

以下每一類型的題目中，請奇數號同學都是作奇數題，偶數號同學作偶數題，做錯題分數將打五折。

簡答題 (每題 5%, 共 20%)

(1). 請寫出組合數量 $C(5, 3)$ 的算式與數值？

(2). 請寫出排列數量 $P(7, 3)$ 的算式與數值？

(3) 請說明何謂柏努力試驗？為何公式是那樣的？

(4) 請說明何謂二項分布？為何公式是那樣的？

(5) 請說明何謂幾何分布？為何公式是那樣的？

(6) 請說明何謂負二項分布？為何公式是那樣的？

(7) 請說明何謂布瓦松分布？並說明該分布用來描述何種情況的機率模型。

(8) 請說明何謂常態分布？並說明該分布用來描述何種情況的機率模型。

請解說下列機率公理或定理的意義(每題 5%, 共 20%)

(1) 公理 $P(S) = 1$

(2) 公理 $P(A) \geq 0$

(3) 公理 $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; 當 $A \cap B = \emptyset$ 時。

(4) 定理 $P(A1 \cup A2) = P(A1) + P(A2) - P(A1 \cap A2)$

(5) 條件機率的定義 $P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

(6) 獨立事件的定義 $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

(7) 請問數學中的定義與定理有何不同？

(8) 請問數學中的公理與定理有何不同？

學號：

姓名：

計算題 (每題 5%, 共 30%)

以下為某個包含 X, Y, Z 隨機變數的機率表格，請計算下列問題的解答 (必須有計算過程)。

X	Y	Z	P(X,Y,Z)
0	0	0	0.1
0	0	1	0.1
0	1	0	0.2
0	1	1	0.2
1	0	0	0.05
1	0	1	0.05
1	1	0	0.1
1	1	1	0.2

(1) $P(X=0, Y=1) = ?$

(2) $P(X=1, Y=0) = ?$

(3) $P(X=1 | Y=0) = ?$

(4) $P(Z=1 | X=0) = ?$

請驗證以下定理是否成立

(5) $P(X=1|Y=0) = P(Y=0|X=1) \frac{P(X=1)}{P(Y=0)}$

(6) $P(Z=1|X=1) = P(X=1|Z=1) \frac{P(Z=1)}{P(X=1)}$

(7) 請寫出期望值 $E(X)$ 的計算過程與結果。

(8) 請寫出期望值 $E(Y)$ 的計算過程與結果。

(9) 請寫出變異數 $\text{Var}(X)$ 的計算過程與結果。

(10) 請寫出變異數 $\text{Var}(Y)$ 的計算過程與結果。

(11) 請問 $P(3X=3) = ?$

(12) 請問 $P(3Y=1) = ?$

學號：

姓名：

證明題 (每題 10 %, 共 20%)

(a) 請用上述三個公理與集合論定理證明下列
機率定理 (每題 10%)

(1) 定理 $P(\emptyset) = 0$

(2) 定理 $P(A')=1-P(A)$ 其中 $A' = S-A$

(b) 請用上述公理與集合論定理證明下列機率
定理

(1) 貝式定理 $P(A|B) = P(B|A) \frac{P(A)}{P(B)}$

(2) 如果 A,B 在給定 C 條件的情況下獨立，則

$$P(A, B|C) = P(C|A) * P(C|B) * \frac{P(A)P(B)}{P(C)^2}$$

請寫出下列 R 軟體的程式或操作的意義，並為每一
行程式加上註解 (每題 10%, 共 10%)

(1)

```
> x = sample(1:10, 10)
```

```
> cor(x, x+1)
```

```
[1] 1
```

```
> cor(x, -x)
```

```
[1] -1
```

```
> cor(x, 0.5*x)
```

```
[1] 1
```

```
> cor(x, 0.5*x+1)
```

```
[1] 1
```

```
> cor(x, -0.5*x+1)
```

```
[1] -1
```

```
> y=sample(1:100, 10)
```

```
> cor(x,y)
```

```
[1] -0.06586336
```

(2)

```
> x=sample(1:6, 10000, T)
```

```
> y=sample(1:6, 10000, T)
```

```
> z=sample(1:6, 10000, T)
```

```
> hist(x, breaks=0.5:7)
```

```
> hist(y, breaks=0.5:7)
```

```
> hist(z, breaks=0.5:7)
```

```
> hist(x+y, breaks=1.5:13)
```

```
> hist(x+y+z, breaks=2.5:19)
```