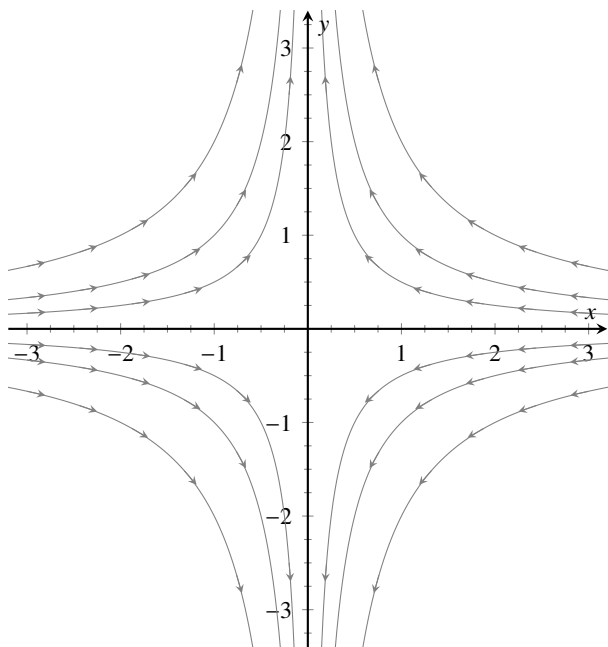


$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = -\frac{y}{x}$ .  $xy'_x(x) + y = 0$ .  $xy = C$ .  $y = \frac{C}{x}$  и траектории системы представляют собой гиперболы, обе асимптоты которых суть оси фазовой плоскости.

На рисунке показаны траектории вместе с направляющими векторами, посчитанными в некоторых точках вдоль траекторий. Характер направлений указывает на то, что решения удаляются от начала координат, то есть от нулевого решения  $\Phi(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ ,

так что решение неустойчиво, а особая точка  $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$  относится к типу "седло".



Докажем по определению неустойчивость. Общее решение равно  $X(t) = \begin{pmatrix} Ae^{-t} \\ Be^t \end{pmatrix}$ .

Для  $t \geq t_0 = 0$

$$(X(t) - \Phi(t))^2 = A^2 e^{-2t} + B^2 e^{2t} \quad (X(t_0) - \Phi(t_0))^2 = A^2 + B^2$$

Для  $\varepsilon = 1$  и любого  $\delta > 0$  потребуем, чтобы  $A$  и  $B$  были таковы, что  $0 < A^2 + B^2 < \delta^2$ . С другой стороны, при  $t \geq \max\left(\ln \frac{1}{|B|}; 0\right)$  имеем  $A^2 e^{-2t} + B^2 e^{2t} \geq B^2 e^{2t} \geq 1 = \varepsilon^2$ , поэтому решение неустойчиво.