

Calculus 2 – Prova scritta

7 GIUGNO 2021

Esercizio 1. Dire se le seguenti serie convergono semplicemente e/o assolutamente:

- a) $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\sqrt{n} \cos n}{n^3+2},$
- b) $\sum_{n=3}^{+\infty} (-1)^n \log \left(\frac{n+1}{n-2} \right).$

Calcolare poi il raggio di convergenza e l'insieme di convergenza puntuale della seguente serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{4^n} x^n.$$

Esercizio 2.

- (1) Data $f(x) = \arctan(2x^2) - x \cos x$, determinarne il polinomio di MacLaurin di ordine 6 e $f^{(11)}(0)$.
- (2) Stabilire a cosa converge, senza calcolarne i coefficienti, la serie di Fourier in $[-\pi, \pi]$ della funzione h periodica di periodo 2π definita da

$$h(x) = \begin{cases} x \cos x & x \in [-\pi, 0] \\ 0 & x \in (0, \pi) \end{cases}.$$

Esercizio 3. Sia $f(x, y) = 4xy + 4x$.

- (1) Stabilire se f è differenziabile sul suo dominio e calcolarne la derivata nel punto $P = (1, -1)$ lungo il vettore $v = (3, 2)$. Determinare poi l'equazione del piano tangente al grafico di f in $(1, -1, f(1, -1))$;
- (2) Determinare, se esistono, i punti di massimo e minimo relativo di f sul suo dominio.
- (3) Determinare, se esistono, punti di massimo e minimo assoluto di f sull'insieme

$$C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 5x^2 + y^2 = 1\}.$$