Сделаем замену функций $\begin{cases} u(t) = x(t) + t^2 \\ v(t) = y(t) - t \end{cases}$ и исследуем на устойчивость нулевое решение полученной системы.

$\dot{x} = \dot{u} - t$, $\dot{y} = \dot{v} + 1$. $\dot{u} - 2t = v^2 + 2tv + t^2 - 2t(v + t) - 2(v + t) - \left(u - t^2\right) = v^2 - 2v - 2t - u$. $\dot{u} = v^2 - 2v - u$. $\dot{v} + 1 = 2\left(u - t^2\right) + 2t^2 + e^{-2v}$. $\dot{v} = 2u + e^{-2v} - 1$.

Полученная система $\begin{cases} \dot{u} = v^2 - 2v - u \\ \dot{v} = 2u + e^{-2v} - 1 \end{cases}$ автономна, и её нулевое решение можно исследовать на устойчивость по первому приближению.

При $u \to 0$, $v \to 0$: $e^{-2v} = 1 - 2v + o(v)$. $\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} = A\begin{pmatrix} u(t) \\ v(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \psi_u(u; v) \\ \psi_v(u; v) \end{pmatrix}$, где $A = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$, $\psi_u(u; v) = v^2 = O\left(u^2 + v^2\right) = o\left(\sqrt{u^2 + v^2}\right)$, $\psi_v(u; v) = o\left(\sqrt{u^2 + v^2}\right)$.

$\det(A - \lambda E) = (\lambda + 1)(\lambda + 2) + 4 = \lambda^2 + 3\lambda + 6$. $D = -15$, оба корня комплексные и $\mathrm{Re}(\lambda_1) = \mathrm{Re}(\lambda_2) = -\frac{3}{2}$.

Таким образом, указанное решение исходной системы устойчиво асимптотически.