

21/11/2021

# 10 ע"פ

סמל: עבור n מספר גדול, כמעט כל האירועים על n קובוצים הם קשורים.

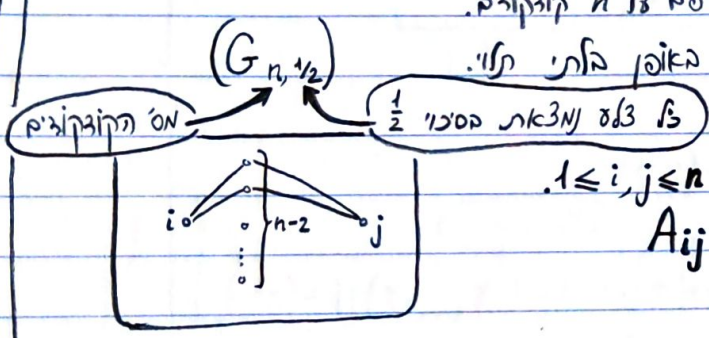
$$Pr(A_1 \cup \dots \cup A_n) \leq \sum_{i=1}^n Pr(A_i)$$
 - תוספת:  $A_1, \dots, A_n$  נפרדים, אז:

הוכחה:

- 1) נחיל את האופן מקרי מהתפלגות האחידה על-פני כל האירועים עם n קובוצים.
- 2) נראה שהסתברות שהכל קשיר קרובה ל-1.

נרצה על-אחד אפשרות קטנה בסיוע בנה של:  $\left( \frac{1}{\text{\# האירועים על n קובוצים}} \right)$   
 כאשר:  $2^{\binom{n}{2}}$  מס' האירועים על n קובוצים.

פשוט נחיל מסבסוד הוכן עבור כל צלע אפשרית באופן בלתי תלוי.



נקבע 2 קובוצים:  $i, j$ , כך ש:  $1 \leq i, j \leq n, i \neq j$   
 אז מסלול באורך 2 מ- $i$  ל- $j$ :  $A_{ij} = j - i - 1$

מסלול -  $A_{ijk}$  את המאורע הבא:

$$\forall k: Pr(A_{ijk}) = \frac{1}{4} \quad \text{אם } i, k, j \text{ אינם שווים.}$$

אם  $k_1 \neq k_2$  אז  $A_{ijk_1}, A_{ijk_2}$  בלתי תלויים, מתקיים:  

$$Pr(\overline{A_{ijk_1}} \wedge \overline{A_{ijk_2}}) = Pr(\overline{A_{ijk_1}}) \cdot Pr(\overline{A_{ijk_2}}) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{16}$$

$$Pr(A_{ij}) = Pr(\text{מסלול באורך 2 מ-} i \text{ ל-} j) = Pr(\overline{A_{ijk}}, \forall k \neq i, j) =$$
  

$$= Pr(\overline{A_{ij1}} \wedge \overline{A_{ij2}} \wedge \dots \wedge \overline{A_{ijn}}) = \prod_{k \neq i, j} Pr(\overline{A_{ijk}}) = \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$$

$$Pr(\text{קשר } G) = Pr(\text{כל } i, j \text{ יש מסלול מ-} i \text{ ל-} j) \geq Pr(\text{באורך 2 מ-} i \text{ ל-} j) = Pr\left(\bigcap_{1 \leq i, j \leq n} \overline{A_{ij}}\right) =$$
  

$$= Pr\left(\bigcup_{1 \leq i, j \leq n} \overline{A_{ij}}\right) = 1 - Pr\left(\bigcup_{1 \leq i, j \leq n} A_{ij}\right) \geq 1 - \sum_{1 \leq i, j \leq n} Pr(A_{ij}) =$$
  

$$= 1 - \sum_{1 \leq i, j \leq n} \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} \geq 1 - n^2 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{n-2} \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1$$

S.E.N