



## Rechnen mit reellen Zahlen

Ausgabe: 6. April 2015

### 1. Übung: Rechnen mit Intervallen

Gegeben seien Intervalle  $A = ]-\infty, 2[$ ,  $B = [-4, 5]$  und  $C = ]0, \infty[$ . Bilden Sie die Mengen  $A \cup B$ ,  $B \cap C$ ,  $(A \cap B) \cup (A \cap C)$ ,  $C \setminus B$ ,  $B \setminus A$ , sowie das Komplement von  $A$ ,  $B$  und  $C$  in  $\mathbb{R}$ .

### 2. Übung: Ungleichungen

1.  $\frac{3x-4}{x-3} > 4,$

2.  $\frac{1-x}{3+x} \leq 1,$

3.  $\frac{1}{2x-1} < \frac{1}{x-3},$

4.  $6x^2 < 6 - 5x,$

5.  $\frac{x-2}{3x+2} < \frac{x+1}{3x-1}.$

6.  $(3x-1)^2 \leq 8(x+1)(x-1)$

7.  $\frac{(x^2-2)^2}{x^2-16} \geq 0$

8.  $(2x+3) \cdot \sqrt{6+x-x^2} \geq 0$

9.  $\sqrt{9x-20} < x$

### 3. Übung: Ungleichungen mit Betrag

Ermitteln Sie die Lösungsmengen der folgenden Ungleichungen:

1.  $|x-3| < 2,$

2.  $\left| \frac{3x-4}{x-3} \right| > 4,$



$$3. \left| \frac{3-2x}{x+2} \right| \leq 2,$$

$$4. \frac{1}{|1+x|} < \frac{2}{|1-x|}.$$

$$5. |x^2 + 4x + 3| > |x + 3|$$

$$6. |x - 5| + |x + 3| < 16$$

#### 4. Übung: Gleichungen mit Wurzeln und Betrag

Bestimmen Sie die Lösungsmengen der folgende Gleichungen:

$$1. |2x - 3| + |3x - 2| = 21$$

$$2. |3 - x| - 3 = 2|x| - x^2$$

$$3. ||x| + 2| = 2x$$

$$4. \frac{5x^2 - 4x - 1}{x^3 - 7x + 6} = 0$$

$$5. \sqrt{x + \sqrt{2x + 5}} = \sqrt{3x - 1}$$

$$6. \sqrt{3x + 1} - \sqrt{x + 4} = 1$$

$$7. \sqrt{x^2 - 3x + 3} + \sqrt{x^2 - 3x + 6} = 3$$

$$8. \sqrt{2x^2 - 1} + x = 0$$

$$9. \sqrt{2x + 19} + 5 = 0$$

$$10. \frac{1 + \sqrt{x}}{1 - \sqrt{x}} = 3$$

$$11. \sqrt{x + 8 + 2\sqrt{x + 7}} + \sqrt{x + 1 - \sqrt{x + 7}} = 4$$

#### 5. Übung: Potenzregeln

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

$$1. \left( (-0,5^2)^{-3} \cdot (-y^5)^3 \cdot \left( \frac{x^{-4}z^{2n-3}}{z^{3-2n}} \right)^2 \right) \div \left( \frac{10z^4}{x^{-2}y^3} \right)^{-3}$$

$$2. \frac{x^k + y^k}{x^k - y^k} - \frac{x^k - y^k}{x^k + y^k}$$

#### 6. Übung: Gleichungen mit Exponenten

Lösen Sie:



1.  $\left(\frac{1}{4}\right)^x = 10000,$
2.  $\left(\frac{3}{2}\right)^{x-1} = \left(\frac{2}{3}\right)^3.$
3.  $5^{x(x+1)} \cdot 25^{\frac{1}{4}} = \sqrt{5^{x^2}}$
4.  $9^{\frac{1}{2}(x^2+2x)-\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{3^6}$

## 7. Übung: Rechnen mit Logarithmen

Formen Sie mit Hilfe Logarithmusregeln um und legen Sie den Gültigkeitsbereich für  $a, b, c$  fest.

1.  $\ln 12 - \ln 4,$
2.  $\lg \frac{b}{a} - \lg \frac{a}{b},$
3.  $\log_a \frac{\sqrt[3]{b^2}}{3c},$
4.  $\log_a(x+1) + \log_a(2x+2) - \log_a(x^2-1),$
5.  $\ln \frac{ab}{a+b},$
6.  $\ln a - \ln b + \ln ab - 2 \ln a - b$

## 8. Übung: Gleichungen mit Logarithmen

Geben Sie den Gültigkeitsbereich der Gleichung an und lösen Sie sie.

1.  $2 \log_a x = \log_a 4,$
2.  $4 + \lg \sqrt[3]{x^7} = \lg \sqrt[3]{x},$
3.  $\lg x^6 = \lg x^3 + 6.$
4.  $\log 2 + \log(4^{x-2} + 9) = 1 + \log(2^{x-2} + 1),$
5.  $\log_b(\sqrt{ax} + 1) + \log_b(\sqrt{ax} - 1) - 2 \log_b(ax + 1) - 1 = 0,$
6.  $\log \sqrt{x^2 + x - 5} = 2 \log x + \log \frac{1}{x}.$

## 9. Übung:

Ein Mikroprozessor im PC hat meist 8, 16, 32 oder 64 Leitungen, mit denen er eine Speicherzelle im Speicher (RAM) aussucht, um etwas zu speichern oder im Speicher zu lesen. Jede Leitung kann 2 Zustände annehmen (Spannung ein - Spannung aus). Wie viele Speicherzellen (Speicherplätze) können bei  $n$  Leitungen ausgesucht (adressiert) werden? Wie viele Leitungen braucht man, um 65536 Speicherzellen eine Adresse zuzuweisen?

## 10. Übung: $g$ -adische Darstellung

Stellen Sie die Zahlen 100 und 1024 in Binär-, Duodezimal- und Hexadezimaldarstellung.

