

$$\begin{cases} Q(x; y) = x^2 + y^2 - 2 \\ P(x; y) = x - y \end{cases}; \begin{cases} x^2 + y^2 - 2 = 0 \\ x - y = 0 \end{cases}; \begin{cases} 2x^2 = 2 \\ y = x \end{cases}.$$

Особыми точками будут $A_1(-1; -1)$ и $A_2(1; 1)$.

$$1) \begin{cases} x = \xi - 1 \\ y = \varphi - 1 \end{cases} \cdot \frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{(\xi - 1)^2 + (\varphi - 1)^2 - 2}{(\xi - 1) - (\varphi - 1)} = \frac{-2\xi - 2\varphi + \psi_\varphi(\xi; \varphi)}{\xi - \varphi}, \text{ причём } \psi_\varphi(\xi; \varphi) \\ = \xi^2 + \varphi^2, \frac{\psi_\varphi(\xi; \varphi)}{r^{1+0,5}} = \sqrt{\xi^2 + \varphi^2} \rightarrow 0 \text{ при } r(\xi; \varphi) \rightarrow 0. \end{cases}$$

Таким образом, уравнение с выделенными линейными частями имеет вид $\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{-2\xi - 2\varphi}{\xi - \varphi}$. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & -2 \end{pmatrix}$. $\det(A - \lambda E) = \lambda^2 + \lambda - 4 = 0$. $\lambda_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2} < 0$, а $\lambda_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2} > 0$. Это значит, что особая точка $A_1(-1; -1)$ – «седло».

Для $\lambda_1 = \frac{-1 - \sqrt{17}}{2}$ имеем $v_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 + \sqrt{17} \end{pmatrix}$ и сепаратрису $\varphi_1 = \frac{3 + \sqrt{17}}{2}\xi$; для $\lambda_2 = \frac{-1 + \sqrt{17}}{2}$ имеем $v_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 - \sqrt{17} \end{pmatrix}$ и сепаратрису $\varphi_2 = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}\xi$.

2) $\begin{cases} x = \xi + 1 \\ y = \varphi + 1 \end{cases} \cdot \frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{2\xi + 2\varphi + \xi^2 + \varphi^2}{\xi - \varphi}$. Уравнение с исключительно линейными частями – это $\frac{d\varphi}{d\xi} = \frac{2\xi + 2\varphi}{\xi - \varphi}$. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$. $\det(A - \lambda E) = \lambda^2 - 3\lambda + 4 = 0$. $\lambda_{1,2} = \frac{3 \mp \sqrt{7}i}{2}$, и особая точка $A_2(1; 1)$ – «фокус».