確率・統計 前期 第10回

ポアソン分布

稲積 泰宏(いなづみ やすひろ)

ポアソン分布とは?

- 一定時間・一定領域における「まれな出来事の回数」の分布
- 二項分布の近似として登場(nが大きく,pが小さいとき)

★ 例:

- 一時間に届くメールの件数
- スーパーに1分間に来店する客数

ポアソン分布の確率

パラメータ $\lambda > 0$ (平均発生回数)のもとで:

$$P(X=k)=e^{-\lambda}rac{\lambda^k}{k!} \quad (k=0,1,2,\ldots)$$

- X:単位時間に起こる回数
- e:ネイピア数 ($e \approx 2.718$)
- ullet X の確率分布をポアソン分布といい、 $P_o(\lambda)$ で表す。

ポアソン分布の特徴

- 離散型分布 ($X=0,1,2,\ldots$)
- 平均・分散ともに λ

$$E[X] = \lambda \quad , \quad V[X] = \lambda$$

例題2)

自動車の通行台数が単位時間につき平均4台である道路において、単位時間に通過する自動車の台数をXとする。Xはポアソン分布に従うとして、通過する自動車の台数が2台以下である確率を求めよ。

ポアソン分布の近似

二項分布 B(n,p) において, $n o \infty$,p o 0 で $np = \lambda$ (一定)のとき:

$$P(X=k)=e^{-\lambda}rac{\lambda^k}{k!}$$

近似の目安: $n \geq 50$, $p \leq 0.1$ のとき

例題3)

非常に多くの同種の製品の中に3%の不良品が含まれている。いま、この製品の中から任意に100個を抽出するとき、不良品の数が2個以下である確率を求めよ。

まとめ

- ポアソン分布は「ある間隔での発生回数」の分布
- ・ 平均・分散ともに λ
- 感想、わからなかったことなどを会議のチャット欄に書いてください。
- **次回までの課題:** Basic 122-123