## Лабораторна робота №7

Тема: Симплексний метод оптимізації

#### Мета роботи

Отримати практичні навички використання симплексного методу оптимізації процесу при виконанні факторного експерименту.

## Завдання на лабораторну роботу

1. Обчислити діапазон зміни факторів за формулою:

$$\Delta X_i = i + mod_3(N_{\text{ бригади}}) + 10$$

Кількість факторів дорівнює двом

Спосіб завдання симплекса вибирається згідно парності № бригади:

- 1-й спосіб, якщо № бригади не парне число;
- 2-й спосіб, якщо № бригади парне число

Основний рівень і-х факторів заповнити за допомогою генератора випадкових чисел в діапазоні від 10 до 100.

Вибрати з таблиці в додатку функцію відгуку.

- 2. Використовуючи симплексний метод оптимізації процесу, виконати факторний експеримент
- 3. Отримати значення довжини ребра симплекса і вивести його на екран
- 4. Побудувати програмою симплекс і показати на ньому точку оптимуму вказати її координати.

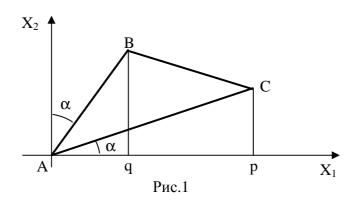
#### Короткі теоретичні відомості

Симплексний метод використовується в промислових умовах для пошуку оптимальних режимів технологічних процесів. Метод  $\epsilon$  активним, але не да $\epsilon$  інформації про вплив кожного фактора на вихідну величину.

Симплексом називається проста опукла геометрична фігура. У двомірному просторі (на площині) симплексом називається будь-який трикутник. Симплекс називається регулярним, якщо відстань між його точками (вершинами) однакова. Координати вершин визначаються залежно від способу завдання симплекса.

## Способи завдання симплексу

Спосіб 1. Одна з вершин симплексу розмішається в центрі координат, а інші розташовуються так, щоб ребра, які виходять з першої вершини, утворювали однакові кути з відповідними осями (рис.1). Координати вершин симплекса дані в таблиці 1.



Таблиця 1

Номер	Фактори				
вершини	X1	X2	X3	•••	Xn
1	$X_1^0$	$X_2^0$	$X_3^0$	•••	$X_n^0$
2	$X_1^0 + p\Delta X_1 \rho$	$X_2^0 + q\Delta X_2 \rho$	$X_3^0 + q\Delta X_3 \rho$	•••	$X_n^0 + q\Delta X_n \rho$
3	$X_1^0 + q\Delta X_1 \rho$	$X_2^0 + p\Delta X_2 \rho$	$X_3^0 + q\Delta X_3 \rho$	•••	$X_n^0 + q\Delta X_n \rho$
4	$X_1^0 + q\Delta X_1 \rho$	$X_2^0 + q\Delta X_2 \rho$	$X_3^0 + q\Delta X_3 \rho$	•••	$X_n^0 + q\Delta X_n \rho$
•••	•••	•••		•••	
n+1	$X_1^0 + q\Delta X_1 \rho$	$X_2^0 + q\Delta X_2 \rho$	$X_3^0 + q\Delta X_3 \rho$	•••	$X_n^0 + p\Delta X_n \rho$

де:

 $\Delta X_i$  – інтервал варіювання i - го фактора;

 $\rho$  - довжина ребра симплекса, зазвичай  $\rho = 1$ ;

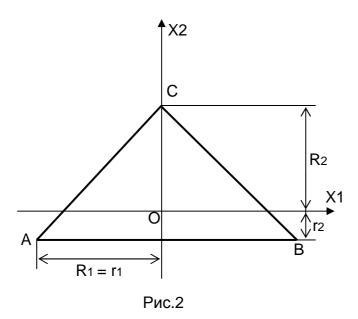
 $X_i^o$  - основний рівень i - го фактора,

p і q знаходяться за формулами:

$$p = \frac{1}{n\sqrt{2}} \left( n - 1 + \sqrt{n+1} \right),$$

$$q = \frac{1}{n\sqrt{2}} \left( \sqrt{n+1} - 1 \right)$$

Спосіб 2. Центр симплексу розміщується в центрі координат, (n+1) - а вершина на осі  $X_n$ . Інші вершини розташовуються симетрично відносно координатних осей (рис.2).



