Формула (вспомогательного угла)**.**

$$A\sin x \pm B\cos x = \sqrt{A^2+B^2}\sin(x\pm\phi),$$

где ϕ называется вспомогательным углом таким, что

$$\sin\phi = \frac{B}{\sqrt{A^2+B^2}},\ \cos\phi = \frac{A}{\sqrt{A^2+B^2}},\ \operatorname{tg}\phi = \frac{B}{A}.$$

В частности, можно взять $\phi = \operatorname{arctg}\left(\frac{B}{A}\right)$.

$$\int \sin(at)e^{bt}dt = \frac{e^{bt}}{a^2+b^2}\big(b\sin(ax) - a\cos(ax)\big) + C$$

Уравнение силы тока $I(t)$ имеет вид $LI'(t)+RI(t) = V\sin(\omega t)$. $I'(t)+\frac{R}{L}I(t) = \frac{V}{L}\sin(\omega t)$. $I'(t)e^{\frac{R}{L}t}+\frac{R}{L}I(t)e^{\frac{R}{L}t} = \frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t}\sin(\omega t)$. $\left(I(t)e^{\frac{R}{L}t}\right)' = \frac{V}{L}\sin(\omega t)e^{\frac{R}{L}t}$.

$$I(t)e^{\frac{R}{L}t} = \int \tfrac{V}{L}\sin(\omega t)e^{\frac{R}{L}t}dt = \frac{V}{L^2\omega^2+R^2}e^{\frac{R}{L}t}\big(R\sin(\omega t) - L\omega\cos(\omega t)\big) + C.$$

$$I(t) = I_0(t)+I_1(t) = Ce^{-\frac{R}{L}t} + \frac{V}{L^2\omega^2+R^2}\big(R\sin(\omega t) - L\omega\cos(\omega t)\big).$$

Из вида общего решения видно, что оно при $t\to+\infty$ стремится к установившемуся режиму

$$I_1(t) = \frac{V}{L^2\omega^2+R^2}\big(R\sin(\omega t) - L\omega\cos(\omega t)\big).$$

Приведя к виду со вспомогательным углом $\phi = \arctan\left(\dfrac{L\omega}{R}\right)$, получим

$$I_1(t) = \frac{V}{\sqrt{L^2\omega^2+R^2}}\sin(\omega t - \phi).$$