

$$\text{Для угла } \varphi = 60^\circ \text{ имеем } \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) = \operatorname{tg}(\alpha \pm 60^\circ) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \sqrt{3}}{1 \mp \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha}.$$

$$y = kx. \quad y' = \frac{y}{x}. \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{y}{x}.$$

В случае со знаком «плюс» $\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{y + \sqrt{3}x}{-\sqrt{3}y + x} = g(x; y(x))$, а в случае со знаком «минус» $\operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha} = \frac{y - \sqrt{3}x}{\sqrt{3}y + x} = g(x; y(x))$. Таким образом, имеем два уравнения изогональных траекторий вида $z'(x) = f(x; z(x))$ и $z'(x) = g(x; z(x))$, то есть $z' = \frac{z + \sqrt{3}x}{-\sqrt{3}z + x}$ и $z' = \frac{z - \sqrt{3}x}{\sqrt{3}z + x}$.

Замечание. Ниже приведены решения соответствующих уравнений в параметрической форме $\begin{cases} x(t) = Cf(t) \\ z(t) = Ct f(t) \end{cases}$ и в полярной форме $\begin{cases} x(\theta) = Cr(\theta) \cos \theta \\ z(\theta) = Cr(\theta) \sin \theta \end{cases}$.

Уравнение	Функция $f = f(t)$	Функция $r = r(\theta)$
$z' = \frac{z + \sqrt{3}x}{-\sqrt{3}z + x}$	$f(t) = \frac{e^{\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} t}}{\sqrt{t^2 + 1}}$	$r(\theta) = e^{\frac{1}{\sqrt{3}} \theta}$
$z' = \frac{z - \sqrt{3}x}{\sqrt{3}z + x}$	$f(t) = \frac{e^{-\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} t}}{\sqrt{t^2 + 1}}$	$r(\theta) = e^{-\frac{1}{\sqrt{3}} \theta}$