

$$\begin{cases} -\sin y = 0 \\ 2x + \sqrt{1-3x-\sin y} = 0 \end{cases} \begin{cases} \sin y = 0 \\ \sqrt{1-3x} = -2x \end{cases} \begin{cases} \sin y = 0 \\ 4x^2 + 3x - 1 = 0 \\ x \leq 0 \end{cases} \begin{cases} x_n = -1 \\ y_n = \pi n \end{cases}.$$

Положения равновесия таковы: $A_n = (-1; \pi n)$. $x = u - 1$. $y = v + \pi n$.

Используя известные разложения $\sin \xi = \xi + o(\xi)$ и $(1 + \xi)^a = 1 + a\xi + o(\xi)$ для $\xi \rightarrow 0$, при $u \rightarrow 0$, $v \rightarrow 0$ получим

$$\begin{aligned} \bullet & -\sin(v + \pi n) = -(-1)^n \sin v = -(-1)^n (v + o(v)) = -(-1)^n v + o(\sqrt{u^2 + v^2}); \\ \bullet & 2(u - 1) + \sqrt{1 - 3(u - 1) - \sin(v + \pi n)} = 2(u - 1) + \sqrt{1 - 3(u - 1) - (-1)^n v + o(v)} \\ & = 2u + 2 \left(\left(1 - \frac{3}{4}u - (-1)^n \frac{1}{4}v + o(v) \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right) = 2u + 2 \left(1 - \frac{3}{4}u - (-1)^n \frac{1}{4}v + o(u) + \right. \\ & \left. + o(v) \right) = \frac{5}{4}u - (-1)^n \frac{1}{4}v + o(\sqrt{u^2 + v^2}). \end{aligned}$$

$$\text{Таким образом, } \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -(-1)^n \\ \frac{5}{4} & -(-1)^n \frac{1}{4} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \Psi. \lambda \left(\lambda + (-1)^n \frac{1}{4} \right) + \frac{5}{4}(-1)^n = 0.$$

$$4\lambda^2 + (-1)^n \lambda + 5(-1)^n = 0.$$

Если n чётное, то $4\lambda^2 + \lambda + 5 = 0$. $D = -79$. $\text{Re}(\lambda) = -\frac{1}{8}$, потому положение устойчиво.

В случае, когда n нечётное, получаем $4\lambda^2 - \lambda - 5 = 0$. $D = 81$. $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = \frac{5}{4}$.
Положение неустойчиво.