Координати вершин в цьому випадку наведені в таблиці 2.

Таблиця 2

Номер	Фактори	f			
вершини	X1	X2	X3	•••	Xn
1	$X_1^0 - r_1 \cdot \Delta X_1 \cdot \rho$	$X_2^0 - r_2 \cdot \Delta X_2 \cdot \rho$	$X_3^0 - r_3 \cdot \Delta X_3 \cdot \rho$	•••	$X_n^0 - r_n \cdot \Delta X_{n} \cdot \rho$
2	$X_1^0 - R_1 \cdot \Delta X_1 \cdot \rho$	$X_2^0 - r_2 \cdot \Delta X_2 \cdot \rho$	$X_3^0 - r_3 \cdot \Delta X_3 \cdot \rho$		$X_n^0 - r_n \cdot \Delta X_n \cdot \rho$
3	$X_1^{0}$	$X_2^0 - R_2 \cdot \Delta X_2 \cdot \rho$	$X_3^0 - r_3 \cdot \Delta X_3 \cdot \rho$		$X_n^0 - r_n \cdot \Delta X_n \cdot \rho$
•••	•••	•••	•••	•••	•••
n	$X_1^{0}$	$X_{2}^{0}$	$X_3^0$		$X_n^0 - r_n \cdot \Delta X_n \cdot \rho$
n+1	$X_1^{0}$	$X_{2}^{0}$	$X_3^0$		$X_n^0 - R_n \cdot \Delta X_n \cdot \rho$

Величини  $R_i$  і  $r_i$  визначаються за формулами:

$$R_i = \frac{1}{\sqrt{2(i+1)}};$$

$$r_i = \frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}};$$

Пошук оптимуму виконується за наступним алгоритмом:

- 1. Обчислюється симплекс (за 1 або 2 способом) і реалізуються експерименти (число експериментів для n вимірного симплекса дорівнює n+1).
- 2. Відкидається точка плану з найменшим значенням вихідного параметра.
- 3. Будується новий симплекс, який включає решту вершин вихідного симплекса і нову вершину, яку отримуємо шляхом дзеркального відображення відкинутої вершини відносно центру ваги решти вершин. Знаходження нової точки у векторній формі можна записати так:

Нова  
Точка = 
$$\frac{2}{n}\sum_{i=1,i\neq j}^{n+1}$$
 Вершина $_i$  — Вершина $_j$ ,

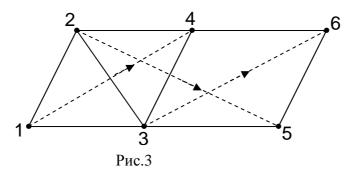
де:

j - номер вершини, яка відкидається.

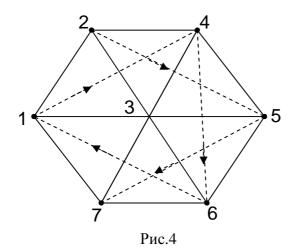
Вершина $_{i} = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{jk})$  – вектор j-ої вершини симплексу у k-вимірній системі координат.

Для знаходження координат нової точки потрібно знати координати кожної вершини.

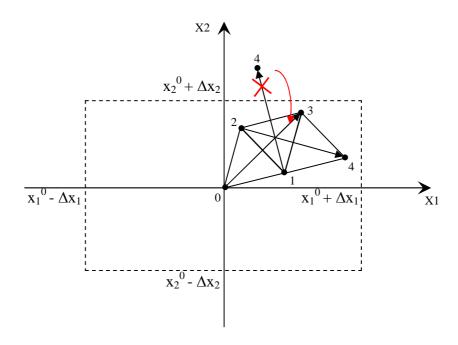
- 4. Проводиться експеримент в новій точці плану.
- 5. Виконується послідовне переміщення симплекса, в процесі якого на кожному кроці відбувається відкидання вершини з найменшим значенням вихідної змінної. На рис. З зображено переміщення симплекса, при цьому найменшими вершинами були: 1, потім 2, і потім 3.



