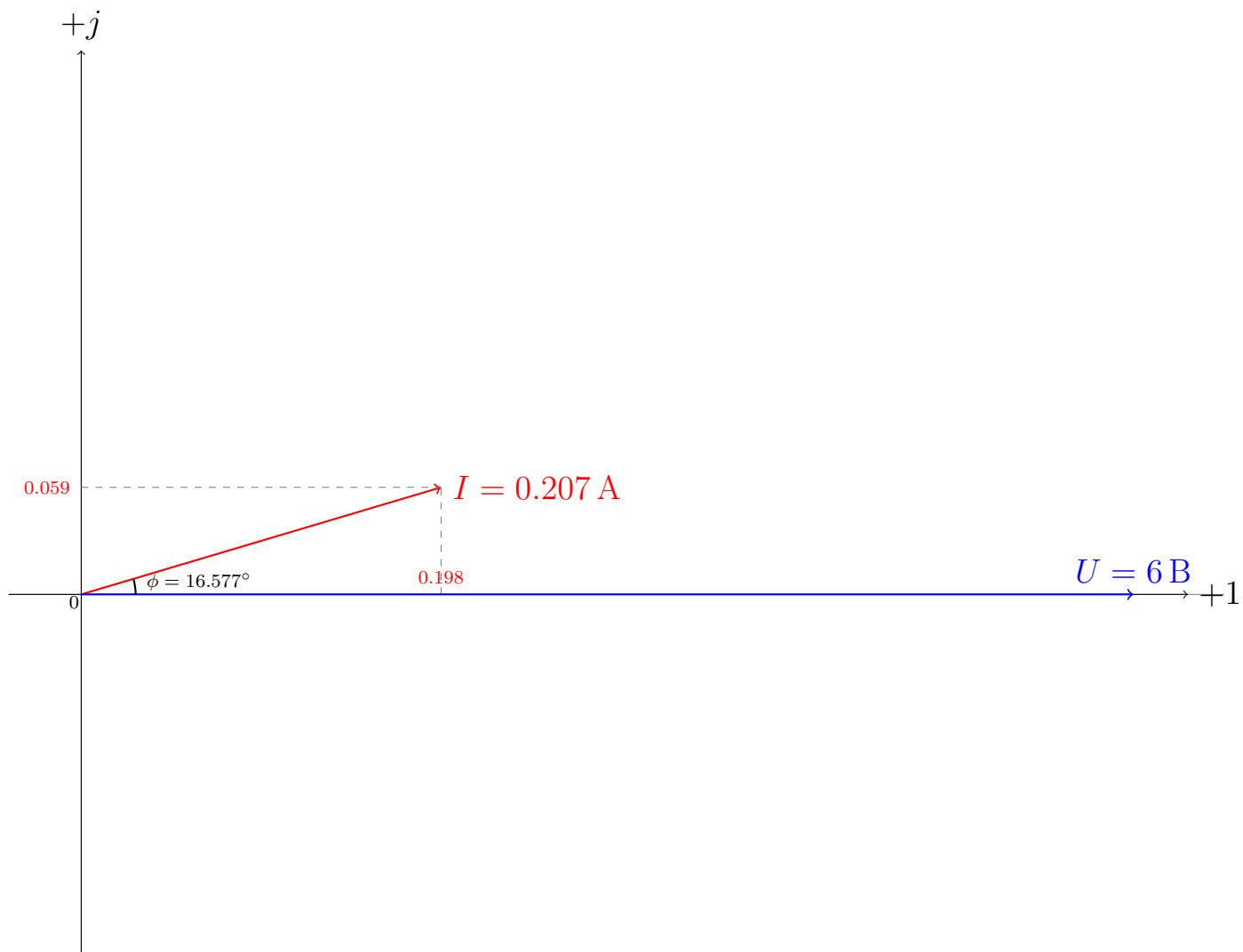
$$I = U \cdot Y = U \cdot \sqrt{G^2 + B^2}$$
$$G = \frac{1}{R_1}, B = -B_C \Rightarrow I = U \cdot \sqrt{\frac{1}{R_1^2} + B_C^2} = 6 \cdot \sqrt{\frac{1}{30^2} + 0.00893^2} = 0.207 \text{ A}$$

2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan \left(\frac{-B_C}{\frac{1}{R_1}} \right) = \arctan \left(\frac{-0.00893}{0.03} \right) = -16.577^\circ$$

1.10.3 Вектора входного напряжения и тока

$$I_x = I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi)$$
$$I_x = 0.207 \cdot \cos(16.577^\circ) = 0.198 \text{ A}, \quad I_y = 0.207 \cdot \sin(16.577^\circ) = 0.059 \text{ A}$$



1.11 Двухполюсник 8

1.11.1 Схема исследуемой цепи

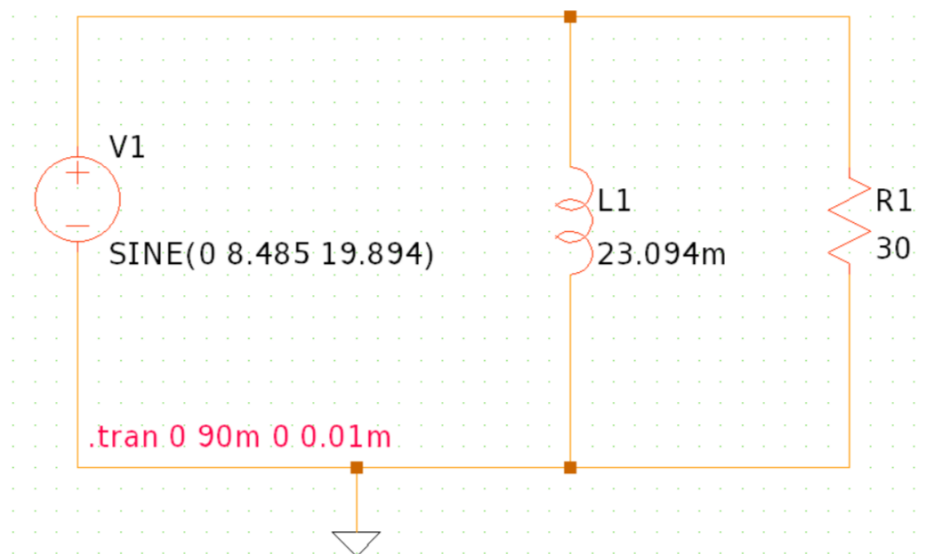


Рис. 8: Схема замещения Двухполюсника 8 в LTspice.

