確率・統計 前期 第4回

ベイズの定理

稲積 泰宏(いなづみ やすひろ)

# 条件つき確率の復習

事象Aが起こったときに事象Bが起こる確率:

$$P_A(B) = rac{P(A\cap B)}{P(A)} \quad (P(A)>0)$$

同様に、事象Bが起こったときに事象Aが起こる確率:

$$P_B(A) = rac{P(A\cap B)}{P(B)} \quad (P(B)>0)$$

# ベイズの定理(公式)

事象 $A_1$ が起こったという情報があるとき、

事象Bが起こった確率を用いて事象 $A_1$ の確率を求める:

$$P_B(A_1) = rac{P(A_1)P_{A_1}(B)}{P(B)}$$

分母は,全体の中でBが起こる確率である:

# P(B) の計算方法(前回の例題2(4)を参照)

Bが起こる確率 (P(B)) は,全ての原因となる事象A<sub>1</sub>, A<sub>2</sub>, ... の確率の合計:

$$P(B) = \sum_i P(A_i) P_{A_i}(B)$$

したがって, **ベイズの定理の一般形**は:

$$P_B(A_k) = rac{P(A_k)P_{A_k}(B)}{\sum_i P(A_i)P_{A_i}(B)}$$

## 例題1)

ある工場では、単位時間当たり $M_1$ の機械には10個、 $M_2$ の機械には15個の速さで同じ製品を作っている。 $M_1$ による製品には3%、 $M_2$ による製品には4%の割合で不良品が含まれている。今、一定の時間に $M_1$ と $M_2$ により作られた製品全体の中から任意に取り出した1個が不良品であるとき、これが $M_1$ により作られた製品である確率を求めよ。

### 例題2)

ある国では、500人に1人の割合で、あるウイルスに感染しているという。このウイルスには2種類の株  $A_1$ 、 $A_2$  があり、それらに感染する比率は3:1であるといわれている。検査薬を使うと、 $A_1$ 、 $A_2$ に感染していれば、それぞれ0.98,0.90の確率で陽性反応が出る。ただし、感染していなかった場合にも、0.01の確率で陽性反応が出るという。ある人に陽性反応が出たとき、この人が $A_1$ の感染者である確率を求めよ。

#### まとめ

- 条件付き確率を使って「原因の確率」を逆算するのがベイズの定理。
- 質問、感想、わからなかったことなどをチャット欄に書いてください。
- 会議が閉じている場合は、チャットを送ってください。
- 次回までの課題: 65~68 を解いておくこと。