МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1
по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»
Тема: Поиск с возвратом

Студент гр. 9382 _____ Савельев И.С.

Преподаватель _____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург
2021

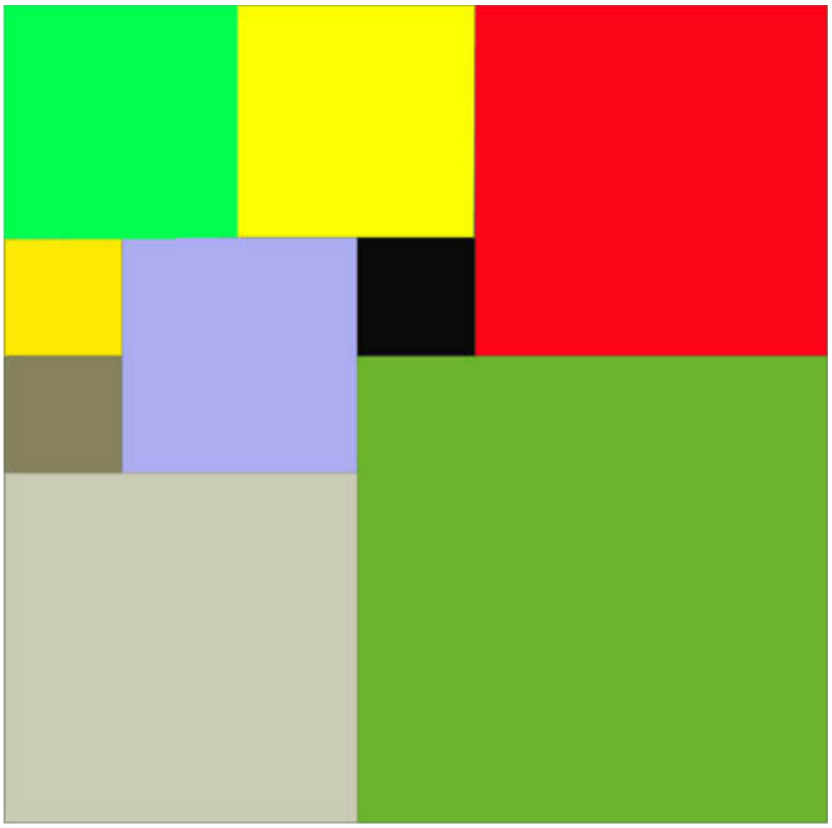
Цель работы.

Познакомиться с основами поиска с возвратом и реализовать соответствующий алгоритм.

Задание.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до N−1, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу - квадрат размера N . Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков(квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные

Размер столешницы - одно целое число N (2≤N≤20).

Выходные данные

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу(квадрат) заданного размера N. Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x, y и w, задающие координаты левого верхнего угла ($1 \le x,y \le N$) и длину стороны соответствующего обрезка(квадрата).

Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9

1 1 2

1 3 2

3 1 1

4 1 1

3 2 2

5 1 3

4 4 4

1 5 3

3 4 1

Вариант 2р. Рекурсивный бэктрекинг. Исследование времени выполнения от размера квадрата.

Описание алгоритма.

Алгоритм заключается в поиске наименьшего количества квадратов, которыми можно заполнить исходный квадрат со стороной N. Для этого создаются двумерный массива для хранения текущего заполнения квадрата, также создаются два массива вставляемых квадратов, один для текущих вставленных квадратов, а другой для минимального набора вставленных

квадратов. В ходе работы алгоритма перебираются все возможные варианты заполнения исходного квадрата. Пустые места заполняются квадратами, пока не заполниться вся площадь исходного квадрата. Находится минимальное заполнение которое будет сравниваться с другими. Затем поочередно убираются вставленные квадраты, а на их места алгорит пробует вставить квадраты других размеров. Если появляется новое заполнение содержащие меньшее количество квадратов чем минимальное, оно становиться новым минимальным В ходе перебора до конца не рассматриваются варианты, которые при не полной площади заполнения исходного квадрата имеют количество вставленных квадратов равное минимальному.

