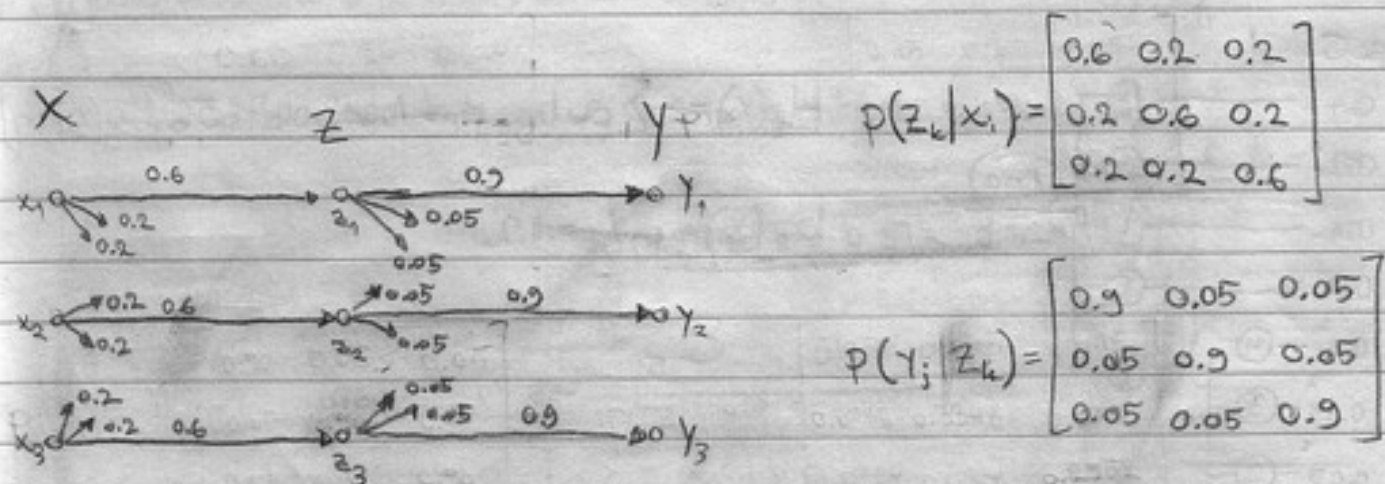


- ① Simboli sa vjerojatnostima pojavljivanja $[0.25, 0.43, 0.32]$ prenose se preke dva serijski vezana kanala. Vjerojatnost ispravnog prijenosa u prvom kanalu je 0.60, a u drugom 0.90. Svi mogući pogrešni prijelazi su jednako vjerojatni. Odredite vjerojatnost pojave simbola y_i na izlazu kanala ako je na ulazu simbol x_i za sve $i=1,2,3$

$$p(x_i) = [0.25 \ 0.43 \ 0.32]$$



$$p(y_j | x_i) = [p(y_j | z_k)] \times [p(z_k | x_i)] = \begin{bmatrix} 0.56 & 0.22 & 0.22 \\ 0.22 & 0.56 & 0.22 \\ 0.22 & 0.22 & 0.56 \end{bmatrix}$$

$$[p(x_i, y_j)] = [p(x_i) \cdot p(y_j | x_i)] = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.055 & 0.055 \\ 0.0946 & 0.2406 & 0.0946 \\ 0.0704 & 0.0704 & 0.1732 \end{bmatrix} \begin{matrix} \rightarrow \Sigma = 0.25 \\ \rightarrow \Sigma = 0.43 \\ \rightarrow \Sigma = 0.32 \end{matrix}$$

