

Если особая точка уравнения $(ax + by)dx + (mx + ny)dy = 0$ является «центром», то корни соответствующего характеристического уравнения чисто мнимы.

Не считая тех областей, где $mx + ny = 0$, $\frac{dy}{dx} = \frac{-ax - by}{mx + ny}$.

$A = \begin{pmatrix} m & n \\ -a & -b \end{pmatrix}$, $(\lambda - m)(\lambda + b) + an = 0$. $\lambda^2 + (b - m)\lambda + an - bm = 0$. Если корни комплексные, то $\operatorname{Re}(\lambda) = \frac{b - m}{2} = 0$, так что $m = b$ и исходное уравнение принимает вид

$(ax + by)dx + (bx + ny)dy = 0$. $P(x; y) = ax + by$, $Q(x; y) = bx + ny$ и $\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} = b - b = 0$ и данное уравнение – это уравнение в полных дифференциалах и его общее решение выражается в квадратичной форме вида $\frac{a}{2}x^2 + bxy + \frac{n}{2}y^2 = C$.

Обратное неверно, так как равенство $m = b$ никак не гарантирует факт, что корни характеристического уравнения комплексные. Возможна ситуация, что $an - b^2 < 0$, и тогда особая точка будет «седлом». Если же $an - b^2 = 0$, то уравнение примет вид $a dx + b dy = 0$, и начало координат вообще не будет особой точкой.