

## Основы электротехники

### Отчёт по лабораторной работе №1

#### Исследование характеристик источника электрической энергии постоянного тока

Группа *P3331*  
Вариант *33*

Выполнил: *Дворкин Борис Александрович*

Дата сдачи отчёта: *16.09.2024*

Дата защиты: *09.10.2024*

Контрольный срок защиты: 09.10.2024

Количество баллов:

# 1 Цель работы

Исследование режимов работы и экспериментальное определение параметров схемы замещения источника электрической энергии. К выполнению работы следует приступить после изучения раздела «Источники электрической энергии».

## 2 Схема эксперимента

На рисунке 1.1 представлена схема замещения источника электрической энергии постоянного тока и нагрузки, созданная в приложении LTspice.

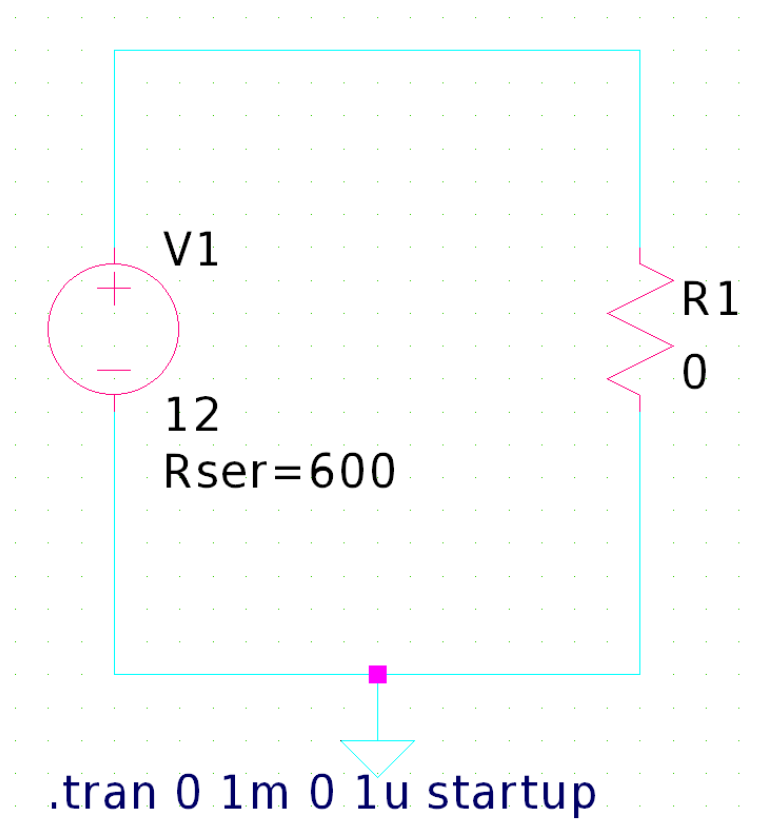


Рис. 1: Схема замещения источника электрической энергии в LTspice.

## 3 Заполненная таблица 1.1

### 3.1 Формулы для расчёта

Ток через нагрузку рассчитывается по формуле:

$$I_n = \frac{U_n}{R_n} [\text{A}],$$

где  $U_n$  — измеренное напряжение на нагрузке, а  $R_n$  — сопротивление нагрузки.  
Абсолютная погрешность тока:

$$\Delta I_n = \frac{\Delta U_n}{R_n}.$$

, где  $R$  — известная константа, а  $U$  — измеренная величина

Внутреннее сопротивление источника для каждого промежутка между измерениями рассчитывается по формуле:

$$r_k = \frac{U_{n_k} - U_{n_{k+1}}}{I_{n_{k+1}} - I_{n_k}} [\text{Ом}].$$

Абсолютная погрешность внутреннего сопротивления  $\Delta r_k$ :

$$\Delta r_k = \frac{|\Delta(U_{n_k} - U_{n_{k+1}}) \cdot (I_{n_{k+1}} - I_{n_k}) + \Delta(I_{n_{k+1}} - I_{n_k}) \cdot (U_{n_k} - U_{n_{k+1}})|}{(I_{n_{k+1}} - I_{n_k})^2}.$$

Абсолютная погрешность разности напряжений:

$$\Delta(U_{n_k} - U_{n_{k+1}}) = \Delta U_{n_k} + \Delta U_{n_{k+1}}.$$

Абсолютная погрешность разности токов:

$$\Delta(I_{n_{k+1}} - I_{n_k}) = \Delta I_{n_{k+1}} + \Delta I_{n_k}.$$

Абсолютная погрешность измерения напряжения (округляем до тысячных):

$$\Delta U_n = \frac{\text{цена младшего разряда}}{2} = \frac{0,001 \text{ В}}{2} = 0,0005 \text{ В}.$$

### 3.2 Пример расчёта для $k = 2$

1. *Вычисляем разности напряжений и их погрешности:*

$$\begin{aligned} U_{n_2} - U_{n_3} &= 10,800 \text{ В} - 9,600 \text{ В} = 1,200 \text{ В}, \\ \Delta(U_{n_2} - U_{n_3}) &= \Delta U_{n_2} + \Delta U_{n_3} = 0,0005 \text{ В} + 0,0005 \text{ В} = 0,0010 \text{ В}. \end{aligned}$$

2. Вычисляем токи и их погрешности:

$$I_{n_2} = \frac{10,800 \text{ В}}{5400 \Omega} = 0,0020 \text{ А},$$

$$\Delta I_{n_2} = \frac{0,0005 \text{ В}}{5400 \Omega} \approx 9,259 \times 10^{-8} \text{ А},$$

$$I_{n_3} = \frac{9,600 \text{ В}}{2400 \Omega} = 0,0040 \text{ А},$$

$$\Delta I_{n_3} = \frac{0,0005 \text{ В}}{2400 \Omega} \approx 2,083 \times 10^{-7} \text{ А}.$$

3. Вычисляем разности токов и их погрешности:

$$I_{n_3} - I_{n_2} = 0,0040 \text{ А} - 0,0020 \text{ А} = 0,0020 \text{ А},$$

$$\Delta(I_{n_3} - I_{n_2}) = \Delta I_{n_3} + \Delta I_{n_2} = 2,083 \times 10^{-7} \text{ А} + 9,259 \times 10^{-8} \text{ А} = 3,009 \times 10^{-7} \text{ А}.$$

4. Вычисляем  $r_2$  и его погрешность:

$$r_2 = \frac{1,200 \text{ В}}{0,0020 \text{ А}} = 600,000 \Omega.$$

$$\Delta r_2 = \frac{|\Delta(U_{n_2} - U_{n_3}) \cdot (I_{n_3} - I_{n_2}) + \Delta(I_{n_3} - I_{n_2}) \cdot (U_{n_2} - U_{n_3})|}{(I_{n_3} - I_{n_2})^2}.$$

Подставляем значения:

$$\begin{aligned} \Delta r_2 &= \frac{|0,0010 \text{ В} \cdot 0,0020 \text{ А} + 3,009 \times 10^{-7} \text{ А} \cdot 1,200 \text{ В}|}{(0,0020 \text{ А})^2} \\ &= \frac{(2,000 \times 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{А} + 3,6108 \times 10^{-7} \text{ В} \cdot \text{А})}{4,000 \times 10^{-6} \text{ А}^2} \\ &= \frac{2,3611 \times 10^{-6} \text{ В} \cdot \text{А}}{4,000 \times 10^{-6} \text{ А}^2} = 0,5903 \Omega \approx 0,590 \Omega. \end{aligned}$$

### 3.3 Результаты расчётов

Проводим аналогичные расчёты для всех  $k$  от 2 до 10 и получаем:

Значения  $r_k$  и их абсолютные погрешности  $\Delta r_k$

$k$	$r_k$ , Ом	$\Delta r_k$ , Ом
2	600,000	$\pm 0,590$
3	600,000	$\pm 0,670$
4	600,000	$\pm 0,774$
5	600,000	$\pm 0,917$
6	600,000	$\pm 1,125$
7	599,301	$\pm 1,455$
8	600,701	$\pm 2,090$
9	602,015	$\pm 3,778$
10	598,015	$\pm 2,711$

### 3.4 Вычисление значения внутреннего сопротивления и его погрешности

Среднее квадратическое значение внутреннего сопротивления:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\frac{\sum_{k=2}^{10} r_k^2}{9}} \\ &= \sqrt{\frac{(600,000)^2 \times 5 + (599,301)^2 + (600,701)^2 + (602,015)^2 + (598,015)^2}{9}} \\ &= 600,004 \Omega. \end{aligned}$$

Абсолютная погрешность  $\Delta r$  вычисляется как среднеквадратическое из погрешностей  $\Delta r_k$ :

$$\Delta r = \sqrt{\frac{\sum_{k=2}^{10} (\Delta r_k)^2}{9}}.$$

Подставляем значения:

$$\begin{aligned} \sum_{k=2}^{10} (\Delta r_k)^2 &= (0,59)^2 + (0,67)^2 + (0,774)^2 + (0,917)^2 + (1,125)^2 \\ &\quad + (1,455)^2 + (2,09)^2 + (3,778)^2 + (2,711)^2 \\ &= 0,3481 + 0,4489 + 0,599076 + 0,840889 + 1,265625 \\ &\quad + 2,117025 + 4,3681 + 14,273284 + 7,349521 \\ &= 31,6105. \end{aligned}$$

Тогда:

$$\Delta r = \sqrt{\frac{31,6105}{9}} = \sqrt{3,5123} = 1,874 \Omega.$$

### 3.5 Вычисление тока короткого замыкания и его погрешности

Ток короткого замыкания:

$$I_{sc} = \frac{E}{r} = \frac{12,000 \text{ В}}{600,004 \Omega} \approx 20,000 \text{ мА}.$$

Абсолютная погрешность  $\Delta I_{sc}$ :

$$\Delta I_{sc} = I_{sc} \left( \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta r}{r} \right).$$

Абсолютная погрешность ЭДС:

$$\Delta E = \frac{0,001 \text{ В}}{2} = 0,0005 \text{ В}.$$

Вычисляем:

$$\Delta I_{sc} = 20,000 \text{ мА} \left( \frac{0,0005 \text{ В}}{12,000 \text{ В}} + \frac{1,189 \Omega}{600,004 \Omega} \right) \approx 0,040 \text{ мА}.$$

Итоговое значение:

$$I_{sc} = (20,000 \pm 0,040) \text{ мА}.$$

## 3.6 Результат

Среднее внутреннее сопротивление:

$$r = (600,004 \pm 1,874) \Omega.$$

Ток короткого замыкания:

$$I_{sc} = (20,000 \pm 0,040) \text{ мА}.$$

Экспериментальные значения совпадают с расчётными в пределах погрешности, что подтверждает корректность проведённых измерений и расчётов.

## 3.7 Заполненная таблица 1.1

Таблица 1.1: Результаты измерений и расчётов

k	Измерения		Расчёт: $r = 600.004 \text{ [Ом]}$ , $E = 12 \text{ [В]}$ , $I_{sc} = 20 \text{ [мА]}$			
0	$R_n \text{ [Ом]}$	$U_n \text{ [В]}$	$I_n \text{ [мА]}$	$P_n \text{ [Вт]}$	$\eta$	$r \text{ [Ом]}$
1	$\infty$	12.000	0.00	0.00	1.0	—
2	5400	10.800	2.00	0.022	0.9	600.00
3	2400	9.600	4.00	0.038	0.8	600.00
4	1400	8.400	6.00	0.050	0.7	600.00
5	900	7.200	8.00	0.058	0.6	600.00
6	600	6.000	10.00	0.060	0.5	600.00
7	400	4.800	12.00	0.058	0.4	599.301
8	257	3.599	14.004	0.050	0.3	600.701
9	150	2.400	16.00	0.038	0.2	602.015
10	67	1.205	17.985	0.022	0.1	598.015
11	0	0.000	20.00	0.000	0.0	—

## 4 Пример расчёта для одной строки таблицы

Для расчёта параметров используем следующие формулы:

- Ток через нагрузку:

$$I_n = \frac{U_n}{R_n}$$

- Мощность, рассеиваемая на нагрузке:

$$P_n = \frac{U_n^2}{R_n}$$

- Коэффициент полезного действия:

$$\eta_n = \frac{R_n}{R_n + r}$$

- Внутреннее сопротивление источника:

$$r_k = \frac{U_k - U_{k+1}}{I_{k+1} - I_k}$$

Рассчитаем значения для строки  $n = 2$ :

$$\begin{aligned} I_2 &= \frac{U_2}{R_2} = \frac{10.8}{5400} = 2.00 \text{ мА}, \\ P_2 &= \frac{U_2^2}{R_2} = \frac{10.8^2}{5400} \approx 0.038 \text{ Вт}, \\ \eta_2 &= \frac{R_2}{R_2 + r} = \frac{5400}{5400 + 600} = 0.9, \\ r_2 &= \frac{U_2 - U_3}{I_3 - I_2} = \frac{10.8 - 9.6}{4 - 2} = 600 \text{ Ом}. \end{aligned}$$

Таким образом, для строки  $n = 2$  были рассчитаны следующие значения:

$$I_2 = 2.00 \text{ мА}, \quad P_2 = 0.038 \text{ Вт}, \quad \eta_2 = 0.9, \quad r_2 = 600 \text{ Ом}.$$

## 5 Расчётная внешняя характеристика источника

На рисунке 2 представлена расчётная и экспериментальная внешняя характеристика источника. Расчётная характеристика изображена в виде синей линии, которая соединяет точки  $(0, E = 12 \text{ В})$  и  $(I_{sc} = 20 \text{ мА}, 0)$ . Эта линия отражает теоретическую зависимость напряжения на нагрузке  $U_n$  от тока  $I_n$ , поступающего от источника, при идеальных условиях.

Экспериментальные точки, отмеченные на графике красными квадратами, соответствуют измеренным значениям напряжения  $U_n$  для разных токов  $I_n$ , согласно данным из таблицы 1.1. Эти точки показывают реальные данные, полученные при изменении сопротивления нагрузки, и их отклонения от расчётной линии могут свидетельствовать о наличии потерь или неточностей в измерениях и/или вычислениях.

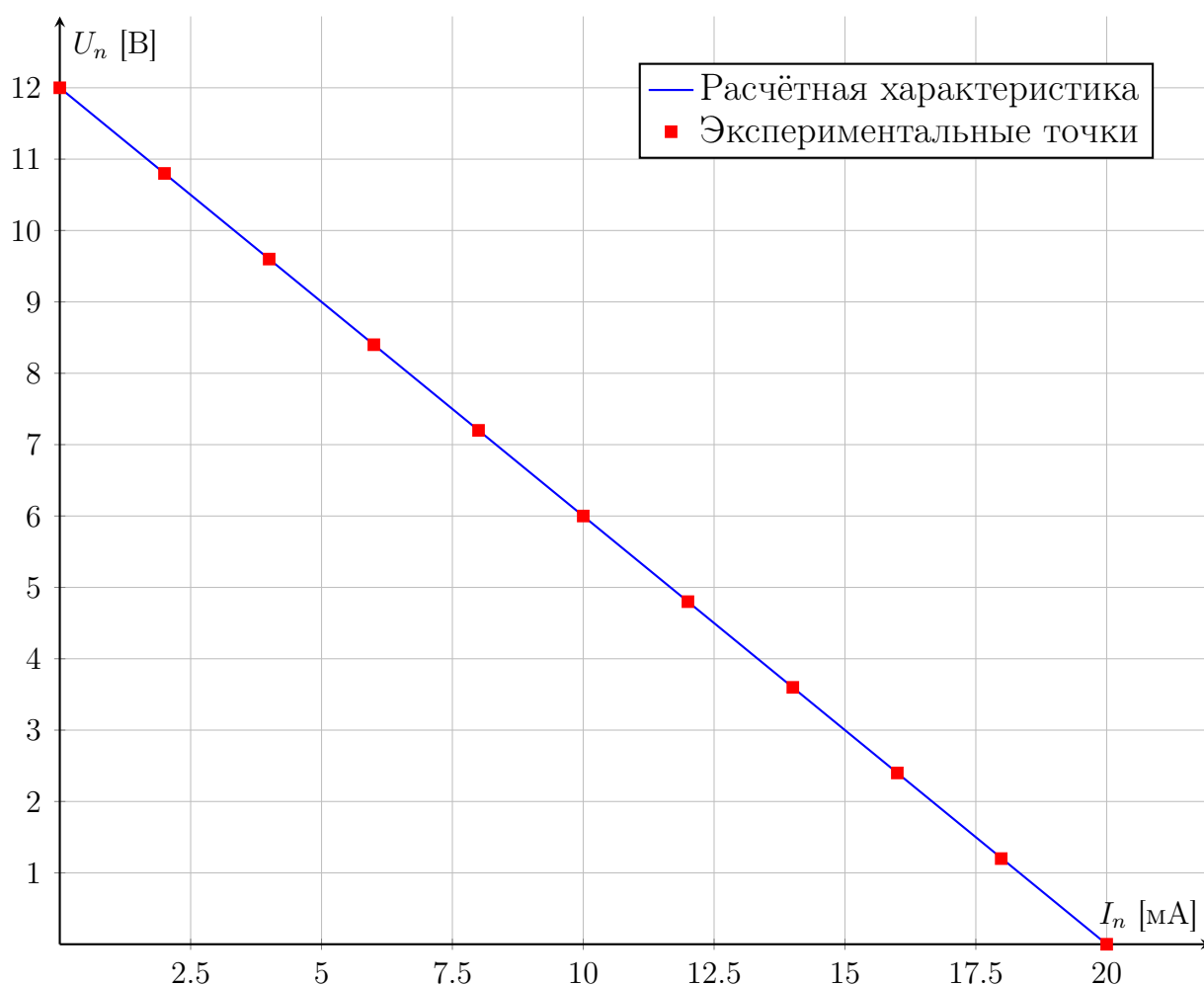


Рис. 2: График расчётной и экспериментальной внешней характеристики источника



## 6 Графики зависимости $P_n(I_n)$ и $\eta(I_n)$

На рисунке 3 представлена зависимость мощности в нагрузке  $P_n$  и КПД  $\eta$  от тока  $I_n$ .

Мощность  $P_n$  растёт с увеличением  $I_n$  до определённого предела, после чего начинает снижаться из-за значительного падения напряжения на нагрузке, вызванного потерями на внутреннем сопротивлении источника.

КПД  $\eta$  падает с увеличением тока  $I_n$ , так как больше энергии рассеивается на внутреннем сопротивлении источника (по закону Джоуля-Ленца), и меньше передаётся на нагрузку.

