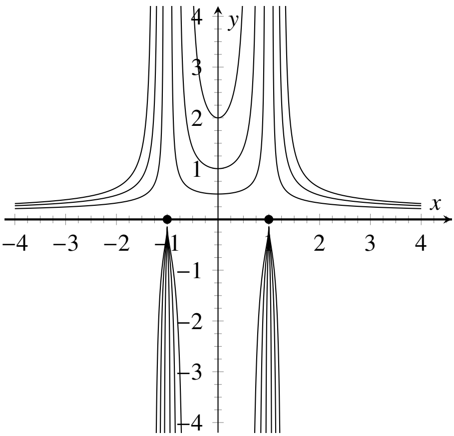
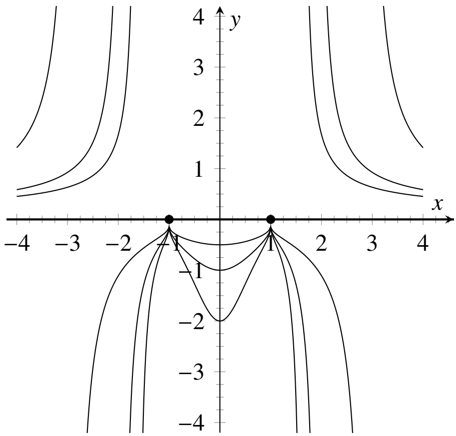
$\left(x^2-1\right)y' + 2xy^2 = 0$. $\dfrac{y'}{y^2} + \dfrac{2x}{x^2-1} = 0$, причём $y = 0$ в том числе является решением.
$\displaystyle\int \frac{y'}{y^2}dx = \int \frac{1}{y^2} d\big(y(x)\big) = -\frac{1}{y} + C$. $\displaystyle\int \frac{2x}{x^2-1}dx = \ln\left|x^2-1\right| + C$.
$\dfrac{1}{y} = C + \ln\left|x^2-1\right|$. $y = \dfrac{1}{C + \ln\left|x^2-1\right|}$.

Итак, общее решение имеет вид $y = \dfrac{1}{C + \ln\left|x^2-1\right|}$, а также дополнительно $y = 0$.



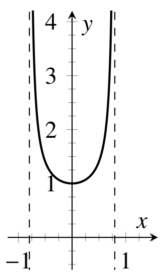
$C > 0$



$C < 0$

Теперь найдем такое решение, что $y(0) = 1$. Решение $y = 0$ не подходит, значит подставим $x = 0$, $y = 0$ в общее решение. $1 = \dfrac{1}{C}$, $C = 1$.

Искомое частное решение равняется $y = \dfrac{1}{1 + \ln\left|x^2-1\right|}$, причём $|x| < \sqrt{1 - \dfrac{1}{e}}$ и за границы этого интервала решение продлить нельзя.



Частное решение, удовлетворяющее $y(0) = 1$