6. Якщо при переміщенні симплекса протягом (n+1) кроків одна з вершин зберігає свої координати, то симплекс робить оборот навколо цієї вершини. Це означає, що в даній точці знаходиться оптимум (рис.4).



- 7. Якщо вихідна змінна в новій вершині симплекса має менше значення, ніж в інших вершинах, повертаються до попереднього симплекс і вибирають вершину, яку відкинули і в якій вихідна змінна має значення наступне по порядку за найменшою вершиною симплекса.
- 8. Якщо нова вершина виходить за межі допустимої області планування, то потрібно провести дії, які описані в пункті 7. Допустима область планування визначається за допомогою інтервалів варіювання факторів, визначених за варіантом.



- 9. При досягненні оптимуму розмір симплекса зменшують (приблизно на ¼).
- 10. Оптимум  $\varepsilon$  досягнутим, якщо одна і та ж точка входить у послідовні симплекс N раз, де  $N=1,65~n+0,05~n^2$ .
- 11. При присутності дрейфу факторів необхідно в кожній точці робити кілька експериментів і застосовувати середнє значення вихідної змінної.

## Зміст звіту

- 1. Вихідні дані у відповідності з варіантом;
- 2. Таблиця факторного експерименту;
- 3. Побудований симплекс (і його параметри). Показати на ньому оптимум (вказати його координати);
- 4. Відповіді на контрольні питання.

#### Контрольні питання

- 1. Що таке симплекс?
- 2. Який симплекс називається регулярним?
- 3. Опишіть алгоритм переміщення симплекса?
- 4. Які дії робляться при появі дрейфу факторів?
- 5. Назвіть основні відмінності двох способів задання симплекса.
- 6. Критерій оптимальності експерименту.

#### Приклад виконання лабораторної роботи (1)

В якості досліджуваного об'єкта виберемо підсилювач.

Знайти оптимальний режим роботи підсилювача в залежності від температури X1 і коефіцієнт посилення X2, якщо діапазон зміни:

температури -  $10 \, ^{\circ} \, \mathrm{C} \, (\Delta \, \mathrm{X1} = 10);$ 

коефіцієнта підсилення - 10 ( $\Delta X2 = 10$ ).

За вихідну змінну прийнято вихідна напруга підсилювача у. Вихідні дані (основний рівень): коефіцієнт підсилення дорівнює 100 (X2= 100);

температура дорівнює  $20 \, ^{\circ} \, \text{C} \, (\text{X1} = 20)$ .

Побудуємо симплекс за першим способом. Тоді p = 0.965, q = 0.258,  $\rho = 1$ . Матриця планування буде такою:

Номер	Фактори			
експер	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	у	
1	20	100	9,1	
2	29,6	102,6	9,0	
3	22,6	109,6	9,2	

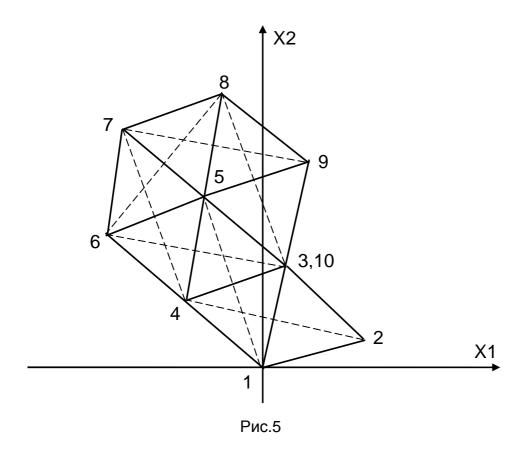
Проведемо три експерименти. Другий експеримент має найгірше значення у. Відкидаємо вершину 2 і будуємо новий симплекс 1 - 3 - 4. Четверта вершина буде мати такі координати:

$$X_1^4 = \frac{2}{2}(20 + 22,6) - 29,6 = 13,0$$
  
 $X_2^4 = \frac{2}{2}(100 + 109,6) - 102,6 = 107,0$ 

Матриця планування, отримана в результаті руху симплекса:

Номе		Фактори	
р експе р.	X1	X2	у
1	20	100	9,1
2	29,6	102,6	9,0
3	22,6	109,6	9,2
4	13,0	107,0	9,5
5	15,6	116,6	10,0
6	6,0	114,0	9,6
7	8,0	123,6	9,7
8	18,2	126,2	9,8
9	25,2	119,2	9,9
10	22,6	109,6	9,2

Рух симплекса зображено на рис.5. Точка 5  $\epsilon$  оптимальною. Таким чином, коли t  $^\circ$  = 15,6  $^\circ$  C і коефіцієнт підсилення X = 116,6, робота підсилювача буде оптимальною.



## Приклад виконання лабораторної роботи (2)

## Виконання роботи:

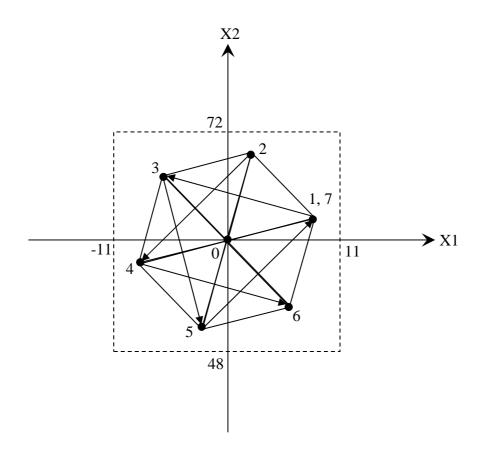
$$x_1^0 = 0$$

$$x_2^0 = 60$$

$$\Delta x_1 = 11$$

$$\Delta x_1 = 12$$

Функція відгуку: у = x1 + 10 \* x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с Спосіб завдання симплекса: 1



```
X1
     x2
            Y
    0,00 60,00 600,00
0.
   10,62 63,10
               641,58
1.
   2,84 71,58
               718,64
2.
                      < 0 1
   -7,78 68,48 677,06
                      < 0 2 3 >
   -10,62 56,90 558,43 < 0 3 4 >
   -2,84 48,42 481,36
                      < 0 4 5 >
   7,78 51,52 522,94
                      < 0 5 6 >
6.
   10,62 63,10 641,58
```

Оптимум знайдений - це точка 0.

# Додаток

<b>№</b> бригади	Функція відгуку	$x_1^0$	$x_2^0$
101	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	0	60
102	$y=x1*(x2)^2$ -Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,8	10
103	y = x1/x2 - прискорення тіла масою $x2$ при впливі сили $x1$	20	5.
104	$y=(x1)^2/x2$ - прискорення при русі тіла зі швидкістю $x1$ по колу радіуса $x2$	15	30
105	y = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості $x1$ і радіусі кривизни траєкторії $x2$	12	15
106	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою $x1$ на відстані $x2$ до іншого	8	2
107	$y=\sqrt{x1*x2}$ - Космічна швидкість планети радіусом x1 і силою тяжіння x2	5.	12,8
108	y = 1/x1 +1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	10	20
109	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,15	0,2
110	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	440	220
111	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою $x1$ на відстані $x2$ до іншого	2.5.	5.
112	y = √x1/x2 - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	150	37,5
113	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю x1 і кінетичної енергією x2	3	12
114	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і опором х2	32	16
115	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною індукцією х1 і силою струму х2	0,3	0,1
116	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	3.2.	4.3.
117	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3	7
118	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	12,3	15
119	$y=x1*(x2)^2$ - Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,2	1

