

الفراكتشنز (الكسور)

السلام عليكم ورحمة الله. إن شاء الله تكون هذه بداية كلامنا عن موضوع الفركشنز أو الكسور. موضوع الكسور يُلخبط الناس كثيرًا في بداية دراستهم، ولعلّ هناك أكثر من سبب لذلك. من وجهة نظري، أهم الأسباب هو أن موضوع الفركشنز يُمكن النظر إليه من أكثر من وجهة نظر. بمعنى أنني أمكن أن أستخدم نفس الفركشن بشكل مختلف في أكثر من موقف، وقد يؤدي اختلاف المواقف إلى بعض اللخبط. هناك بعض المبادئ الأساسية في الفركشنز، فإذا استوعبناها بشكل جيد من البداية، ستسهل علينا أمور كثيرة فيما بعد. الفركشنز من الأمور التي يجب أن نهتم بها جيدًا في هذه المرحلة من الدراسة، لأنها مبنية عليها أمور كثيرة مهمة، وممكن أن نجددها في كل مكان. لا يوجد مجال في الرياضيات يُخلو من الفركشنز، بل ستجدها تُستخدم في كلّ المسائل الحسابية. المشكلة تكمن في أن نسبة كبيرة جدًا من هذه المسائل تتضمن فركشنز، وبالتالي يجب أن نهتم بها من البداية.

مثال توضيحي: الكيكة

لنضرب مثالًا. لنقل أن لدينا كيكة. إذا كان لدينا عدد معين من الكيك، مثلاً 5 كيكات، فهذا واضح جدًا، لدينا خمسة كيكات. انتهى الموضوع. لكن، لنفرض الآن أن لدينا كيكة واحدة فقط. إذا طلبت منك تقسيم هذه الكيكة بيني وبينك، فإن الخطوة التالية منطقية جدًا ولا تتطلب أي اختراع أو معرفة مسبقة بالرياضيات. ستأخذ أنت نصف الكيكة وأنا أخذ النصف الآخر، وانتهى الأمر.

السؤال هنا: كيف نُعبّر عن هذا رياضياً؟ كيف نُعبّر عن كل نصف من النصفين؟ فإننا ما زلنا نملك كيكة واحدة. حتى لو وضعنا النصفين معًا، فما زلنا نملك نفس الكيكة. لكننا نريد التعبير عن كل نصف بشكل منفصل.

لنستخدم مصطلحات جديدة. إذا قلنا أن هذا النصف يُعبّر عن جزء من الكيكة، وهذا النصف الآخر يُعبّر عن جزء آخر من الكيكة، فهل يمكننا القول أن كل نصف هو "واحد"؟ هذا منطقي ظاهريًا. لكن المشكلة تظهر عندما نضع النصفين معًا. إذا كان لدينا جزء + جزء = 2، وهذا لا يساوي الكيكة الكاملة (1). هنا نحتاج إلى مفهوم جديد: **الفراكتشن**.

مفهوم الفركشن (الجزء من الكل)

سؤالي في البداية كان: كيف نُعبّر عن هذا الجزء؟ عندما نتحدث عن جزء، يجب أن نفهم الكل. لا يمكن أن يكون هناك جزء من غير كل. فكلما تحدثنا عن جزء، يجب أن نعرف ما هو الكل الذي ينتمي إليه هذا الجزء. هذا هو المفهوم الأساسي الذي قد يُلخبط البعض، وهو نسيان "الكل".

إحدى طرق فهم الفركشن هي اعتباره "جزء من كل" أو "Part of a Whole". الجزء من الكيكة ليس له معنى بحد ذاته إلا كجزء من الكيكة كاملة. الرقمان اللذان نستخدمهما (الجزء والكل) يُعبّران عن هذا المفهوم. لدينا هنا (الجزء) و (الكل)، وبالتالي نحتاج إلى كلا العددين للتعبير عن الجزء من الكل. أنا أكرّر هذه النقطة لأنها مهمة.

باستخدام التمثيل العددي، نقول: نصف هو جزء من جزئين (1/2)، والنصف الآخر هو جزء من جزئين أيضًا (1/2). الرقم "2" يُعبّر عن الجزئين، وليس الكيكة كلها. عندما نجمع الجزئين (1/2 + 1/2)، نحصل على 1 (الكيكة الكاملة).

الفراكتشن ليس مُقيّدًا فقط بالنصفين. يمكن تقسيم الكيكة إلى عدد لا نهائي من الأجزاء. فيمكن تقسيمها إلى ثلاثة أجزاء (1/3)، أو أربعة أجزاء (1/4, 1/4, 1/4, 1/4) وهكذا.

الأجزاء المتساوية

قبل أن ننتقل إلى جزء آخر، هناك مفهوم مهم آخر يجب ذكره. لنعد إلى مثال الكيكة التي سنقسمها أنا وأنت. لكن هذه المرة، سأكون أنا وأنت وأخذ جزءًا أكبر منك.

في هذه الحالة، لدينا جزئين، لكنهما غير متساويين. الجزء الأول هو جزء من اثنين، والجزء الثاني هو جزء من اثنين أيضًا، لكنهما مختلفان في الحجم. هنا يأتي مفهوم مهم جدًا في الفراكشنز وهو أن الأجزاء يجب أن تكون متساوية. في الأمثلة السابقة، كانت الأجزاء متساوية في الحجم. أما هنا، فإن الجزء الكبير ليس جزءًا من اثنين، بل هو جزء من أربعة.

