МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ КОММУНИКАЦИЙ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ордена Трудового Красного Знамени федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

**«Московский технический университет связи и информатики»**

Кафедра «Информатика»

**Отчет по заданию №2**

**по дисциплине**

**«Численные методы»**

Выполнил: студент гр. БЭИ2202

Тогузов А.А.

Вариант 24.

Проверил: доц. каф. «Информатика»

Мацкевич А. Г.

Москва, 2024 г.

**1. Индивидуальное задание**

* Выполнить вручную интерполяцию в заданной точке x=a=0.32 с использованием полинома Ньютона 1–й, 2–й и 3–й степени: заполнить таблицу конечных разностей; записать интерполяционные формулы для 1–й, 2–й и 3-й степени полинома; вычислить оценки погрешности в точке а для полиномов различных степеней.
* Выполнить вручную интерполяцию в заданной точке x=b=1.26 с использованием полинома Лагранжа 1–й, 2–й b3–й степени: записать интерполяционные формулы для 1–й, 2–й и 3-й степени полинома; вычислить оценки погрешности в точке b для полиномов различных степеней

**2. Точка интерполяции для формулы Ньютона a = 0.32**

**Выбор и нумерация узлов.**

Для ручной интерполяции в точке x = a = 0.32 по 1 формуле Ньютона выбираем 4 узла из таблицы 1–2 так, чтобы точка a = 0.32 оказалась между узлами с номерами с 1 по 2 и добавляем узлы вправо:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Номера выбранных узлов (k)** | xk | yk |
| **8** | 0.30 | -3,8610 |
| **9** | 0.35 | -3.7555 |
| **10** | 0.40 | -3.6320 |
| **11** | 0.45 | -3.4890 |

Изменим нумерацию узлом интерполяции для использования их в интерполяционных формулах и занесем в таблицы вида 1–3.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 0 | 1 | 2 | 3 |
| xk | 0.30 | 0.35 | 0.40 | 0.45 |
| yk | -3,8610 | -3.7555 | -3.6320 | -3.4890 |

**Ручной расчет по 1–й формуле Ньютона.**

Заполним таблицу конечных разностей:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| x | y | Δy | Δ2y | Δ3y |
| 0,30 | -3,8610 | 0,1055 | 0,0180 | 0,0015 |
| 0,35 | -3,7555 | 0,1235 | 0,0195 |  |
| 0,40 | -3,6320 | 0,1430 |  |  |
| 0,45 | -3,4890 |  |  |  |

Запишем интерполяционную формулу Ньютона:



для полиномов 1–й, 2–й и 3–й степени и выполним расчеты по ним. Определим значение q:

Значение полинома 1-й степени в т. x=0.32:

Значение полинома 2-й степени в т. x=0.32:

Значение полинома 3-й степени в т. x=0.32:

Явные выражения для полиномов 1, 2 и 3 степени могут быть получены после соответствующих преобразований формулы:



Занесем результаты в таблицу и вычислим оценки погрешности полученных значений для полиномов 1–й, 2–й и 3-й степени:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Степень многочленаk | Pk(x) | Оценка погрешности |
| 1 | -3.8188 | 0.0021 |
| 2 |  | 0.000036 |
| 3 | -3.820864 | – |

**Вывод.** Получены выражения для интерполяционных многочленов 1, 2 и 3-ей степени и их значения в точке а. Оценку погрешности проведём в соответствии с неравенством:

Можно утверждать, что разность между точным (неизвестным) значением функции и значением интерполяционного полинома в точке x=0.32 после 3-х итераций не превышает 0.000036.

**2. Точка интерполяции для формулы Лагранжа b = 1.26.**

**Выбор и перенумерация узлов.**

Для ручной интерполяции в точке x = b = 1.26 по формуле Лагранжа выбираем из таблицы 4 узла так, чтобы точка b = 1.26 оказалась внутри получающийся таблицы и узлы были наиболее близкими к этой точке. В итоге выбираем узлы с номерами 23, 24, 25, 26:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **23** | 1.20 | 2.0160 |
| **24** | 1.25 | 2.6750 |
| **25** | 1.30 | 3.3790 |
| **26** | 1.35 | 4.1295 |

Следует отметить, что формула Лагранжа может использоваться как для таблиц с постоянным шагом, так и с непостоянным шагом. Перенумеруем узлы интерполяции руководствуясь двумя правилами: точка x=b должна быть внутри таблицы и узлы должны быть ближайшие к ней. Занесем перенумерованные узлы в таблицу вида 2–3:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| k | 0 | 1 | 2 | 3 |
| xk | 1.20 | 1.25 | 1.30 | 1.35 |
| yk | 2.0160 | 2.6750 | 3.3790 | 4.1295 |

**Ручной расчет по формуле Лагранжа.**

Запишем интерполяционные полиномы Лагранжа 1–й, 2–й и 3–й степени и вычислим их значения в точке x = b = 1.26:

Занесем результаты в таблицу и вычислим оценки погрешности полученных значений для многочленов 1–й и 2–й степени:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Степень многочленаk | Lk(x) | Оценка погрешности |
| 1 | 2.8068 | 0.0054 |
| 2 | 2.8122 | 0.00005 |
| 3 | 2.81215 | – |

Разница погрешностей при разных узлах 0.000135 и 0.00005

**Вывод**. Получены выражения для интерполяционных полиномов 1, 2 и 3-й степени и их значения в т. b. Оценку погрешности проведём в соответствии с неравенством:

Можно утверждать, что разность между точным (неизвестным) значением функции и значением интерполяционного полинома в точке x=1.26 после 3-х итераций не превышает 0.000135.