Actividad 11: Apocalipsis Zombie

Valenzuela Carrillo María Inés

30 de Abril del 2016

1. Introducción

El tema central de esta actividad son los zombies. Un zombie es la representación de un cadáver que de una u otra manera puede resucitar o volver a la vida [1].

Para esta actividad se pide revisar el articulo *When Zombies Attack!: Mathematical Modelling of an Outbreak of Zombie Infection*, donde se muestran modelos para distintas condiciones en un apocalipsis zombie. Estas son:

- Modelo básico de Zombies.
- Modelo con Infeccion Latente.
- Modelo con Cuarentena.
- Modelo con Tratamiento.
- Modelo con Erradicacion Impulsiva.

En los cinco modelos se presentan diversos tipos de poblaciones:

S susceptibles Esta población representa a los humanos, puede aumentar con nacimientos o con la curación de los zombies y puede disminuir con las muertes naturales o con los infectados.

Z zombies Población zombie, aumenta cuando los infectados o los removidos se convierten en zombies y disminuye cuando mueren, estan en cuarentena o son curados.

R removidos Representa a la población eliminada, aumenta con las muertes y disminuye si son convertidos en zombies.

I infectados Población infectada, aumenta cuando los susceptibles se infectan y disminuye cuando se convirten en zombies, se van a cuarentena o mueren.

Q cuarentena Representa a la población en cuarentena, aumenta con los infectados y los zombies que son puestos en cuarentena, disminuye cuanto estos mueren.

Se presentan distintos parámetros en los cinco modelos:

- Π Nacimiento de **S**.
- δ Muertes naturales de **S**.
- β Infección de **S**.
- ζ Resurrección de **R** a **Z**.
- α Destrucción de **Z**.
- ρ Conversión de **I** a **Z**.
- κ Ingreso de **I** a **Q**.
- σ Ingreso de **Z** a **Q**.
- γ Muertes en **Q**.
- c Curación de **Z** a **S**.

2. Modelo Básico de Zombies

Para el modelo básico, se consideran tres clases de poblaciones:

- Susceptibles
- Zombies

- Removidos

Que interactuan como muestra la figura 1:

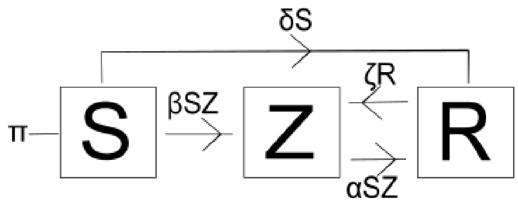


Figura 1: Modelo Básico

El modelo está dado por:

$$S' = \Pi - \beta SZ - \delta S$$

$$Z' = \beta SZ + \zeta R - \alpha SZ$$

$$R' = \delta S + \alpha SZ - \zeta R$$

Para gráficar el comportamiento de los zombies y los suscepcibles en el tiempo se realizó el siguiente código:

```
# MODELO BASICO
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
plt.ion()
plt.rcParams['figure.figsize'] = 10, 8

#PARAMETROS
P = 0.000       # Nacimientos de S
d = 0.0001      # Muertes de S
B = 0.0095      # Infeccion de S
G = 0.0001      # Resurreccion de R a Z
A = 0.0005       # Destruccion de Z

# SOLUCION DEL SISTEMA
```

```
def f(y, t):
    Si = y[0]
    Zi = y[1]
    Ri = y[2]

    # Ecuaciones del modelo
    f0 = P - B*Si*Zi - d*Si
    f1 = B*Si*Zi + G*Ri - A*Si*Zi
    f2 = d*Si + A*Si*Zi - G*Ri
    return [f0, f1, f2]

# CONDICIONES INICIALES
S0 = 500.                   # Poblacion S inicial
Z0 = 0                      # Poblacion Z inicial
R0 = 10                     # Poblacion R inicial
y0 = [S0, Z0, R0]           # vector de condiciones iniciales

t  = np.linspace(0, 6., 1000)

# SOLUCION DEL DEs
soln = odeint(f, y0, t)
S = soln[:, 0]
Z = soln[:, 1]
R = soln[:, 2]

# PARA GRAFICAR
plt.figure()
plt.plot(t, S, label='Vivos')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Tiempo en dias')
plt.ylabel('Poblacion')
plt.title('Modelo basico')
plt.legend(loc=0)
```

Se muestran dos gráficas para este código, la primera sin aumento de zombies, es decir con β =0 y la otra con un β=0.0095.