Описание функций и структур данных.

struct Square структура описывающая вставляемый квадрат, имеет три поля: int x - координата по x, int y - координата по y, int size - размер вставляемого квадрата

bool can_insert_sqr(vector<vector<int>>& sqr, int x, int y, int size) - функция проверяющая возможность вставить квадрат, по координатам x и y, размера size, sqr - двумерный массив содержащий текущее заполнение квадрата. Возвращает переменную типа bool.

void insert_sqr(vector<vector<int>>& sqr, int x, int y, int size) - функция вставляющая квадрат по координатам x и y, размера size, sqr - двумерный массив содержащий текущее заполнение квадрата. Ничего не возвращает.

void print_sqr(vector <vector <int>>& sqr, int k, int N) - функция выводящая квадрат, sqr - двумерный массив содержащий текущее заполнение квадрата, k - коэффициент сжатия квадрата, N - размер квадрата. Ничего не возвращает.

void init_sqr(vector<vector<int>>& sqr, int N) - функция инициализирующая начальный квадрат и заполняющая его нулями, sqr - двумерный массив, N - размер квадрата. Ничего не возвращает.

void remove_last_sqr(vector<vector<int>>& sqr, vector<Square>& sqr_mas, int tabb) - функция удаляющая последний квадрат содержащийся в массиве sqr_mas, sqr - двумерный массив, tabb - количество отступов для вывода вспомогательной информации в терминал. Ничего не возвращает.

void Start(int &k, vector<vector<int>>& sqr, vector<Square>& sqr_arr, int& S, int& N, int& min_num) - функция определяющая возможно ли сжать квадрат и инициализирующая начальные переменные. sqr - двумерный массив для хранения промежуточный решений, S - переменная хранящая текущую не занятую площадь, N - сторона основного квадрата, min_num - переменная хранящая минимальное количество квадратов, которым можно покрыть основной. Ничего не возвращает.

Описание рекурсивной функций.

void recursive_function(vector<vector<int>>& sqr, int cur_space, int cur_size, int sqr_counter, vector<Square>& sqr_arr, int tabb, int N, int& min_num, vector<Square>& min_sqr_arr) - рекурсивная функция, принимает двумерный массив sqr, cur_space - текущие значение свободной площади в квадрате, cur_size - размер квадрата, который хотим вставить, sqr_counter - количество квадратов, которые уже вставили, sqr_arr - массив содержащий вставленные квадраты, tabb - количество отступов для вывода промежуточной информации, N - размер первоначального квадрата, min_num - минимальное количество квадратов, которыми можно покрыть всю площадь первоначального, min_sqr_arr - массив содержащий минимальный набор вставленных квадратов. Сначала функция проверяет, если текущее кол-во обрезков отличается на 1 от минимального и вставляемый квадрат не покроет всю площадь, то она завершает работу. Затем функция вызывает себя N/2 - 1 раз, чтобы обеспечить перебор всех возможных вариантов заполнения квадрата. После чего пробует вставить квадрат размера cur_size в свободную область квадрата, если попытка оказалась неудачной то функция завершается, в противном случае происходит проверка, что текущее заполнение является минимальным, если она проходит

успешно, то текущее заполнение записывается как минимальное, если не успешно и текущее заполнение уже на данный момент не является минимальным то функция удаляет последний вставленный квадрат и завершается. Если заполнение не является минимальным, но у него есть возможность им стать, то вызывается рекурсивная функция, которая попробует вставить другие квадраты, в конце выполнения функция удаляет вставленный ей квадрат. Функция ничего не возвращает.

Способы хранения частичных решений.

Для хранения квадратов была создана структура Square, содержащие координаты левого верхнего угла квадрата и его размер, для хранения главного заполненного квадрата был создан двумерный массив. Так же были созданы два массива структур Square, один содержит текущие вставленные квадраты, а второй содержит минимальный набор вставленных квадратов.

