$\begin{cases}\dot{x} = -x + 2y - y^3 \\ \dot{y} = x - 2y\end{cases}$. Возьмём функцию Ляпунова $v(x;y) = \frac{1}{2}x^2 + y^2$. $\left.\frac{dv}{dt}\right| = -x^2 + 2xy - xy^3 + 2xy - 4y^2 = -x^2 + 4xy - 4y^2 - xy^3 = -(x + 2y)^2 - xy^3$.

Рассматривать точки $(x;y)$ будем только в окрестности $|X| = \sqrt{x^2 + y^2} < \varepsilon_0 = 2$.

В области $xy \geqslant 0$ имеем $xy^3 = xy \cdot y^2 \geqslant 0$, и тогда $\left.\frac{dv}{dt}\right| \leqslant 0$, причём $\left.\frac{dv}{dt}\right| = 0$ тогда и только тогда, когда одновременно $x + 2y = 0$ и $xy^3 = 0$. Последнее возможно только в начале координат. Итак, в этой области можно утверждать $\left.\frac{dv}{dt}\right| < 0$.

С другой стороны, в области $xy < 0$ получаем $\left.\frac{dv}{dt}\right| = -x^2 - 4y^2 + xy\left(4 - y^2\right)$. В описанной выше окрестности $|y| \leqslant \sqrt{x^2 + y^2} < \varepsilon_0 = 2$, то есть $y^2 < 4$ и $4 - y^2 > 0$. Следовательно, $xy\left(4 - y^2\right) < 0$ и $\left.\frac{dv}{dt}\right| < 0$, причём равенство нулю невозможно.

Итак, при всех возможных $(x;y)$ внутри окрестности радиуса ε_0 получаем $\left.\frac{dv}{dt}\right| < 0$. Поскольку $\left.\frac{dv}{dt}\right|$ непрерывна, можно взять $w(x;y) = -\left.\frac{dv}{dt}\right|$. Теорема Ляпунова гарантирует асимптотическую устойчивость нулевого решения.