

Übungsblatt 11

Pascal Diller, Timo Rieke

July 10, 2025

Aufgabe 1

(i)

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} = e^{\frac{\ln(x)}{x}}$$

$$\text{Sei } g(x) = \frac{\ln(x)}{x}, \text{ dann ist } f(x) = e^{g(x)}$$

$$f'(x) = e^{g(x)} \cdot g'(x)$$

$$g'(x) = \frac{\frac{1}{x} \cdot x - \ln(x) \cdot 1}{x^2} = \frac{1 - \ln(x)}{x^2}$$

Da $e^{g(x)} > 0$ gilt:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \ln(x) = 0 \Leftrightarrow \ln(x) = 1 \Leftrightarrow x = e$$

Es existiert genau eine kritische Stelle an $x_0 = e$.

(ii)

Untersuchen des Vorzeichens von f'

Für $x \in (0, e) : \ln(x) < 1 \implies g'(x) > 0 \implies f'(x) > 0 \rightarrow$ streng monoton wachsend

Für $x \in (e, \infty) : \ln(x) > 1 \implies g'(x) < 0 \implies f'(x) < 0 \rightarrow$ streng monoton fallend