Основы электротехники

# Домашнее задание №2

# Расчёт переходных процессов в цепях первого порядка

Группа *P3331*
Вариант *021*


Выполнил: *Дворкин Борис Александрович*


Дата сдачи: 03.12.2024

Контрольный срок сдачи: 04.12.2024

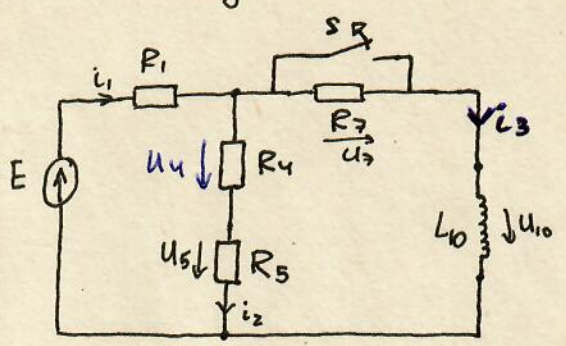
Количество баллов:

СПб – 2024

**Дано:** $E = 125$ В; $R_1 = R_4 = R_5 = R_7 = 2200$ Ом; $L_{10} = 1{,}2$ Гн; Ключ $S \parallel R_7$

**Найти:** $i_3(t) = ?$ $u_4(t) = ?$ классическим и операторным методами расчёта; Построить найденные величины на $t \in [-\tau; 4\tau]$.

Исходная схема

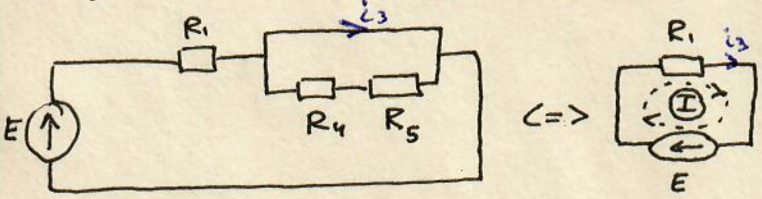



## Решение:

### I Расчёт классическим методом

**1.** Цепь **ДО** коммутации: $t < 0$; S-замкнут

До коммутации катушка $L_{10}$ ведёт себя как проводник, поэтому можно найти ток через эквивалентный ей резистор $R_1$ - это и будет $i_L(0_-)$

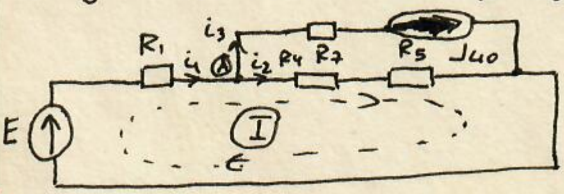



II з.К. для (I): $E = i_3 R_1$

Сл-но, $i_3(0_-) = i_L(0_-) = \frac{E}{R_1} = 0{,}0568$ А

$u_4(0_-) = i_2(0_-) \cdot R_4 = 0$ В

**2.** Цепь **В МОМЕНТ** коммутации: $t = 0$; S-„размыкается"




В момент коммутации ток в цепи начинает изменяться, с-но составляющая $\frac{di}{dt}$ тоже. Получается, что можно представить катушку $L_{10}$ в виде идеального источника тока $J_{L_{10}}$. При этом, по I закону коммутации, $i_L(0_-) = J_{L_{10}} = i_3(0_-) = 0.0568$ А.

II з.К. для (I): $E = u_1 + u_4 + u_5$

I з.К. для (A): $i_1 = i_2 + i_3$

$E = R(i_1 + i_2 + i_2)$

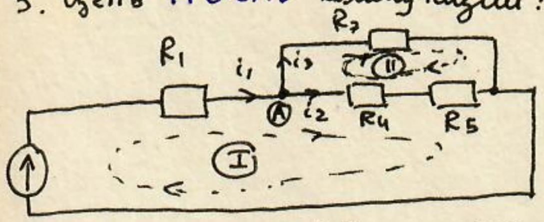
$\Rightarrow \frac{E}{R} = i_3 + 3i_2$

$3i_2 = \frac{E}{R} - i_3 = \frac{E}{R} - J_{L0} = \frac{E}{R} - \frac{E}{R} = 0$

