

C.L. INFORMATICA (ALAN)

Esercizi proposti sulle matrici e sistemi lineari:

- Discutere l'esistenza delle soluzioni reali dei seguenti sistemi lineari. Nel caso ammettono soluzioni, determinarle (riduzione Gaussiana):

$$1) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 2 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x_3 + 2x_4 = 3 \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 2x_4 = 7 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 - x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_4 - 2x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_5 = 0 \end{cases}$$

- Dire se le seguenti affermazioni sono VERE o FALSE (in tal caso dare un controesempio).

- 1) Il prodotto di due matrici simmetriche è una matrice simmetrica.
- 2) Il prodotto di due matrici diagonali è una matrice diagonale.
- 3) Sia A una matrice quadrata reale tale che $A^3 = I$ (=matrice identità), allora A è invertibile.
- 4) Sia A una matrice quadrata reale tale che $A^2 = I$, allora $A = I$.
- 5) Il prodotto di due matrici invertibili è una matrice invertibile.
- 6) Sia A una matrice nilpotente, allora A^2 è nilpotente.
- 7) Una matrice nilpotente non è invertibile.
- 8) Se A, B, C sono matrici non nulle tali che $A \cdot C = B \cdot C$, allora $A = B$.
- 9) Sia C una matrice invertibile, se $A \cdot C = B \cdot C$, allora $A = B$.

- Scrivere un sistema lineare a 2 equazioni e 3 incognite con $(1, -1, 0)$ e $(0, 1, 2)$ tra le soluzioni.

- Dire se le seguenti affermazioni sono VERE o FALSE (in tal caso dare un controesempio).

1) Un sistema lineare con un numero di incognite uguale al numero di equazioni ha sempre soluzioni

2) Un sistema lineare omogeneo con un n° incognite maggiore del n° di equazioni ha sempre infinite soluzioni

3) Non esistono sistemi lineari che ammettono esattamente 3 soluzioni reali

4) Un sistema lineare $AX=0$ con A invertibile, ammette solo la soluzione nulla