1.11.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

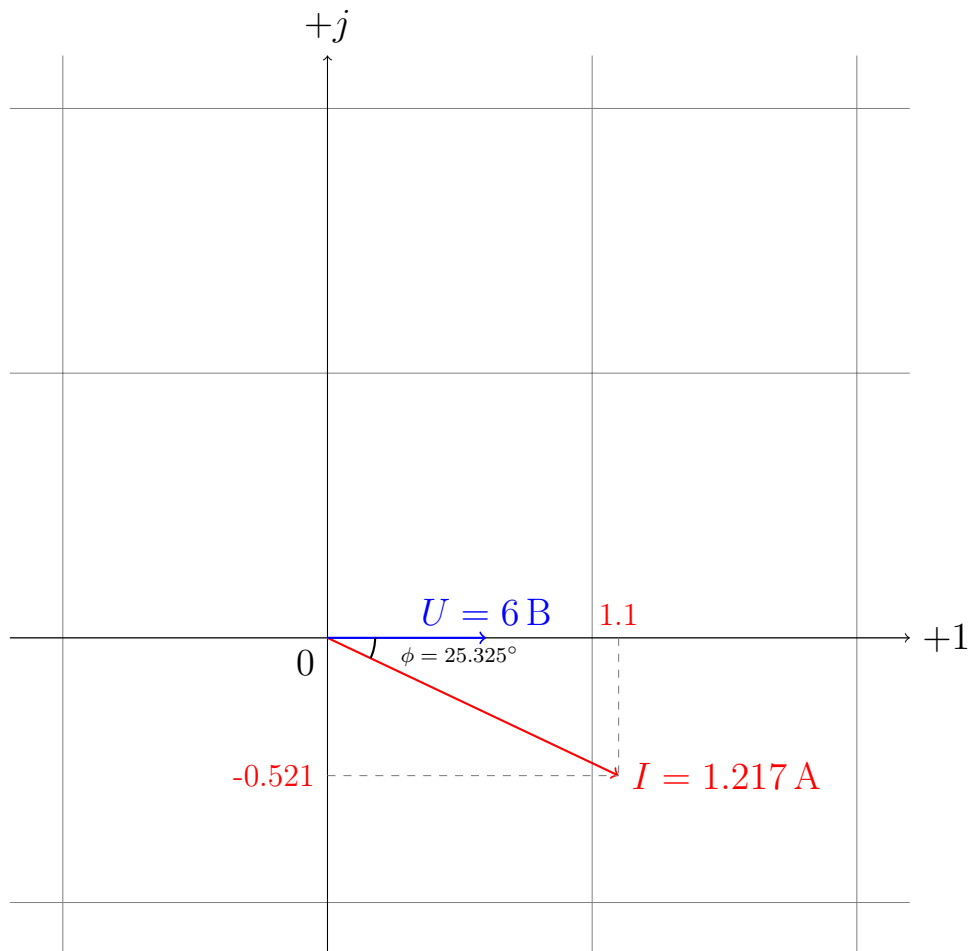
$$\begin{aligned} I &= U \cdot Y = U \cdot \sqrt{G^2 + B^2} \\ G &= G_1 + G_k, B = B_k - B_1 \implies I = U \cdot \sqrt{(G_1 + G_k)^2 + (B_k - B_1)^2} = \\ &= U \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{R_1} + \frac{R_k}{R_k^2 + X_L^2}\right)^2 + \left(\frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} - 0\right)^2} = \\ &= 6 \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{30} + \frac{5}{5^2 + 2.887^2}\right)^2 + \left(\frac{2.887}{5^2 + 2.887^2}\right)^2} = 1.217 \text{ A} \end{aligned}$$

2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan\left(\frac{B_k - B_1}{G_1 + G_k}\right) = \arctan\left(\frac{0.0866}{0.183}\right) = 25.325^\circ$$

1.11.3 Вектора входного напряжения и тока

$$\begin{aligned} I_x &= I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi) \\ I_x &= 1.217 \cdot \cos(-25.325^\circ) = 1.1 \text{ A}, \quad I_y = 1.217 \cdot \sin(-25.325^\circ) = -0.521 \text{ A} \end{aligned}$$



1.12 Двухполюсник 9

1.12.1 Схема исследуемой цепи

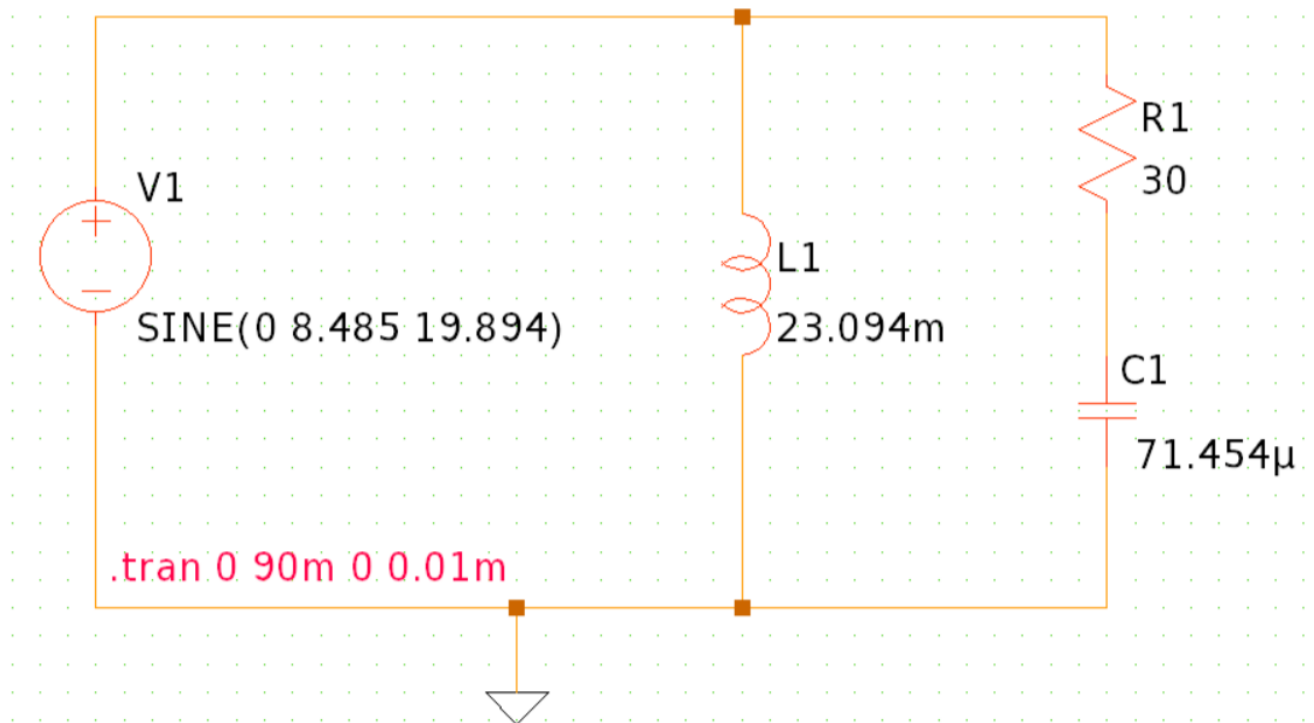


Рис. 9: Схема замещения Двухполюсника 9 в LTspice.

