

Всякая точка экстремума  $x_0$  функции  $y(x)$  такова, что  $y'(x_0) = 0$ . Следовательно, уравнение точек экстремума имеет вид  $f(x; y) = 0$ .

Условие  $f(x; y) = 0$  является необходимым, но не достаточным, так как на кривые, задаваемые уравнением  $f(x; y) = 0$ , попадут помимо экстремумов в том числе седловые точки. Отличить такие точки можно следующим образом. Если для  $x_0$  имеем  $f(x_0; y) = 0$ , и при всяком зафиксированном  $y_0$  функция  $g(x) = f(x; y_0)$  меняет знак при прохождении через  $x_0$ , то имеем точку экстремума, а если не меняет, то это седловая точка. Если же имеем экстремум, то при прохождении через  $x_0$  смена знака с положительного на отрицательный означает точку максимума, наоборот – точку минимума.

В случае существования частной производной  $\frac{\partial f}{\partial x}$  в точке  $x = x_0, y = y_0$  условия выше можно сформулировать так:  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0) > 0$  соответствует точке минимума;  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0) < 0$  – точке максимума. Случай  $\frac{\partial f}{\partial x}(x_0; y_0) = 0$  не даёт ответа на вопрос о наличии и виде экстремума и требует исследования производных высших порядков.