$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} o\big(|X|\big) \\ o\big(|X|\big) \end{pmatrix} \qquad\qquad A = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix}$$

$\det(A - \lambda E) = (\lambda - a)^2 - 1 = 0$. $D > 0$ для всех a, так что корни отрицательны и различны. $\lambda^2 - 2a\lambda + a^2 - 1 = 0$.

- при $a \in (-1; 1)$ будет $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = a^2 - 1 < 0$, то есть собственные значения разных знаков и нулевое решение неустойчиво;
- при $a \in (-\infty; -1)$ имеем $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$ и $\lambda_1 + \lambda_2 = 2a < 0$, то есть оба собственных значения отрицательны, и нулевое решение устойчиво асимптотически;
- при $a \in [1; +\infty)$ получаем $\lambda_1 \cdot \lambda_2 \geqslant 0$ и $\lambda_1 + \lambda_2 > 0$, так что по меньшей мере одно из собственных значений положительно и нулевое решение неустойчиво;
- при $a = -1$ собственные значения равны $\lambda_1 = 0$, $\lambda_2 = -2$, и по первому приближению утверждать об устойчивости нулевого решения нельзя.

Для случая $a = -1$ покажем, что нулевое решение неустойчиво с помощью функции Ляпунова. Рассмотрим функцию $v\big(x; y\big) = e^{x+y} - 1$ в открытой области $V = \big\{x + y > 0\big\}$. На границе $\partial V = \big\{x + y = 0\big\}$ имеем $v\big(x; y\big) = 0$, внутри области $v\big(x; y\big) > 0$, но $\left.\dfrac{dv}{dt}\right|_{a=-1}$ $= e^{x+y}\Big(x^2 + y - x\Big) + e^{x+y}\Big(y^2 - y + x\Big) = e^{x+y}\Big(x^2 + y^2\Big) > 0$, так как точка $(0; 0)$ не лежит в V. По теореме Четаева нулевое решение неустойчиво.

Итак, нулевое решение устойчиво асимптотически только при $a < -1$.