

Для угла $\varphi = 90^\circ$ имеем $\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) = \operatorname{tg}(\alpha \pm 90^\circ) = -\operatorname{ctg} \alpha$.

$x^2 = y + Cx$. $C = \frac{x^2 - y}{x}$. $0 = \frac{(2x - y')x - (x^2 - y)}{x^2} = \frac{x^2 - xy' + y}{x^2}$. Имеем дифференциальное уравнение: $y' = \frac{y + x^2}{x}$. $\operatorname{tg} \alpha = \frac{y + x^2}{x}$. $\operatorname{tg} \beta = -\operatorname{ctg} \alpha = -\frac{x}{x^2 + y}$. Окончательно, уравнение изогональных (ортогональных) траекторий имеет вид $z' = -\frac{x}{x^2 + z}$.

Замечание. Уравнение $z' = -\frac{x}{x^2 + z}$ имеет общее решение, например, в неявном виде:

$$x^2 = \frac{1}{2} - z + \tilde{C}e^{-2z}, \quad \tilde{C} > -\frac{1}{2}.$$