確率・統計　後期　第9回

母平均の差の検定

稲積　泰宏（いなづみ　やすひろ）

今日の内容

- 母平均の差の検定とは
- ウェルチのt検定（母分散未知）
- 検定の実施例

母平均の差の検定とは

目的

2つの独立した母集団の平均μ_1とμ_2に差があるかどうかを検定する

> **具体例**
>
> - 2つのクラスの成績に差があるか
> - 新薬と従来薬の効果に差があるか
> - A工場とB工場の製品の品質に差があるか

基本的な仮説設定

仮説の設定（両側検定）

- 帰無仮説：$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
- 対立仮説：$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$

注意

2つの標本は互いに独立（一方の標本が他方に影響しない）

ウェルチのt検定（母分散未知）

前提条件

- 母集団1：正規分布$N(\mu_1, \sigma_1^2)$、標本サイズn_1
- 母集団2：正規分布$N(\mu_2, \sigma_2^2)$、標本サイズn_2
- 2つの標本は互いに独立
- 母分散σ_1^2, σ_2^2は未知（等しくなくてもよい）

> **ウェルチのt検定の特徴**
>
> 2つの母分散が等しいと仮定する必要がない

ウェルチのt検定の検定統計量

検定統計量

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\frac{U_1^2}{n_1} + \frac{U_2^2}{n_2}}}$$

自由度（小数の場合は切り捨て）

$$d = \frac{\left(\frac{u_1^2}{n_1} + \frac{u_2^2}{n_2}\right)^2}{\frac{(u_1^2/n_1)^2}{n_1 - 1} + \frac{(u_2^2/n_2)^2}{n_2 - 1}}$$

帰無仮説$H_0 : \mu_1 = \mu_2$のもとで、$t \sim t_d$

ウェルチのt検定の手順（両側検定）

1. 仮説を設定：$H_0 : \mu_1 = \mu_2$ vs $H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$
2. 有意水準αを決定（例：$\alpha = 0.05$）
3. 各標本の平均$\bar{x}_1, \bar{x}_2$と不偏分散u_1^2, u_2^2を計算
4. 検定統計量tを計算
5. 自由度dを計算（小数の場合は切り捨て）
6. 自由度dのt分布でp値を計算：$p = 2 \times P(T > |t|)$
7. 判定：$p < \alpha$ならH_0を棄却

ウェルチのt検定の例題（両側検定）

例題2）

問3）

まとめ

母平均の差の検定

- ウェルチのt検定を使用（t分布）
- 2つの母分散が等しいと仮定する必要がない

重要な考え方

- 2つの独立した標本から、母集団の差を推定
- 統計的に有意 ≠ 実質的に重要

次回までに問題集205-206を解いておいてください

感想を会議のチャット欄へ