TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

Bereich Mathematik und Naturwissenschaften, Fakultät Mathematik, Institut für Algebra

Jun.-Prof. Friedrich Martin Schneider, Dr. Henri Mühle. Wintersemester 2018/19

1. Übungsblatt zur Vorlesung "Diskrete Strukturen für Informatiker"

Aussagenlogik, Mengen

$\boxed{\text{V.}}$ Zeigen Sie, mit Hilfe einer geeigneten Wahrheitstabelle, dass die folgenden logischen Identitäten für alle Aussagen A, B, C gelten.

- $(A \vee B) \vee C \iff A \vee (B \vee C)$ (Assoziativgesetz)
- $(A \vee B) \wedge C \iff (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$ (Distributivgesetz)

Ü1. (a) Zeigen Sie, ohne Verwendung einer Wahrheitstabelle, dass das *Prinzip der Kontraposition* gilt; also dass für alle Aussagen A, B gilt:

$$(A \Rightarrow B) \quad \iff \quad (\neg B \Rightarrow \neg A).$$

(b) Zeigen Sie, ohne Verwendung einer Wahrheitstabelle, dass der *Modus ponendo ponens* gilt; also dass die Aussage $\big((A \Rightarrow B) \wedge A\big) \Rightarrow B$ für alle Aussagen A, B wahr ist.

Hinweis: Sie dürfen die in der Vorlesung behandelten Grundgesetze aussagenlogischer Verknüpfungen ohne Beweis verwenden.

Ü2. Bilden Sie die Negation der folgenden Aussagen und prüfen Sie jeweils, ob die Aussage wahr ist.

(i) Wenn zwei Dreiecke kongruent sind, dann haben Sie den gleichen Flächeninhalt.

(ii) $\exists x \in \mathbb{R}\colon |x-1| + |x+5| \leq 4.$

(iii) $\exists x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\colon \big(|x-1|y \geq 1\big) \vee \big(y < 1\big).$

Ü3. Es werden die Mengen

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 + x - 2 > 0\} \quad \text{und} \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 4\}$$

als Teilmengen von $\mathbb{R}$ betrachtet. Geben Sie die folgenden Mengen in üblicher Mengenschreibweise an, und skizzieren Sie sie:

$$\text{(i) } A \cup B, \quad \text{(ii) } A \cap \overline{B}, \quad \text{(iii) } A \setminus B, \quad \text{(iv) } A \times B.$$

A4. **Hausaufgabe, bitte vor Beginn der 2. Übung (oder im Lernraum) unter Angabe von Name, Matrikelnummer, Übungsgruppe und Übungsleiter abgeben.**

a) Zeigen Sie, dass für alle Aussagen A, B gilt

$$(A \Leftrightarrow B) \quad \Longleftrightarrow \quad (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B).$$

b) Bestimmen Sie die Menge aller natürlichen Zahlen n für die gilt:

$$\text{(i) } \frac{1}{4} < \frac{n}{n^2+4}, \qquad\qquad \text{(ii) } \frac{1}{4} < \frac{n}{n^2-4}.$$

H5. Prüfen Sie den Wahrheitsgehalt der folgenden Aussagen.

$$\text{(i) } \forall x \in \mathbb{R}\ \forall y \in \mathbb{R}\colon y^2 = x, \quad \text{(ii) } \forall x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon y^2 = x,$$
$$\text{(iii) } \forall y \in \mathbb{R}\ \exists x \in \mathbb{R}\colon y^2 = x, \quad \text{(iv) } \exists x \in \mathbb{R}\ \exists y \in \mathbb{R}\colon y^2 = x.$$

H6. Ein Gerät kann je nach Kombination der Baugruppen A, B, C, und D in verschiedenen Varianten hergestellt werden. Dabei sind jedoch folgende Bedingungen einzuhalten.

- Die Baugruppen A und D können, wenn überhaupt, nur gemeinsam auftreten.
- Der Einbau von D macht den Einbau von C erforderlich.
- Eine Variante, die A nicht enthält, muss B enthalten.
- B und D schließen sich gegenseitig aus.

Stellen Sie jede der vier Bedingungen als einen (möglichst) einfachen aussagenlogischen Term dar, und ermitteln Sie alle möglichen Bauvarianten.