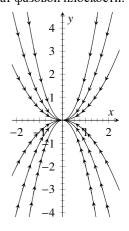
$$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{2y}{x} \cdot \frac{x^2 y_x'(x) - 2xy(x)}{x^4} = 0.$$
 $\frac{d}{dx} \left(\frac{y(x)}{x^2} \right) = 0.$ $y = Cx^2$. Итак, траекториями системы являются параболы, проходящие через начало координат фазовой плоскости.

На рисунке показаны траектории вместе с направляющими векторами, посчитанными в некоторых точках вдоль траекторий. По рисунку видно, что решения стремятся к началу координат, по сути к нулевому решению $\Phi(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, так что решение асимптотически устойчиво, а особая точка $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ относится к типу "узел".

Докажем по определению устойчивость. Общее решение имеет вид $X(t) = \begin{pmatrix} Ae^{-t} \\ Be^{-2t} \end{pmatrix}$. Для $t \geqslant t_0 = 0$

$$(X(t) - \Phi(t))^2 = A^2 e^{-2t} + B^2 e^{-4t}$$
$$(X(t_0) - \Phi(t_0))^2 = A^2 + B^2$$



Для $\varepsilon>0$ положим $\delta(\varepsilon)=\varepsilon$ и потребуем, чтобы A и B были таковы, что $A^2+B^2<\delta^2$. Поскольку обе функции e^{-2t} и e^{-4t} убывают, $A^2e^{-2t}+B^2e^{-4t}\leqslant A^2+B^2<\delta^2=\varepsilon^2$, и устойчивость показана.

Асимптотическая устойчивость вытекает из того факта, что

$$\lim_{t \to +\infty} e^{-2t} = \lim_{t \to +\infty} e^{-4t} = 0.$$