理论力学

第七讲

陆晓铭

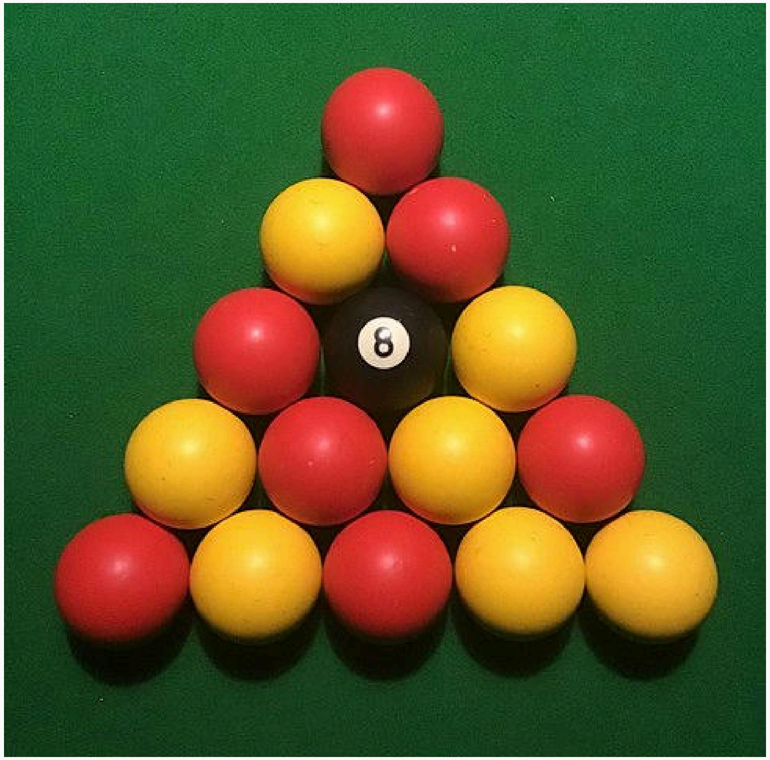
2023-2024-2

lxm@hdu.edu.cn

中心势中的散射问题

中心势变成排斥相互作用。

弹性碰撞



若两个粒子在碰撞前后内部状态不发生改变，则称为弹性碰撞。

弹性碰撞前后（两粒子距离远到相互作用可忽略），总动能和总动量守恒。

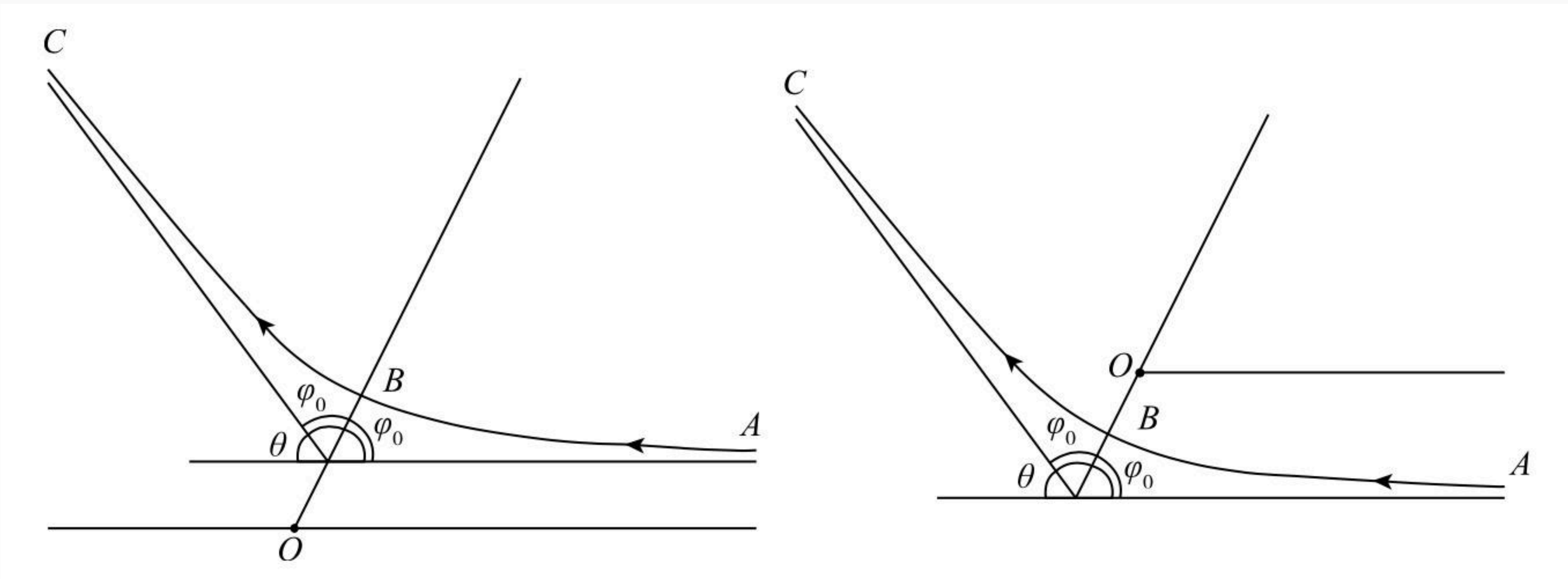
排斥相互作用下的两体问题

- 约化为中心力场下的一体问题，约化质量。
- 角动量守恒，约化为二维平面运动。
- 转换到极坐标，角度和径坐标之间的依赖关系为

$$\frac{\mathrm{d}\varphi}{\mathrm{d}r} = \pm \frac{J/r^2}{\sqrt{2m[E - V_{\text{eff}}(r)]}}.$$

$$V_{\text{eff}}(r) = V(r) + \frac{J^2}{2mr^2}.$$

散射问题



粒子在排斥势和吸引势下散射轨道的示意图

求解！

$$\varphi_0 = \int_{r_{\min}}^{+\infty} \frac{J/r^2}{\sqrt{2m[E - V_{\text{eff}}(r)]}}.$$

采用无穷远处速度 v_∞ 和瞄准距离 b 来表示运动常数 E 和 J.

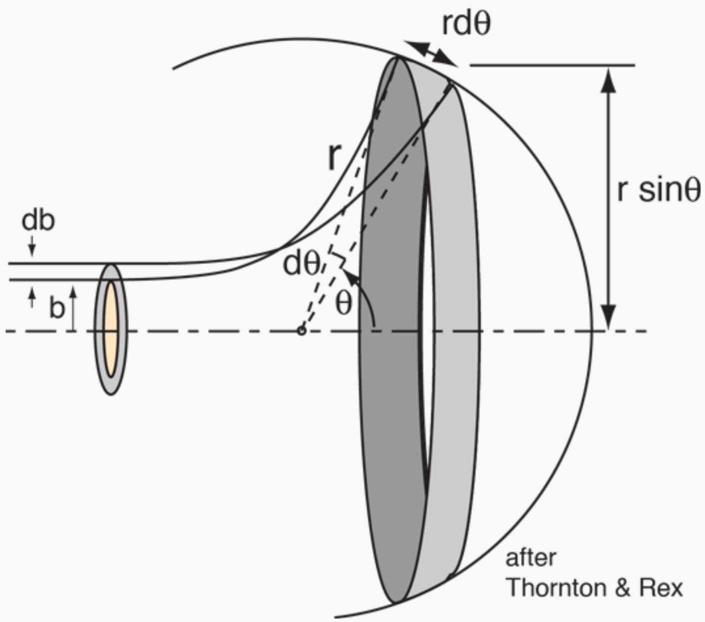
$$E = \frac{1}{2}mv_\infty^2, \quad J = mbv_\infty$$

- 假设粒子束在垂直于入射方向的横截面上的分布是均匀的，单位时间内通过单位横截面积的粒子数为 n.
- 记单位时间内被散射到 θ 至 $\theta + \mathrm{d}\theta$ 的粒子数为 $\mathrm{d}N$.
- 微分散射截面:

$$\mathrm{d}\sigma \equiv \frac{\mathrm{d}N}{n} = f(\theta)\,\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}\sigma = 2\pi b\,\mathrm{d}b = 2\pi b\left|\frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}\theta}\right|\mathrm{d}\theta$$

散射截面



- 因为散射是以入射粒子束中心轴对称的，实际更方便的是考虑方位角。
- 方位角: $\mathrm{d}\Omega = \sin\theta\,\mathrm{d}\theta\,\mathrm{d}\phi$
- 微分散射截面: $\frac{\mathrm{d}\sigma(\theta,\phi)}{\mathrm{d}\Omega}$，它反映将入射粒子散射到某个特定方位角中的散射能力.

第三章作业第 6 题

（下次课交）