САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ
ФАКУЛЬТЕТ ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Отчет по лабораторной работе №2
по курсу «Алгоритмы и структуры данных»
Тема: Двоичные деревья поиска
Вариант 7

Выполнил:
Крылов Михаил Максимович
К3240

Проверил:
Афанасьев А.В.

Санкт-Петербург
2024 г.

Содержание отчета

Оглавление

Содержание отчета 2

Задачи по варианту 3

Задача №1. Обход двоичного дерева [5 s, 512 Mb, 1 балл] 3

Задача №12. Проверка сбалансированности [2 s, 256 Mb, 2 балла] 7

Задача №16. *K*-й максимум [2 s, 512 Mb, 3 балла][*Замена] 10

Вывод 13

Задачи по варианту

Задача №1. Обход двоичного дерева [5 s, 512 Mb, 1 балл]

В этой задаче вы реализуете три основных способа обхода двоичного дерева «в глубину»: центрированный (inorder), прямой (pre-order) и обратный (post-order). Очень полезно попрактиковаться в их реализации, чтобы лучше понять бинарные деревья поиска. Вам дано корневое двоичное дерево. Выведите центрированный (in-order), прямой (pre-order) и обратный (postorder) обходы в глубину.

• Формат ввода: стандартный ввод или input.txt. В первой строке входного файла содержится количество узлов n. Узлы дерева пронумерованы от 0 до n − 1. Узел 0 является корнем. Следующие n строк содержат информацию об узлах 0, 1, ..., n − 1 по порядку. Каждая из этих строк содержит три целых числа Ki , Li и Ri . Ki – ключ i-го узла, Li - индекс левого ребенка i-го узла, а Ri - индекс правого ребенка i-го узла. Если у i-го узла нет левого или правого ребенка (или обоих), соответствующие числа Li или Ri (или оба) будут равны −1.

• Ограничения на входные данные. $1 \le n \le 10^5$, $0 \le Ki \le 10^9$, $-1 \le Li$, $Ri \le n-1$. Гарантируется, что данное дерево является двоичным деревом. В частности, если $Li \neq -1$ и $Ri \neq -1$, то $Li \neq Ri$. Кроме того, узел не может быть ребенком двух разных узлов. Кроме того, каждый узел является потомком корневого узла.

• Формат вывода / выходного файла (output.txt). Выведите три строки. Первая строка должна содержать ключи узлов при центрированном обходе дерева (in-order). Вторая строка должна содержать ключи узлов при прямом обходе дерева (pre-order). Третья строка должна содержать ключи узлов при обратном обходе дерева (post-order).

• Ограничение по времени. 5 сек.

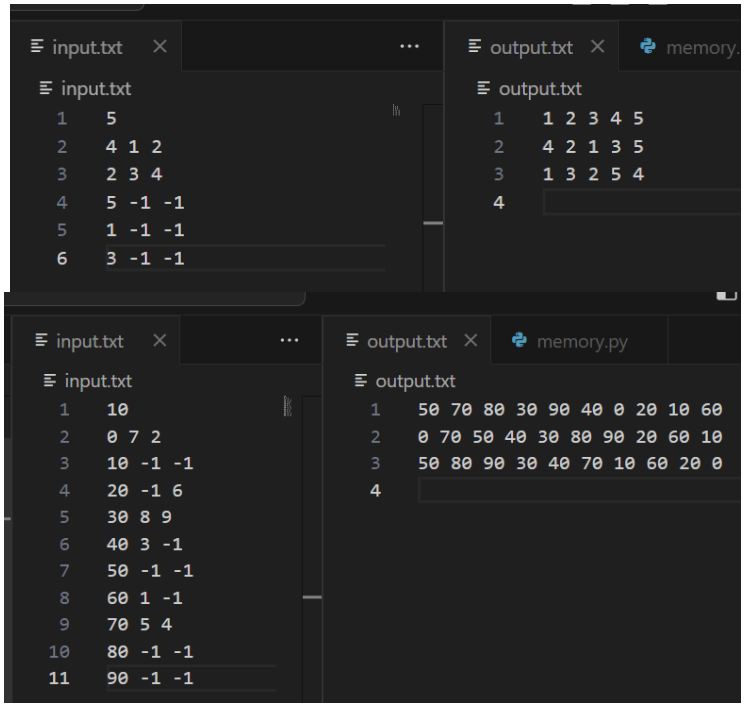
• Ограничение по памяти. 512 мб.

Листинг кода

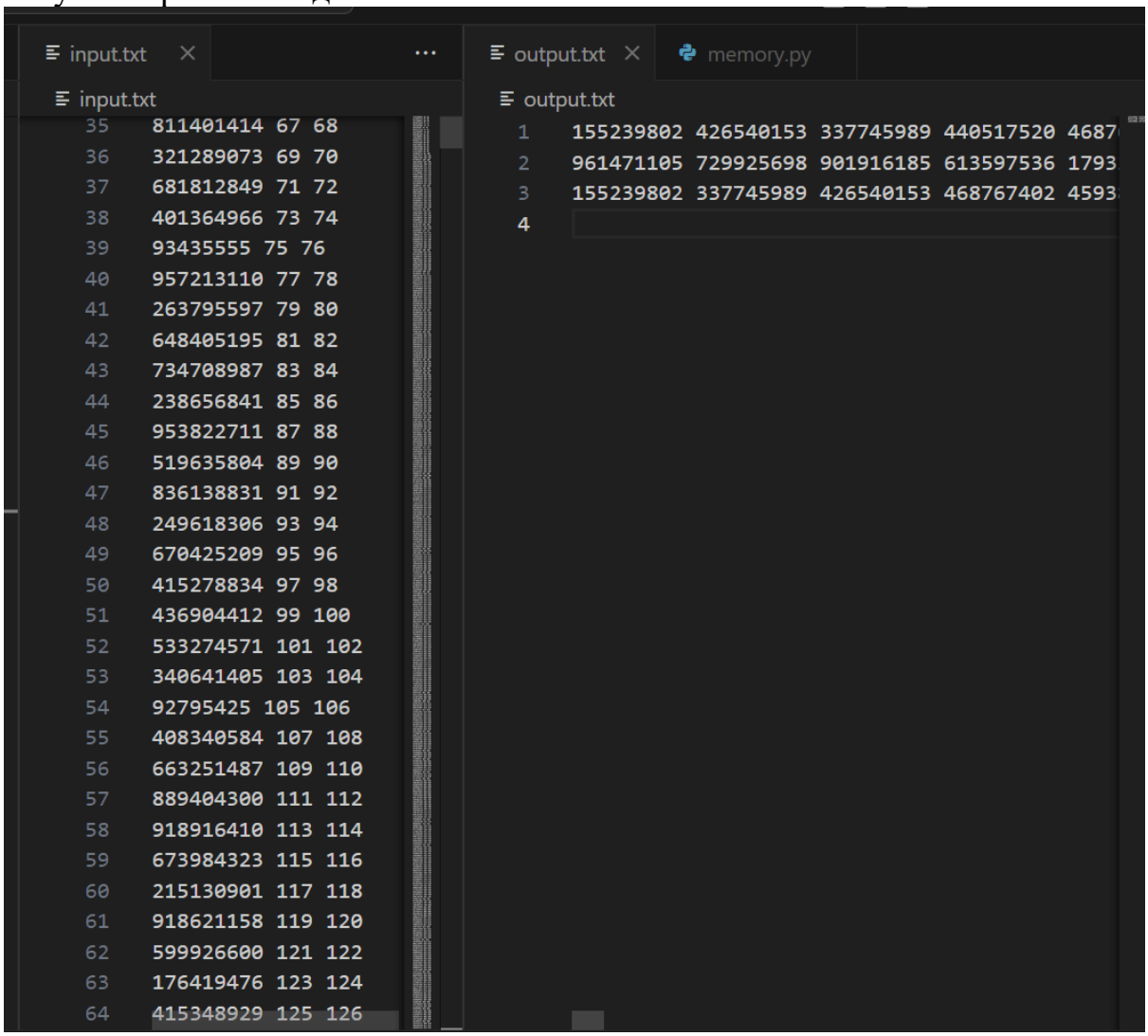
```python
def postorder(root, data, result=[]):
    if data[root][0] != -1:
        postorder(data[root][0], data, result)

    if data[root][1] != -1:
        postorder(data[root][1], data, result)

    result.append(str(root))

    return result

def preorder(root, data, result=[]):
    result.append(str(root))

    if data[root][0] != -1:
        preorder(data[root][0], data, result)

    if data[root][1] != -1:
        preorder(data[root][1], data, result)
```

```
    return result

def inorder(root, data, result=[]):
    if data[root][0] != -1:
        inorder(data[root][0], data, result)

    result.append(str(root))

    if data[root][1] != -1:
        inorder(data[root][1], data, result)

    return result

def main():
    with open('input.txt') as file:
        N = int(file.readline())

        root, l, r = map(int, file.readline().split())
        data = {}
        data[root] = (l, r)

        for _ in range(1, N):
            node, l, r = map(int, file.readline().split())
            data[node] = (l, r)


    result_inorder = inorder(root, data)
    result_preorder = preorder(root, data)
    result_postorder = postorder(root, data)

    with open('output.txt', 'w') as file:
        file.write(' '.join(result_inorder)+'\n')
        file.write(' '.join(result_preorder)+'\n')
        file.write(' '.join(result_inorder)+'\n')




if __name__ == '__main__':
    main()
```

Запускаем функцию main. В ней считываем данные, каждый узел и его детей записываем в словарь. Далее, запускаем 3 функции. Каждая из функции представляет бинарное дерево в одном из видов – in order; pre order; in order. Работают функции с помощью рекурсии, таким образом получаем доступ к каждому узлу.



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001943 секунды	0.017133 МБ
Пример из задачи	0.002013 секунды	0.018333 МБ
Пример из задачи	0.007544 секунды	0.018488 МБ
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	1.623032 секунды	28.696539 МБ

Вывод по задаче: попрактиковались в реализации создании двоичного дерева и разные его обходы.

Задача №12. Проверка сбалансированности [2 s, 256 Mb, 2 балла]

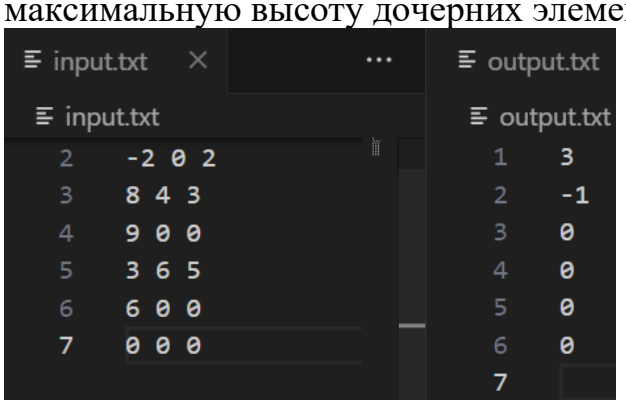
Дано двоичное дерево поиска. Для каждой его вершины требуется определить ее баланс.
• Формат ввода / входного файла (input.txt). Входной файл содержит описание двоичного дерева. В первой строке файла находится число N – число вершин в дереве. В последующих N строках файла находятся описания вершин дерева. В (i+ 1)-ой строке файла (1 ≤ i ≤ N) находится описание i-ой вершины, состоящее из трех чисел Ki , Li , Ri , разделенных пробелами – ключа Ki в i-ой вершине, номера левого Li ребенка i-ой вершины (i < Li ≤ N или Li = 0, если левого ребенка нет) и номера правого Ri ребенка i-ой вершины (i < Ri ≤ N или Ri = 0, если правого ребенка нет). