

Задача 400(е).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 3x_4 = 1 \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4 \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -2 & -4 \\ 2 & 3 & -1 & -1 & -6 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & -4 & -4 & -11 & -7 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & -4 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 10 & 9 \\ 0 & 0 & 27 & 39 & 39 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & -8 \\ 0 & 0 & 6 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 7 & 10 & 9 \\ 0 & 0 & 9 & 13 & 13 \\ 0 & 1 & -5 & -7 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -13 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -17 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 9 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -13 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 9 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Answer :

$$\begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Задача 400(f).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & -1 & -2 & -3 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 & -8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & -2 & -5 & 4 & -7 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & -8 & -13 & 0 & -2 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & 18 & 27 & 0 & 9 \\ 0 & 18 & 36 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -8 & -13 & 0 & -2 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 3 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right)$$

Answer :

$$\left(\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{array}\right)$$

Задача 443(а).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_4 + 3x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 4x_3 + 4x_4 + 9x_5 = 0 \\ x_1 - x_2 + 8x_3 - 8x_4 + 27x_5 = 0 \\ x_1 + x_2 + 16x_3 + 16x_4 + 81x_5 = 0 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & -2 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & 4 & 9 & 0 \\ 1 & -1 & 8 & -8 & 27 & 0 \\ 1 & 1 & 16 & 16 & 81 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & -2 & 7 & -9 & 26 & 0 \\ 0 & 0 & 15 & 15 & 80 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & -6 & 24 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 40 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$$

Answer : $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = x_5 = 0$

Задача 443(б).

Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 4x_3 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + 4x_3 = 0 \\ x_1 + 17x_2 + 4x_3 \end{cases}$$

Решение:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 3 & 0 \\ 3 & -5 & 4 & 0 \\ 1 & 17 & 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & 0 \\ 0 & -14 & -2 & 0 \\ 0 & 14 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 0 \\ 0 & -7 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 2x_3 \\ -7x_2 - x_3 = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 14x_2 = 0 \\ x_3 = -7x_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_1 = 11x_2 \\ x_3 = -7x_2 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x_2 = \frac{x_1}{11} \\ x_2 = -\frac{x_3}{7} \end{cases} \Rightarrow$$

$$7x_1 = -11x_3$$

$$x_1 = -\frac{11x_3}{7}$$

Answer :

$$x_2 = -\frac{x_3}{7}$$

$$x_1 = -\frac{11x_3}{7}$$

Задача 449(с).

Выписать фундаментальную систему решений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Решение: $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & -4 & -3 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & -6 & -4 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ 3x_2 + 2x_3 + x_4 = 0 \end{cases}$$

$$3x_2 = -2x_3 - x_4$$

$$x_2 = -\frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4$$

$$3x_1 = -2x_2 - x_3 = 2 * (-\frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4) - x_3 = \frac{1}{3}x_3 + \frac{2}{3}x_4$$

$$x_1 = \frac{1}{9}x_3 + \frac{2}{9}x_4$$

$$X = \begin{pmatrix} \frac{1}{9}x_3 + \frac{2}{9}x_4 \\ -\frac{2}{3}x_3 - \frac{1}{3}x_4 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix}$$

$$\Phi CP = 9 * \begin{pmatrix} \frac{1}{9}x_3 \\ -\frac{2}{3}x_3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + 9 * \begin{pmatrix} \frac{2}{9} \\ \frac{-1}{3} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -6 \\ 9 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 0 \\ 9 \end{pmatrix}$$

Задача 449(d).

Выписать фундаментальную систему решений:

$$\{ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \}$$

Решение:

$$(1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 0)$$

$$\left(\begin{array}{c|ccc|c} 1 & 1 & 1 & 2 & 0 \\ \hline & -1 & 0 & 0 & \\ \hline & 0 & -1 & 0 & \\ \hline & 0 & 0 & -1 & \end{array} \right)$$

=>

$$\Phi_{CP} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\text{общая форма: } X = \gamma_1 * \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma_2 * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \gamma_3 * \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$
