

$$\begin{cases} P(x; y) = x^2 - y \\ Q(x; y) = x^2 - (y - 2)^2 \end{cases}; \begin{cases} y = x^2 \\ x^2 - (x^2 - 2)^2 = 0 \end{cases}; \left( x - (x^2 - 2) \right) \left( x + (x^2 - 2) \right) = 0.$$

Особыми точками будут  $A_1 = (-2; 4)$ ,  $A_2 = (-1; 1)$ ,  $A_3 = (1; 1)$ ,  $A_4 = (2; 4)$ .

1)  $\begin{cases} x = \xi - 2 \\ y = \varphi + 4 \end{cases} \cdot \begin{cases} \dot{\xi} = -4\xi - \varphi + \xi^2 \\ \dot{\varphi} = -4\xi - 4\varphi + \xi^2 - \varphi^2 \end{cases} \cdot A = \begin{pmatrix} -4 & -1 \\ -4 & -4 \end{pmatrix} \cdot (\lambda + 4)^2 - 4 = 0. \lambda_1 = -6, \lambda_2 = -2.$  Это значит, что особая точка  $A_1(-2; 4)$  – «узел», причём устойчивый.

$A - \lambda_1 E \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$   $A - \lambda_2 E \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}.$   $\varphi_1 = 2\xi$  – трансверсаль,  $\varphi_2 = -2\xi$  – касательная.

2)  $\begin{cases} x = \xi - 1 \\ y = \varphi + 1 \end{cases} \cdot \begin{cases} \dot{\xi} = -2\xi - \varphi + \xi^2 \\ \dot{\varphi} = -2\xi + 2\varphi + \xi^2 - \varphi^2 \end{cases} \cdot A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \lambda^2 - 4 - 2 = 0. \lambda_1 = -\sqrt{6}, \lambda_2 = \sqrt{6},$  что означает, что особая точка  $A_2 = (-1; 1)$  – «седло».

$A - \lambda_1 E \sim \begin{pmatrix} 2 - \sqrt{6} & -1 \\ -2 + \sqrt{6} & 1 \end{pmatrix}, v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 + \sqrt{6} \end{pmatrix}.$   $A - \lambda_2 E \sim \begin{pmatrix} 2 + \sqrt{6} & -1 \\ -2 - \sqrt{6} & 1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 - \sqrt{6} \end{pmatrix}.$   $\varphi_1 = (-2 + \sqrt{6})\xi$  и  $\varphi_2 = (-2 - \sqrt{6})\xi$  – сепаратрисы.

3)  $\begin{cases} x = \xi + 1 \\ y = \varphi + 1 \end{cases} \cdot \begin{cases} \dot{\xi} = 2\xi - \varphi + \xi^2 \\ \dot{\varphi} = 2\xi + 2\varphi + \xi^2 - \varphi^2 \end{cases} \cdot A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot (\lambda - 2)^2 + 2 = 0. \lambda_1 = 2 - \sqrt{2}i, \lambda_2 = 2 + \sqrt{2}i.$  Таким образом, особая точка  $A_3 = (1; 1)$  – «фокус», причём неустойчивый. В точке  $\begin{cases} \xi = 1 \\ \varphi = 0 \end{cases}$  получаем вектор  $\begin{cases} \dot{\xi}(1; 0) = 3 \\ \dot{\varphi}(1; 0) = 3 \end{cases}$ , так что направление раскручивания траекторий – против часовой.

4)  $\begin{cases} x = \xi + 2 \\ y = \varphi + 4 \end{cases} \cdot \begin{cases} \dot{\xi} = 4\xi - \varphi + \xi^2 \\ \dot{\varphi} = 4\xi - 4\varphi + \xi^2 - \varphi^2 \end{cases} \cdot A = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} \cdot \lambda^2 - 16 + 4 = 0. \lambda_1 = -2\sqrt{3}, \lambda_2 = 2\sqrt{3},$  а особая точка  $A_4(2; 4)$  – «седло».

$A - \lambda_1 E \sim \begin{pmatrix} 4 + 2\sqrt{3} & -1 \\ 4 + 2\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}, v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 + 2\sqrt{3} \end{pmatrix}.$   $A - \lambda_2 E \sim \begin{pmatrix} 4 - 2\sqrt{3} & -1 \\ 4 - 2\sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}, v_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 - 2\sqrt{3} \end{pmatrix}.$  Сепаратрисами будут  $\varphi_1 = (4 + 2\sqrt{3})\xi$  и  $\varphi_2 = (4 - 2\sqrt{3})\xi$ .