

Задача 371.

Написать уравнение прямой, параллельной прямой $2x + 5y = 0$ и образующей вместе с осями системы координат треугольник, площадь которого равна 5. Система координат прямоугольная.

Решение: Уравнение параллельной прямой отличается свободным членом $2x + 5y + d = 0$
Составим систему при пересечении с одной из осей

$$\begin{cases} 2x + 5y + d = 0 \\ x = 0 \end{cases} \quad \text{OR} \quad \begin{cases} 2x + 5y + d = 0 \\ y = 0 \end{cases}$$

$$1. y = -d \frac{1}{5} \\ x = 0$$

$$2. x = -d \frac{1}{2} \\ y = 0$$

$$S = \frac{1}{2}ab \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} \left(-d \frac{1}{2} \right) \left(-d \frac{1}{5} \right) \\ \Rightarrow d^2 = 100 \Rightarrow d = \pm 10$$

Answer:

$$2x + 5y - 10 \text{ OR } 2x + 5y + 10$$

Задача 378.

Даны уравнения $3x - 2y + 1 = 0$, $x - y + 1 = 0$ двух сторон треугольника и уравнение $2x - y - 1 = 0$ медианы, выходящей из вершины, не лежащей на первой стороне. Составить уравнение третьей стороны треугольника. Система координат аффинная.

Решение:

координаты точки А

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - y + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

A(1; 2)

координаты точки С

$$\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$$

C(2; 3)

точка D - т.пересечения медианы с АВ

$$\begin{cases} 3x - 2y + 1 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 3 = 0 \\ 2x - y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 5 \end{cases}$$

D(3; 5)

D - середина АВ. координаты т.В B(5; 8)

$$B: x = \frac{x_A + x_B}{2}; y = \frac{y_A + y_B}{2}$$

$$x = \frac{1 + 5}{2} = 3; y = \frac{2 + 8}{2} = 5$$

B(3; 5)

Составим уравнение прямой по т.С и т.В

$$\frac{x-2}{5-2} = \frac{y-3}{8-3}$$

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{5}$$

$$5(x-2) = 3(y-3)$$

$$\text{Answer: } 5x - 3y - 1 = 0$$

Задача 379.

Дано уравнение $x - 2y + 7 = 0$ стороны треугольника и уравнения $x + y - 5 = 0$, $2x + y - 11 = 0$ медиан, выходящих из вершин треугольника, лежащих на данной прямой. Составить уравнение двух других сторон треугольника. Система координат аффинная.

Решение:

координаты т.О

$$\begin{cases} x + y - 5 = 0 \\ 2x + y - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x + 6 = 0 \\ 2x + y - 11 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow O(6; -1)$$

по свойству медиан, которые по точке О делятся в соотношении
2 к 1 координаты точек M_1M_2

$$M_1(8, 5; -3, 5), M_2(7, 5; -4)$$

Составим уравнения сторон ВС и АС

$$1) \frac{x-3}{8,5-3} = \frac{y-5}{-3,5-5}$$

$17x + 11y - 106 = 0$ – уравнение ВС

$$\frac{x-1}{7,5-1} = \frac{y-4}{-4-4}$$

$$2) \frac{x-1}{7,5-1} = \frac{y-4}{-4-4}$$

$16x + 13y - 68 = 0$ – уравнение АС

Answer:

$17x + 11y - 106 = 0$ – уравнение ВС

$16x + 13y - 68 = 0$ – уравнение АС