1.12.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Расчёт действующего тока в цепи:

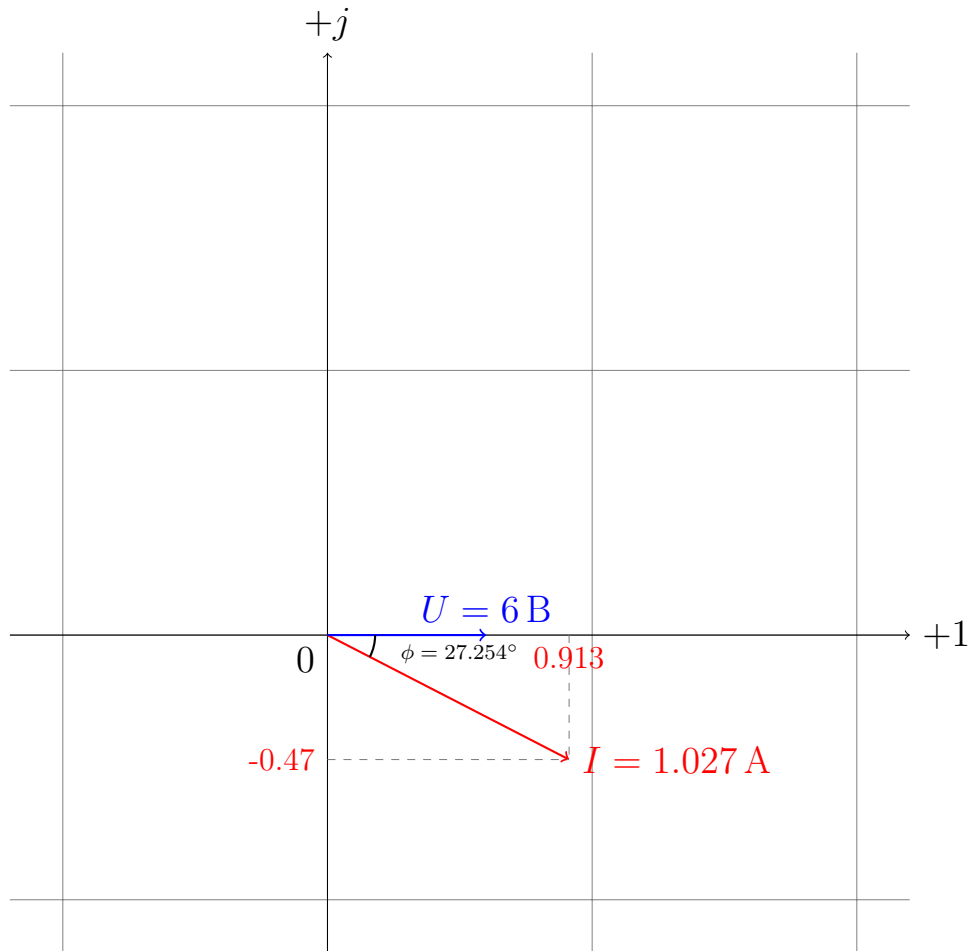
$$\begin{aligned} I &= U \cdot Y = U \cdot \sqrt{G^2 + B^2} \\ G &= G_1 + G_k, B = B_k - B_1 \implies I = U \cdot \sqrt{(G_1 + G_k)^2 + (B_k - B_1)^2} = \\ &= U \cdot \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_1^2 + X_C^2} + \frac{R_k}{R_k^2 + X_L^2}\right)^2 + \left(\frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} - \frac{X_C}{R_1^2 + X_C^2}\right)^2} = \\ &= 6 \cdot \sqrt{\left(\frac{30}{30^2 + 111.96^2} + \frac{5}{5^2 + 2.887^2}\right)^2 + \left(\frac{2.887}{5^2 + 2.887^2} - \frac{111.96}{30^2 + 111.96^2}\right)^2} = \\ &= 1.027 \text{ A} \end{aligned}$$

2. Расчёт фазового сдвига:

$$\phi = \arctan\left(\frac{B_k - B_1}{G_1 + G_k}\right) = \arctan\left(\frac{0.0783}{0.152}\right) = 27.254^\circ$$

1.12.3 Вектора входного напряжения и тока

$$\begin{aligned} I_x &= I \cos(\phi), I_y = I \sin(\phi) \\ I_x &= 1.027 \cdot \cos(-27.254^\circ) = 0.913 \text{ A}, \quad I_y = 1.027 \cdot \sin(-27.254^\circ) = -0.47 \text{ A} \end{aligned}$$



1.13 Заполненная таблица 2.2

Для каждого двухполюсника 1-9, представленного выше, были не только произведены теоретические расчёты действующего тока и фазового сдвига, но и произведено построение временных диаграмм, из которых величины действующего напряжения, тока и фазового сдвига определены экспериментально. Для напряжения и тока были измерены амплитудные значения и вычислены по формуле:

$$U_{\text{д}} = \frac{U_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

$$I_{\text{д}} = \frac{I_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

А фазовый сдвиг рассчитан следующим образом:

$$\phi = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h}$$

, где δh - расстояние между моментами перехода синусоид напряжения и тока от отрицательных значений к положительным, а h - половина периода синусоиды, измеренная в секундах.

| Номер схемы цепи | Параметры двухполюсников | | | | Результаты измерений | | | Результаты вычислений | |
|------------------------|--------------------------|----------------|--------|--------|----------------------|--------|---------|--------------------------|---------|
| | R ₁ | R _k | L | C | U | I | φ | I | φ |
| | Ом | | Гн | мкФ | В | А | ° | А | ° |
| 1 | 30 | - | - | - | 6.017 | 0.199 | 0 | 0.2 | 0 |
| 2 | - | - | - | 71.454 | 6.004 | 0.0536 | -88.519 | 0.0536 | -90 |
| 3 | 30 | - | - | 71.454 | 6.0005 | 0.0518 | -74.896 | 0.0518 | -75 |
| 4 | - | 5 | 23.094 | - | 5.991 | 1.0397 | 30.713 | 1.039 | 30.7 |
| 5 | 30 | 5 | 23.094 | - | 5.998 | 0.171 | 4.908 | 0.171 | 4.72 |
| 6 | 30 | 5 | 23.094 | 71.454 | 6.001 | 0.0524 | -72.158 | 0.0524 | -72.209 |
| 7 | 30 | - | - | 71.454 | 5.9998 | 0.207 | -16.594 | 0.207 | -16.577 |
| 8 | 30 | 5 | 23.094 | - | 5.9983 | 1.216 | 25.327 | 1.217 | 25.325 |
| 9 | 30 | 5 | 23.094 | 71.454 | 5.999 | 1.027 | 27.255 | 1.027 | 27.254 |

Итоговая таблица 2.2

1.14 Выводы

В результате выполнения первой части лабораторной работы я исследовал 9 двухполюсников и рассчитал их действующие значения входного тока и напряжения, а также определил фазовый сдвиг между этими величинами.

В ходе исследования я экспериментально подтвердил теоретические значения величин действующего тока, напряжения и фазового сдвига, что подтвердило корректность опытов. Исходя из этого можно корректно заключить, как синусоидальный ток влиял на различные двухполюсники.

А именно, в первом двухполюснике нулевой сдвиг по фазе, что указывает что ток и напряжение изменяются синхронно, что очевидно, т.к. в цепи только лишь один резистор, и это можно подтвердить теоретически, т.к. сдвиг по фазе это соотношение реактивного и активного сопротивлений, а в цепи с одним лишь резистором реактивное сопротивление отсутствует.

В двухполюсниках 2,3,7 в дело вступает ёмкостной элемент. В прошлой лабораторной я исследовал переходные процессы в электрических цепях и сделал вывод о том, что ёмкостной элемент сопротивляется изменению напряжения, а индуктивный - изменению тока. Следовательно, в данных двухполюсниках ток будет **опережать** напряжение.

В двухполюсниках 4,5,8 аналогично, но с индуктивным элементом. Ток уже будет **запаздывать** относительно напряжения, т.к. индуктивный элемент будет сопротивляться его изменению.

А в двухполюсниках 6,9 происходит самое интересное - катушка и конденсатор совмещены в одной цепи, и каждый сопротивляется изменению тока и напряжения соответственно, смещая обе фазы и тем самым *сближая* или наоборот *отдаляя* их друг от друга. Это можно наблюдать по значениям сдвига по фазе для данных двухполюсников. В двухполюснике 7 не было индуктивного

элемента, в 6 добавился - и отдалил фазу тока, добавив задержку. И наоборот в двухполюснике 5 не было ёмкостного элемента, и добавили сразу большой - поначалу фазы могли бы сблизиться в нулевой сдвиг, если бы ёмкость была меньше, но так как мы добавили сразу большую ёмкость, то фазы далее отдалились аж до -72° .

