Курганов Владислав Андреевич
st132903
st132903@student.spbu.ru

Homework Assignment 14
Алгебра и геометрия, 1 семестр

2024.12.22

Задача 92.
Даны две смежные вершины параллелограмма $ABCD$: $A(-4,-7)$ и $B(2,6)$ и точка пересечения его диагоналей $M(3,1)$. Найти две другие вершины параллелограмма. Система координат аффинная.

Решение:
M – середина AB
$\frac{x_0+x}{2}=1 => \frac{-4+x}{2}=3;$
$\frac{y_0+y}{2}=1 => \frac{-7+y}{2}=1$

Получим точку $C(10;9)$

$\frac{2+x}{2}=3$
$\frac{6+y}{2}=1$

Получим точку $D(4;-4)$

Answer: C(10;9) D(4;-4)

Задача 111.
Даны две точки $A(8,-6,7)$ и $B(-20,15,10)$. Установить, пересекает ли прямая AB какую-нибудь из осей координат.

Решение: $\begin{cases} x = 8 + t(-20-8) \\ y = -6 + t(15+6) \\ z = 7 + t(10-7) \end{cases} => \begin{cases} x = 8 - 28t \\ y = -6 + 21t \\ z = 7 + 3t \end{cases}$

Необходимо, чтобы оба t принадлежали отрезку [0;1]

с осью X:
$0 = -6 + 21t => t = -\frac{2}{3}$
$0 = 7 + 3t => t = -\frac{7}{3}$

с осью Y:
$8 - 28t = 0 => t = \frac{8}{21}$
$7 + 3t = 0 => t = -\frac{7}{3}$
с осью Z:
$8 - 28t = 0 => t = \frac{2}{7}$

$6 + 21t = 0 => t = \dfrac{2}{7}$
Answer: пересекает ось Z

Задача 120.
Относительно полярной системы координат даны точки $A(2, \frac{\pi}{3})$, $B(\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$, $C(5, \frac{\pi}{2})$, $D(3, \frac{\pi}{6})$. Найти координаты этих точек в соответствующей прямоугольной системе координат.

Решение:

A: $\begin{cases} x = 2\cos\dfrac{\pi}{3} = 1 \\ y = 2\sin\dfrac{\pi}{3} = \sqrt{3} \end{cases} => A(1; \sqrt{3})$

B: $\begin{cases} x = \sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{4} = -1 \\ y = \sqrt{2}\sin\dfrac{3\pi}{4} = 1 \end{cases} => B(-1; 1)$

C: $\begin{cases} x = 5\cos\dfrac{\pi}{2} = 0 \\ y = 5\sin\dfrac{\pi}{2} = 5 \end{cases} => C(0; 5)$

D: $\begin{cases} x = 3\cos\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{3\sqrt{3}}{2} \\ y = 3\sin\dfrac{\pi}{6} = -\dfrac{3}{2} \end{cases} => D(\frac{3\sqrt{3}}{2}; -\frac{3}{2})$

Задача 122.
Зная полярные координаты точки $\rho = 10$, $\varphi = \frac{\pi}{6}$. Найти её прямоугольные координаты, если полюс находится в точке $(2, 3)$, а полярная ось параллельна оси Ox.

Решение:

1)
$\mathrm{x}' = \rho\cos(\phi) = 10\cos\frac{\pi}{6} = 5\sqrt{2}$
$y' = \rho\sin(\phi) = 10\sin\frac{\pi}{6} = 5$

2) $\begin{cases} x = 5\sqrt{2} + 2 \\ y = 5 + 3 = 8 \end{cases} => \rho(5\sqrt{2} + 2; 8)$

Задача 128.
Найти цилиндрические координаты точек по их прямоугольным координатам $A(3, -4, 5)$, $B(1, -1, 1)$, $C(-6, 0, 8)$.

Решение:
$\mathrm{r} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$
$\phi = \arctan\frac{-4}{3}$
$z = 5$
$A(5; \arctan\frac{-4}{3}; 5)$

$r = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$
$\phi = \arctan 1 = -\frac{\pi}{4}$
$z = 1$
$B(\sqrt{2}; -\frac{\pi}{4}; 1)$

$r = \sqrt{36} = 6$
$\phi = \arctan 0 = \pi$
$z = 8$
$C(6; \pi; 8)$

Задача 665.
Найти формулы перехода от одной аффинной системы координат Oxy с координатным углом ω к другой аффинной системе координат $Ox'y'$, если одноименные оси этих систем взаимно перпендикулярны, а разноименные образуют острые углы. Длины базисных векторов равны 1.

Решение:
