

Napomena:

- Točno riješen zadatak: 2,5 bodova
- Netočno rješenje: -0,5 bodova
- Zadatak nije rješavan: 0 bodova
- Ukoliko zadatak NIJE rješavan, molim, na obrascu za test NE precrtavati polja!
- Trajanje ispita: 135 minuta
- Ukupni broj zadataka: 10
- Nije dopušteno pisanje po papirima s ispitnim zadacima!

GRUPA A

Zadatak-1: Dan je Hammingov binarni kod $K[n, k] = [7, 4]$. Kodne riječi koda K se prenose komunikacijskim kanalom s brisanjem simbola. Odredite kodnu riječ $c = [1100abc]$, $a, b, c \in \{0, 1\}$, koja je poslana ako je primljena kodna riječ $c' = [1100??]$. **Napomena:** Kontrolni bitovi u kodnoj riječi nalaze se na pozicijama 1, 2 i 4.

Rješenje:

- $a = c$
- $(a+b+c) \bmod 2 = 1$
- $(a+b+c) \bmod 2 = 0$
- $b = c$

Zadatak-2: Dan je linearni binarni kod $K \subset F_2^4$ s kodnim riječima $\{0000, 1011, 1110, 0101\}$. Na izlazu nekog kodera kanala pojavljuju se kodne riječi koda K^\perp . Za niže dane slijedove bitova (izlaz kodera kanala) odredite onaj koji pripada kodu K^\perp .

Rješenje:

- 0000 0111 1101 0000 1101 1101 1001
- 0111 0000 1101 1101 0000 1011 1101
- 0000 1010 0111 0111 0000 1101 1101
- 1101 0000 0111 1001 1011 0111 0000

Zadatak-3: Izvorište generira 128 poruka, iz skupa od 128 jednako vjerojatnih simbola $X = \{x_0, \dots, x_{127}\}$, koje se kodiraju binarnim kodom (Shannon-Fano!). Poruke se prije odašiljanja u kanal kodiraju Hammingovom metodom zaštitnog kodiranja. Na ulazu dekodera kanala pojavljuje se slijed bitova 111101100001001101... Odredite prvu poruku (d) koja je odaslana. **Napomena:** Kontrolni bitovi u kodnoj riječi nalaze se na pozicijama 1, 2, 4, 8,...

Rješenje:

- zadnja tri bita u poruci d su 001
- zadnja tri bita u poruci d su 011
- prva četiri bita u poruci d su 1011
- prva četiri bita u poruci d su 1111

Zadatak-4: Neka je K linearni ciklični kod kojem pripada kodna riječ 1001110. Kodirajte poruku 101 koristeći generirajuću matricu danog koda koja nije u standardnom obliku.

Rješenje:

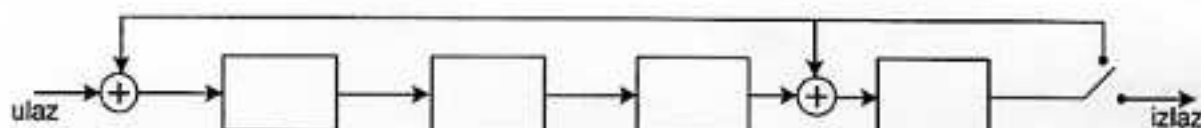
- 1010011
- 1110100
- 1101001
- 0100111

Zadatak-5: Dan je Hammingov $[6, 3]$ binarni blok kôd s generirajućom matricom G u standardnom obliku. Neka je primljena kodna riječ 101100. Odredite poruku koja je poslana, kao i vjerojatnost pogrešnog dekodiranja (p_{pd}) ako je vjerojatnost pogrešnog prijenosa bita u kanalu $p_e=0,01$.

Rješenje:

- a) 101; $p_{pd} \approx 0,99884$
- b) 100; $p_{pd} \approx 1,46 \times 10^{-3}$
- c) 101; $p_{pd} \approx 1,46 \times 10^{-3}$
- d) 100; $p_{pd} \approx 0,99884$

Zadatak-6: Na slici je dan koder za ciklični kôd $[15, k]$. Odredite cikličnu provjeru zalihosti (engl. *Cyclic Redundancy Check*, CRC) za prvu kodnu riječ koja se pojavljuje na izlazu iz kodera ako se na ulazu kodera pojavljuje slijed bitova: 101010101000101...



Rješenje:

- a) 0010
- b) 0100
- c) 0001
- d) 1000

Zadatak-7: Dan je linearni binarni blok kôd $K[n, k]=[7, 4]$ s matricom provjere pariteta H :

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Odredite kodnu riječ koja se prva pojavljuje na izlazu kodera kanala kôda K^\perp ako se na njegovom ulazu pojavljuje slijed bitova 10101110...

Rješenje:

- a) 0111000
- b) 0110100
- c) 0110000
- d) 0110001

Zadatak-8: Dan je binarni kôd $K[n, k]=[7, 4]$ s generirajućom matricom

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Neka je K^* prošireni kôd čije su kodne riječi dobivene tako što je na početak svake kodne riječi kôda K dodan bit pariteta (parni!). Na ulazu dekodera kanala kôda K^* pojavljuje se slijed bitova 0111100100110011... Odredite sindrom za prvu primljenu kodnu riječ.

Rješenje:

- a) 0110
- b) 0111
- c) 1011
- d) 1110

Zadatak-9: Slijed bita x ulazi u Hammingov koder $[n, k] = [7, 4]$ i nakon toga se prenosi prijenosnim kanalom u kojem je vjerojatnost pogrešnog prijenosa bita m . Odredite omjer vjerojatnosti ispravnog dekodiranja (p_{updek}) slijeda x ako se umjesto Hammingovog koda kao zaštita uporabi paritet (parni!), tj. odredite $p_{\text{updek}}(\text{HAMMING}) / p_{\text{updek}}(\text{PARITET})$.

Rješenje:

- a) $(1+6m)(1-m)$
- b) $(1-6m)(1-m)$
- c) $(1+6m)(1-m)^2$
- d) $(1+6m) / (1-m)^2$

Zadatak-10: Mjerenjem je utvrđeno da u binarnom komunikacijskom kanalu djeluju smetnje koje mogu uzrokovati pogrešan prijenos od jednog bita u slijedu od najmanje 9 uzastopnih bita. Za zaštitu informacije uporabljen je Hammingov koder, a duljina zaštitno kodiranog bloka prilagođena je uvjetima koji vladaju u kanalu. Za slijed bitova 1110101011010... odredite prvi zaštitno kodirani blok bitova (kodna riječ c) ali tako da je kodna brzina maksimalna.

Rješenje:

- a) težina kodne riječi c je 5
- b) težina kodne riječi c je 4
- c) težina kodne riječi c je 3
- d) težina kodne riječi c je 6