

確率・統計 前期 第2回

確率の基本性質

期待値

稲積 泰宏 (いなづみ やすひろ)

用語の確認

全事象: Ω （根元事象全体の集合）で表される事象

A,Bの積事象: AとBがともに起こる事象

A,Bの和事象: A,Bのうち少なくとも1つが起こる事象

Aの余事象: 事象Aが起こらない事象

空事象: 決して起こらない事象

事象A,Bは互いに排反である: 事象A,Bが同時に起こらないこと

確率の基本性質

- i. 任意の事象 A に対して

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

- ii.

$$P(\Omega) = 1, P(\emptyset) = 0$$

- iii. 事象 A, B が互いに排反であるとき

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

例題3)

10本のくじの中に当たりくじが4本ある。このくじを3本引いて2本以上当たる確率を求めよ。

例4) 余事象の確率

2個のさいころを投げるとき、少なくとも1つが1の目でない確率は？

確率の加法定理

2つの事象 A , B に対して：

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- $A \cup B$: A または B が起こる（和事象）
- $A \cap B$: A かつ B が同時に起こる（積事象）

なぜ $P(A \cap B)$ を引くのか？

- $P(A)$ と $P(B)$ の両方に 共通部分 $A \cap B$ が含まれていて、2回数えられている
- 1回だけ数えるために、引き算で調整する

確率の加法定理（AとBが同時に起こらないとき）

- AとBが **互いに排反（同時に起こらない）** なら：

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

- このとき $P(A \cap B) = 0$

例題4)

トランプ52枚をよく切って1枚を抜くとき、ハートまたは絵札が出る確率を求めよ。

期待値（平均）

施行の結果によって得られる値 x が x_1, x_2, \dots, x_n のいずれかをとり、これらの値をとる事象の確率がそれぞれ p_1, p_2, \dots, p_n のとき

$$E[x] = \sum_{i=1}^n x_i \cdot p_i = x_1 p_1 + x_2 p_2 + \dots + x_n p_n$$

を x の期待値という。

例題5)

10本のくじの中に当たりくじが3本ある。これから4本引くとき、当たる本数の期待値を求めよ。

まとめ

- 質問、感想、わからなかったことなどをチャット欄に書いてください。
- 会議が閉じている場合は、チャットを送ってください。
- **次回までの課題:** 問題集 Basic 9~15 を解いてきてください。