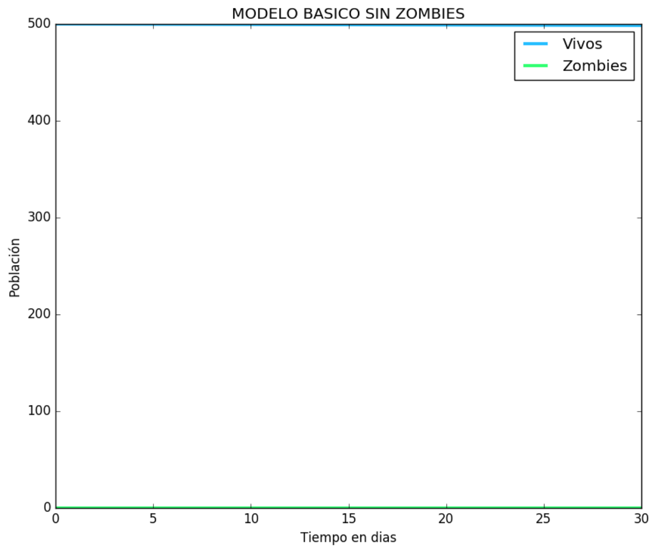


Figura 2: Sin Zombies.

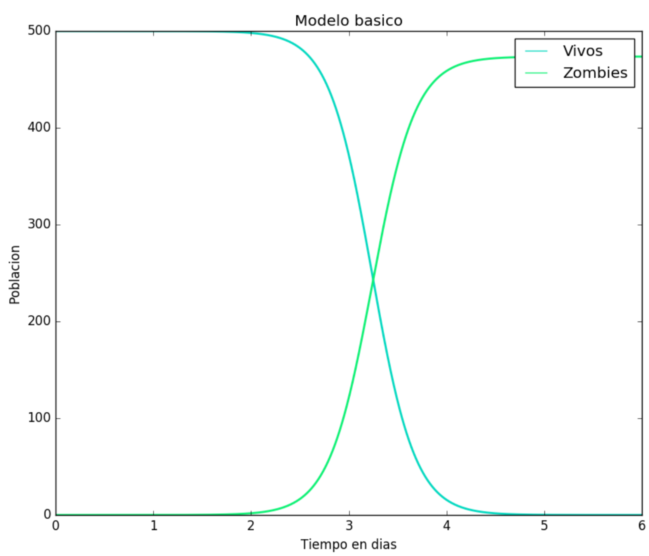


Figura 3: Modelo Básico.

3. Modelo con Infeccion Latente

Este modelo incluye a los infectados (**I**). Existe un periodo entre convertirse de susceptible a zombie, y en ese periodo se encuentran los infectados, estos pueden morir de manera natural antes convertirse en zombies.

Esta nueva población interactua con las otras poblaciones como se muestra en la figura 4:

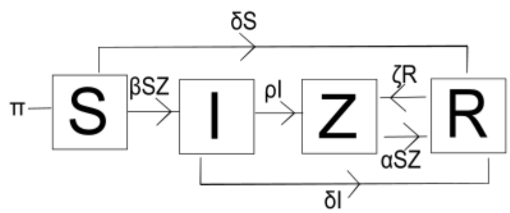


Figura 4: Modelo con infección

El modelo está dado por:

$$S' = \Pi - \beta SZ - \delta S$$

$$I' = \beta SZ - \rho I - \delta I$$

$$Z' = \rho I + \zeta R - \alpha SZ$$

$$R' = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R$$

Para gráficar el comportamiento de los zombies y los suscepcibles en el tiempo se realizó el siguiente código:

```
# MOODELO CON INFECCION LATENTE
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
plt.ion()
plt.rcParams['figure.figsize'] = 10, 8

