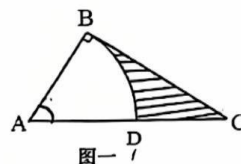


甲组 必答题 (20%)  
(本组 5 题全答)

1. 解方程组  $\begin{cases} 3x - y = 0 \\ x^2 - 2y = 7 \end{cases}$  。 (4%)

2. 如图一,  $\angle ABC$  为直角,  $\angle BCA = \frac{\pi}{3}$ ,  $AC = 6$ 。以  $A$  为圆心,  $AB$  为半径作弧, 交  $AC$  边于点  $D$ 。求图中阴影部分的面积。(答案以  $\pi$  表示) (4%)



3. 求圆  $C: x^2 + y^2 - 6x - 4y + 9 = 0$  的圆心及半径。据此, 求点  $P(-1, -1)$  到圆  $C$  的最长距离。 (4%)

4. 下表为三种食品 X、Y、Z 在 2020 年及 2024 年的价比及权数资料, 其中 2020 年为基期。

食品	2020 年 (RM)	2024 年 (RM)	价比	权数
X	1.50	1.80	a	c
Y	4.00	6.00	150	5
Z	12.00	b	125	2

- (a) 求  $a$  及  $b$  的值 ; (2%)  
(b) 若三种食品的物价指数是 136, 求  $c$  的值。 (2%)

5. (a) 求极限  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{3}{x}\right)^{x+4}$  。 (2%)

(b) 已知函数  $f(x) = \ln \frac{x+2}{x-2}$ , 求  $f''(0)$ 。 (2%)

乙组 选答题 (40%)  
(本组 7 题选答 4 题, 但不能超过 4 题)

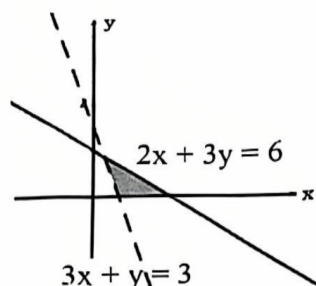
6. (a) 若一等差数列的首  $n$  项之和,  $S_n = 2n(n+4)$ , 求

- (i) 首项 ; (1%)  
(ii) 公差 ; (2%)  
(iii) 第 5 项到第 30 项之和 。 (2%)

(b) 解方程式  $8^{\log_3 x - 1} = \left(\frac{1}{16}\right)^{2 \log_3 x}$  。 (5%)

7. (a) 已知行列式  $\begin{vmatrix} x-1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & x \\ 1 & -1 & x-3 \end{vmatrix} = x+1$ , 求  $x$  的值。 (3%)

(b) 如右图二, 写出一个不等式组表示图中的阴影区域。 (3%)



图二

(c) 已知函数  $f(x) = x^2 - 1$ ,  $g(x) = \frac{1}{3}x + 2$ 。

(i) 请判断  $g \circ f$  是否存在? (请说明理由) (2%)

(ii) 若  $g \circ f$  存在, 请求出  $(g \circ f)(x)$  及  $(g \circ f)(-1)$ 。 (2%)

8. (a) 已知  $\tan \theta = -\frac{3}{4}$  且  $\sin \theta < 0$ 。不使用计算机, 求  $\frac{5 \sin(270^\circ - \theta)}{8 \sec(-\theta) - 12 \tan(180^\circ - \theta)}$  的值。 (3%)

(b) 设  $\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta = R \cos(\theta + \alpha)$ , 其中,  $R > 0$  且  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ 。

(i) 求  $R$  及  $\alpha$  的值; (3.5%)

(ii) 据此, 解方程式  $\cos \theta - \sqrt{3} \sin \theta = 1$ , 其中,  $0^\circ \leq \theta < 360^\circ$ 。 (3.5%)

9. (a) 小宇、小江及小硕三人参加一个篮球投篮比赛。已知三人投篮成功的概率分别是  $\frac{5}{12}$ 、 $\frac{7}{8}$ 、 $\frac{2}{7}$ 。求下列各事件的概率:

(i) 恰好有两人投篮成功的概率; (2.5%)

(ii) 至少有两人投篮成功的概率。 (1.5%)

(b) 甲生和乙生是不同班级的学生, 他们分别参加了 4 次相同的数学小测试,

成绩如下 (满分 100): 甲生的成绩: 78, 82, 79, 81

乙生的成绩: 70, 90, 66, 94

请根据上述数据做分析:

(i) 谁的平均成绩比较高? (2.5%)

(ii) 谁的成绩波动较小 (更稳定)? (请说明理由) (2.5%)

(iii) 如果从甲、乙两人中推荐一个参加校外数学竞赛, 谁更适合? 请说明理由。 (1%)

10. (a)  $\triangle ABC$  的三个顶点为  $A(3,2), B(-5,2), C(5,1)$ 。

(i) 求此三角形的面积； (2%)

(ii) 求  $BC$  边上的高的直线方程式。 (2%)

(b) 已知二条直线  $l_1$  与  $l_2: 3x-4y-1=0$  分别与圆  $C: (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$  相切，且二条直线的距离为 4 个单位，求直线  $l_1$  的方程式。 (6%)

11. (a) 一个球形的气球在充气过程中，其半径以每秒  $3\text{mm}$  的速度增加。当气球的半径为

$15\text{mm}$  时，求气球的体积增加的速率。（答案以  $\pi$  表示， $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ ） (2%)

(b) 已知  $y = \frac{2x}{4x^2-3}$ ，证明  $\frac{dy}{dx} = \frac{-2(4x^2+3)}{(4x^2-3)^2}$ 。据此，求  $\int \frac{4x^2+3}{(4x^2-3)^2} dx$ 。 (4%)

(c) 求曲线  $xy^2 + 3y = 2$  在点  $(2, -2)$  的法线方程式。 (4%)

12. (a) 设  $\frac{1}{x(3x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{3x-1}$ ，求  $A, B$  的值；据此，求  $\int_1^2 \frac{1}{x(3x-1)} dx$ 。 (5%)

(b) 一曲线在点  $(4, -2)$  的斜率为  $-\frac{3}{2}$ ，且  $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{\sqrt{x}} + kx$ 。求

(i)  $k$  的值； (1%)

(ii) 此曲线的方程式。 (4%)

出题老师：颜慧萍师、洪淑芬师、郑桂妮师、林雁冰师