

$$\begin{cases} x'' - 2y' + 2x = 0 \\ y'' + 3x' - 8y = 0 \end{cases}$$

Продифференцируем второе уравнение: $3x'' + y''' - 8y' = 0$, откуда $3x'' = 8y' - y''' = 6y' - 6x$. $y''' - 2y' - 6x = 0$.

Снова возьмём производную и примем во внимание, что $3x' = 8y - y''$: $y^{(4)} - 2y'' - 6x' = y^{(4)} - 2y'' - 2(8y - y'') = y^{(4)} - 16y$. Окончательно получаем $y^{(4)} - 16y = 0$.

Характеристическое уравнение имеет вид $\lambda^4 - 16 = 0$. $\lambda^4 - 16 = (\lambda^2 - 4)(\lambda^2 + 4) = (\lambda - 2)(\lambda + 2)(\lambda^2 + 4)$. $\lambda_1 = 2$, $\lambda_2 = -2$, $\lambda_{3,4} = 0 \pm 2i$.

$y(t) = C_1 e^{2t} + C_2 e^{-2t} + C_3 \sin 2t + C_4 \cos 2t$. В процессе упрощения было получено $y''' - 2y' - 6x = 0$, что позволяет найти $6x = y''' - 2y' = 8C_1 e^{2t} - 8C_2 e^{-2t} - 8C_3 \cos 2t + 8C_4 \sin 2t - (4C_1 e^{2t} - 4C_2 e^{-2t} + 4C_3 \cos 2t - 2C_4 \sin 2t) = 4C_1 e^{2t} - 4C_2 e^{-2t} - 12C_3 \cos 2t + 12C_4 \sin 2t$.

Окончательно получаем
$$\begin{cases} x(t) = 2C_1 e^{2t} - 2C_2 e^{-2t} - 2C_3 \cos 2t + 2C_4 \sin 2t \\ y(t) = 3C_1 e^{2t} + 3C_2 e^{-2t} + C_3 \sin 2t + C_4 \cos 2t \end{cases}$$