```

```
#PARAMETROS

P = 0       # Nacimientos de S
d = 0.0001  # Muertes de s
B = 0.0095  #Infecciones de S
G = 0.0001  # Resurreccion de R a S
A = 0.0001  # Destruccion de Z
rho = 0.5   #Conversion de I a Z

# SOLUCION DEL SISTEMA
def f(y, t):
    Si = y[0]
    Ii = y[1]
    Zi = y[2]
    Ri = y[3]

    # Ecuaciones del modelo
    f0 = P - B*Si*Zi - d*Si
    f1 = B*Si*Zi - rho*Ii - d*Ii
    f2 = rho*Ii + G*Ri - A*Si*Zi
    f3 = d*Si + d*Ii + A*Si*Zi - G*Ri
    return [f0, f1, f2, f3]

# CONDICIONES INICIALES
S0 = 500                  # Poblacion S inicial
I0 = 1                    #Poblacion I inicial
Z0 = 0                    # Poblacion Z inicial
R0 = 20                   # Poblacion R inicial
y0 = [S0, I0, Z0, R0]     # vector de condiciones iniciales

t  = np.linspace(0, 10., 1000)

# SOLUCION DEL DEs
soln = odeint(f, y0, t)
S = soln[:, 0]
I = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
R = soln[:, 3]

```

```
# PARA GRAFICAR
plt.figure()
plt.plot(t, S, label='Vivos')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Tiempo en dias')
plt.ylabel('Poblacion')
plt.title('Modelo con Infeccion Latente')
plt.legend(loc=0)
```

La gráfica resultante es:

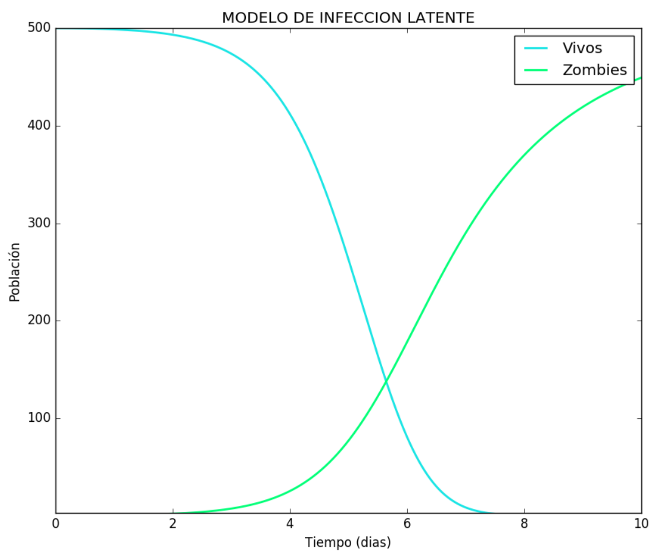


Figura 5: Modelo con Infección Latente.

4. Modelo con Cuarentena

Para este modelo se asume que se ponen infectados y zombies en cuarentena y por lo tanto no pueden infectar a más suscceptibles. Si la población en cuarentena intenta escapar estos son matados inmediatamente, por lo que quedan como removidos los cuales pueden convertirse en zombies nuevamente.

Estas poblaciones interactuan como se muestra en la figura 6:

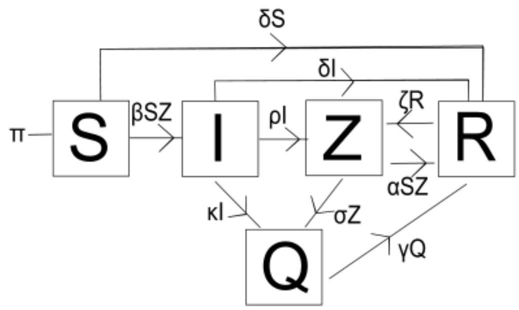


Figura 6: Modelo con cuarentena

El modelo está dado por:

$$S' = \Pi - \beta SZ - \delta S$$

$$I' = \beta SZ - \rho I - \delta I - \kappa I$$

$$Z' = \rho I + \zeta R - \alpha SZ - \sigma Z$$

$$R' = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R + \gamma Q$$

$$Q' = \kappa I + \sigma Z - \gamma Q$$

Para gráficar el comportamiento de los zombies y los suscepcibles en el tiempo se realizó el siguiente código:

```
# MODELO CON CUARENTENA
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
plt.ion()
plt.rcParams['figure.figsize'] = 10, 8

#PARAMETROS