$\Rightarrow u_4(0) = i_2(0) \cdot R = 0$ В

$i_3(0) = \frac{E}{R} = 0{,}0568$ А

**3.** Цепь **ПОСЛЕ** коммутации: $t > 0 \to \infty$; S-разомкнут




После коммутации ток перестаёт изменяться и устанавливается в стационарное значение, а сл-но составляющая $\frac{di}{dt}$ обращается в ноль и катушку можно заменить проводником, т.к. она перестаёт сопротивляться изм. тока (т.е. заниматься самоиндукцией)

II з.К. для (I) и (II):

а) $E = R(i_1 + 2i_2)$

б) $0 = R(i_3 - 2i_2)$

I з.К. для (A):

в) $i_1 = i_2 + i_3$

б) $Ri_3 = 2Ri_2$

$\underline{i_3 = 2i_2}$

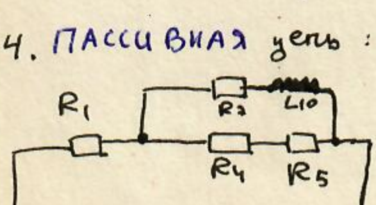
$\Rightarrow$ в) $i_1 = i_2 + i_3 = \underline{3i_2}$

а) $\frac{E}{R} = i_1 + 2i_2 = 5i_2$

$i_2(\infty) = \frac{E}{5R} = 0{,}01136$ А; $i_3(\infty) = 2 \cdot i_2(\infty) = \frac{2E}{5R} = \underline{0{,}02[illegible]\text{ А}}$

$\Rightarrow u_4(\infty) = i_2(\infty) \cdot R = \frac{E \cdot R}{5R} = \frac{125}{5} = \underline{25\text{ В}}$

**4.** **ПАССИВНАЯ** цепь: $t$ - ?




Пассивная цепь - нет активных элементов (ист. питания, генератор, ...)

В ней можно посчитать как вся цепь пассивно сопротивляется $L_{10}$:

$R_э = R_1 + \frac{(R_4 + R_5)R_7}{R_4 + R_5 + R_7} = R + \frac{2R^2}{3R} = \frac{5R^2}{3R} = \frac{5R}{3}$

$\tau = \frac{L}{R_э} = \frac{3L}{5R} = 0{,}000327$ с

$\Rightarrow \alpha = \frac{1}{\tau} = \underline{3055{,}556\text{ с}^{-1}}$

5. Определение мгновенных значений $i_3(t)$ и $U_4(t)$

$$X(t) = X(\infty) + [X(0) - X(\infty)] \cdot e^{-t/\tau}$$

$$\Rightarrow i_3(t) = i_3(\infty) + (i_3(0) - i_3(\infty)) \cdot e^{-\alpha \cdot t} = 0.0227 + (0.0568 - 0.0227) \cdot e^{-\alpha \cdot t} =$$

$$\boxed{= 0.0227 + 0.0341 \cdot e^{-3055,556 \cdot t}} \; [A]$$

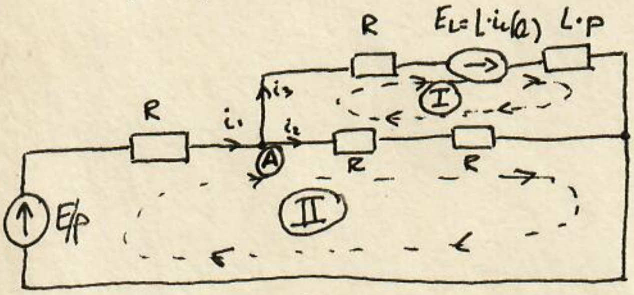
$$\Rightarrow U_4(t) = U_4(\infty) + (U_4(0) - U_4(\infty)) \cdot e^{-t/\tau} = 25 + (0 - 25) \cdot e^{-\alpha \cdot t} =$$

$$\boxed{= 25 - 25 \cdot e^{-3055,556 \cdot t}} \; [B]$$

## II Расчёт операторным методом

1. Аналогично методу I $\Rightarrow i_L(0_-) = \frac{E}{R_1} = 0{,}0568\,A$; Тогда, $E_L = L \cdot i_L(0_-) = \frac{LE}{R}$

2. Операторная схема замещения; Операторные изображения $U_4(p)$ и $i_3(p)$




$$\begin{aligned} &\text{II з.К. для II}: \\ &\text{II з.К. для I}: \\ &\text{I з.К. для A}: \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} &E/p = i_1 R + 2 i_2 R \quad (1) \\ &LE/R = i_3 R + i_3 Lp - 2 i_2 R \quad (2) \\ &i_1 = i_2 + i_3 \quad (3) \end{aligned} \right.$$

