連続型確率分布

稲積　泰宏（いなづみ　やすひろ）

連続型確率分布とは？

- 確率変数が**連続的な値**をとる分布
- 離散型確率分布（ポアソン分布、二項分布等）とは対照的
- 測定値や時間など、無限に多くの値をとり得る現象をモデル化

📌 例：

- 身長、体重などの測定値
- 電球の寿命時間、機械の故障までの時間

連続型確率分布の確率

確率密度関数 $f(x)$ を用いて確率を計算：

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x)dx$$

確率密度関数とは：

- 連続型確率変数の確率的性質を表す関数
- **確率密度**：微小区間での確率を区間幅で割ったもの（単位幅あたりの確率）
- $f(x)$ が大きいほど、その付近に値が現れやすい
- 区間の確率は関数の積分（面積）で求める

確率密度関数の性質

- $f(x) \geq 0$ （すべてのxに対して非負）
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$ （全確率は1）
- **重要**：$P(X = a) = 0$ （特定の値をとる確率は0）

連続型確率分布の特徴

- 確率は確率密度関数と指定された区間の面積で表される
- （累積）分布関数：$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)dx$

例）

> ある確率密度関数が $f(x) = \begin{cases} 2x & (0 \leq x \leq 1) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$ で与えられるとき、
> $P(0.2 \leq X \leq 0.8)$ を求めよ。

例）解答：

$$P(0.2 \leq X \leq 0.8) = \int_{0.2}^{0.8} 2x dx = \left[x^2\right]_{0.2}^{0.8} = 0.64 - 0.04 = 0.6$$

一様分布

区間 $[a, b]$ 上の一様分布の確率密度関数

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & (a \leq x \leq b) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

特徴：

- 区間$[a, b]$内のすべての値が等しい確率密度を持つ

例題）

> 0から10の間で一様分布に従う確率変数 X について、$P(3 \leq X \leq 7)$ を求めよ。

例題)

解答：

- $f(x) = \frac{1}{10} \ (0 \leq x \leq 10)$
- $P(3 \leq X \leq 7) = \int_3^7 \frac{1}{10} dx = \frac{7-3}{10} = 0.4$

例題4）

> X の確率密度関数が
>
> $$f(x) = \begin{cases} k(1-x^2) & (|x| \leq 1) \\ 0 & (|x| > 1) \end{cases}$$
>
> で与えられるとき、定数kの値を定め、確率$P(-0.5 \leq X \leq 1.5)$ の値を求めよ。

まとめ

- 連続型確率分布は確率密度関数で表される。
- 確率は積分（面積）で計算する。
- 感想などを会議のチャット欄に書いてください。
- **次回までの課題：** Basic 124-125