

Sveučilište u Zagrebu
Fakultet elektrotehnike i računarstva

Međuispit iz predmeta **TEORIJA INFORMACIJE**, 15. studenog 2011.

Napomena:

Svaki točno riješen zadatak boduje se s tri (3) boda, zadatak koji nije riješavan s nula (0) bodova, a svaki netočno riješen zadatak boduje se s jednim negativnim bodom (-1).

Trajanje ispita: 120 minuta.

ZADACI

1. Zadan je skup simbola na izvoru komunikacijskog kanala, $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$. Svakom simbolu pridijeljena je apriorna vjerojatnost pojavljivanja $p(x_i)$, $i = 1, \dots, n$. Nadalje, pretvorimo svaki simbol x_i u dva nova simbola, y_{2i-1} i y_{2i} , pri čemu za apriorne vjerojatnosti pojavljivanja simbola y_j , $j = 1, \dots, 2n$, vrijedi sljedeće pravilo: $p(y_{2i-1}) = p(y_{2i}) = p(x_i)/2$, $\forall i = 1, \dots, n$. Razlika između entropija ova dva skupa simbola, $H(Y) - H(X)$, iznosi

- a) 0 bit/simbol
- b) 1 bit/simbol
- c) 2 bit/simbol
- d) -1 bit/simbol

2. Zadan je diskretni binarni kanal. Na izvoru informacije pojavljuju se simboli x_1 i x_2 , a na odredištu simboli y_1 i y_2 . Matrica šuma u kanalu koji povezuje izvor i odredište, $[P(Y|X)]$, dana kao

$$P[Y|X] = \begin{bmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{bmatrix}$$

Odredite kapacitet takvog kanala.

- a) 0 bit/simbol
- b) 1 bit/simbol
- c) 0,08 bit/simbol
- d) 0,92 bit/simbol

3. Dan je izvor informacije koji generira 4 simbola, m_1 , m_2 , m_3 i m_4 . Vjerojatnosti pojavljivanja simbola određene su izrazima: $p(m_1) = 2p(m_2) = 4p(m_3)$ i $p(m_3) = p(m_4)$. Koder informacije kodira svaki simbol m_i , $i = 1, \dots, 4$, s dva binarna simbola po simbolu prema sljedećem pravilu: $m_1 \rightarrow 00$, $m_2 \rightarrow 01$, $m_3 \rightarrow 10$ i $m_4 \rightarrow 11$. Odredite vjerojatnost pojavljivanja binarnog simbola 0 na izlazu izvora informacije.

- a) 11/16
- b) 4/7
- c) 1/4
- d) 5/16

4. Odredite količinu informacije sadržane u slici koja se sastoji od 500 redaka i 500 točaka u svakom retku. Intenzitet svjetline svake točke može imati osam stupnjeva. Pojave različitih gradacija svjetline su jednako vjerojatne, a svjetline pojedinih točaka međusobno su neovisne.

- a) 3 Mbit/slici
- b) 2 Mbit/slici
- c) 0,75 Mbit/slici
- d) 0,25 Mbit/slici

5. U nekom komunikacijskom sustavu abeceda izvora sadrži 5 simbola, x_1, x_2, x_3, x_4 i x_5 , a abeceda odredišta 4 simbola, y_1, y_2, y_3 i y_4 . Matrica združenih vjerojatnosti simbola izvora i odredišta zadana je na sljedeći način:

$$[P(X,Y)] = \begin{bmatrix} 0,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0,1 & 0,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0,05 & 0,1 & 0 \\ 0 & 0 & 0,05 & 0,1 \\ 0 & 0 & 0,05 & 0 \end{bmatrix}$$

Odredite ekvivokaciju u kanalu koji povezuje gore opisani izvor i odredište.

- a) 2,665 bit/simbol
- b) 0,6 bit/simbol
- c) 0,81 bit/simbol
- d) 1,666 bit/simbol

6. Abeceda izvora sadrži 9 simbola, $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7, m_8$ i m_9 , s pripadajućim vjerojatnostima pojavljivanja simbola od $p(m_1)$ do $p(m_9)$ kako slijedi: 0.49, 0.14, 0.14, 0.07, 0.07, 0.04, 0.02, 0.02, 0.01. Koder informacije koristi tehniku Shannon-Fano i svaki simbol kodira određenim brojem binarnih simbola iz abecede $\{0, 1\}$. Odredite efikasnost kôda.

- a) 0,993
- b) 0,938
- c) 0,975
- d) 0,959

7. Izvor informacije generira 5 simbola, m_1, m_2, m_3, m_4 i m_5 , s pripadajućim vjerojatnostima pojavljivanja simbola od $p(m_1)$ do $p(m_5)$ kako slijedi: 0.3, 0.26, 0.2, 0.15, 0.09. Koder informacije u predajniku koristi Huffmanovo kodiranje pomoću kvaternarnih simbola iz abecede $\{0, 1, 2, 3\}$. Dekoder informacije u prijemniku poznaje sve apriorne vjerojatnosti $p(m_i)$, $i = 1, \dots, 5$. Pretpostavimo da dekode informacije primi slijed kvaternarnih simbola 121212 i pretvara taj slijed u ispravan niz simbola. Koliku je količinu informacije odredite primilo nizom simbola 121212?

- a) 12 bita
- b) 10,41 bit
- c) 6,64 bita
- d) 13,28 bita

8. Binarni izvor generira dva simbola iz abecede $X = \{x_1, x_2\}$ s pripadajućim vjerojatnostima pojavljivanja $p(x_1) = 2/3$ i $p(x_2) = 1/3$. Nadalje, pretpostavimo da isti izvor kombinira simbole x_1 i x_2 u združene simbole abecede $Y = \{x_1x_1, x_1x_2, x_2x_1, x_2x_2\}$, $p(x_i, x_j) = p(x_i) \cdot p(x_j)$, $\forall i, j \in \{1, 2\}$. Odredite omjer efikasnosti kôda ako se Huffmanov kôd primijeni nad proširenom abecedom Y u odnosu na njegovu primjenu na početnu abecedu X .

- a) 2
- b) 36/17
- c) 18/17
- d) 36/34

9. Koder informacije koji koristi aritmetičko kodiranje na svom ulazu prima poruke sastavljene od dva simbola, X i Y . Osnovni intervali u za simbole X i Y su $[0, 1/3)$, odnosno $[1/3, 1)$. Kôd kojeg kreira koder informacije je prefiksni i sadrži binarne simbole 0 i 1. Ako se na ulazu koder informacije pojavi poruka sastavljena od deset simbola, odredite koja je najmanja moguća duljina kodne riječi kreirane algoritmom aritmetičkog koda, a da pri tome bude zadržano svojstvo prefiksnosti koda, tj. da kodna riječ odabrana za bilo koji podinterval nije prefiks neke druge kodne riječi odabrane za neki drugi podinterval.

- a) 10 bita
- b) 21 bit
- c) 17 bita
- d) 7 bita

10. Na ulaz koder informacije dolazi poruka sastavljena od deset simbola a i oznake kraja poruke (simbol $*$), $aaaaaaaaaa*$. Koliko mora iznositi duljina prozora za kodiranje pa da izlaz iz koder informacije koji koristi kôd LZ77 bude određen sljedećim trojkama: $(0,0,a)$, $(1,8,a)$, $(0,0,*)$?

- a) 8 simbola
- b) 9 simbola
- c) 10 simbola
- d) 7 simbola