впливі сили х1  121	5
121 $y = \frac{(x!)^2}{X2}$ - прискорення при русі тіла зі швидкістю х1 по колу радіуса х2     15       122 $y = x1 * x2$ - швидкість тіла при кутовий швидкості х1 і радіусі кривизни траєкторії х2     1       123 $y = 5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою х1     5	
швидкості х1 і радіусі кривизни траєкторії х2  123 у=5*х1/(х2)² - Сила тяжіння тіла масою х1 5 6	2
	1.3
на відстані ха до іншого	5.7
124 $y = \sqrt{x^* x^*}$ - Космічна швидкість планети радіусом х1 і силою тяжіння х2	6.
	15
	,33
	34
	1.2
	7,5
	15
$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і	23
опором х2	10
$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною індукцією х1 і силою струму х2	10
	2
рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	5.
201	50
202 у=x1*(x2)²-Вільне падіння в плині x2 з з 9,8 прискоренням x1	10
	5.
	30
	15
206	2

	на відстані х2 до іншого		
207	$y = \sqrt{x1 * x2}$ - Космічна швидкість планети	5.	12,8
	радіусом x1 і силою тяжіння x2		
208	y = 1/x1 + 1 / x2 - еквівалентна провідність	10	20
	паралельного з'єднання 2 резисторів		
209	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір	0,15	0,2
210	паралельного з'єднання 2 резисторів	1.10	220
210	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	440	220
211	$y=x1/\sqrt{1-(x2/10)^2}$ - Відносна маса тіла по	2.5.	5.
	Ейнштейну		
212	$y = \sqrt{x^4/x^2}$ - Час руху тіла по визначеному	150	37,5
	шляху із заданим прискоренням		
213	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю	3	12
	х1 і кінетичної енергією х2		
214	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і	32	16
	опором х2		
215	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною	0,3	0,1
	індукцією х1 і силою струму х2		
216	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	3.2.	4.3.
217	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному	3	7
	рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2		
218	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	12,3	15
219	$y=x1*(x2)^2$ - Вільне падіння в плині $x2$ з з	9,2	1
219		9,2	1
220	прискоренням $x1$ $y = x1/x2$ - прискорення тіла масою $x2$ при	20	5
220	у – x1/x2 - прискорення тыа масою x2 при впливі сили x1	20	J
221	$y = \frac{(x_1)^2}{2} / X2$ - прискорення при русі тіла зі	15	30
	$y = \frac{\sqrt{X^2 - npuckopenns npu pyci тіла 31}}{msuдкістю x1 по колу радіуса x2$		
222	y = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий	1	4.3.
	швидкості х1 і радіусі кривизни траєкторії	1	т.Ј.
	x2		
223	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою x1	5.	6.7
	на відстані х2 до іншого		
224	$y = \sqrt{X^{1} * X^{2}}$ - Космічна швидкість планети	5.3.	16
	y = Космічна швидкість планети радіусом х1 і силою тяжіння х2		
225	y = 1/x1 + 1/x2 - еквівалентна провідність	12	15
	паралельного з'єднання 2 резисторів		-
226	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір	0,54	0,33
	паралельного з'єднання 2 резисторів		
227	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома	54	34
	точками (напруга)		

228	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою $x1$ на відстані $x2$ до іншого	2,8	4.2.
229	y = √x1/x2 - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	133	27,5
230	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю x1 і кінетичної енергією x2	3	45
231	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і	4,8	23
	опором х2		
232	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною	30	10
	індукцією x1 і силою струму x2		
233	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	12	2
234	$x_1$ $x_2$ $y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3.6.	5.
301	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	0	60
302	$y=x1*(x2)^2$ -Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,8	10
303	y = x1/x2 - прискорення тіла масою x2 при впливі сили x1	20	5.
304	$y=(x1)^2/x2$ - прискорення при русі тіла зі швидкістю $x1$ по колу радіуса $x2$	15	30
305	y = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості x1 і радіусі кривизни траєкторії x2	12	15
306	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою x1 на відстані x2 до іншого	8	2
307	$y = \sqrt{x1 * x2}$ - Космічна швидкість планети радіусом x1 і силою тяжіння x2	5.	12,8
308	y = 1/x1 +1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	10	20
309	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,15	0,2
310	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	440	220
311	$y=x1/\sqrt{1-(x2/10)^2}$ - Відносна маса тіла по Ейнштейну	2.5.	5
312	y = √x1 /x2 - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	150	37,5
313	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю х1 і кінетичної енергією х2	3	12
314	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і	32	16

