

Для уравнения $\lambda^5 + 2\lambda^4 + 4\lambda^3 + 6\lambda^2 + 5\lambda + 4 = 0$ многочлены из критерия Михайлова имеют вид $p(\xi) = 2\xi^2 - 6\xi + 4$ и $q(\eta) = \eta^2 - 4\eta + 5$. Корни второго не являются вещественными, так что критерий Михайлова неприменим.

Матрица Гурвица такова: $H = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 6 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

$$\Delta_4 = \det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 6 & 4 & 2 & 1 \\ 4 & 5 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} = 2 \det \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 5 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} - \det \begin{pmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 4 & 6 & 4 \\ 0 & 4 & 5 \end{pmatrix} = 2 \cdot 26 - 60 = -8.$$

По критерию Льенара-Шипара не все λ имеют отрицательную вещественную часть.

Допустим, что среди корней присутствует $\lambda_m = ai$. Тогда $a^5i + 2a^4 - 4a^3i - 6a^2i + 5ai + 4 = 0$, то есть $\begin{cases} a^5 - 4a^3 + 5a = 0 \\ 2a^4 - 6a^2 + 4 = 0 \end{cases}$. Первое из этих уравнений имеет единственное решение $a = 0$, но оно не подходит под второе.

Итак, среди корней нет чисто мнимых, значит по меньшей мере один имеет положительную вещественную часть, и нулевое решение неустойчиво.