

14/10/2021

4 עמוד

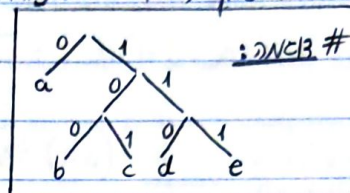
הערה: יהי X מ"מ בדיוק המקל סרטים בקבוצה Ω . $X: \Omega \rightarrow E$

$$H(X) = \sum_{x \in \Omega} P_r(X=x) \cdot \log_2 \left(\frac{1}{P_r(X=x)} \right) \quad : X \text{ האנטרופיה של } X$$

$$H(X) = \frac{1}{2} \cdot \log_2(2) + \frac{1}{2} \cdot \log_2(2) = 1 \quad \# \text{אנטי-נטרופיה של } X \text{ האנטרופיה של } X$$

נזכר בפ"ה הופמן (מבוסס הסתברות, ומסומן ל"ה) ולצדכס ב"ס "מיתרים" מ"ן-1, 0-1.

$$X = \begin{cases} a & \frac{1}{2} \\ b_1 & \frac{1}{2^{k+1}} \\ \vdots & \vdots \\ b_{2^k} & \frac{1}{2^{k+1}} \end{cases} \quad : \text{עבור}$$



$$H(X) = \frac{1}{2} \cdot \log_2 2 + 2^k \cdot \frac{1}{2^{k+1}} \cdot \log_2 2^{k+1} = \frac{1}{2} + \frac{k+1}{2} = \frac{k+2}{2}$$

אקסטרול ל"ב' אנטרופיה:

$$H(X) \leq \log(n) \quad : \text{אם } X \text{ יכול לקבל } n \text{ ערכים שונים, אז:}$$

$$H(X) = \log(n) \quad : \text{שיוון, כלומר: } H(X) = \log(n) \iff X \text{ מתפלג אחיד}$$

$$H(X, Y) = H(Y, X) = H(X) + H(Y|X) \quad : \text{כלל השלמה}$$

כאשר: $H(X|Y)$ משהות כמות האינפורמציה שיש ב- X בהינתן שערך של Y כבר ידוע.

$$H(X_1, \dots, X_n) = H(X_1) + H(X_2|X_1) + \dots + H(X_n|X_1, \dots, X_{n-1}) \quad : \text{כלל השלמה ל-} n \text{ מ"מ}$$

תהי X פראנטציה מקרית מסדר n . נסמן ב- $P(n)$ את מספר הפרמוטציות מסדר n .

$$H(X) = \log(P(n)) \quad : \text{אז}$$

נציג: $X = (a_1, \dots, a_n)$, כאשר a_1, \dots, a_n מספרים שונים בין 1 ל- n . נסמן: $X_i = a_i$

$$H(X) = H(X_1, X_2, \dots, X_n) = H(X_1) + H(X_2|X_1) + \dots + H(X_n|X_1, \dots, X_{n-1}) \leq \log(n) + \log(n-1) + \dots + \log(1) = \log(n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1) = \log(n!)$$

\Downarrow

$$\log(P(n)) = H(X) \leq \log(n!) \quad : \text{מסקנה}$$

\Downarrow

$$P(n) \leq n!$$