



练习 (病人候诊问题) 某单位医院的一个科室有一位医生值班, 经长期观察, 每小时平均有4个病人, 医生每小时平均可诊断5人, 病人的到来服从泊松流, 诊病时间服从负指数分布, (1) 试分析该科室的工作状况, (2) 如要求99%以上的病人有座, 该科室至少设多少座位? (3) 如果该单位每天24小时上班, 病人因看病1小时而耽误工作单位要损失30元, 这样单位平均损失多少元? (4) 如果该科室提高看病速度, 每小时平均可诊6人, 单位每天可减少损失多少? 可减少多少座位?

依题: $\lambda = 4/h = 1/15$
 $\mu = 5/h = 1/12$
 $\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{4}{5}$

④ $m = b/\mu = 10$

① 单服务台标准型 $M/M/1$

$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = 4$ 人 $L_q = \frac{\rho \lambda}{\mu - \lambda} = 4 \times \frac{4}{5} = 16/5$ 人

$W_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = 60 \text{ min}$ $W_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda} = 60 \times \frac{4}{5} = 48 \text{ min}$

② 单服务台系统容量有限型 $M/M/1/N/\infty$

为99%的病人有座, 求 N . $\lambda_e = \lambda(1 - P_N)$
 $P_e = 1 - P_N$

若此处有坐指 $\text{serve} + \text{queue}$

$L_s = \frac{1}{1 - \rho} - \frac{(N+1)\rho^{N+1}}{1 - \rho^{N+1}} \geq N \times 0.99$

$4 - N + \frac{N+1}{1 - (\frac{4}{5})^{N+1}} = 1.99N$

$5 - \frac{(N+1)(\frac{4}{5})^{N+1}}{1 - (\frac{4}{5})^{N+1}} \geq N \times 0.99$

若此处有坐指 queue

$L_q = L_s - (1 - P_0) = N \times 0.99$ $P_0 = 1 - \rho = \frac{1}{5}$

$\frac{16}{5} - N + \frac{N+1}{1 - (\frac{4}{5})^{N+1}} = 1.99N$