```

```
P = 0           # Nacimientos de S
d = 0.0001      # Muertes de S
B = 0.0095      # Infecciones de S
G = 0.0001      # Resurreciones de R a Z
A = 0.0001      # Destruccion de Z
rho=1           # Conversion de I a Z
k=0.001         # Ingreso de I a Q
sigma=0.009     # Ingreso de Z a Q
Ga=0.004        # Muertes en Q



# SOLUCION DEL SISTEMA
def f(y, t):
    Si = y[0]
    Ii = y[1]
    Zi = y[2]
    Ri = y[3]
    Qi = y[4]

    # Ecuaciones del modelo
    f0 = P - B*Si*Zi - d*Si
    f1 = (B*Si*Zi)-(rho*Ii)-(d*Ii)-(k*Ii)
    f2 = (rho*Ii) + (G*Ri)-(A*Si*Zi)-(sigma*Zi)
    f3 = (d*Si) + (d*Ii) + (A*Si*Zi)-(G*Ri)+(Ga*Qi)
    f4 = (k*Ii)+(sigma*Zi)-(Ga*Qi)

    return [f0, f1, f2, f3, f4]

# CONDICIONES INICIALES
S0 = 500.                   # Poblacion S inicial
Z0 = 0.                     # Poblacion Z inicial
R0 = 0.                     # Poblacion R inicial
I0 = 100.                   # Poblacion I inicial
Q0 = 130.                   # Poblacion Q inicial
y0 = [S0, Z0, R0, I0, Q0]   # Vector de condiciones iniciales

t  = np.linspace(0, 10., 1000)

```

```
# SOLUCION DEL DEs
soln = odeint(f, y0, t)
S = soln[:, 0]
I = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
R = soln[:, 3]
Q = soln[:, 4]

# PARA GRAFICAR
plt.figure()
plt.plot(t, S, label='Vivos')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Tiempo (dias)')
plt.ylabel('Poblacion')
plt.title('Modelo con Cuarentena')
plt.legend(loc=0)
```

La gráfica resultante es:

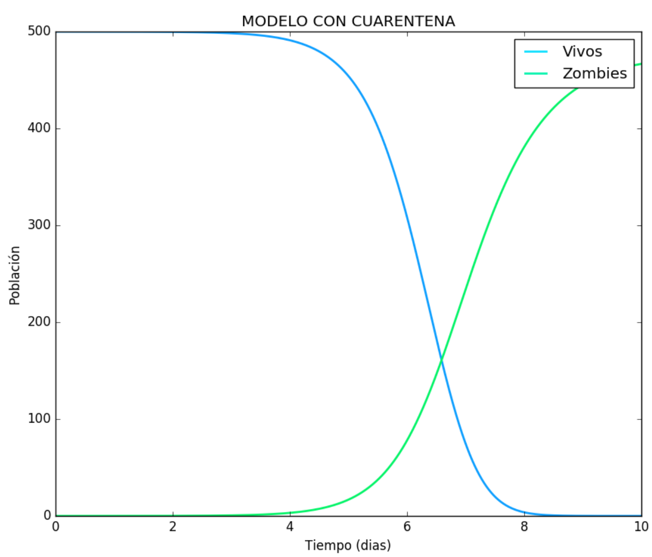
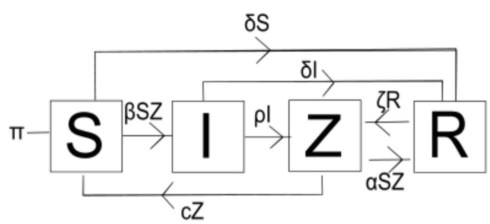


Figura 7: Modelo con Cuarentena.

5. Modelo con Tratamiento

Para este modelo se supone que se encontró un tratamiento para "deszombificar". Este tratamiento convierte a los zombies en humanos nuevamente, pero estos pueden volver a convertirse en zombies.

