

暨南大学本科实验报告专用纸

课程名称 算法分析与设计实验 成绩评定
实验项目名称 0-1 背包问题 指导教师 李展
实验项目编号 实验十 实验项目类型 综合性 实验地点 N504
学生姓名 张印祺 学号 2018051948
学院 信息科学技术 系 计算机科学 专业 网络工程
实验时间 2019 年 4 月 16 日

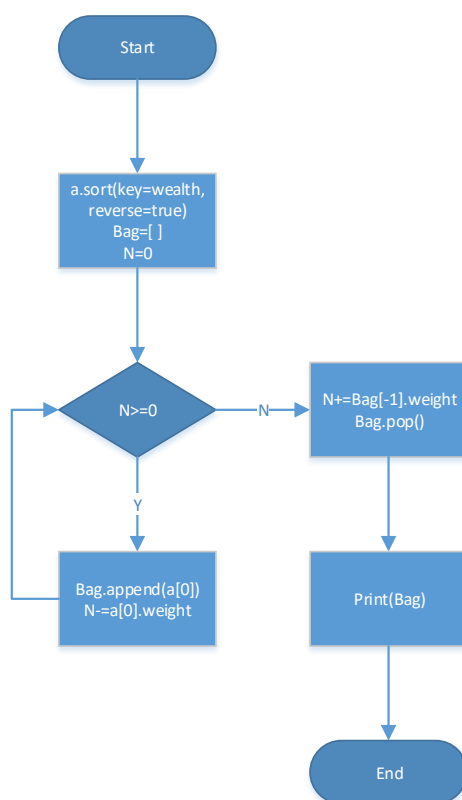
一、问题描述

若在 0-1 背包问题中，各物品依重量递增排列时其价值恰好依递件排列。对这个特殊的 0-1 背包问题，设计一个有效算法找出最优解，并说明算法的正确性

二、算法思路

- 1、将货物按价值降序进行排序，用一个栈作为背包；
- 2、将货物按价值大小装入背包了，直到背包容量为负；
- 3、pop 装入的最后一件货物。

三、流程图



四、测试结果

```
测试用例: [[23, 100], [24, 99], [25, 26], [27, 25], [100, 1]]
背包大小: 120
重量: 23 价值: 100
重量: 24 价值: 99
重量: 25 价值: 26
重量: 27 价值: 25
总价值: 250 重质量: 99
```

```
测试用例: [[23, 100], [24, 99], [25, 26], [27, 25], [100, 23], [102, 22], [10000, 2]]
背包大小: 50000
重量: 23 价值: 100
重量: 24 价值: 99
重量: 25 价值: 26
重量: 27 价值: 25
重量: 100 价值: 23
重量: 102 价值: 22
总价值: 295 重质量: 301
```

五、实验总结

本方法时间复杂度:

- 1、进行排序操作 $O(\log n)$
- 2、进行循环操作将货物 push 到 bag 中, 最后 pop 溢出件 $O(n)$

总时间复杂度 $T(n) = O(\log n)$

最优解证明:

我们通过逆向思维去考虑这道题:

- 1、我们将所有的货物全部装入, 将问题转变为扔掉 x 件后总价值最优且可以装入背包
- 2、我们一定是首先丢掉价值最低最重的货物
- 3、我们先考虑丢去一件的问题:

如果我们首先丢掉小件的话, 由题设可得, 小件高价值, 我们丢掉的小件一定可以找到一件价值大于它且质量大于它的物品, 即: 我们丢去 $a[1]$ 后满足条件, 那么我们丢去一个价值小于 $a[1]$, 质量大于 $a[1]$ 的 $a[2]$ 也一定是满足背包容量且价值更优。将此向后推导可以得知: 当 $n > m$ 如果丢弃 $a[m]$ 满足条件那么丢弃 $a[n]$ 一定满足且更优。

- 4、丢去 1 件物品其实就是丢去 n 件物品的子问题

综上我们可以得知, 在这类特殊的背包问题中, 我们将其装满后首先丢弃最重/最低价的物品, 也就是我们在装入背包时按价值降序/质量升序装入。

六、附录 (程序代码)

```
class Goods:
    def __init__(self, weight: float, wealth: float):
        self.weight = weight
        self.wealth = wealth
```

```

class wbag:
    def __init__(self,a:list,n:int):
        a.sort(key =lambda x:x.wealth,reverse=True)
        wealth,weight=0,0
        self.Assign(a,n,weight,wealth)
    def Assign(self,a:list,n:float,weight:float,wealth:float):
        bag=[]
        for i in range (len(a)):
            bag.append(a[i])
            n-=a[i].weight
            if n < 0:
                n+=bag[-1].weight
                bag.pop()
                break
        for i in range(len(bag)):
            print("重量:",bag[i].weight,"价值:",bag[i].wealth)
            weight+=bag[i].weight
            wealth+=bag[i].wealth
        print("总价值:",wealth,"重质量:",weight)

x=eval(input("请输入货物总数:"))
a=[]
for i in range(x):
    weight=eval(input("请输入货物质量:"))
    wealth=eval(input("请输入货物价值:"))
    b=Goods(weight,wealth)
    a.append(b)
n=eval(input("请输入背包大小:"))
Q=wbag(a,n)

```

暨南大学本科实验报告专用纸(附页)
