Calcolo differenziale ed integrale 2 – Prova scritta
23 Luglio 2020

Esercizio 1. Stabilire se le seguenti serie convergono semplicemente e/o assolutamente:

4 a) $\displaystyle\sum_{n=0}^{+\infty}\left(e^{\frac{n^2}{n^2+1}} - e\right)$,

4 b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{+\infty}(-1)^n\frac{n^5\,3^{2n}}{10^n}$.

4 **Esercizio 2.** Data la funzione f di periodo 2π definita da

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x \in [-\pi, 0) \\ 0 & x \in [0, \pi) \end{cases},$$

Determinare il valore della sua serie di Fourier sull'intervallo $[-\pi, \pi]$.

4 **Esercizio 3.** Data la funzione $f(x) = x^2 \ln(2 - \cos x)$, determinare il polinomio di Taylor di ordine 5 centrato nel punto $x_0 = 0$.

Esercizio 4. Data la funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2)$$

5 a) Stabilire se f è differenziabile su $\mathbb{R}^2$ e in tal caso calcolare il piano tangente al grafico di f nel punto $(1, 0, f(1, 0))$.

5 b) Determinare i punti critici di f e stabilire se sono massimi relativi, minimi relativi o punti sella.

5 c) Stabilire se f ammette massimo e minimo assoluti sull'insieme $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - 2y^2 = 1\}$ e in caso affermativo determinarli.