

確率・統計 前期 第9回

二項分布

稲積 泰宏 (いなづみ やすひろ)

二項分布とは？

- 成功確率 p の**同じ試行を n 回**繰り返すとき、
成功する回数 X の確率分布

 「成功・失敗」の2つの結果しかない試行 → **ベルヌーイ試行**

二項分布の条件

- 「成功 or 失敗」の試行（=**ベルヌーイ試行**）を n 回繰り返す
- 各試行は独立（他の試行の影響を受けない）
- 各試行で成功確率 p は一定
- 試行回数は n 回（固定）
- 確率変数 X ：成功回数 $(0, 1, \dots, n)$

二項分布の確率

$$P(X = k) = {}_nC_k \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$

- k : 成功回数 ($0 \leq k \leq n$)
- ${}_nC_k$: 組合せ (n 回中 k 回成功)

例1) コインを4回投げて表が出る回数

- 試行回数 $n = 4$
- 表が出る確率 $p = 0.5$
- X : 表が出る回数

x	0	1	2	3	4
$P(X = x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{6}{16}$	$\frac{4}{16}$	$\frac{1}{16}$

例題1)

赤玉3個と白玉6個の入っている袋の中から、1個ずつ3回復元抽出するとき、赤玉の出る回数を X とする。このとき、 X はどのような確率分布に従うか。また、その確率分布表を作れ。

期待値・分散

二項分布 $B(n, p)$ について

- 期待値： $E[X] = np$
- 分散： $V[X] = npq$ ($q = 1 - p$)

 標準偏差： $\sigma = \sqrt{npq}$

例) $n = 10$, $p = 0.3$ のとき

- $E[X] = 10 \cdot 0.3 = 3$
- $V[X] = 10 \cdot 0.3 \cdot 0.7 = 2.1$
- $\sigma = \sqrt{2.1} \approx 1.45$

まとめ

- 二項分布はベルヌーイ試行を n 回繰り返す反復試行のモデル
- 成功回数の確率を求めるには
$$P(X = k) = {}_n C_k \cdot p^k \cdot (1 - p)^{n-k}$$
- 平均： np , 分散： npq
- 感想をチャット欄に書いてください
- **次回までの課題：** Basic 118-121