Также стоит отметить, что погрешности эмпирически полученных значений фазового сдвига, входного тока и напряжения связаны исключительно с неточностью вычислений и накоплением погрешностью округления. Если снимать показания с большим разрешением, то величины сходятся 1:1.

Часть 2

2.1 Введение

В данной части лабораторной работы произведено исследование и анализ частотных характеристик RCL-цепи с последовательным и параллельным подключениями ветвей с индуктивным и ёмкостным элементами соответственно.

2.2 Параметры элементов исследуемых схем

Известные значения:

$$U_d = 6 \text{ В}, \psi_n = -150^\circ, R_1 = 17 \text{ Ом}, R_k = 5 \text{ Ом}$$

$$L_k = 23.094 \text{ мГн}, C = 71.454 \text{ мкФ}$$

2.3 Двухполюсник 6

2.3.1 Схема исследуемой цепи

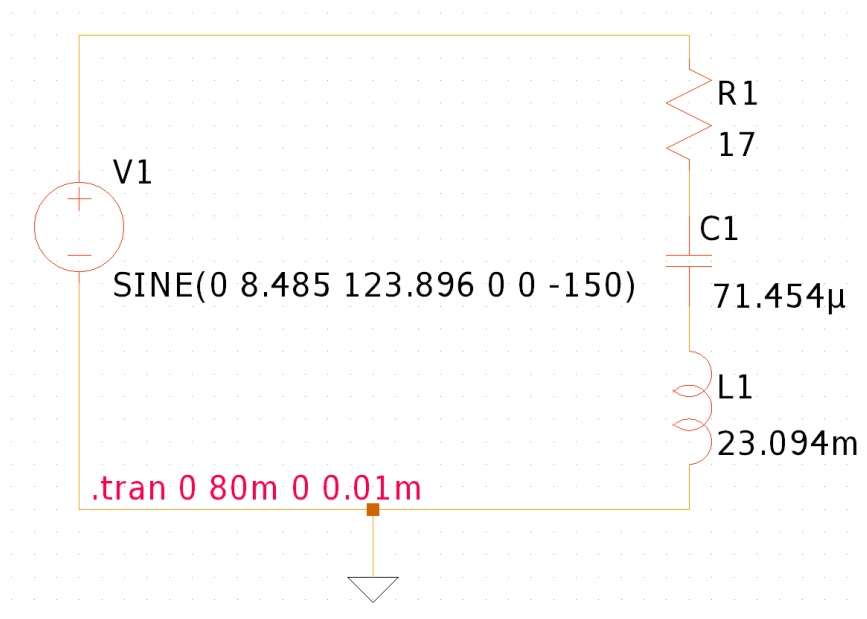


Рис. 10: Схема замещения Двухполюсника 6 (в резонансе) в LTspice.

2.3.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Резонансная частота:

$$f_0 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{23.094 \cdot 71.454 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6}}} = 123.896 \text{ Гц}$$

2. Угловая частота:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

3. Действующий ток в цепи:

$$I = \frac{U_{\text{д}}}{\sqrt{(R_1 + R_k)^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}}$$

4. Напряжение на резистивном элементе:

$$U_{R_k} = I \cdot R_1$$

5. Напряжение на индуктивном элементе:

$$U_k = I \cdot \sqrt{R_k^2 + (\omega L)^2}$$

6. Напряжение на ёмкостном элементе:

$$U_C = \frac{I}{\omega C}$$

7. Фазовый сдвиг между входным напряжением и током:

$$\phi = \arctan \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R_1 + R_k} \right)$$

8. Добротность контура:

$$Q_p = \frac{p}{R_1 + R_k}$$

$$Q_e = \frac{U_{C_0}}{U_{\text{д}}}$$

2.3.3 Заполненная таблица 2.3

Изменяя частоту источника в диапазоне от $0.1 \cdot f_0$ до $2 \cdot f_0$ были рассчитаны значения по вышеуказанным формулам, а также сняты показания с двухполюсника для указанных частот.

Значения действующего тока в цепи и напряжений на резистивном, ёмкостном и индуктивном элементах были найдены как максимальное измеренное значение (I_m, U_m), поделённое на $\sqrt{2}$ для преобразования амплитудного значения, в действующее.

Фазовый сдвиг вычислен как дельта между синусоидами тока и напряжения при переходе от отрицательных значений к положительным, поделённая на амплитуду напряжения: $\phi = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h}$.

| f | U = 6 В; R ₁ = 17 Ом; R _k = 5 Ом; L = 23,094 мГн; C = 71,454 мкФ; f ₀ = 123,896 Гц | | | | | | | | | |
|---------|---|-------|-----------------|----------------|----------------|------------------------|-------|-----------------|----------------|----------------|
| | Расчёт | | | | | Эксперимент | | | | |
| | Q _p = 0.817 | | | | | Q _e = 0.818 | | | | |
| | φ | I | U _{R1} | U _k | U _C | φ | I | U _{R1} | U _k | U _C |
| Гц | ° | А | В | | | ° | А | В | | |
| 12.39 | -83 | 0.033 | 0.561 | 0.175 | 5.932 | -84 | 0.033 | 0.569 | 0.178 | 6.016 |
| 24.779 | -76 | 0.067 | 1.139 | 0.413 | 6.023 | -76 | 0.067 | 1.146 | 0.415 | 6.056 |
| 37.169 | -68 | 0.102 | 1.734 | 0.75 | 6.112 | -68 | 0.102 | 1.763 | 0.773 | 6.116 |
| 49.558 | -60 | 0.137 | 2.329 | 1.2 | 6.157 | -60 | 0.137 | 2.337 | 1.208 | 6.179 |
| 61.948 | -51 | 0.172 | 2.924 | 1.769 | 6.184 | -51 | 0.173 | 2.948 | 1.789 | 6.204 |
| 74.338 | -41 | 0.206 | 3.502 | 2.449 | 6.172 | -42 | 0.206 | 3.495 | 2.444 | 6.16 |
| 86.727 | -31 | 0.234 | 3.978 | 3.169 | 6.01 | -31 | 0.234 | 3.983 | 3.173 | 6.018 |
| 99.117 | -20 | 0.256 | 4.352 | 3.898 | 5.753 | -20 | 0.256 | 4.351 | 3.898 | 5.752 |
| 111.506 | -10 | 0.269 | 4.573 | 4.555 | 5.373 | -10 | 0.269 | 4.568 | 4.551 | 5.368 |
| 123.896 | 0 | 0.273 | 4.641 | 5.094 | 4.908 | 0.3 | 0.274 | 4.645 | 5.086 | 4.908 |
| 136.286 | 9 | 0.269 | 4.573 | 5.487 | 4.396 | 9 | 0.269 | 4.601 | 5.496 | 4.404 |
| 148.675 | 17 | 0.261 | 4.437 | 5.78 | 3.91 | 17 | 0.261 | 4.441 | 5.785 | 3.914 |
| 161.065 | 23 | 0.25 | 4.25 | 5.975 | 3.457 | 23 | 0.25 | 4.254 | 5.979 | 3.461 |
| 173.454 | 29 | 0.238 | 4.046 | 6.107 | 3.056 | 29 | 0.237 | 4.045 | 6.105 | 3.055 |
| 185.844 | 34 | 0.225 | 3.825 | 6.171 | 2.697 | 35 | 0.225 | 3.832 | 6.182 | 2.701 |
| 198.234 | 39 | 0.213 | 3.621 | 6.219 | 2.393 | 39 | 0.213 | 3.626 | 6.227 | 2.397 |
| 210.623 | 42 | 0.202 | 3.434 | 6.256 | 2.136 | 42 | 0.202 | 3.432 | 6.251 | 2.135 |
| 223.013 | 45 | 0.191 | 3.247 | 6.254 | 1.908 | 45 | 0.191 | 3.251 | 6.261 | 1.906 |
| 235.402 | 48 | 0.181 | 3.077 | 6.248 | 1.713 | 49 | 0.181 | 3.084 | 6.262 | 1.716 |
| 247.792 | 51 | 0.172 | 2.924 | 6.244 | 1.546 | 51 | 0.172 | 2.931 | 6.258 | 1.55 |

