$(x-a)^2+by^2=1$. $2(x-a)+2byy'=0$. $(x-a)^2=\left(-byy'\right)^2=1-by^2$.
$b^2y^2\left(y'\right)^2+by^2=1$. $y^2\left(b^2\left(y'\right)^2+b\right)=1$.

Теперь берём производную во второй раз.

$$\frac{d}{dx}\left(y^2\left(b^2\left(y'\right)^2+b\right)\right)=\frac{d}{dx}\left(y^2\right)\left(b^2\left(y'\right)^2+b\right)+y^2\cdot\frac{d}{dx}\left(b^2\left(y'\right)^2+b\right)$$
$$=2yy'\left(b^2\left(y'\right)^2+b\right)+y^2\cdot 2b^2y'y''=2yy'\left(b^2\left(y'\right)^2+b+b^2yy''\right).$$

$b^2\left(y'\right)^2+b+b^2yy''=0$, а множители y и y' отброшены, так как кривые, задаваемые условиями $y=0$ и $y'=0$, не принадлежат исходным кривым.

Итак, имеем систему $\begin{cases} y^2\left(b^2\left(y'\right)^2+b\right)=1 \\ b^2\left(y'\right)^2+b+b^2yy''=0 \end{cases}$, из которой нужно исключить b.

$b\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)=-1$. Умножив первое на $\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)^2$, получим

$$y^2\left(b^2\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)^2\left(y'\right)^2+b\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)^2\right)=\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)^2.$$

$y^2\left(\left(y'\right)^2-\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)\right)=\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)^2$. Окончательно $\left(\left(y'\right)^2+yy''\right)^2+y^3y''=0$.