

$y'(x) = \frac{2x - y}{x - y}$. Это уравнение задаёт траектории, например, системы $\begin{cases} \dot{x} = x - y \\ \dot{y} = 2x - y \end{cases}$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}. \det(\lambda E - A) = (\lambda - 1)(\lambda + 1) + 2 = \lambda^2 + 1. \lambda_1 = -i, \lambda_2 = i.$$

Итак, особая точка $(0; 0)$ – это «центр».

Это означает, что решение дифференциального уравнения можно получить даже в явном виде. $y' = \frac{2 - \frac{y}{x}}{1 - \frac{y}{x}}$. $y = z(x) \cdot x$. $\frac{z-1}{z^2-2z+2}z' + \frac{1}{x} = 0$. $\frac{1}{2} \ln|z^2 - 2z + 2| + \ln|x| = C$.

$\left((z-1)^2 + 1\right)x^2 = C^2$. $(y-x)^2 + x^2 = C^2$. $y^2 + 2x^2 - 2xy = C^2$. Эта квадратичная форма задаёт эллипсы, в чём несложно убедиться, приведя эту форму к каноническому виду, для чего достаточно сделать поворот на угол $\alpha = \arctg\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$. Подстановка

$$\begin{cases} x = \cos(\alpha)u - \sin(\alpha)v \\ y = \sin(\alpha)u + \cos(\alpha)v \end{cases} \text{ приводит к форме } \frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} = C^2, \text{ где } a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}, b = \frac{1-\sqrt{5}}{2}.$$

Соответственно, ось эллипса будет направлена вдоль $y = \tg(\alpha)x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}x$.

Соответствующая прямая показана пунктирной линией.