Итоговая таблица 2.3

2.3.4 Графики характеристических зависимостей от частоты

Графики зависимостей $I(f)$, $\phi(f)$, $U_{R_1}(f)$, $U_k(f)$, $U_C(f)$ поделены на два для большей наглядности и удобства разрешения масштаба - первый показывает зависимости характеристик $I(f)$, $\phi(f)$, второй - $U_{R_1}(f)$, $U_k(f)$, $U_C(f)$.

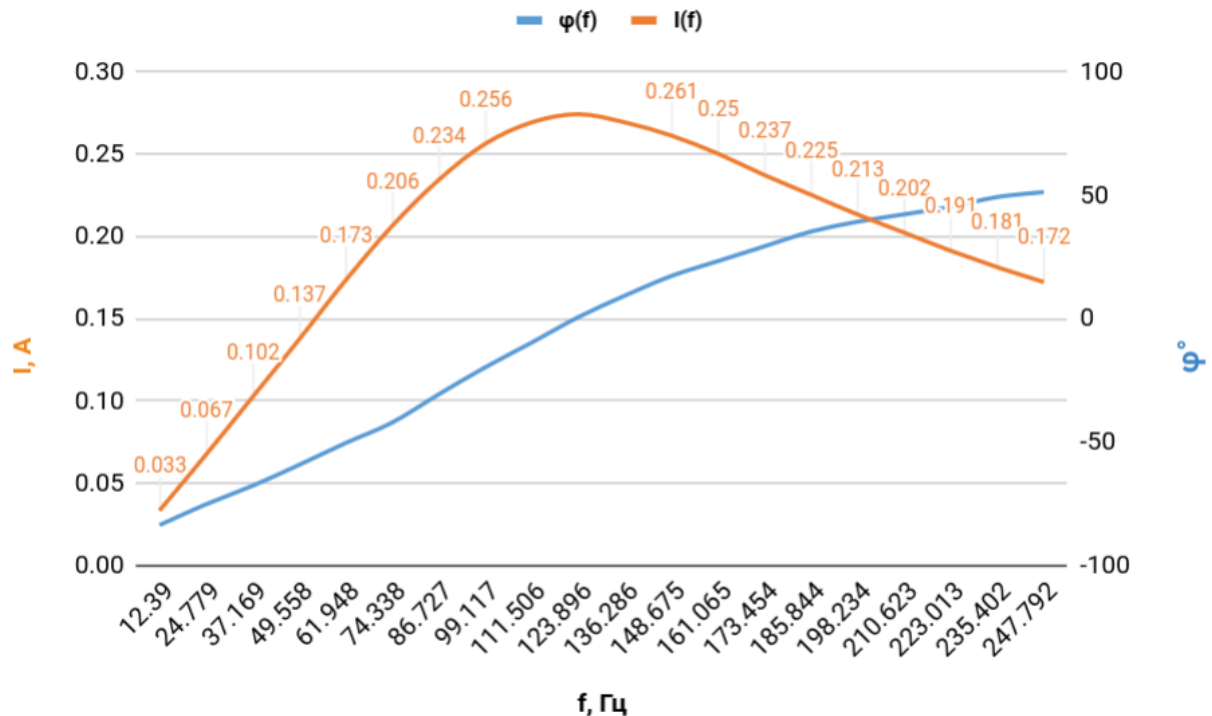


Рис. 11: Зависимость действующего тока и фазового сдвига от частоты

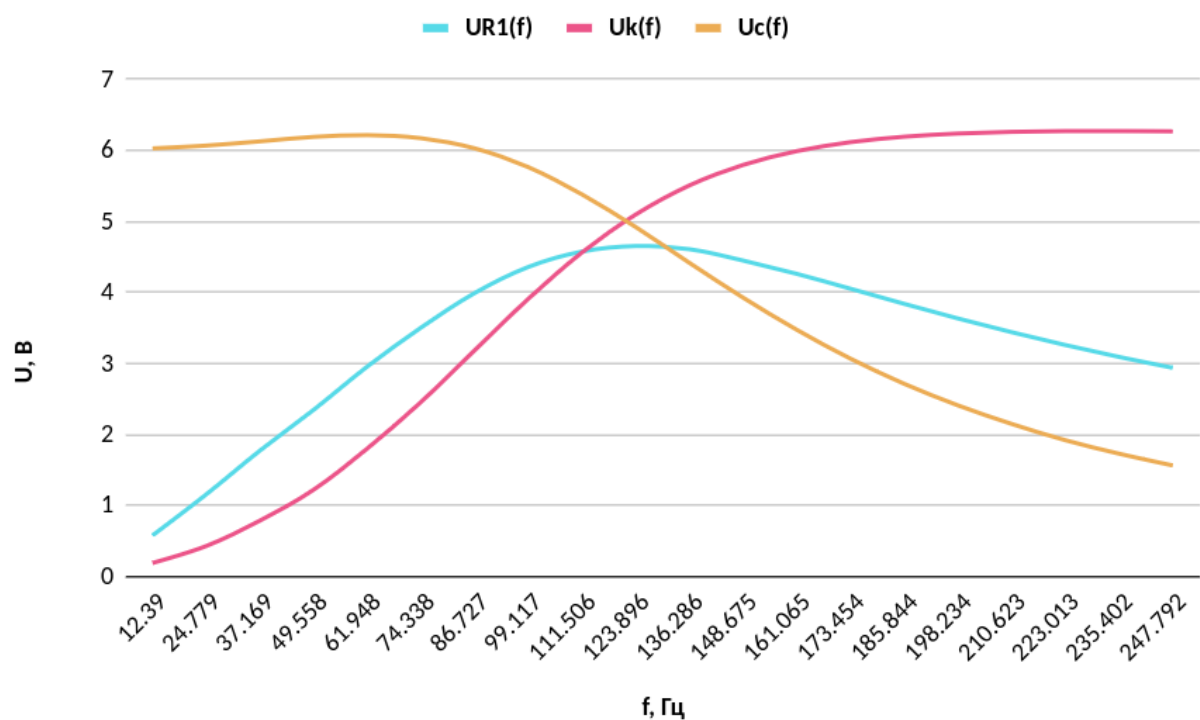


Рис. 12: Зависимость действующих напряжений от частоты

2.3.5 Векторная диаграмма для состояния резонанса

Векторная диаграмма, представленная ниже, должна экспериментально подтверждать II Закон Кирхгофа для нашего двухполюсника:

$$U_{R_1} + U_k + U_C = U$$

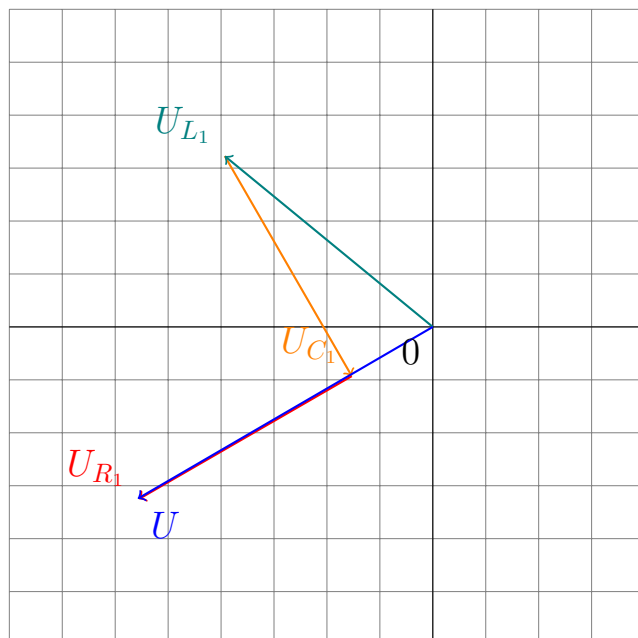
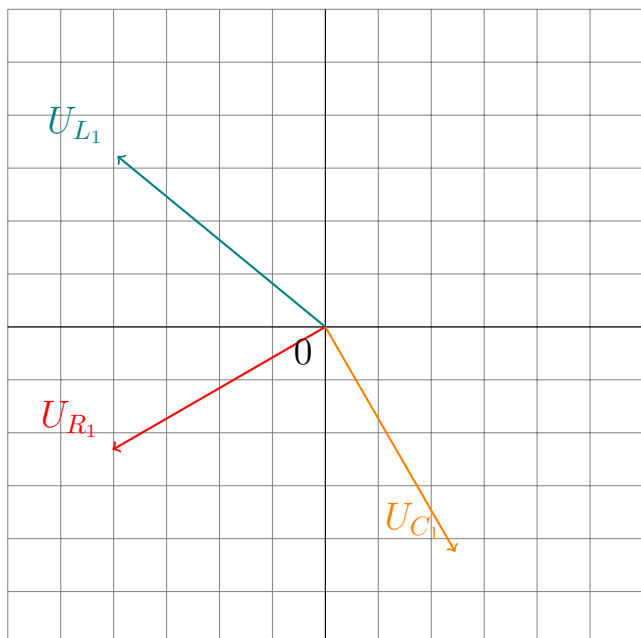
Диаграмма выполнена в масштабе, 1 клетка = 1 Вольт. По-хорошему, векторы напряжений на катушке и конденсаторе должны компенсировать друг друга в резонансе, но мы специально собрали схему так, что между индуктивным и ёмкостным элементом есть резистивный элемент, в данном случае на 5 Ом, так что можно наглядно сложить векторы и напряжений и получить действующее напряжение в цепи.

Для построения векторной диаграммы рассчитаю фазовые сдвиги действующих напряжений на элементах в момента резонанса:

$$\phi(U_{R_1}) = \psi = -150^\circ$$

$$\phi(U_{C_1} \wedge U_{R_1}) = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h} = 180^\circ \cdot \frac{29.595 - 27.577}{31.606 - 27.574} = 90.089^\circ$$

$$\phi(U_{L_1} \wedge U_{R_1}) = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h} = 180^\circ \cdot \frac{43.722 - 42.052}{31.606 - 27.274} = -69.39^\circ (U_{R_1} \text{ опережает } U_{L_1})$$



2.4 Двухполюсник 9

2.4.1 Схема исследуемой цепи

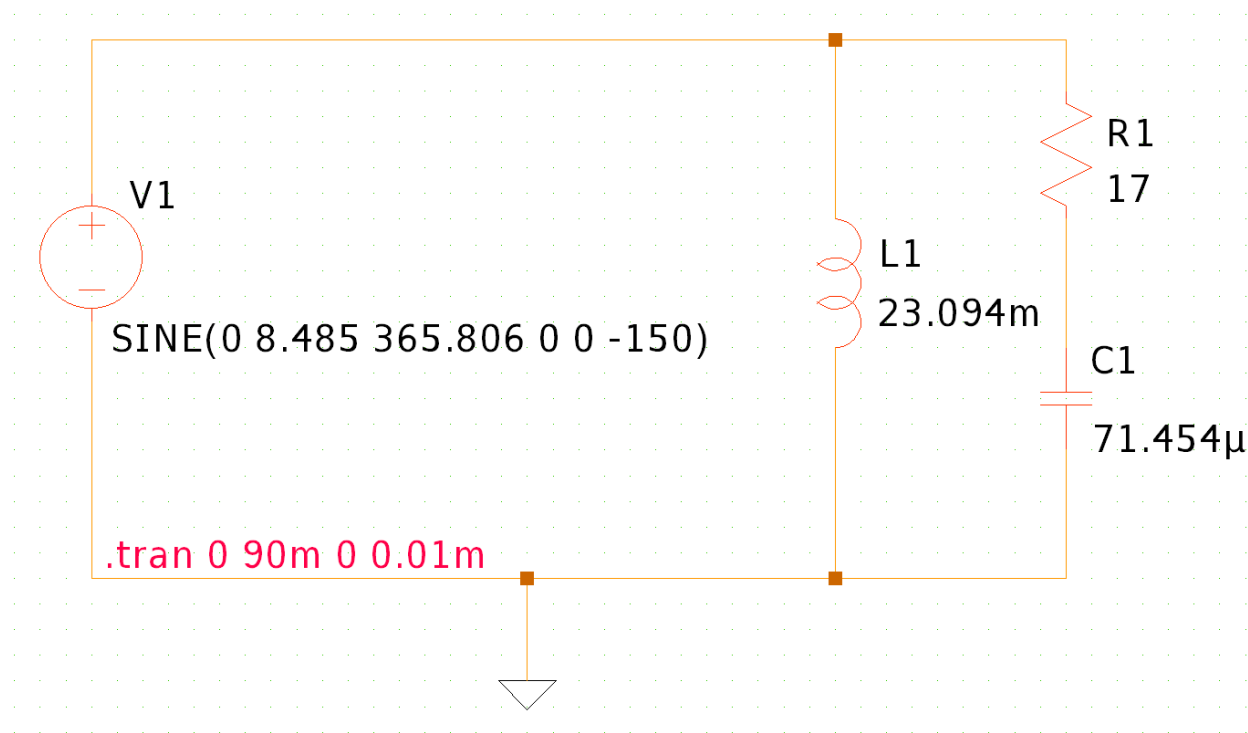


Рис. 13: Схема замещения Двухполюсника 9 (в резонансе) в LTspice.

