

## Calculus 2 – Prova scritta

3 FEBBRAIO 2022

### Esercizio 1.

**Esercizio 1.** Stabilire se le seguenti serie convergono, divergono o sono indeterminate e, nel caso convergono, se c'è anche convergenza assoluta.

- a)  $\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n n^4 \sin^2(1/n^3);$   
b)  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\cos n + 5 + ne^n}{n^2 e^n + e^n};$

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n^2 + 1)2^n},$$

determinarne il raggio di convergenza  $\rho$ , l'insieme  $I$  di convergenza puntuale e la serie derivata.

**Esercizio 2.** Determinare il polinomio di McLaurin di quarto grado di  $f(x) = xe^{-x} + x \log(1+x)$ . Quanto vale la derivata decima di  $f$  in 0?

**Esercizio 3.** Sia  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la funzione periodica di periodo  $2\pi$  data su  $[-\pi, \pi)$  da

$$\begin{cases} 3 & x \in [-\pi, 0) \\ 1 & x \in [0, \pi) \end{cases}.$$

- a) Determinare l'espressione di  $f$  e disegnare il suo grafico sull'intervallo  $[-3\pi, 3\pi]$ .  
b) Dire se la serie di Fourier converge puntualmente su  $\mathbb{R}$  e determinarne il valore della somma su  $[-3\pi, 3\pi]$ .

**Esercizio 4.** Sia  $f(x, y) = e^{2x^2 + 2y^2 - 4y + 2}$ .

- a) Stabilire se  $f$  è differenziabile sul suo dominio e determinarne la derivata direzionale in  $P = (0, 3)$  lungo  $v = (1, 1)$ .  
b) Dire se l'insieme  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 4\}$  è aperto o chiuso, limitato e connesso, e determinarne l'interno e la frontiera  $C$ .  
c) Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativo di  $f$  sull'interno di  $D$ .  
d) Determinare, se esistono, punti di massimo e minimo assoluto di  $f$  su  $C$ .