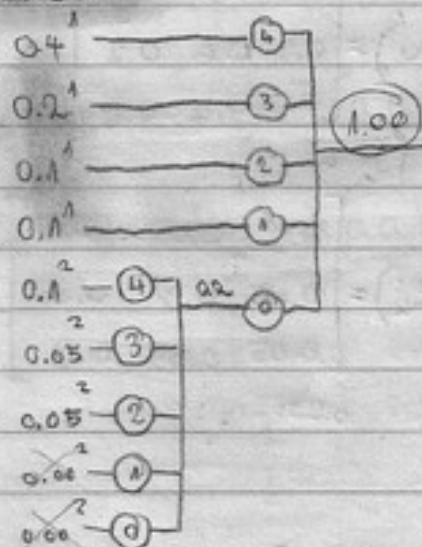
\downarrow
 0.305 0.362 0.3288

c) (0.305)

- ② Simbole koji se pojavljuju s vjerojatnostima definiranim vektorom p kodirajte Huffmanovim kodom po bazi 2. Potom iste simbole kodirajte po bazi 5. Odredite omjer efikasnosti koda u prvom slučaju u odnosu na efikasnost koda u drugom slučaju, tj. ϵ_2/ϵ_5 .
 $p = [0.1 \ 0.2 \ 0.1 \ 0.05 \ 0.4 \ 0.05 \ 0.1]$

$B=5$, $k = \left\lceil \frac{N-1}{B-1} \right\rceil = \left\lceil \frac{6}{4} \right\rceil = \lceil 1.5 \rceil = 2$, $N' = k \cdot (B-1) + 1 = 2 \cdot 4 + 1 = 9$, moramo dodati $(N'-N) = 2$ simbola

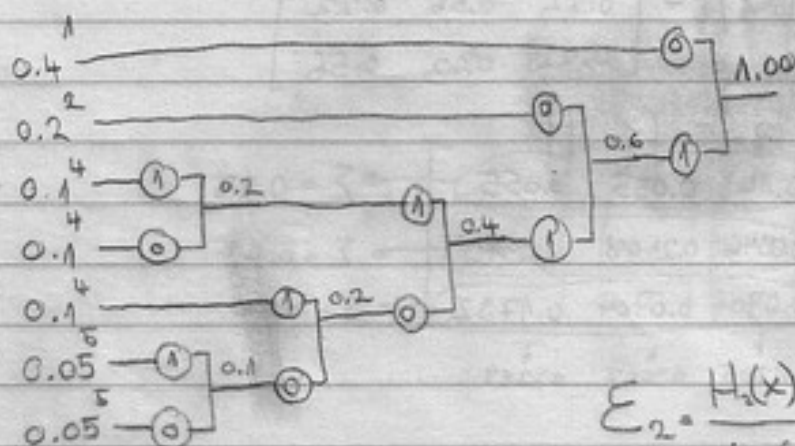
baza 5



$$H_5(X) = -\sum p_i \cdot \log_5 p_i = 1.043067656$$

$$L_5(X) = p_i \cdot l_i = 1.2$$

$$\epsilon_5 = \frac{H_5(X)}{L_5(X)} = 0.869223046$$



$$H_2(X) = 2.421928095$$

$$L_2(X) = p_i \cdot l_i = 2.5$$

$$\epsilon_2 = \frac{H_2(X)}{L_2(X)} = 0.968771238$$

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_5} = 1.11452$$

c)

③ koristeći algoritam LZ77 kodirajte poruku aababbbababbcaccacbbcb*
 uzimajući pri tome da je maksimalna dužina posmičnog prozora i
 prozora za kodiranje 6, odnosno 5 simbola.

aababbbababbcaccacbbcb* (0,0,a)

aababbbababbcaccacbbcb* (1,1,b)

aababbbababbcaccacbbcb* (2,2,b)

aababbbababbcaccacbbcb* (5,4,b)

aababbbababbcaccacbbcb* (0,0,c)

