Calcolo differenziale ed integrale 2 – Prova scritta
09 DICEMBRE 2020

Esercizio 1. Stabilire se le seguenti serie convergono semplicemente e/o assolutamente.

4 (1) $\sum_{n=1}^{+\infty} \cos(n\pi) \dfrac{\sqrt{n+1}}{2n+3}$

(2) $\sum_{n=1}^{+\infty} \dfrac{\log(n^2+1)}{n}$

(3) $\sum_{n=1}^{+\infty} \left(e^{\frac{1}{2n^2+3}} - 1 \right)$

3 **Esercizio 2.** Data la funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

$$f(x) = x^3 - 1 - \log(1 + x^3),$$

calcolare il polinomio di Taylor T_9 di centro $x_0 = 0$ e ordine 9. Determinare inoltre $f^{(9)}(0)$.

2 **Esercizio 3.** Trovare la serie di Fourier della funzione periodica di periodo 2π definita da

$$\begin{cases} 1 & -\pi \leq x < 0 \\ 4 & 0 \leq x < \pi \end{cases}$$

Dire a che valore converge la serie per $x = 0$.

Esercizio 4. Sia $f(x, y) = 3x^2 + 4y^2 + 6x - 12$.

2 a) Determinare il dominio D di f e stabilire se è aperto, connesso e/o limitato.

4 b) Stabilire se f è differenziabile sul suo dominio e calcolarne la derivata nel punto $P_0 = (-1, 1)$ lungo il vettore $v = (1, 2)$. Determinare poi l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(-1, 1, f(-1, 1))$.

3 c) Determinare i punti critici di f nell'interno del suo dominio e classificarli.

4 d) Determinare, se esistono, punti di massimo e minimo assoluto di f sull'insieme

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2/2 = 1\}.$$