

# Übung 7

Pascal Diller, Timo Rieke

December 2, 2024

## Aufgabe 3

$f + g$  ist eine lineare Abbildung, wenn gilt:

$$(f + g)(a + b) = (f + g)(a) + (f + g)(b) \quad (1)$$

$$(f + g)(\lambda a) = \lambda(f + g)(a) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (f + g)(a + b) &= f(a + b) + g(a + b) && \text{Definition von } f + g \\ &= f(a) + f(b) + g(a) + g(b) && f \text{ und } g \text{ sind linear} \\ &= f(a) + g(a) + f(b) + g(b) \\ &= (f + g)(a) + (f + g)(b) && \text{Definition von } f + g \end{aligned}$$

Somit ist (1) gezeigt.

$$\begin{aligned} (f + g)(\lambda a) &= f(\lambda a) + g(\lambda a) && \text{Definition von } f + g \\ &= \lambda f(a) + \lambda g(a) && f \text{ und } g \text{ sind linear} \\ &= \lambda(f(a) + g(a)) \\ &= \lambda(f + g)(a) && \text{Definition von } f + g \end{aligned}$$

Somit ist (2) gezeigt.