

$$\text{Для угла } \varphi = 60^\circ \text{ имеем } \operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg}(\alpha \pm \varphi) = \operatorname{tg}(\alpha \pm 60^\circ) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \sqrt{3}}{1 \mp \sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha}.$$

$$3x^2 + y^2 = C. \quad 6x + 2yy' = 0. \quad y' = \operatorname{tg} \alpha = -\frac{3x}{y}.$$

Имеем $\operatorname{tg} \beta = \frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} \alpha \pm 1}{\sqrt{3} \mp \operatorname{tg} \alpha} = \frac{3\sqrt{3}x \pm y}{\sqrt{3}x \mp 3y}$. Обозначим $\frac{3\sqrt{3}x + y}{\sqrt{3}y - 3x} = f(x; y(x))$ и $\frac{3\sqrt{3}x - y}{\sqrt{3}y + 3x} = g(x; y(x))$, и получается уравнения изогональных траекторий вида $z'(x) = f(x; z(x))$ и $z'(x) = g(x; z(x))$, то есть $z' = \frac{3\sqrt{3}x + z}{3x - \sqrt{3}z}$ и $z' = \frac{z - 3\sqrt{3}x}{\sqrt{3}z + 3x}$.

Замечание. Ниже приведены решения соответствующих уравнений в параметрической форме $\begin{cases} x(t) = Cf(t) \\ z(t) = Ct f(t) \end{cases}$.

Уравнение	Функция $f = f(t)$
$z' = \frac{3\sqrt{3}x + z}{3x - \sqrt{3}z}$	$\frac{\exp\left(\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}t - 1}{2\sqrt{2}}\right)\right)}{\sqrt{\sqrt{3}t^2 - 2t + 3\sqrt{3}}}$
$z' = \frac{-3\sqrt{3}x + z}{3x + \sqrt{3}z}$	$\frac{\exp\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg}\left(\frac{\sqrt{3}t + 1}{2\sqrt{2}}\right)\right)}{\sqrt{\sqrt{3}t^2 + 2t + 3\sqrt{3}}}$