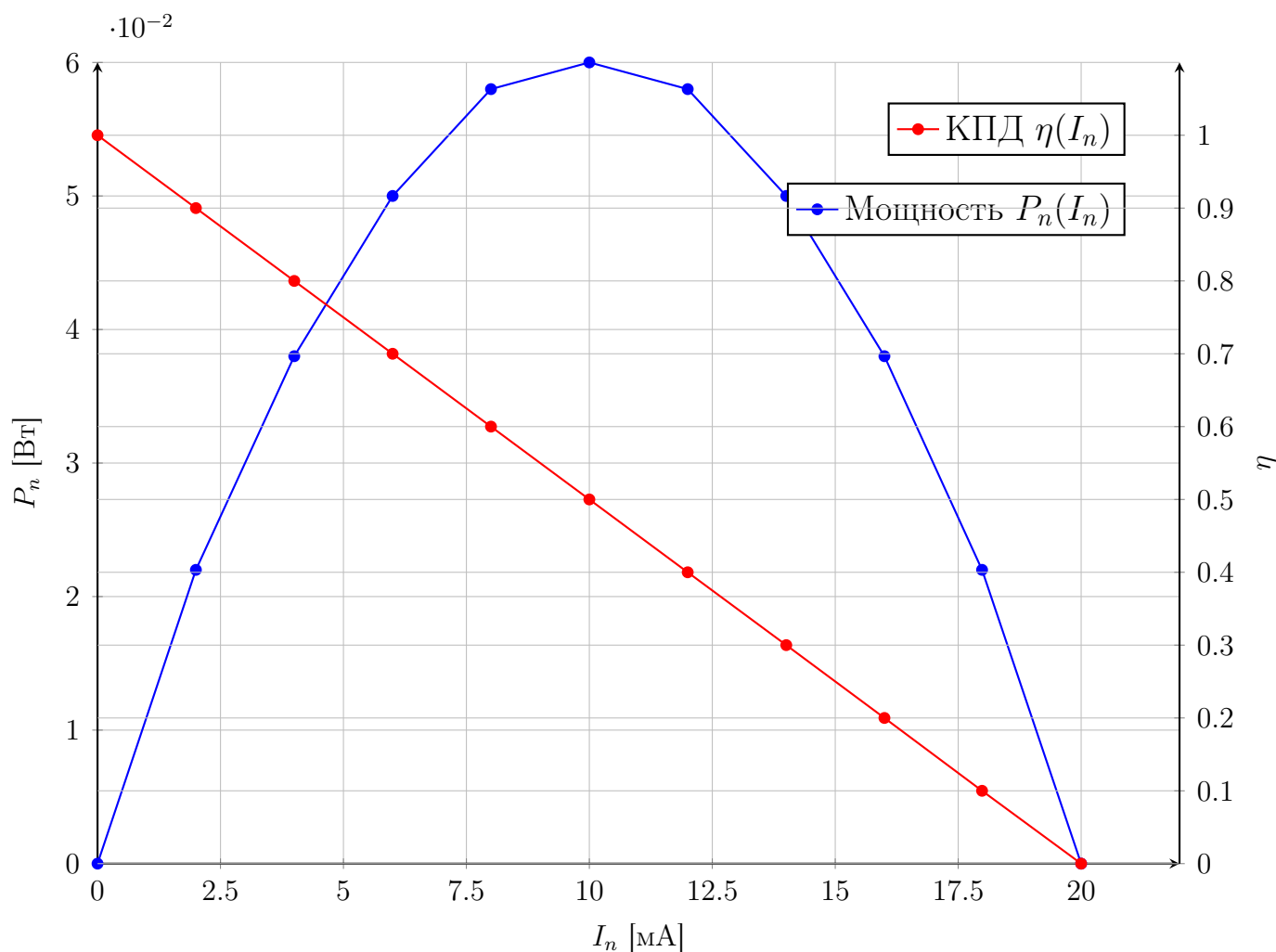


Рис. 3: Графики зависимости мощности  $P_n(I_n)$  и КПД  $\eta(I_n)$

## 7 Выводы по работе

В ходе данной лабораторной работы я исследовал внешнюю характеристику источника электрической энергии постоянного тока и определил параметры схемы его замещения, такие как внутреннее сопротивление и эдс источника, а также ток короткого замыкания. Схема была собрана в программном обеспечении для моделирования аналоговых электронных схем «LTspice», где я измерил

напряжение в цепи при различных сопротивлениях нагрузки и выявил, что с уменьшением сопротивления нагрузки напряжение на ней падает, а ток в цепи увеличивается. Это изменение существенно влияет на распределение мощности в нагрузке и на эффективность работы источника.

В процессе работы я применил закон Джоуля-Ленца, который объясняет потери мощности на внутреннем сопротивлении источника при протекании тока. Согласно закону, выделяемая энергия на внутреннем сопротивлении источника определяется выражением  $Q = I^2 R t$ . Увеличение тока приводит к большему выделению тепла внутри источника, что снижает количество энергии, передаваемой на нагрузку, и соответственно уменьшает КПД.

Я провёл измерение напряжения холостого хода  $U_0$ , которое использовалось для расчёта тока короткого замыкания и определения внешней характеристики источника. Также я рассчитал токи, мощности и КПД на основе измерений, что позволило оценить внутреннее сопротивление источника. Все расчёты были проведены в Excel, где я составил таблицы