2.4.2 Расчётные формулы и расчёты

1. Характеристическое сопротивление:

$$p = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{23.094 \cdot 10^{-3}}{71.454 \cdot 10^{-6}}} = 17.978 \text{ Ом}$$

2. Резонансная частота:

$$\begin{aligned} f_0 &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \cdot \sqrt{\frac{p^2 - R_k^2}{p^2 - R_1^2}} = \\ &= \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{23.094 \cdot 71.454 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-6}}} \cdot \sqrt{\frac{17.978^2 - 25}{17.978^2 - 17^2}} = 365.806 \text{ Гц} \end{aligned}$$

3. Вычисление общей проводимости G :

$$G = G_1 + G_k = \frac{R_1}{R_1^2 + X_C^2} + \frac{R_k}{R_k^2 + X_L^2}$$

4. Вычисление общей проводимости B :

$$B = B_k - B_1 = \frac{X_L}{R_k^2 + X_L^2} - \frac{X_C}{R_1^2 + X_C^2}$$

5. Вычисление общего тока I :

$$I = U \sqrt{G^2 + B^2}$$

6. Вычисление тока через индуктивный элемент I_1 :

$$I_1 = \frac{U}{\sqrt{R_k^2 + X_L^2}}$$

7. Вычисление тока через емкостной элемент I_2 :

$$I_2 = \frac{U}{\sqrt{R_1^2 + X_C^2}}$$

8. Вычисление вызового сдвига φ :

$$\varphi = \arctan \left(\frac{B}{G} \right)$$

2.4.3 Заполненная таблица 2.4

Изменяя частоту источника в диапазоне от $0.1 \cdot f_0$ до $2 \cdot f_0$ были рассчитаны значения по вышеуказанным формулам, а также сняты показания с двухполюсника для указанных частот.

Значения действующего тока в цепи и на резистивном, ёмкостном и резистивном, индуктивном элементах были найдены как максимальное измеренное значение (I_{1_m}, I_{1_m}) , поделённое на $\sqrt{2}$ для преобразования амплитудного значения, в действующее.

Фазовый сдвиг вычислен как дельта между синусоидами суммарного тока в цепи и напряжения при переходе от отрицательных значений к положительным, поделённая на амплитуду напряжения: $\phi = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h}$.

| f | U = 6 В; R1 =17 Ом; Rk = 5 Ом; L = 23,094 мГн; C = 71,454 мкФ; f0 = 365.806 Гц | | | | | | | |
|---------|--|-------|----------------|----------------|-------------|-------|----------------|----------------|
| | Расчёт | | | | Эксперимент | | | |
| | φ | I | I ₁ | I ₂ | φ | I | I ₁ | I ₂ |
| Гц | ° | А | | | ° | А | | |
| 36.581 | 40.717 | 0.778 | 0.823 | 0.095 | 40.983 | 0.778 | 0.823 | 0.095 |
| 73.161 | 45.987 | 0.434 | 0.511 | 0.172 | 46.186 | 0.433 | 0.513 | 0.172 |
| 109.742 | 33.758 | 0.305 | 0.359 | 0.227 | 34.128 | 0.305 | 0.358 | 0.226 |
| 146.322 | 19.628 | 0.275 | 0.275 | 0.263 | 19.807 | 0.274 | 0.276 | 0.263 |
| 182.903 | 10.578 | 0.279 | 0.222 | 0.287 | 10.934 | 0.280 | 0.221 | 0.288 |
| 219.484 | 5.636 | 0.290 | 0.186 | 0.303 | 5.711 | 0.291 | 0.185 | 0.302 |
| 256.064 | 2.945 | 0.301 | 0.160 | 0.314 | 2.896 | 0.300 | 0.160 | 0.314 |
| 292.645 | 1.427 | 0.311 | 0.140 | 0.322 | 1.461 | 0.311 | 0.140 | 0.322 |
| 329.225 | 0.537 | 0.318 | 0.125 | 0.328 | 0.534 | 0.317 | 0.125 | 0.328 |
| 365.806 | 0.000 | 0.323 | 0.113 | 0.332 | -0.021 | 0.323 | 0.112 | 0.332 |
| 402.387 | -0.331 | 0.328 | 0.102 | 0.336 | -0.309 | 0.328 | 0.102 | 0.335 |
| 438.967 | -0.537 | 0.331 | 0.094 | 0.338 | -0.524 | 0.331 | 0.094 | 0.336 |
| 475.548 | -0.666 | 0.334 | 0.087 | 0.340 | -0.665 | 0.334 | 0.087 | 0.339 |
| 512.128 | -0.744 | 0.337 | 0.081 | 0.342 | -0.744 | 0.339 | 0.081 | 0.343 |
| 548.709 | -0.790 | 0.339 | 0.075 | 0.343 | -0.783 | 0.338 | 0.075 | 0.344 |
| 585.29 | -0.814 | 0.340 | 0.071 | 0.344 | -0.814 | 0.340 | 0.071 | 0.344 |
| 621.87 | -0.824 | 0.342 | 0.066 | 0.345 | -0.826 | 0.340 | 0.066 | 0.344 |
| 658.451 | -0.824 | 0.343 | 0.063 | 0.346 | -0.824 | 0.344 | 0.063 | 0.346 |
| 695.031 | -0.817 | 0.344 | 0.059 | 0.347 | -0.817 | 0.344 | 0.059 | 0.349 |
| 731.612 | -0.806 | 0.345 | 0.056 | 0.347 | -0.806 | 0.346 | 0.056 | 0.348 |

Итоговая таблица 2.3

2.4.4 Графики характеристических зависимостей от частоты

Графики зависимостей $I(f)$, $\phi(f)$, $I_1(f)$, $I_2(f)$ поделены на два для большей наглядности и удобства разрешения масштаба - первый показывает зависимости характеристик $I(f)$, $\phi(f)$, второй - $I_1(f)$, $I_2(f)$.