La nueva forma en la que interactuan las poblaciones es:



El modelo está dado por:

$$S' = \Pi - \beta SZ - \delta S + cZ$$

$$I' = \beta SZ - \rho I - \delta I$$

$$Z' = \rho I + \zeta R - \alpha SZ - cZ$$

$$R' = \delta S + \delta I + \alpha SZ - \zeta R$$

Para gráficar el comportamiento de los zombies y los suscepcibles en el tiempo se realizó el siguiente código:

```
# MODELO CON TRATAMIENTO
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.integrate import odeint
plt.ion()
plt.rcParams['figure.figsize'] = 10, 8

# PARAMETROS
P = 0       # Nacimientos en S
```

```
d = 0.0001  # Muertes en S
B = 0.0095  # Infecciones en S
G = 0.0001  # Resurrecciones de R a Z
A = 0.0001  # Destruccion en Z
rho = 0.5   # Conversion de I a Z
c = 0.3     # Curaciones de Z a S

# SOLUCION DEL SISTEMA
def f(y, t):
    Si = y[0]
    Ii = y[1]
    Zi = y[2]
    Ri = y[3]

    # Ecuaciones del modelo
    f0 = P - B*Si*Zi - d*Si + c*Zi
    f1 = B*Si*Zi - rho*Ii - d*Ii
    f2 = rho*Ii + G*Ri - A*Si*Zi - c*Zi
    f3 = d*Si + d*Ii + A*Si*Zi - G*Ri
    return [f0, f1, f2, f3]

# CONDICIONES INICIALES
S0 = 500                   # Poblacion S inicial
I0 = 5                     # Poblacion I inicial
Z0 = 0                      # Poblacion Z inicial
R0 = 0                      # Poblacion R inicial

y0 = [S0, I0, Z0, R0]   # Vector de condiciones
   iniciales

t  = np.linspace(0, 10, 1000)

# SOLUCION DEL DES
soln = odeint(f, y0, t)
S = soln[:, 0]
I = soln[:, 1]
Z = soln[:, 2]
R = soln[:, 3]
```

```
# PARA GRAFICAR
plt.figure()
plt.plot(t, S, label='Vivos')
plt.plot(t, Z, label='Zombies')
plt.xlabel('Tiempo (dias)')
plt.ylabel('Poblacion')
plt.title('Modelo con Tratamiento')
plt.legend(loc=0)
```

La gráfica resultante es:

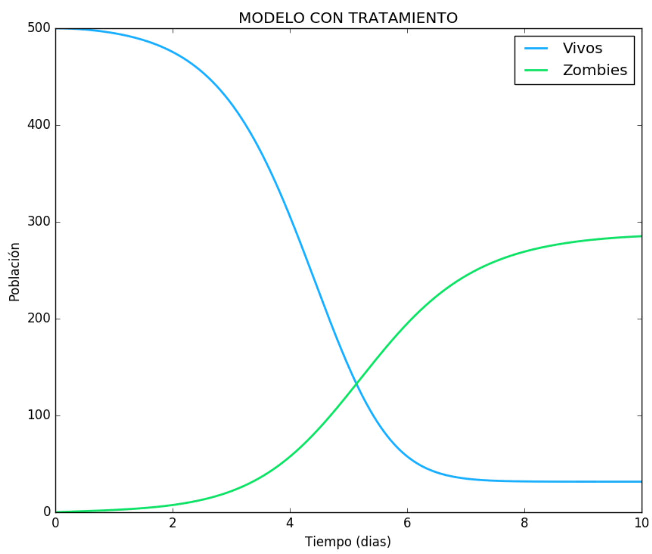


Figura 8: Modelo con Tratamiento.

Referencias

[1] Wikipedia, the free encyclopedia, *Zombi*, https://es.wikipedia.org/wiki/Zombi.

[2] Actividad 11 (2016-1), http://computacional1.pbworks.com/w/page/107502219/Actividad11(2016-1).

[3] Munz P., Hudea, I., Imad, J., Smith, R.J, When Zombies Attack!: Mathematical Modelling of an Outbreak of Zombie Infection, http://mysite.science.uottawa.ca/rsmith43/Zombies.pdf.