لنأخذ مثالًا آخر: بار شوكلاتة مُقسم إلى خمسة أجزاء متساوية. كل جزء هو جزء من خمسة ($1/5$). إذا أخذت ثلاثة أجزاء وأخذت أنت جزئين، فإننا نُعبّر عن ذلك بـ $3/5$ و $2/5$. الجزء الكلي هو 5.

مفهوم مجموع الأجزاء

يمكننا التعبير عن مجموعة من الأجزاء المتساوية. مثلاً، يمكننا القول أن لدينا جزئين من ثلاثة ($2/3$)، أو جزئين من أربعة ($2/4$). الأجزاء كلها يجب أن تكون متساوية. لاحظ أن ($2/4$) تساوي ($1/2$).

خلاصة

اليوم، تعلمنا مفهومين أساسيين في الفراكشنز:

1. الفراكشن يُعبّر عن جزء أو مجموعة أجزاء من الكل.
2. الأجزاء المُكوّنة للفراكشن يجب أن تكون متساوية.

أتمنى أن يكون هذا الفيديو مفيدًا. والسلام عليكم.

الفراكتل: توسيع الفهم

سلام عليكم. في هذا الفيديو، سنُكمل كلامنا حول الكسور (الفراكتل). لن نتحدث عن مفاهيم جديدة، بل سنتوسع في نظرتنا للمفاهيم التي تحدثنا عنها في الفيديو السابق.

لخصنا في الفيديو السابق أن الكسر يُمكن النظر إليه على أنه:

- تمثيل جزء من الكل.
- قيمة عددية تمثل جزءاً من الكل.

وشددنا على أهمية أن تكون الأجزاء متساوية. خذ مثلاً كعكة كاملة (واحدة). يمكن تقسيمها إلى جزئين، أو أربعة أجزاء، وهكذا. جزء من اثنين، جزء من أربعة، إلخ. يجب كتابة الكسور بالشكل الصحيح.

مثلاً، لو لدينا جزئين من أربعة أجزاء، و أكلنا الجزئين، فإننا نكتب ذلك على شكل $2/4$. لو أكلنا ثلاثة أجزاء، نكتب $3/4$. لو أكلنا الكعكة كلها (الأربعة أجزاء)، نكتب $4/4$. وهذا يساوي 1 (واحد). بمعنى آخر، $4/4 = 1$. هذا منطقي، لأننا أكلنا الكعكة بأكملها. يجب أن تكون هناك طريقة رياضية للتعبير عن هذا، وسنتحدث عن ذلك لاحقاً.

نفس المبدأ ينطبق على أي شيء يُقسم إلى أجزاء، مثل شوكولاتة مقسمة إلى ستة أجزاء. أكل جزئين منها يُمثل $2/6$. أكل الكل يُمثل $6/6 = 1$. سواء قسمناها إلى ألف جزء، أو مليون، فإن أكل الكل يُمثل 1.

استخدامات الفراكتل

هل تُستخدم الكسور فقط في المواقف التي نقسم فيها شيء واحد إلى أجزاء؟ لا. مثلاً، لدينا اثنان من الماركارون. كل ماركارون هو وحدة مستقلة. لكن لو أردنا تمثيل كل ماركارون كجزء من المجموعة، فسيكون كل واحد منهما $1/2$.

وهنا نُضيف مفهوم جديد: المجموعة (الست). يمكن استخدام الكسور لتمثيل جزء من مجموعة. حتى لو كانت الأشياء غير مقسمة، يمكن تمثيلها كسوراً.

لو لدينا خمسة ماركارونات، فإن كل ماركارون يُمثل $1/5$ من المجموعة. نفس الماركارون يُمثل $1/2$ في مجموعة من اثنين، و $1/5$ في مجموعة من خمسة. هذا يوضح أن الكل يحدد قيمة الكسر.

مثلاً:

- $5/5$ يمثل المجموعة الكاملة من الخمسة ماركارونات.
- $2/5$ يمثل اثنين من الخمسة ماركارونات.
- $2/3$ يمثل اثنين من ثلاثة ماركارونات (لو أخذنا ثلاثة فقط من المجموعة).

مثال مُفصل: سلة الفاكهة

لنتخيل سلة فاكهة تحتوي على:

- 3 تفاحات
- 2 برتقالة
- 2 موزة

المجموع الكلي هو 7 قطع فاكهة. يمكننا تمثيل كل نوع من الفاكهة ككسر:

- التفاحة الواحدة: $1/7$ (من إجمالي الفاكهة) أو $1/3$ (من التفاح فقط).
- الموزة الواحدة: $1/7$ (من إجمالي الفاكهة) أو $1/2$ (من الموز فقط).
- البرتقالة الواحدة: $1/7$ (من إجمالي الفاكهة) أو $1/2$ (من البرتقال فقط).
- 3 تفاحات: $3/7$ (من إجمالي الفاكهة)

ملخص

في هذا الفيديو، أوضحنا نقطتين مهمتين:

1. يمكن تمثيل الكل (جميع الأجزاء) بالرقم 1.
 2. يمكن استخدام الكسور لتمثيل أجزاء من مجموعة، حتى لو لم تكن هذه الأجزاء مقسمة فعليًا. الكل يحدد قيمة الكسر.
- أتمنى أن يكون هذا الشرح واضحًا. سلام عليكم.