$\begin{cases} \dot{x} = -3x + y - x^3 \\ \dot{y} = 6x - 2y \end{cases}$. Будем искать функцию Ляпунова в виде $v(x; y) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{k}{2}y^2$. $\frac{\partial v}{\partial x} \cdot f_x = -3x^2 + xy - x^4$. $\frac{\partial v}{\partial y} \cdot f_y = 6kxy - 2ky^2$. $\left.\frac{dv}{dt}\right| = -3x^2 + (1 + 6k)xy - 2ky^2 - x^4$. Однородный квадратный трёхчлен $-3x^2 + (1 + 6k)xy - 2ky^2$ отрицательно определён, если $D = (1 + 6k)^2 - 24k \leqslant 0$. Последнее неравенство имеет единственное решение $k = \frac{1}{6}$.

Отсюда получаем искомую квадратичную форму $\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{12}y^2$. Рассмотрим пропорциональную ей $v(x; y) = 3x^2 + \frac{1}{2}y^2$. $\left.\frac{dv}{dt}\right| = -18x^2 + 12xy - 2y^2 - 6x^4 = -2(3x + y)^2 - 6x^4$. Не считая начала координат, имеем $\left.\frac{dv}{dt}\right| \leqslant 0$, при этом $\left.\frac{dv}{dt}\right| = 0$, если и только если $x = 0$ и $3x + y = 0$, то есть только в начале координат.

Итак, $\left.\frac{dv}{dt}\right| < 0$ и $\left.\frac{dv}{dt}\right|$ непрерывна, то есть можно взять в точности $w(x; y) = -\left.\frac{dv}{dt}\right|$, а потому по теореме Ляпунова нулевое решение асимптотически устойчиво.