Calculus 2 – Prova scritta
20 Luglio 2021

Esercizio 1. Stabilire se le seguenti serie convergono semplicemente e/o assolutamente.

a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\left(1-\cos\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^{3/4}$;

b) $\displaystyle\sum_{n=2}^{+\infty}\frac{n+1}{n^4\log n-2n}$.

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{+\infty}(2^n+5^n)\,x^n,$$

determinarne il raggio di convergenza ρ e l'insieme I di convergenza puntuale.

Esercizio 2. Data la funzione $f(x)=e^x-\frac{x^2}{1+x}$ per $x\neq 1$, calcolare:

a) il polinomio di Taylor T_4 di centro $x_0=0$ ed ordine 4;

b) $f^{(15)}(0)$.

Esercizio 3. Sia g la funzione periodica di periodo π definita su $[-\pi/2,\pi/2)$ da $g(x)=\sin x$.

a) Calcolare $g(3\pi/4)$.

b) Determinare l'insieme di convergenza puntuale della serie di Fourier di g e la somma di tale serie sull'intervallo $[-\pi/2,\pi/2]$.

Esercizio 4. Sia $f(x,y)=(x+2y)^2+x^2$.

a) Stabilire se f è differenziabile sul suo dominio e calcolarne la derivata nel punto $P_0=(0,1)$ lungo lil vettore $v=(-1,3)$.

b) Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativo di f sul suo dominio.

c) Determinare, se esistono, punti di massimo e minimo assoluto di f sull'insieme

$$C=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2\,|\,x^2+y^2=1\};$$