Курганов Владислав Андреевич
st132903
st132903@student.spbu.ru

Homework Assignment 1

Алгебра и геометрия, 2 семестр

2025.03.03

Задача 669.
Написать уравнение прямой $x - y - 5 = 0$ в системе координат, осями которой служат прямые $2x - y + 7 = 0$ (ось $O'y'$), $x + y - 4 = 0$ (ось $O'x'$), а единичной точкой – точка $(0, 0)$.

Решение:
2x - y + 7 = 0 : (O'y')
x + y - 4 = 0 : (O'x')
e (0, 0)
$y' = \frac{2x-y+7}{7}$; $\quad x' = \frac{x+y-4}{-4}$
$y' = \frac{2\cdot 0-0+7}{7} = 1$; $\quad x' = \frac{0+0-4}{-4} = 1$
В новой СК:
2x - y + 7 = 0 - ось y' = 0
x + y - 4 = 0 - ось x' = 0
Новые координаты: (1, 1)

Найдем x и y через x' и y'
$x' = \frac{x+y-4}{-4} \quad \Rightarrow \quad x + y - 4 = -4x';$
$y' = \frac{2x-y+7}{7} \quad \Rightarrow \quad 2x - y + 7 = 7y';$
2x-(-4x$^{'} + 4 - x)7y^{'} - 7 \quad \Rightarrow \quad 2x + 4x^{'} - 4 + x = 7y^{'} - 7; 3x + 4x^{'} - 4 = 7y^{'} - 7$
$3x = 7y^{'} - 7 + 4 - 4x^{'} = 7y^{'} - 3 - 4x^{'}$
x = $\dfrac{7y^{'} - 4x^{'} - 3}{3}$
y = 4 - 4x$^{'} - x = 4 - 4x^{'} - \dfrac{7y^{'} - 4x^{'} - 3}{3} = \dfrac{12 - 12x^{'} - 7y^{'} + 3 + 4x^{'}}{3} = \dfrac{15 - 8x^{'} - 7y^{'}}{3}$
$x - y = 5 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{7y^{'} - 3 - 4x^{'} - 15 + 8x^{'} + 7y^{'}}{3} = 5$
$\dfrac{14y^{'} + 4x^{'} - 18}{3} = 5$
$14y^{'} + 4x^{'} - 18 = 15$
$14y^{'} + 4x^{'} - 33 = 0$

Answer: $14y^{'} + 4x^{'} - 33 = 0$

Задача 688.
Относительно прямоугольной системы координат Oxy даны две взаимно перпендикулярные прямые: $A_1x + B_1y + C_1 = 0$ и $A_2x + B_2y + C_2 = 0$. Принимая эти прямые за оси $O'y'$ и $O'x'$, а за положительные направления осей $O'x'$ и $O'y'$ векторы $\{A_1, B_1\}$ и $\{A_2, B_2\}$, найти выражения новых координат x', y' произвольной точки M через её старые координаты x и y.

Решение:

Новая СК: $O'x'y'$:
$l_1 : A_1x + B_1y + C_1 = 0 \quad (x' = 0)$
$l_2 : A_2x + B_2y + C_2 = 0 \quad (y' = 0)$

Найдем т. $O' : (x', y') = (0, 0)$

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2 = 0 \end{cases}$$

Найдем расстояние от (x, y) до прямой $Ax + By + C = 0$ в ДПСК:

$$\frac{|Ax + By + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

Векторы имеют положительное направление относительно нормали
$\Rightarrow$ получится: $Ax + By + C = 0$
x'=0 задана уравнением $A_1x + B_1y + C_1 = 0$
y'=0 ось задана уравнением $A_2x + B_2y + C_2 = 0$

получим:

$$x' = \frac{A_1x + B_1y + C_1}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}; \quad y' = \frac{A_2x + B_2y + C_2}{\sqrt{A_2^2 + B_2^2}}$$