$(3 \to 1)$: $\frac{E}{Rp} = i_1 + 2 i_2 = 3 i_2 + i_3$ ; $i_3 = \frac{E}{Rp} - 3 i_2$

$(\hookrightarrow 2)$: $\frac{LE}{R} = \left(\frac{E}{Rp} - 3 i_2\right) R + \left(\frac{E}{Rp} - 3 i_2\right) Lp - 2 i_2 R$ ; $\frac{\cancel{LE}}{\cancel{R}} = \frac{E}{p} - 3 R i_2 + \frac{\cancel{E L}}{\cancel{R}} - 3 Lp\, i_2 - 2 i_2 R$

$$i_2(p) = \frac{E}{p(5R + 3Lp)}$$

$$i_3(p) = \frac{E}{Rp} - 3 \cdot \frac{E}{p(5R + 3Lp)} = \boxed{\frac{2ER + 3ELp}{Rp(5R + 3Lp)}}$$

$$U_4(p) = i_2(p) \cdot R_4 = \boxed{\frac{ER}{p(5R + 3Lp)}}$$

3. Переход от операторных изображений к мгновенным значениям величин

а) $i_3(p) \to i_3(t)$: $p_1 = 0$; $p_2 = -\frac{5R}{3L}$

$$i_3(t) = \frac{2ER + 3ELp_1}{Rp(5R + 3Lp_1)} \cdot (p - 0) \cdot e^{p_1 t}\Big|_{p_1 = 0} + \frac{2ER + 3ELp_2}{Rp_2(5R + 3Lp)} \left(p + \frac{5R}{3L}\right) \cdot e^{p_2 t}\Big|_{p_2 = -\frac{5R}{3L}} =$$

$$= \left| \begin{aligned} p_1 &= 0 \\ p_2 &= -\frac{5R}{3L} \end{aligned} \right| = \frac{2E\cancel{R}}{\cancel{R} \cdot \cancel{p} \cdot 5R} \cdot \cancel{p} \cdot e^{0 \cdot t} + \frac{2E\cancel{R} - \frac{5\cancel{R} \cdot \cancel{3}EL}{\cancel{3L}}}{-\frac{5R}{\cancel{3L}} \cdot \cancel{R} \cdot \cancel{\left(p + \frac{5R}{3L}\right)} \cdot \cancel{3L}} \cdot \cancel{\left(p + \frac{5R}{3L}\right)} \cdot e^{-\frac{5R}{3L} t} =$$

$$= \frac{2E}{5R} + \frac{3E}{5R} \cdot e^{-\frac{5R}{3L} t} = \underline{0.0227 + 0{,}0341 \cdot e^{-3055,556 t}} \; [A]$$

$\uparrow$

Сходится с классическим методом

б) $u_4(p) \to u_4(t)$: $p_1 = 0$; $p_2 = -\frac{5R}{3L}$

$$u_4(t) = \frac{ER}{p(5R+3Lp_1)}\cdot(p-0)\cdot e^{p_1 t}\Big|_{p_1=0} + \frac{ER}{p_2(5R+3Lp_2)}\cdot\left(p+\frac{5R}{3L}\right)\cdot e^{p_2 t}\Big|_{p_2=-\frac{5R}{3L}} =$$

$$= \left|\begin{matrix} p_1 = 0 \\ p_2 = -\frac{5R}{3L}\end{matrix}\right| = \frac{E\cancel{R}}{\cancel{p}\cdot 5\cancel{R}}\cdot\cancel{p}\cdot e^{0\cdot t} + \frac{ER}{-\frac{5R}{\cancel{3L}}\cdot\cancel{3L}\cdot\cancel{\left(p+\frac{5R}{3L}\right)}}\cdot\cancel{\left(p+\frac{5R}{3L}\right)}\cdot e^{-\frac{5R}{3L}t} =$$

$$= \frac{E}{5} - \frac{E}{5}\cdot e^{-\frac{5R}{3L}t} = \underline{25 - 25\cdot e^{-3055,556\cdot t}} \quad [B]$$

↑

Сходится с классическим методом

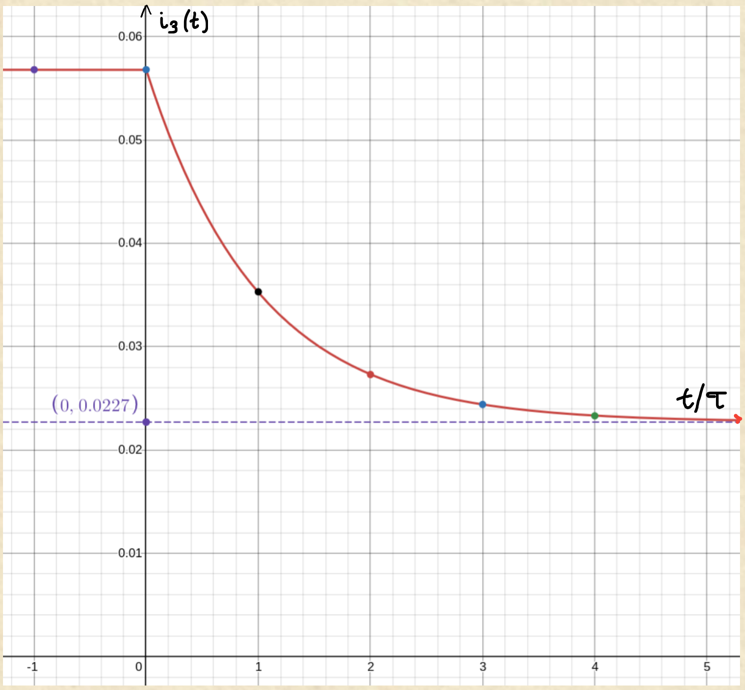
III Построение графиков $i_3(t)$ и $u_4(t)$, при $t \in [-\tau; 4\tau]$

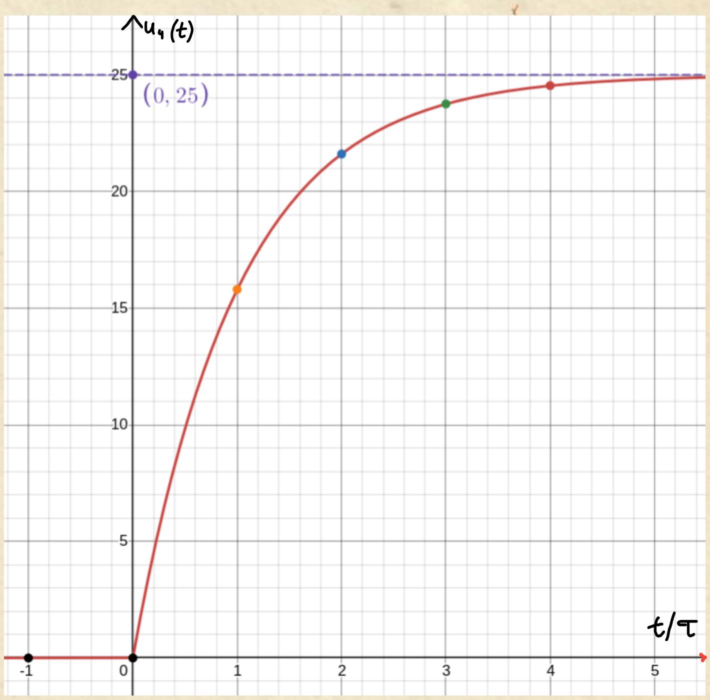
$$i_3(t) = \begin{cases} 0,0568, \text{ при } t < 0 \\ 0,0227 + 0,0341\cdot e^{-3055,556\cdot t}, \text{ при } t \geq 0 \end{cases} \quad [A]$$

| $t/\tau$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $i_3(t)$ | 0.0568 | 0.0568 | 0.0353 | 0.0273 | 0.0244 | 0.0233 |

$$u_4(t) = \begin{cases} 0, \text{ при } t < 0 \\ 25 - 25\cdot e^{-3055,556\cdot t}, \text{ при } t \geq 0 \end{cases} \quad [B]$$

| $t/\tau$ | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $u_4(t)$ | 0 | 0 | 15.795 | 21.611 | 23.752 | 24.541 |




Ответ:

$$i_3(t) = \begin{cases} 0.0568, \text{ при } t < 0 \\ 0.0227 + 0.0341\cdot e^{-3055,556\cdot t}, \text{ при } t \geq 0 \end{cases} \quad [A]$$

$$u_4(t) = \begin{cases} 0, \text{ при } t < 0 \\ 25 - 25\cdot e^{-3055,556\cdot t}, \text{ при } t \geq 0 \end{cases} \quad [B]$$