母比率の検定

稲積　泰宏（いなづみ　やすひろ）

今日の内容

- 母比率の検定とは
- 仮説設定
- 検定統計量と手順
- 検定の実施例
- 実践上の注意点

母比率の検定とは

両側検定：母比率pが特定の値p_0と**異なるか**どうかを検定

- 例：コインは公正でないか（$p \neq 0.5$か）

右側検定：母比率pが特定の値p_0より**大きいか**どうかを検定

- 例：支持率は50%を超えているか（$p > 0.5$か）

左側検定：母比率pが特定の値p_0より**小さいか**どうかを検定

- 例：不良率は5%未満か（$p < 0.05$か）

基本的な仮説設定

仮説の設定

- 帰無仮説：$H_0 : p = p_0$
- 対立仮説：
  - 両側：$H_1 : p \neq p_0$
  - 右側：$H_1 : p > p_0$
  - 左側：$H_1 : p < p_0$

注意

- p：母比率（真の割合）
- p_0：検定したい基準値
- $\hat{p} = \frac{X}{n}$：標本比率（観測された割合）

記号の説明

データ

- 標本サイズ：n
- 標本中の該当個数：X（確率変数）、x（実現値）
- 標本比率：$\hat{p} = \frac{x}{n}$（観測された割合）

正規近似の条件

標本サイズが十分大きいとき、二項分布を正規分布で近似できる

- $np_0 \geq 5$ かつ $n(1-p_0) \geq 5$

この条件が満たされるとき、z検定が使用できる

検定統計量

検定統計量

$$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

帰無仮説$H_0 : p = p_0$のもとで、$z \sim N(0,1)$に近似できる

分母の意味

$\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}$は標本比率$\hat{p}$の標準偏差

母比率の検定の手順

1. 仮説を設定：$H_0 : p = p_0$ vs H_1（両側または片側）
2. 有意水準αを決定（例：$\alpha = 0.05$）
3. 正規近似の条件を確認：$np_0 \geq 5$ かつ $n(1 - p_0) \geq 5$
4. 標本比率を計算：$\hat{p} = \frac{x}{n}$
5. 検定統計量を計算：$z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$
6. p値を計算
   - 両側：$p = 2 \times P(Z > |z|)$
   - 右側：$p = P(Z > z)$
   - 左側：$p = P(Z < z)$
7. 判定：$p < \alpha$ならH_0を棄却

例題3）

問4）

実践上の注意点

標本サイズの影響

- nが大きいほど、小さな差でも有意になりやすい

正規近似の妥当性

- $np_0 \geq 5$ かつ $n(1-p_0) \geq 5$の条件は必ず確認

まとめ

母比率の検定

- 母集団の比率について検定
    - 両側：特定の値に等しいか
    - 片側：特定の値より大きい/小さいか
- 正規近似を用いたz検定を使用
- 正規近似の条件：$np_0 \geq 5$ かつ $n(1-p_0) \geq 5$

重要な考え方

- 標本比率から母比率を推定

レポートあります

感想を会議のチャット欄へ