確率・統計　前期　第13回

正規分布の標準化・逆正規分布表

稲積　泰宏（いなづみ　やすひろ）

今日の内容

- 正規分布の標準化
- 一般の正規分布の確率計算
- 逆正規分布表の使い方
- 逆正規分布表を使った例題

正規分布の標準化

一般の正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従う確率変数 X を標準正規分布 $N(0, 1)$ に変換する操作

標準化の公式：

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

このとき、Z は標準正規分布 $N(0, 1)$ に従う

意味：

- X から平均 μ を引く → 平均を0にする
- 標準偏差 σ で割る → 標準偏差を1にする

標準化の性質

Xが $N(\mu, \sigma^2)$ に従うとき、$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ について：

- **平均**：$E[Z] = 0$
- **分散**：$V[Z] = 1$

重要な性質：

$$P(a \leq X \leq b) = P\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \leq Z \leq \frac{b-\mu}{\sigma}\right)$$

例題）

> Xが $N(50, 10^2)$ に従うとき、次の確率を求めよ。
>
> 1. $P(X \geq 60)$
> 2. $P(45 \leq X \leq 55)$
> 3. $P(X \leq 35)$

例題）の解答

1. $P(X \geq 60)$

$$P(X \geq 60) = P\left(\frac{X-50}{10} \geq \frac{60-50}{10}\right) = P(Z \geq 1.0)$$

2. $P(45 \leq X \leq 55)$

$$P(45 \leq X \leq 55) = P\left(\frac{45-50}{10} \leq Z \leq \frac{55-50}{10}\right) = P(-0.5 \leq Z \leq 0.5)$$

3. $P(X \leq 35)$

$$P(X \leq 35) = P\left(Z \leq \frac{35-50}{10}\right) = P(Z \leq -1.5)$$

例題7）

> (1)

逆正規分布表とは？

通常の正規分布表： Z の値から確率を求める
逆正規分布表： 確率から Z の値を求める

教科書の正規分布表は上側確率なので：

- $P(Z \geq z) = \alpha$ のとき、z の値を求める

例：

- $P(Z \geq 0) = 0.5$（上側確率0.5に対応するz値は0）
- $P(Z \geq 1.96) = 0.025$（上側確率0.025に対応するz値は1.96）

逆正規分布表の使い方

基本形：

$P(Z \geq z) = \alpha$ のとき、z を求める

重要

教科書の表は上側確率なので、必ず「$P(Z \geq z) =?$」の形にしてから使用

例題）

> 標準正規分布 $N(0,1)$ に従う確率変数 Z について、次の z の値を求めよ。
>
> 1. $P(Z \geq z) = 0.05$
> 2. $P(Z \leq z) = 0.95$
> 3. $P(-z \leq Z \leq z) = 0.9$

例題）の解答

1. $P(Z \geq z) = 0.05$
上側確率表で0.05を探す → $z = 1.645$

2. $P(Z \leq z) = 0.95$
$P(Z \geq z) = 1 - 0.95 = 0.05$ → $z = 1.645$

3. $P(-z \leq Z \leq z) = 0.9$
対称性より $P(Z \geq z) = \frac{1-0.9}{2} = 0.05$ → $z = 1.645$

まとめ

- 正規分布の標準化：$Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$
- 一般の正規分布の確率は標準化して計算
- 逆正規分布表：確率から対応する値を求める
- 実際の問題では標準化と逆変換を組み合わせて使用
- 次回までにBasic129-131をやっておいてください

感想などを会議のチャット欄に書いてください。