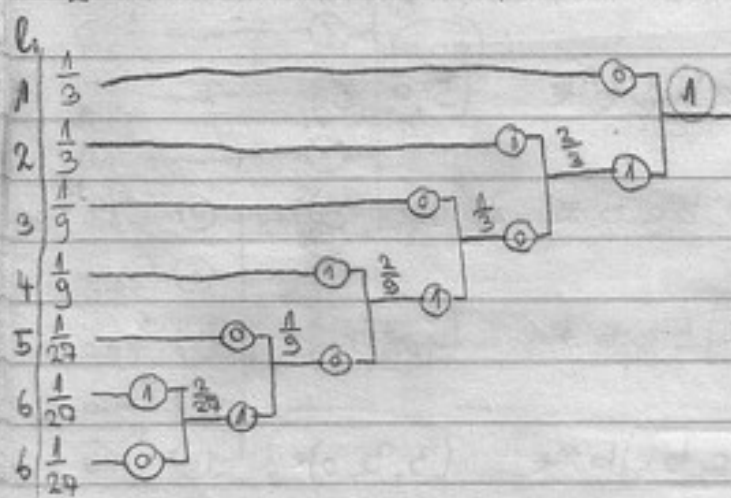
aababbbababbcaccacbbcb* (4,1,c)

ababbbcacccacbbcb* (3,3,b)

accacbbcb* (2,2,*)

c)

- ④ U nekom su eksperimentu vjerojatnosti ishoda brojeva 1, 2, ..., 7 redom $p(1) = p(2) = \frac{1}{3}$, $p(3) = p(4) = \frac{1}{9}$ i $p(5) = p(6) = p(7) = \frac{1}{27}$. Ishode eksperimenata želimo odaslati preko kanala A ili kanala B. Kanal A je binarni komunikacijski kanal na kojem se koristi Huffmanovo kodiranje. Kanal B je ternarni komunikacijski kanal na kojem se koristi Shannon-Fanoovo kodiranje. Oba kanala su bez smetnji. Troškovi komunikacije po kanalu A su 1 lp po kodnom simbolu (tj. srednjoj dužini kodne riječi) odnosno 2 lp po kodnom simbolu za kanal B. Kojem kanalu dajete prednost ako simbole želite slati s minimalnim troškovima i koliki su ti troškovi (T)?



$$A: L_2(X) = \sum p_i l_i = 2.4074$$

1 lp/symbol

1	$\frac{1}{3}$	0
1	$\frac{1}{3}$	1
2	$\frac{1}{9}$	0 0
2	$\frac{1}{9}$	0 1
3	$\frac{1}{27}$	0 0 0
3	$\frac{1}{27}$	0 0 1
3	$\frac{1}{27}$	0 1 0
3	$\frac{1}{27}$	0 1 1

$$B: L_3(X) = \sum p_i l_i = 1.4$$

2 lp/symbol

$$A_{\text{kanal}} \cdot 2.4074 \text{ lp/symbol} : B_{\text{kanal}} \cdot 2.8 \text{ lp/symbol}$$

d)

⑤ Informacijski izvor čija je abeceda $U = \{u_1, u_2, u_3\}$ može se prikazati Markovljevim lancem prvog reda. Vjerojatnosti prijelaza su:

$$p(u_1/u_1) = 0.3, \quad p(u_2/u_1) = 0.2, \quad p(u_3/u_1) = 0.5,$$

$$p(u_1/u_2) = 0.9, \quad p(u_2/u_2) = 0, \quad p(u_3/u_2) = 0.3,$$

$$p(u_1/u_3) = 0.4, \quad p(u_2/u_3) = 0.2, \quad p(u_3/u_3) = 0.4.$$

Odredite entropiju $H(X)$ opisanog izvorišta.

$$p(u_j/u_i) = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.2 & 0.5 \\ 0.9 & 0 & 0.3 \\ 0.4 & 0.2 & 0.4 \end{bmatrix}$$

$$[p(u_i, u_j)] = [p(u_i) \cdot p(u_j/u_i)] = \begin{bmatrix} 0.3p_1 & 0.2p_1 & 0.5p_1 \\ 0.9p_2 & 0 & 0.3p_2 \\ 0.4p_3 & 0.2p_3 & 0.4p_3 \end{bmatrix}$$