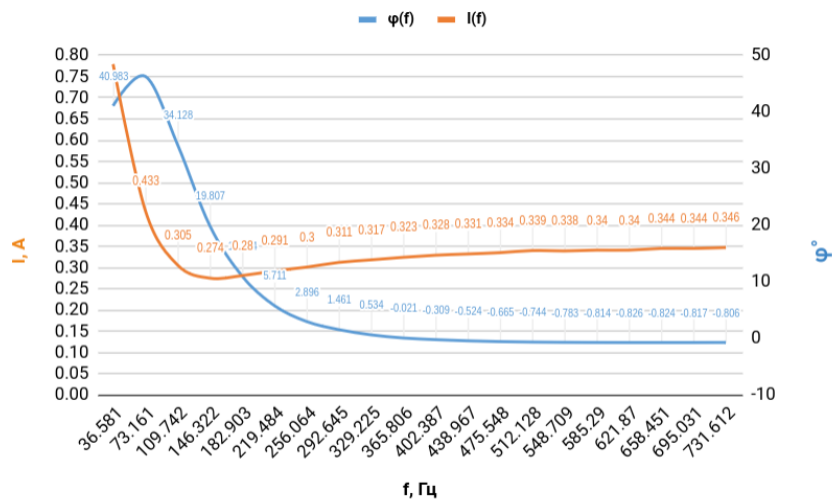


Рис. 14: Зависимость действующего тока и фазового сдвига от частоты

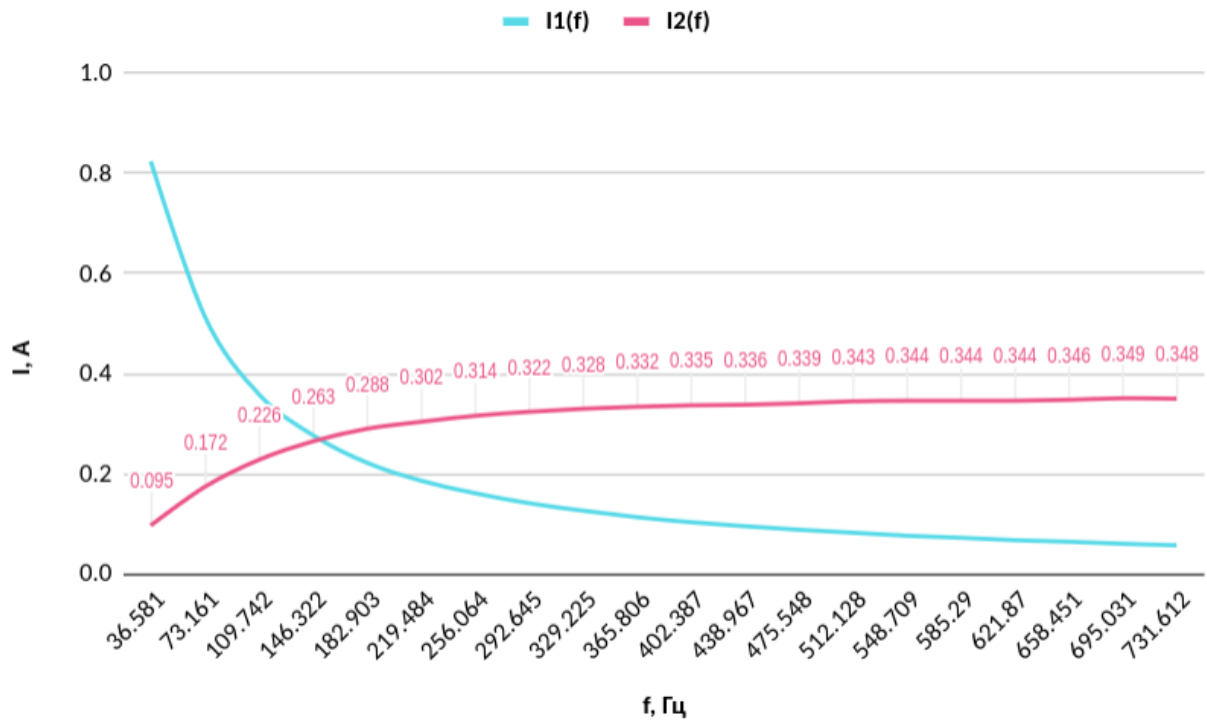


Рис. 15: Зависимость поделённых действующих токов от частоты

2.4.5 Векторная диаграмма для состояния резонанса

Векторная диаграмма, представленная ниже, должна экспериментально подтверждать I Закон Кирхгофа для нашего двухполюсника:

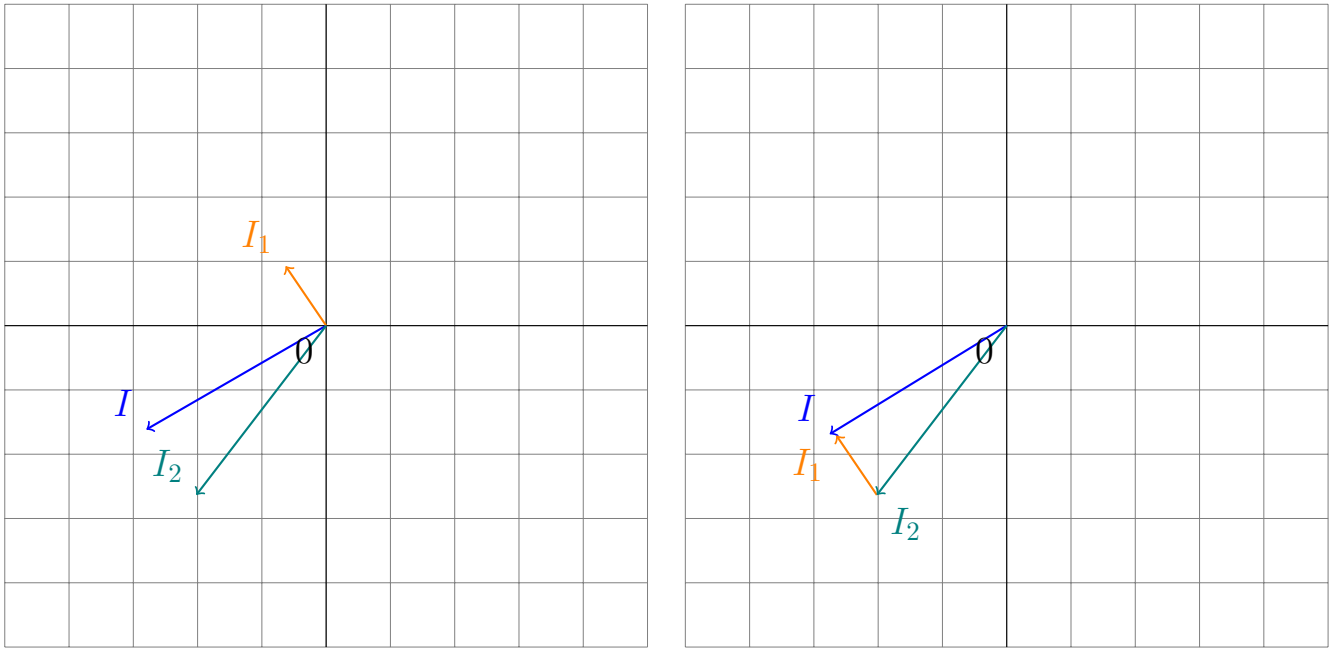
$$I_1 + I_2 - I = 0$$

Диаграмма выполнена в масштабе, 1 клетка = 1 мА. Для построения векторной диаграммы рассчитаю фазовые сдвиги действующих токов на элементах в момента резонанса:

$$\phi(I) = \psi = -150^\circ$$

$$\phi(I_1 \hat{I}) = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h} = 180^\circ \cdot \frac{25.744 - 26.395}{18.908 - 20.274} = -85.783^\circ$$

$$\phi(I_2 \hat{I}) = 180^\circ \cdot \frac{\delta h}{h} = 180^\circ \cdot \frac{17.3915 - 17.5624}{18.908 - 20.274} = 22.52^\circ$$



2.5 Выводы

В результате выполнения второй части лабораторной работы я провёл исследование резонанса токов и напряжений, возникающих в линейных двухполюсниках под воздействием однофазного синусоидального тока.

Резонанс - это такой интересный момент, когда реактивные сопротивления индуктивного и ёмкостного элементов компенсируют друг друга, таким образом их полное реактивное сопротивление становится близким к (в пределе - равным) нулю, оставляя только активную составляющую. Происходит это на определённой частоте - резонансной. Получается так, что на этой частоте индуктивное и ёмкостное сопротивления создают противоположные по фазе реактивные напряжения. Индуктивность опережает ток на 90° , ёмкость отстает на 90° .

В последовательной RCL-цепи наступает максимальный ток, а фазовый сдвиг, что логично из вышесказанного, также стремится к нулю, импеданс минимизируется. В параллельной RCL-цепи наоборот - ток минимизируется, импеданс - максимизируется.

Найденную резонансную частоту и эксперименты можно считать корректными, исходя из векторных диаграмм, подтверждающих I и II законы Кирхгофа соответственно, графиков зависимостей, корректно описывающих состояние системы и величин в таблицах, близко сходящимися с расчётными. Небольшая погрешность обусловлена неаккуратными измерениями, депривацией сна (погрешность человеческого глаза) и прочими факторами.