	опором х2		
315	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною	0,3	0,1
	індукцією x1 і силою струму x2		
316	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	3.2.	4.3
317	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3	7
318	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	12,3	15
319	$y=x1*(x2)^2$ - Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,2	1
320	y = x1/x2 - прискорення тіла масою x2 при впливі сили x1	20	5.
321	$y = \frac{(x_1)^2}{X^2}$ X2 - прискорення при русі тіла зі швидкістю х1 по колу радіуса х2	15	30
322	y = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості $x1$ і радіусі кривизни траєкторії $x2$	1	4.3
323	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою $x1$ на відстані $x2$ до іншого	5.	6.7
324	$y = \sqrt{A1 * A^2}$ - Космічна швидкість планети радіусом х1 і силою тяжіння х2	5.3.	16
325	y = 1/x1 + 1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	12	15
326	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,54	0,33
327	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	54	34
328	$y=x1/\sqrt{1-(x2/10)^2}$ - Відносна маса тіла по Ейнштейну	2,8	4.2.
329	y = √x1/x2 - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	133	27,5
330	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю x1 і кінетичної енергією x2	3	45
331	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і опором х2	4,8	23
332	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною	30	10
333	індукцією x1 і силою струму x2 $y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}) - Оптична сила лінзи x1 і x2$	12	2
334	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням	3.6.	5.

	ліфта х2		
401	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	0	60
402	$y=x1*(x2)^2$ -Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,8	10
403	y = x1/x2 - прискорення тіла масою x2 при впливі сили x1	20	5.
404	$y=(x1)^2/x2$ - прискорення при русі тіла зі швидкістю $x1$ по колу радіуса $x2$	15	30
405	у = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості x1 і радіусі кривизни траєкторії x2	12	15
406	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою $x1$ на відстані $x2$ до іншого	8	2
407	$y = \sqrt{x1 * x2}$ - Космічна швидкість планети радіусом x1 і силою тяжіння x2	5.	12,8
408	y = 1/x1 +1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	10	20
409	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,15	0,2
410	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	440	220
411	$y=x1/\sqrt{1-(x2/10)^2}$ - Відносна маса тіла по Ейнштейну	2.5.	5.
412	y = √x1/x2 - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	150	37,5
413	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю х1 і кінетичної енергією х2	3	12
414	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і опором х2	32	16
415	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною	0,3	0,1
416	індукцією x1 і силою струму x2 $y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}) - Оптична сила лінзи x1 і x2$	3.2.	4.3.
417	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3	7
418	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	12,3	15
419	$y=x1*(x2)^2$ - Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,2	1
420	y = x1/x2 - прискорення тіла масою x2 при впливі сили x1	20	5.
501	$y = \frac{(x^{1})^{\frac{3}{2}}}{X^{2}} X^{2}$ - прискорення при русі тіла зі	15	30

	швидкістю x1 по колу радіуса x2		
502	y = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості x1 і радіусі кривизни траєкторії x2	1	4.3.
503	$y = 5 * x1 / (x^2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою x1 на відстані x2 до іншого	5.	6.7
504	$y = \sqrt{x^* x^*}$ - Космічна швидкість планети радіусом x1 і силою тяжіння x2	5.3.	16
505	y = 1/x1 +1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	12	15
506	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,54	0,33
507	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	54	34
508	$y=x1/\sqrt{1-(x2/10)^2}$ Відносна маса тіла по Ейнштейну	2,8	4.2.
509	$y = \sqrt{x^2/x^2}$ - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	133	27,5
510	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю х1 і кінетичної енергією х2	3	45
511	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і опором х2	4,8	23
512	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною індукцією х1 і силою струму х2	30	10
513	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	12	2
514	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3.6.	5
515	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	0	60
516	y = x1 * (x²)² - Вільне падіння в плині x2 з з прискоренням x1	9,8	10
517	y = x1/x2 - прискорення тіла масою x2 при впливі сили x1	20	5
518	$y = \frac{(M)^2}{X^2} / X^2$ - прискорення при русі тіла зі швидкістю х1 по колу радіуса х2	15	30
519	у = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості x1 і радіусі кривизни траєкторії x2	12	15
520	$y = 5 * x1 / \frac{(x^2)^2}{}$ - Сила тяжіння тіла масою x1 на відстані x2 до іншого	8	2