$p_1 \quad p_2 \quad p_3$

$$p_1 = 0.3p_1 + 0.9p_2 + 0.4p_3 \Rightarrow$$

$$p_2 = 0.2p_1 + 0.2p_3 \Rightarrow p_2 = 0.2(1 - p_2 - 0.45 + 0.18p_2) + 0.2(0.45 - 0.18p_2)$$

$$p_3 = 0.5p_1 + 0.3p_2 + 0.4p_3 \Rightarrow p_3 = 0.5 - 0.2p_2 - 0.09 + 0.036p_2 + 0.09 - 0.036p_2$$

$$p_1 + p_2 + p_3 = 1 \quad 1.2p_2 = 0.2 \quad p_2 = 0.16$$

$$p_1 = 1 - p_2 - p_3 \quad p_2 = 0.4p_3$$

$$p_3 = 0.5(1 - p_2 - p_3) + 0.3p_2 + 0.4p_3$$

$$p_3 = 0.5 - \frac{p_2}{2} - \frac{p_3}{2} + 0.3p_2 + 0.4p_3 \Rightarrow p_1 = 0.409091$$

$$p_3 = 0.5 - 0.2p_2 - 0.1p_3 \Rightarrow p_2 = 0.166667$$

$$1.1p_3 = 0.5 - 0.2p_2 \Rightarrow p_3 = 0.424242$$

$$p_3 = 0.45 - 0.18p_2$$

$$H(X) = 1.48315 \frac{\text{bit}}{\text{simbol}}$$

$$p_3 = 0.42424$$

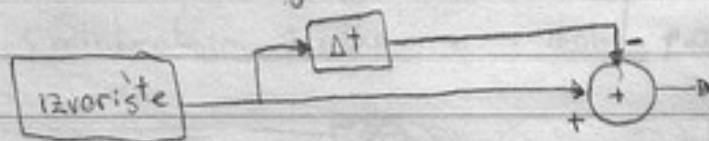
$$p_1 = 0.40978788$$

a)

- ⑥ Diskretno izvoriste generira simbole iz skupa simbola $X = \{6, 8, 7\}$. Statističke veze između 2 uzastopna simbola koje izvoriste generira dane su preko matrice združenih vjerojatnosti:

$$p(x_i, x_j) = \begin{bmatrix} 0.20 & 0.06 & 0.09 \\ 0.06 & 0.10 & 0.05 \\ 0.09 & 0.05 & 0.30 \end{bmatrix}$$

Na izvoriste je priključen sklop koji na izlazu daje razliku između dva uzastopna simbola generirana na izvoristu.



Odredite entropiju skupa simbola na izlazu sklopa sa slike.

