ИТМО

Основы электротехники

Домашнее задание №3

Расчет цепей синусоидального тока методом комплексных амплитуд

Группа *P3331*
Вариант *077*

Выполнил: *Дворкин Борис Александрович*

Дата сдачи: 04.12.2024

Контрольный срок сдачи: 04.12.2024

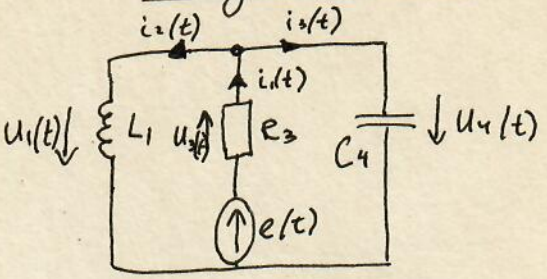
Количество баллов:

СПб – 2024

Дано: $L_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ Гн; $R_3 = 8$ Ом; $C_4 = 250 \cdot 10^{-6}$ Ф

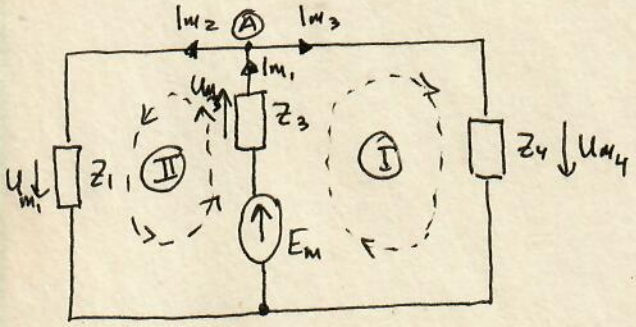
Вар №27 $u_3 = 16{,}48 \cdot \sin(1000t - 14{,}04°)$

Исходная схема: (3.2)



Найти: Мгновенные значения токов во всех ветвях, напряжений на всех элементах и ЭДС; построить ВД для любого узла и контура; составить БМ

Решение: 1° Составим комплексную схему замещения и определим её параметры



$U_{m_3} = 16{,}48 \cdot e^{-14{,}04°} = 15{,}988 - 3{,}998;$ [В]

$Z_3 = R_3 = 8 = 8e^{0°};$ [Ом]

$Z_1 = X_L \cdot ; = \omega \cdot L \cdot ; = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \cdot ; = 2; = 2e^{90°};$ [Ом]

$Z_4 = -X_C \cdot ; = -\left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right) \cdot ; = -4; = 4e^{-90°};$ [Ом]

2° Определение комплексных амплитуд всех токов и напряжений

30: $I_{m_1} = \frac{U_{m_3}}{Z_3} = \frac{15.988 - 3.998;}{8} = 1{,}999 - 0{,}5; = 2{,}061 \cdot e^{-14{,}043°};$ [А]

3K_{II} для (II) и (I) + 3K_I для (A) $\Rightarrow$

$$(1)\begin{cases} E_m = U_{m_3} + U_{m_4} \\ E_m = U_{m_3} + U_{m_1} \\ I_{m_1} = I_{m_2} + I_{m_3} \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} U_{m_1} = U_{m_4} \\ I_{m_2} \cdot Z_1 = I_{m_3} \cdot Z_4 \\ I_{m_2} \cdot Z_1 = (I_{m_1} - I_{m_2}) Z_4 \end{array}$$

$I_{m_1} = \frac{I_{m_2} \cdot Z_1 + I_{m_2} \cdot Z_4}{Z_4}$

$I_{m_2} = \frac{I_{m_1} Z_4}{Z_1 + Z_4}$ (*)

(*): $I_{m_2} = \frac{I_{m_1} Z_4}{Z_1 + Z_4} = \frac{(1{,}999 - 0{,}5;) \cdot (-4;)}{2; -4;} = 3{,}998 - ; = 4{,}121 \cdot e^{-14{,}043°};$ [А]

(1): $I_{m_3} = I_{m_1} - I_{m_2} = (1{,}999 - 0{,}5;) - (3{,}998 - ;) = -1{,}999 + 0{,}5; = 2{,}061 \cdot e^{165{,}96°};$ [А]