с данными, а графики зависимостей  $P_n(I_n)$  и  $\eta(I_n)$  были построены в LaTeX. Это позволило оформить результаты в соответствии с научными стандартами и закрепить навыки работы с математическими пакетами для дальнейшей работы, включая подготовку к диплому.

Расчёты показали, что экспериментальное значение внутреннего сопротивления  $r = (600,004 \pm 1,874) \Omega$  совпадает с расчётным значением  $r_{\text{расч}} = 600,000 \Omega$  в пределах погрешности измерений. Относительная погрешность, обусловленная округлением величин и накопленной ошибкой вычислений,  $\varepsilon = 0,31\% < 1\%$  что свидетельствует о высокой точности эксперимента.

Ток короткого замыкания, рассчитанный на основе экспериментальных данных,  $I_{sc} = (20,000 \pm 0,040) \text{ мА}$ , также соответствует теоретическому значению в 20 мА. Относительная погрешность, обусловленная округлением измерений ЭДС и погрешностью экспериментально полученной величины  $r$ , составила  $\varepsilon = 0,20\% < 1\%$  что также означает что эксперимент получился достаточно точный.

Эти параметры позволяют точно оценить характеристики реальной цепи.

В итоге, я пришёл к выводу, что внутреннее сопротивление источника играет критическую роль в его характеристиках: при высоких токах оно значительно снижает эффективность передачи энергии на нагрузку, что приводит к уменьшению КПД и снижению мощности. Эксперимент подтвердил теоретические модели, а полученные данные дали возможность точно рассчитать параметры реальных электрических цепей.