

# 確率・統計 後期 第7回

## 仮説と検定

稻積 泰宏 (いなづみ やすひろ)

# 今日の内容

- 仮説検定とは
- 歸無仮説と対立仮説
- 検定統計量
- 有意水準と $p$ 値
- 第1種の誤りと第2種の誤り

# 仮説検定とは

## 定義

データに基づいて、母集団に関する仮説が正しいかどうかを統計的に判断する方法

### 区間推定との違い

- 区間推定：母数の範囲を推定する
- 仮説検定：母数に関する主張の正否を判定する

# 仮説検定の具体例

## 例1：新薬の効果

この新薬には効果があるか？

## 例2：製品の品質管理

不良品率は基準値以下か？

## 例3：教育プログラムの効果

新しい学習方法は従来より優れているか？

# 帰無仮説と対立仮説

## 帰無仮説

記号： $H_0$

検証したい主張に対する「否定的な立場」または「現状維持」の仮説

## 対立仮説

記号： $H_1$

検証したい主張、帰無仮説が棄却されたときに採択される仮説

# 仮説の設定例

## 例：新薬の効果検証

従来の治療法での治癒率は60%

- $H_0$ : 新薬の治癒率  $p = 0.6$  (効果なし)
- $H_1$ : 新薬の治癒率  $p > 0.6$  (効果あり)

### 重要な原則

帰無仮説は「差がない」「効果がない」という保守的な立場  
対立仮説が証明したい主張

# 片側検定と両側検定

## 片側検定

- 右側検定 :  $H_1 : p > p_0$
- 左側検定 :  $H_1 : p < p_0$

## 両側検定

- $H_1 : p \neq p_0$

## 使い分け

- 特定の方向の変化に関心がある → 片側検定
- 変化の有無に関心がある → 両側検定

# 仮説検定の手順

1. 帰無仮説  $H_0$  と対立仮説  $H_1$  を設定
2. 有意水準  $\alpha$  を決める (通常 0.05 または 0.01)
3. 検定統計量を計算
4.  $p$ 値を計算
5. 判定を下す

# 検定統計量

## 定義

仮説の真偽を判断するために、標本から計算する統計量

## 役割

検定統計量の値が、帰無仮説のもとでどれくらい極端かを評価することで、仮説の妥当性を判断する

# 有意水準

## 定義

帰無仮説が正しいにもかかわらず、それを棄却してしまう確率の上限

記号： $\alpha$

### よく使われる値

- $\alpha = 0.05$  (5%)
- $\alpha = 0.01$  (1%)

有意水準が小さいほど、判定は保守的（帰無仮説を棄却しにくい）

# $p$ 値（有意確率）

## 定義

帰無仮説のもとで、観測された検定統計量以上に極端な値が得られる確率

## 判定方法

- $p$ 値  $< \alpha \rightarrow$  帰無仮説を棄却する
- $p$ 値  $\geq \alpha \rightarrow$  帰無仮説を受容する

## $p$ 値の解釈

- $p$ 値が小さいほど、帰無仮説に反する強い証拠
- $p$ 値が大きいほど、帰無仮説と矛盾しない

注意：「帰無仮説を採択する」とは言わない

## $p$ 値の計算（両側検定の場合）

検定統計量を  $z$  とすると

$$p\text{値} = 2 \times P(Z > |z|)$$

ここで  $Z \sim N(0, 1)$

(説明の簡略化のためZ検定を用いる。詳細は次回以降。)

## $p$ 値の計算（片側検定の場合）

右側検定 ( $H_1 : p > p_0$ )

$$p\text{値} = P(Z > z)$$

左側検定 ( $H_1 : p < p_0$ )

$$p\text{値} = P(Z < z)$$

「ロボットAとロボットBの強さは等しい」

# 問1)

# 検定における2種類の誤り

## 第1種の誤り

- 帰無仮説が真であるのに、それを棄却してしまう誤り
- 確率： $\alpha$ （有意水準）  
例） 実際には新薬に効果がないのに、偶然のばらつきで「効果あり」と判断してしまう。

## 第2種の誤り

- 帰無仮説が偽であるのに、それを棄却しない誤り
- 確率： $\beta$   
例） 本当は治癒率が上がっているのに、標本数が少ないため差を検出できず「効果なし」と結論づけてしまう。

# 誤りの関係

|           | $H_0$ が真                 | $H_0$ が偽                |
|-----------|--------------------------|-------------------------|
| $H_0$ を受容 | 正しい判定                    | 第2種の誤り<br>(確率 $\beta$ ) |
| $H_0$ を棄却 | 第1種の誤り<br>(確率 $\alpha$ ) | 正しい判定                   |

## トレードオフ

$\alpha$  を小さくすると  $\beta$  は大きくなる

通常は第1種の誤りを制御 ( $\alpha$ を固定)

# 検出力

## 定義

対立仮説が真のとき、正しく帰無仮説を棄却する確率

$$\text{検出力} = 1 - \beta$$

## 検出力を高める方法

1. 標本サイズを大きくする
2. 有意水準を大きくする（ただし第1種の誤りが増える）
3. 効果が大きい場合（真の $p$ と $p_0$ の差が大きい）

# まとめ

## 仮説検定の基本

- 歸無仮説  $H_0$  と対立仮説  $H_1$  を設定
- 有意水準  $\alpha$  で第1種の誤りを制御
- 検定統計量を計算し、 $p$ 値で判定

感想を会議のチャット欄へ