

### Задача 1.

Найти параметрическое уравнение плоскости в  $R^5$ , если известно общее уравнение

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + x_5 = 3, \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ 2x_1 + x_4 + 3x_5 = 6. \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{cases} x_1 + x_3 + x_5 = 3 \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ 2x_1 + x_4 + 3x_5 = 6 \end{cases}$$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 3 & 6 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -2 & 1 & 1 & 0 \end{array} \right) \Rightarrow \begin{cases} x_1 + x_3 + x_5 = 3 \\ 2x_2 + x_3 - x_4 = 2 \\ -2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - \frac{1}{4}x_4 - \frac{3}{2}x_5 \\ x_2 = 1 + \frac{1}{4}x_4 - \frac{1}{4}x_5 \\ x_3 = \frac{1}{2}x_4 + \frac{1}{2}x_5 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 - \frac{1}{2}x_4 - \frac{3}{2}x_5 \\ x_2 = 1 + \frac{1}{4}x_4 - \frac{1}{2}x_5 \\ x_3 = \frac{1}{2}x_4 + \frac{1}{2}x_5 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 3 - \frac{1}{2}t_1 - \frac{3}{2}t_2 \\ x_2 = 1 + \frac{1}{4}t_1 - \frac{1}{4}t_2 \\ x_3 = \frac{1}{2}t_1 + \frac{1}{2}t_2 \\ x_4 = t_1 \\ x_5 = t_2 \end{cases}$$

### Задача 2.

Написать параметрическое и общее уравнения плоскости, проходящей через три точки  $(-1, 1, 0, 1, 5)$ ,  $(2, -1, 3, 4, 0)$ ,  $(1, 2, 7, 6, 1)$ .

Решение:

A(-1, 1, 0, 1, 5)

B(2, -1, 3, 4, 0)

C(1, 2, 7, 6, 1)

$\overrightarrow{AB} = (3, -2, 3, 3, -5)$

$\overrightarrow{AC} = (2, 1, 7, 5, -4)$

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 3 & -2 & 3 & 3 & -5 \\ 2 & 1 & 7 & 5 & -4 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -3 & -4 & -2 & -1 \\ 0 & 7 & 15 & 9 & -2 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & -3 & -4 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & \frac{15}{7} & \frac{9}{7} & -\frac{2}{7} \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{cc|cc|c} 1 & 0 & \frac{17}{7} & \frac{13}{7} & -\frac{13}{7} \\ 0 & 1 & \frac{15}{7} & \frac{9}{7} & -\frac{2}{7} \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{17}{7}x_1 + \frac{15}{7}x_2 - x_3 = 0 \\ \frac{13}{7}x_1 + \frac{9}{7}x_2 - x_4 = 0 \\ -\frac{13}{7}x_1 - \frac{2}{7}x_2 - x_5 = 0 \end{cases}$$

$$L : \begin{cases} \frac{17}{7}x_1 + \frac{15}{7}x_2 - x_3 = 0 \\ \frac{13}{7}x_1 + \frac{9}{7}x_2 - x_4 = 0 \\ -\frac{13}{7}x_1 - \frac{2}{7}x_2 - x_5 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 17x_1 + 15x_2 - 7x_3 = 0 \\ 13x_1 + 9x_2 - 7x_4 = 0 \\ -13x_1 - 2x_2 - 7x_5 = 0 \end{cases}$$

подставим в точку:

$$\begin{cases} 17x_1 + 15x_2 - 7x_3 = -2 \\ 13x_1 + 9x_2 - 7x_4 = -11 \\ -13x_1 - 2x_2 - 7x_5 = -24 \end{cases}$$

---

### Задача 3.

Составить параметрическое уравнение плоскости, заданной общим уравнением

$$\begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 - 3 = 0, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 - 6 = 0. \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{aligned} \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 - 3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 + 4x_4 + 2x_5 - 6 = 0 \end{cases} &\Rightarrow \left( \begin{array}{ccccc|c} 5 & 6 & -2 & 7 & 4 & 3 \\ 2 & 3 & -1 & 4 & 2 & 6 \end{array} \right) \sim \left( \begin{array}{ccccc|c} 5 & 6 & -2 & 7 & 4 & 3 \\ 0 & \frac{3}{5} & -\frac{1}{5} & \frac{6}{5} & \frac{2}{5} & \frac{24}{5} \end{array} \right) \sim \\ \left( \begin{array}{ccccc|c} 5 & 6 & -2 & 7 & 4 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 6 & 2 & 24 \end{array} \right) &\Rightarrow \begin{cases} 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 + 7x_4 + 4x_5 = 3 \\ 3x_2 - x_3 + 6x_4 + 2x_5 = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5x_1 = 3 - 6x_2 + 2x_3 - 7x_4 - 4x_5 \\ x_2 = 8 + \frac{1}{3}x_3 - 2x_4 - \frac{2}{3}x_5 \end{cases} \\ \begin{cases} x_1 = -9 + x_4 \\ x_2 = 8 + \frac{1}{3}x_3 - 2x_4 - \frac{2}{3}x_5 \\ x_3 = x_3 \\ x_4 = x_4 \\ x_5 = x_5 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x_1 = -9 + t_2 \\ x_2 = 8 + \frac{1}{3}t_1 - 2t_2 - \frac{2}{3}t_3 \\ x_3 = t_1 \\ x_4 = t_2 \\ x_5 = t_3 \end{cases} \end{aligned}$$

---