$x_i \ x_j \ Y \ P(Y)$

6 6 0 0.2

6 8 -2 0.06

6 7 -1 0.09

8 6 2 0.06

8 8 0 0.1

8 7 1 0.05

7 6 1 0.09

7 8 -1 0.05

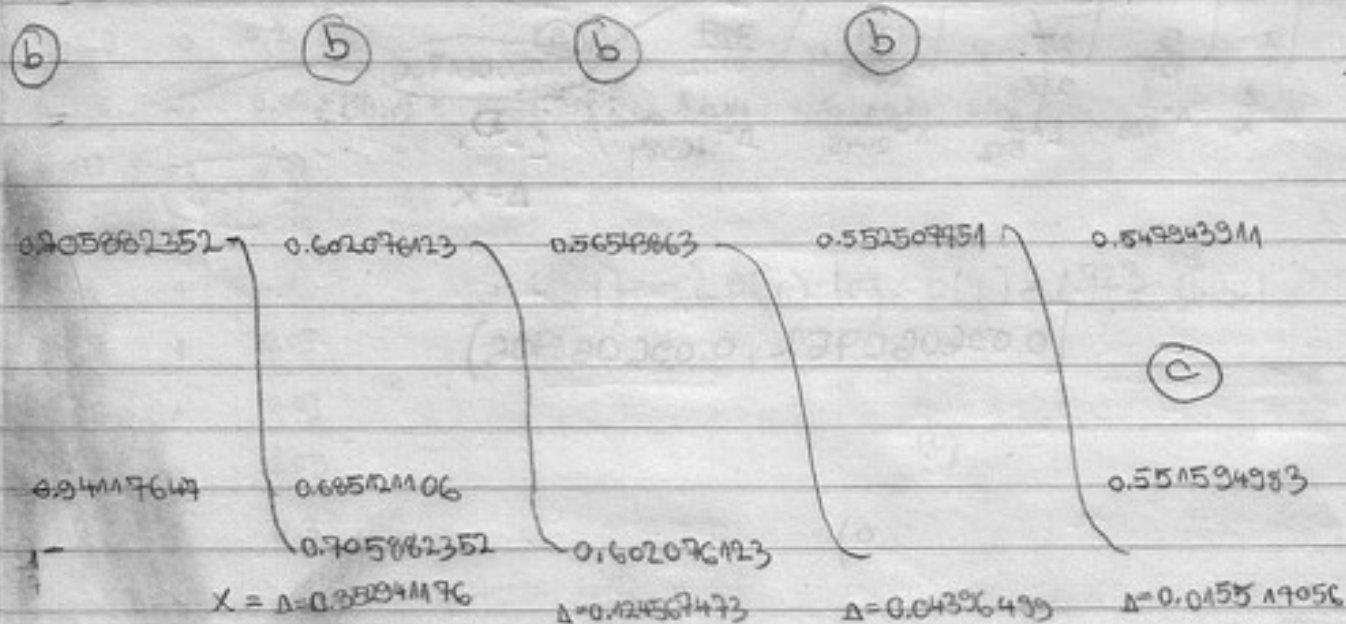
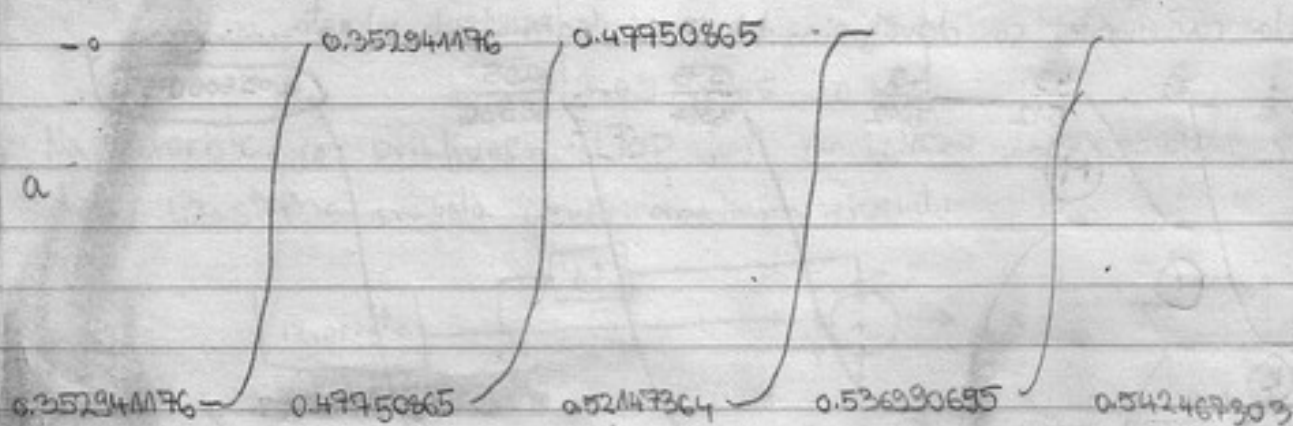
7 7 0 0.3

$$Y \sim \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 & 1 & 2 \\ 0.06 & 0.14 & 0.6 & 0.14 & 0.06 \end{pmatrix}$$

$$H(Y) = -\sum P(Y_i) \cdot \log_2 P(Y_i) = 1.723 \frac{\text{bit}}{\text{Simbol}}$$

d)

⑧ Na izvoru se pojavljuju 4 simbola $\{a, b, c, d\}$. Omjer vjerojatnosti pojavljivanja simbola je $P_a : P_b : P_c : P_d = 6 : 6 : 4 : 1$. Slijed od 10 simbola kodiran je aritmetičkim kodom i dobivena je kodirana poruka: $(0.551522537)_{10}$. Pronađite prvih 5 simbola iz kodiranog slijeda.



a)

host:

9) Mirna digitalizirana slika zadana je histogramom:

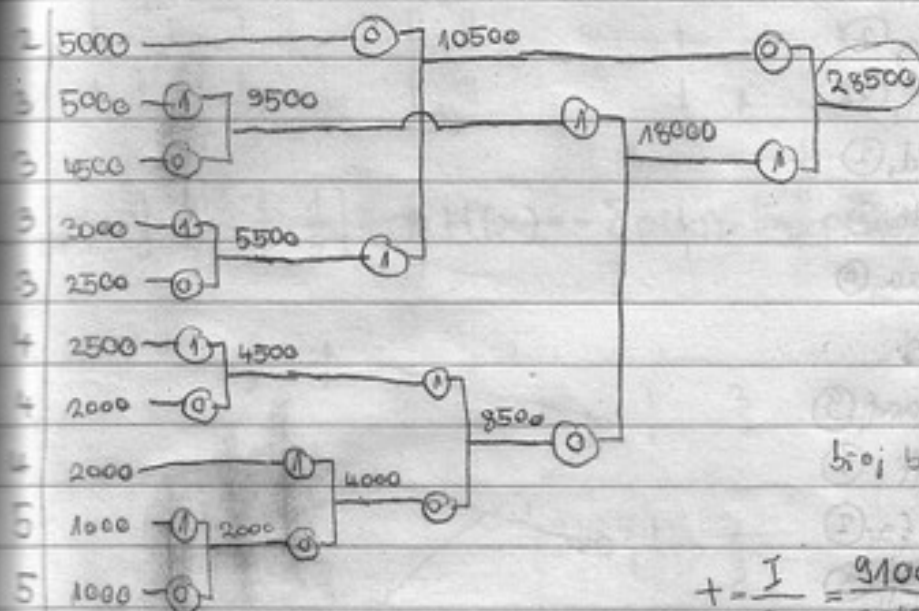
boja	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9
$f(x_i)$	5000	1000	2500	2000	2000	1000	4500	3000	2500	5000

Izračunajte minimalno vrijeme potrebno za prijenos dane slike od računala A do računala B brzinom od 28.8 kb.t/s

potrebna je minimalna

dužina kodne riječi,

Huffman



broj bitova za prijenos: $I = f \cdot l = 83000$

$$t = \frac{I}{C} = \frac{83000 \text{ bit}}{28800 \text{ bit/s}} = 2.882$$

c)

- 10) Uzimajući polazni rječnik D gdje je $D[0] = a$, $D[1] = d$, $D[2] = f$, $D[3] = s$ kodirajte poruku $dfafdaaaffsfafasaaa$ koristeći algoritam LZW.

rodna riječ novi simbol

d	f	$D[4] = df, (1)$
f	a	$D[5] = fa, (2)$
a	f	$D[6] = af, (3)$
f	d	$D[7] = fd, (4)$
d	a	$D[8] = da, (5)$
a	a	$D[9] = aa, (6)$
a	a	aa postoji
aa	f	$D[10] = aaf, (7)$
f	f	$D[11] = ff, (8)$
f	s	$D[12] = fs, (9)$
s	f	$D[13] = sf, (10)$
f	d	fd postoji
fd	a	$D[14] = fda, (11)$
a	f	af postoji
af	a	$D[15] = afa, (12)$
a	s	$D[16] = as, (13)$
s	a	$D[17] = sa, (14)$
a	a	aa postoji
aa	a	$D[18] = aaa, (15)$
a	-	kraj (16)

dekodiranje:

