Формула (вспомогательного угла).

$$A\sin x \pm B\cos x = \sqrt{A^2 + B^2}\sin(x \pm \varphi),$$

где φ называется вспомогательным углом таким, что

$$\sin \varphi = \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \cos \varphi = \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2}}, \operatorname{tg} \varphi = \frac{B}{A}.$$

В частности, можно взять $\varphi = \operatorname{arctg}\left(\frac{B}{A}\right)$.

$$\int \sin(at)e^{bt}dt = \frac{e^{bt}}{a^2 + b^2} (b\sin(ax) - a\cos(ax)) + C$$

Уравнение силы тока I(t) имеет вид $LI'(t)+RI(t)=V\sin(\omega t)$. $I'(t)+\frac{R}{L}I(t)=\frac{V}{L}\sin(\omega t)$. $I'(t)e^{\frac{R}{L}t}+\frac{R}{L}I(t)e^{\frac{R}{L}t}=\frac{V}{L}e^{\frac{R}{L}t}\sin(\omega t)$. $\left(I(t)e^{\frac{R}{L}t}\right)'=\frac{V}{L}\sin(\omega t)e^{\frac{R}{L}t}$. $I(t)e^{\frac{R}{L}t}=\int\frac{V}{L}\sin(\omega t)e^{\frac{R}{L}t}dt=\frac{V}{L^2\omega^2+R^2}e^{\frac{R}{L}t}\left(R\sin(\omega t)-L\omega\cos(\omega t)\right)+C.$ $I(t)=I_0(t)+I_1(t)=Ce^{-\frac{R}{L}t}+\frac{V}{L^2\omega^2+R^2}\left(R\sin(\omega t)-L\omega\cos(\omega t)\right).$

Из вида общего решения видно, что оно при $t \to +\infty$ стремится к установившемуся режиму

$$I_1(t) = \frac{V}{L^2 \omega^2 + R^2} (R \sin(\omega t) - L\omega \cos(\omega t)).$$

Приведя к виду со вспомогательным углом $\varphi = \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right)$, получим

$$I_1(t) = \frac{V}{\sqrt{L^2 \omega^2 + R^2}} \sin(\omega t - \varphi).$$