

**Задача 527(b).**

Преобразовать квадратичную форму к сумме квадратов методом Лагранжа:  $x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2^2 + x_3^2$

*Решение:*  $x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3 + 4x_2^2 + x_3^2 = (x_1^2 - 4x_1x_2 + 2x_1x_3) + 4x_2^2 + x_3^2 = (x_1^2 - 2x_1(2x_2 - x_3) + (2x_2 - x_3)^2 - (2x_2 - x_3)^2) + 4x_2^2 + x_3^2 = (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 - (4x_2^2 - 4x_2x_3 + x_3^2) + 4x_2^2 + x_3^2 = (x_1 - 2x_2 + x_3)^2 + 4x_2x_3 = y_1^2 + 4x_2x_3$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = y_1 \\ x_2 = y_2 - y_3 \\ x_3 = y_2 + y_3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_1 = x_1 - 2x_2 + x_3 \\ y_2 = \frac{x_2 + x_3}{2} \\ y_3 = \frac{x_3 - x_2}{2} \end{cases}$$

**Задача 527(d).**

Преобразовать квадратичную форму к сумме квадратов методом Лагранжа:  $x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1x_4 + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4 + x_3^2 - 2x_4^2$

*Решение:*

$$\begin{aligned} x_1^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 2x_1x_4 + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4 + x_3^2 - 2x_4^2 &= \\ (x_1^2 - 2x_1(x_2 - x_3 + x_4) + (x_2 - x_3 + x_4)^2 - (x_2 - x_3 + x_4)^2) + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4 + x_3^2 - 2x_4^2 &= \\ (x_1 - x_2 + x_3 - x_4)^2 - (x_2 - x_3 + x_4)^2 + (x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4) + x_3^2 - 2x_4^2 &= (x_1 - x_2 + x_3 - x_4)^2 - \\ x_2^2 + 2x_2x_3 - 2x_2x_4 + 2x_3x_4 - x_3^2 - x_4^2 + x_2^2 + 2x_2x_3 - 4x_2x_4 + x_3^2 &= \\ (x_1 - x_2 + x_3 - x_4)^2 - (x_4^2 + 2x_4(3x_2 - x_3) + (3x_2 - x_3)^2 - (3x_2 - x_3)^2) + 4x_2x_3 &= \\ (x_1 - x_2 + x_3 - x_4)^2 - (x_4 + 3x_2 - x_3)^2 + 9x_2^2 - 6x_2x_3 + x_3^2 + 4x_2x_3 &= \\ (x_1 - x_2 + x_3 - x_4)^2 - (x_4 + 3x_2 - x_3)^2 + (x_3 - x_2)^2 + 10x_2^2 &= y_1^2 - y_2^2 + y_3^2 + 10y_4^2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} y_1 = (x_1 - x_2 + x_3 - x_4) \\ y_2 = (x_4 + 3x_2 - x_3) \\ y_3 = (x_3 - x_2) \\ y_4 = x_2 \end{cases}$$