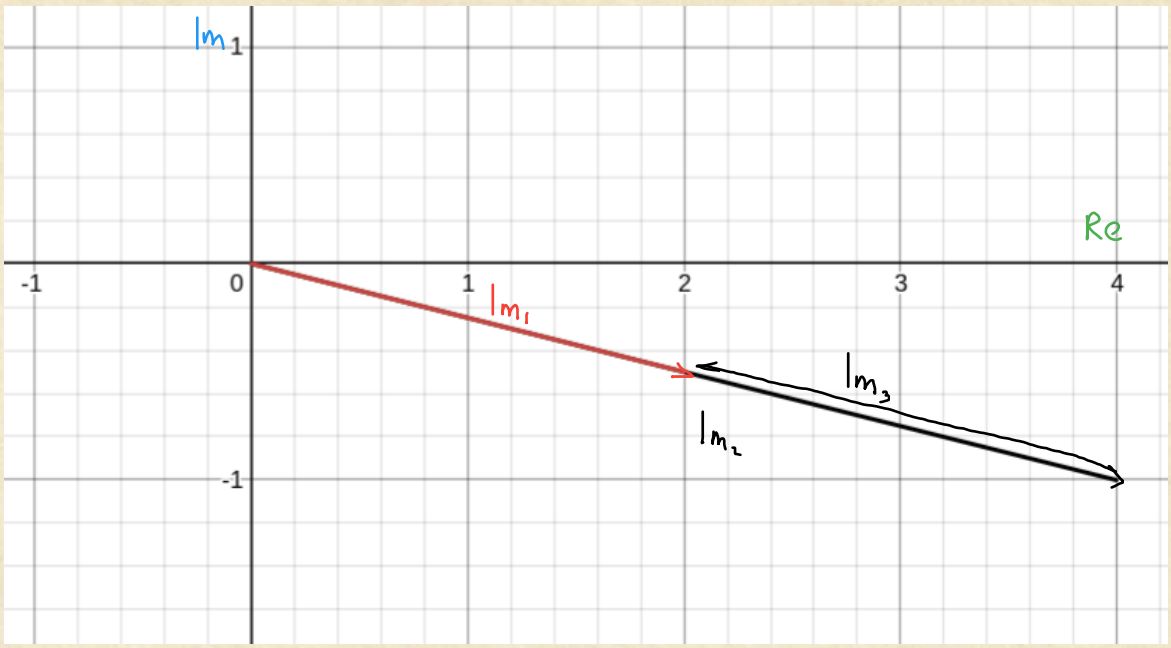
30: $U_{m_1} = I_{m_2} \cdot Z_1 = (3{,}998 - ;) \cdot 2; = 2 + 7{,}996; = 8{,}242 \cdot e^{75{,}96°};$ [В]

$U_{m_4} = U_{m_1} = 2 + 7{,}996; = 8{,}242 \cdot e^{75{,}96°};$ [В]

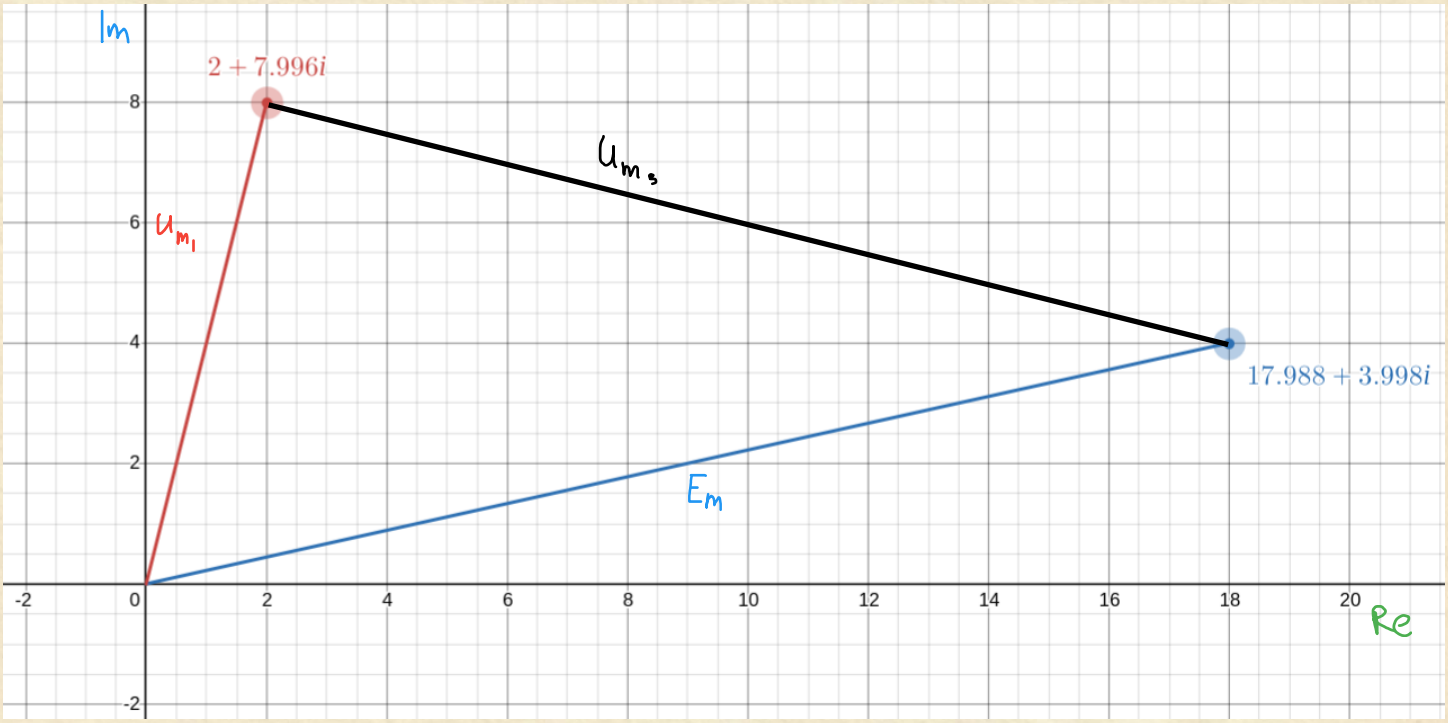
$E_m = U_{m_3} + U_{m_4} = (15{,}988 - 3{,}998;) + (2 + 7{,}996;) = 17{,}988 + 3{,}998; = 18{,}427 \cdot e^{13{,}53°};$ [В]

3. Построение векторных диаграмм для узла и контура

Для узла (A): $I_{m_1} = I_{m_2} + I_{m_3}$



Для контура (II): $E_m = U_{m_3} + U_{m_1}$



Векторные диаграммы сходятся, чем подтверждают теоретически Законы Кирхгофа.

4. Баланс мощностей

- Полная комплексная мощность источников:

$$S_u = \frac{E_m \cdot I_{m_1}^*}{2} = \frac{(17,988 + 3,998j) \cdot (1,999 + 0,5j)}{2} = 16,98 + 8,493j \quad [ВА]$$

- Полная комплексная мощность потребителей:

$$S_п = \frac{U_{m_1} \cdot I_{m_2}^*}{2} + \frac{U_{m_3} \cdot I_{m_1}^*}{2} + \frac{U_{m_4} \cdot I_{m_3}^*}{2} = \frac{(2+7,996j) \cdot (3,998+j) + (15,988 - 3,998j)(1,999 + 0,5j)}{2}$$

$$+ (2+7,996j)(-1,999 - 0,5j)$$

$$= 16,98 + 8,493j \; [ВА]$$

- Суммарная активная мощность:

$$P = \frac{R_3 \cdot I_{m_2}^2}{2} = \frac{8 \cdot (1,999 - 0,5j)^2}{2} = 14,984 - 7,996j$$

$$|I_{m_1}| = \sqrt{1,999^2 + 0,5^2} = \sqrt{4,246} \; ; \; |I_{m_2}| = \sqrt{3,998^2 + 1^2} = \sqrt{16,984}$$

$$= \frac{8 \cdot \sqrt{4,246}^2}{2} = 16,98 \; [Вт] \qquad |I_{m_3}| = \sqrt{1,999^2 + 0,5^2} = \sqrt{4,246}$$

- Суммарная реактивная мощность:

$$Q = \frac{X_L \cdot I_{m_2}^2}{2} - \frac{X_C \cdot I_{m_3}^2}{2} = \frac{2 \cdot 16,984}{2} - \frac{4^2 \cdot 4,246}{2} = 8,493 \; [ВАр]$$

$S_u = S_п = P + jQ = 16,98 + 8,493j \; [ВА]$ Баланс мощностей сошёлся!

5. Переход от комплексных амплитуд токов и напряжений к мгновенным значениям

$$X_m = X_m \cdot e^{\Psi j} \Rightarrow x(t) = X_m \cdot \sin(\omega t + \Psi)$$

$i_1(t) = 2,061 \cdot \sin(1000t - 14,043°)$ [А]

$i_2(t) = 4,121 \cdot \sin(1000t - 14,043°)$ [А]

$i_3(t) = 2,061 \cdot \sin(1000t + 165,96°)$ [А]

$e(t) = 18,427 \cdot \sin(1000t + 12,53°)$ [В]

$u_1(t) = 8,242 \cdot \sin(1000t + 75,96°)$ [В]

$u_3(t) = 16,48 \cdot \sin(1000t - 14,04°)$ [В]

$u_4(t) = 8,242 \cdot \sin(1000t + 75,96°)$ [В]

Ответ: $S_u = S_п = P + jQ = 16,98 + 8,493j \; [ВА]$

$i_1(t) = 2,061 \cdot \sin(1000t - 14,043°)$ [А]

$i_2(t) = 4,121 \cdot \sin(1000t - 14,043°)$ [А]

$i_3(t) = 2,061 \cdot \sin(1000t + 165,96°)$ [А]

$e(t) = 18,427 \cdot \sin(1000t + 12,53°)$ [В]

$u_1(t) = 8,242 \cdot \sin(1000t + 75,96°)$ [В]

$u_3(t) = 16,48 \cdot \sin(1000t - 14,04°)$ [В]

$u_4(t) = 8,242 \cdot \sin(1000t + 75,96°)$ [В]