Оценка сложности по памяти и времени.

В программе используется одна матрица размера N на N, а также другие переменные меньшим образом влияющие на сложность по памяти. Сложность алгоритма по памяти - O(N^2), N - размер исходного квадрата

В исходном квадрате N*N свободных клеток, количество размеров квадратов которые будут перебираться N. Место для первого квадрата можно выбрать N^2 * N способами. Для второго (N^2-1) * N способами. Таким образом получаем сложность алгоритма по времени равную O((N^2)! * N^N)

Использованные оптимизации.

1. Квадрат со стороной кратной 2 заменяется на квадрата со стороной равной 2, в котором и переходит перебор возможных вариантов.
2. Квадрат со стороной кратной 3 заменяется на квадрата со стороной равной 3, в котором и переходит перебор возможных вариантов.

3. Квадрат со стороной кратной 5 заменяется на квадрата со стороной равной 5, в котором и переходит перебор возможных вариантов.
4. Изначально квадрат заполняется на 75%, тремя обрезками размерами (N+1)/2, N/2, N/2, соответственно перебор происходит в оставшейся части.

Исследование.

Исследование времени выполнения от размера квадрата. Результаты измерения времени исполнения программы в зависимости от размера квадрата представлены в таблице 1.

Таблица 1.

Сторона квадрата	Время выполнения
2	0.000118
3	0.000331
4	0.000147
5	0.000956
6	0.000151
7	0.002397
8	0.000134
9	0.000234
10	0.000154
11	0.021493
12	0.00013
13	0.045497
14	0.000127
15	0.000268
16	0.000141
17	0.338965

18	0.000124
19	1.03642
20	0.000128
21	0.000265
22	0.000181
23	4.78552
24	0.000125
25	0.00089
26	0.000124

График 1.

На графике можно заметить, что в тех случаях когда не используется оптимизация, то есть сторона квадрата не кратна ни 2, ни 3, ни 5, время выполнения растет экспоненциально.

Тестирование.

Таблица 2 один результаты работы программы

Входные данные	Вывод программы
3	6 1 1 2 1 3 1 3 1 1 3 2 1 2 3 1 3 3 1
5	8 1 1 3 1 4 2 4 1 2 4 3 2 3 4 1 3 5 1 4 5 1 5 5 1
7	9 1 1 4 1 5 3 5 1 3 5 4 2 7 4 1 4 5 1 7 5 1 4 6 2 6 6 2
8	4 1 1 4 1 5 4 5 1 4 5 5 4
21	6 1 1 14 1 15 7 15 1 7 15 8 7

	8 15 7 15 15 7
25	8 1 1 15 1 16 10 16 1 10 16 11 10 11 16 5 11 21 5 16 21 5 21 21 5
31	15 1 1 16 1 17 15 17 1 15 17 16 3 20 16 6 26 16 6 16 17 1 16 18 1 16 19 4 20 22 1 21 22 1 22 22 10 16 23 6 16 29 3 19 29 3

Выводы.

В ходе выполнения данной лабораторной работы была реализована рекурсивная функция реализующая алгоритм поиска с возвратом на языке программирования C++.