601	$y = \sqrt{X^{1} * X^{2}}$ - Космічна швидкість планети радіусом х1 і силою тяжіння х2	5.	12,8
602	y = 1/x1 + 1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	10	20
603	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,15	0,2
604	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	440	220
605	$y=x1/\sqrt{1-(x2/10)^2}$ Відносна маса тіла по Ейнштейну	2.5.	5.
606	$y = \sqrt{x^1/x^2}$ - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	150	37,5
607	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю x1 і кінетичної енергією x2	3	12
608	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і опором х2	32	16
609	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною індукцією х1 і силою струму х2	0,3	0,1
610	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	3.2.	4.3.
611	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3	7
612	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	12,3	15
613	$y = x1 * (x^2)^2$ - Вільне падіння в плині $x2$ з з прискоренням $x1$	9,2	1
614	y = x1/x2 - прискорення тіла масою $x2$ при впливі сили $x1$	20	5.
615	$y = \frac{(x_1)^2}{X^2}$ X2 - прискорення при русі тіла зі швидкістю х1 по колу радіуса х2	15	30
616	у = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості x1 і радіусі кривизни траєкторії x2	1	4.3
617	$y = 5 * x1 / (x^2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою x1 на відстані x2 до іншого	5.	6.7
618	$y = \sqrt{x^{1} * x^{2}}$ - Космічна швидкість планети радіусом х1 і силою тяжіння х2	5.3.	16.
619	y = 1/x1 + 1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	12	15
620	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,54	0,33

701	$y = \sqrt{x^{1} * x^{2}}$ - Космічна швидкість планети радіусом x1 і силою тяжіння x2	5.	12,8
702	y = 1/x1 + 1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	10	20
703	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,15	0,2
704	y = x1-x2 - різниця потенціалів між двома точками (напруга)	440	220
705	$y=5*x1/(x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою x1 на відстані x2 до іншого	2.5.	5
706	y = √x1/x2 - Час руху тіла по визначеному шляху із заданим прискоренням	150	37,5
707	$y = 4x_1^2 + x_2$ - Повна енергія тіла швидкістю х1 і кінетичної енергією х2	3	12
708	$y = \frac{x_1}{x_2}$ - Сила струму з напругою х1 і опором х2	32	16
709	$y = \frac{x_1 x_2^2}{2}$ - Енергія струму, з магнітною індукцією х1 і силою струму х2	0,3	0,1
710	$y = 4(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2})$ - Оптична сила лінзи х1 і х2	3.2.	4.3
711	$y = x_1(10 - x_2)$ - Вага тіла в прискореному рухомому ліфті з масою х1 і прискоренням ліфта х2	3	7
712	y = x1 +10 * x2 - рівномірний рух зі швидкістю 10 м / с	12,3	15
713	$y = x1 * (x^{-1})^{2}$ - Вільне падіння в плині x2 з з прискоренням x1	9,2	1
714	y = x1/x2 - прискорення тіла масою $x2$ при впливі сили $x1$	20	5
715	$y = \frac{(x_1)^2}{X^2}$ X2 - прискорення при русі тіла зі швидкістю х1 по колу радіуса х2	15	30
716	y = x1 * x2 - швидкість тіла при кутовий швидкості x1 і радіусі кривизни траєкторії x2	1	4.3
717	$y = 5 * x1 / (x2)^2$ - Сила тяжіння тіла масою x1 на відстані x2 до іншого	5.	6.7
718	$y = \sqrt{x^{1} * x^{2}}$ - Космічна швидкість планети радіусом х1 і силою тяжіння х2	5.3.	16.
719	y = 1/x1 +1 / x2 - еквівалентна провідність паралельного з'єднання 2 резисторів	12	15
720	y = x1 * x2 / (x1 + x2) - еквівалентний опір паралельного з'єднання 2 резисторів	0,54	0,33