Приложение А. Исходный код программы.

```
#include <vector>
#include <ctime>
#include <iostream>


using namespace std;

// Структура описывающая квадрат
struct Square {
	int x;
	int y;
	int size;
};

// Проверяет возможность вставить квадрат
bool can_insert_sqr(vector<vector<int>>& sqr, int x, int y, int size) {
	// Проверет, что вставляемый квадрат не выйдет за пределы поля
	if ((x + size) > sqr.size() || (y + size) > sqr.size())
	return 0;
	// Проверяет, что область, в которую вставляют квадрат не занята
	for (int i = y; i < y + size; i++) {
	for (int j = x; j < x + size; j++) {
		if (sqr[i][j] != 0)
		return 0;
	}
	}
	return 1;
}

// Вставляет квадрат
void insert_sqr(vector<vector<int>>& sqr, int x, int y, int size) {
	for (int i = y; i < y + size; i++) {
	for (int j = x; j < x + size; j++) {
		sqr[i][j] = size;
	}
	}

}

// Выводит квадрат
void print_sqr(vector <vector <int>>& sqr, int k, int N) {
	for (int i = 0; i < N * k; i++) {
	for (int j = 0; j < N * k; j++) {
		cout.width(3);
		cout << sqr[i][j];
	}
	cout << "\n";
	}
}

// Заполняет начальный массив нулями
void init_sqr(vector<vector<int>>& sqr, int N) {
	sqr.resize(N);
	for (int i = 0; i < N; i++) {
	sqr[i].resize(N);
	for (int j = 0; j < N; j++) {
		sqr[i][j] = 0;
	}
	}
}
```

```
// Удаляет последний вставленный квадрат
void remove_last_sqr(vector<vector<int>>& sqr, vector<Square>& sqr_mas, int tabb)
{
	Square tmp = sqr_mas.back();
	sqr_mas.pop_back();
	for(int l=0; l < tabb; l++)
	std::cout << " ";
	std::cout << "Удален " << tmp.size << " (" <<  tmp.x + 1 << " " << tmp.y + 1
<< ")" <<'\n';
	for (int i = tmp.y; i < tmp.y + tmp.size; i++) {
	for (int j = tmp.x; j < tmp.x + tmp.size; j++) {
		sqr[i][j] = 0;
	}
	}
}

void Start(int &k, vector<vector<int>>& sqr, vector<Square>& sqr_arr, int& S, int&
N, int& min_num) {
	init_sqr(sqr, N);
	// Если N кратно 2
	if (N % 2 == 0) {
	k = N / 2;
	N = 2;
	}
	// Если N кратно 3
	else if (N % 3 == 0) {
	k = N / 3;
	N = 3;
	}
	// Если N кратно 5
	else if (N % 5 == 0) {
	k = N / 5;
	N = 5;
	}

	min_num = 2 * N + 1;
	// Заполняем начальный квадрат
	sqr_arr.push_back({ 0, 0, (N + 1) / 2 });
	sqr_arr.push_back({ 0, (N + 1) / 2, N / 2 });
	sqr_arr.push_back({ (N + 1) / 2, 0, N / 2 });

	insert_sqr(sqr, 0, 0, (N + 1) / 2);
	insert_sqr(sqr, 0, (N + 1) / 2, N / 2);
	insert_sqr(sqr, (N + 1) / 2, 0, N / 2);
	// Вычисляем площадь после заполнения
	S = N * N - ((N + 1) / 2) * ((N + 1) / 2) - 2 * (N / 2) * (N / 2);

}

// Рекурсивная функция
void recursive_function(vector<vector<int>>& sqr, int cur_space, int cur_size, int
sqr_counter,  vector<Square>&  sqr_arr,  int  tabb,  int  N,  int&  min_num,
vector<Square>& min_sqr_arr) {
	// Если текущее кол-во обрезков отличается на 1 от минимального и
вставляемый квадрат не покроет всю площадь
	if (sqr_counter == min_num - 1 && cur_space > cur_size*cur_size) {
	for(int l=0; l < tabb; l++)
		std::cout << " ";
	std::cout << "Текущий вариант не минимальный, выход из рекурсии" << '\n';
	return;
	}
	if ((cur_size + 1) <= (N / 2) && sqr_counter == 3) {
	std::cout << cur_size + 1 << '\n';
```

```
      recursive_function(sqr, cur_space, (cur_size+1), sqr_arr.size(), sqr_arr, 0,
N, min_num, min_sqr_arr);
      }
      // Поиск свободного места и вставка квадрата
      bool flag = false;
      for (int y = 0; y < N; y++) {
      for (int x = 0; x < N; x++) {
            // Если нашли свободное место
            if (sqr[y][x] == 0) {
            // Попытка вставить квадрат размера cur_size
            if (can_insert_sqr(sqr, x, y, cur_size)){
                  insert_sqr(sqr, x, y, cur_size);
                  flag = true;
                  cur_space -= cur_size * cur_size;
                  sqr_arr.push_back({ x, y, cur_size });
                  for(int l=0; l < tabb; l++)
                        std::cout << " ";
                  std::cout << "Поставил " << cur_size<< " (" <<  x + 1 << " " <<
y + 1 << ")" <<'\n';
                  break;
            }
            else {
                  for(int l=0; l < tabb; l++)
                        std::cout << " ";
                  std::cout << "Не удалось поставить " << cur_size<< " (" <<  x +
1 << " " << y + 1 << ")" <<'\n';
                  return;
            }
            }
            else {
            x += sqr[y][x] - 1;
            }
      }
      // Выход из внешнего цикла
      if(flag) {
            break;
      }
      }

      // Нашли заполнение равное минимальному на данный момент
      if (sqr_counter + 1 == min_num) {
      for(int l=0; l < tabb; l++)
            std::cout << " ";
      std::cout << "Текущий вариант не минимальный, выход из рекурсии1111" <<
'\n';
      // Удаляем последний вставленный квадрат
      remove_last_sqr(sqr, sqr_arr, tabb);
      return;
      }

      // Нашли минимальное заполнение
      if (sqr_counter + 1 <= min_num && cur_space == 0) {
      min_num = sqr_counter + 1;
      std::cout << "Найденно новое мин кол-во квадратов: " << min_num << '\n';
      min_sqr_arr.assign(sqr_arr.begin(), sqr_arr.end());
      // Удаляем последний вставленный квадрат
      remove_last_sqr(sqr, sqr_arr, tabb);
      return;
      }

      // Вызываем рекурсивную функцию
      for (int i = N / 2; i > 0; i--) {
      if (i * i <= cur_space) {
```

```
            for (int l=0; l < tabb+2; l++)
            std::cout << " ";
            std::cout << "Вызвал рекурсию со стороной квадрата: " << i << '\n';
            recursive_function(sqr, cur_space, i, sqr_counter + 1, sqr_arr,
tabb+2, N, min_num, min_sqr_arr);
      }
      }
      // Удаляем последний вставленный квадрат
      remove_last_sqr(sqr, sqr_arr, tabb);
}

int main() {
      vector <vector<int>> sqr;
      vector <Square> sqr_arr;
      vector <Square> min_sqr_arr;
      int k = 1;
      int S;
      int N;
      int min_num;

      //cout << "Введите число от 2 до 40: ";
      cin >> N;

      Start(k, sqr, sqr_arr, S, N, min_num);

      // Инициируем переменную хранящую время начала выполнения
      clock_t start = clock();
      // Вызываемм рекурсивную функцию и передаем ей размер квадрата который хотим
вставить(i)

      recursive_function(sqr, S, 1, sqr_arr.size(), sqr_arr, 0, N, min_num,
min_sqr_arr);


      // Инициируем переменную хранящую время завершения выполнения
      clock_t end = clock();
      // Выводим время выполнения
      cout << "\nВремя выполнения: " << (double) (end - start) / CLOCKS_PER_SEC <<
"\n\n";

      cout << min_num << "\n";

      for (int i = 0; i < min_sqr_arr.size(); i++) {
      cout << min_sqr_arr[i].x * k + 1 << " " << min_sqr_arr[i].y * k + 1 << " "
<< min_sqr_arr[i].size * k << "\n";
      insert_sqr(sqr, min_sqr_arr[i].x * k, min_sqr_arr[i].y * k,
min_sqr_arr[i].size * k);
      }
      std::cout << '\n';
      print_sqr(sqr, k, N);
      return 0;
}
```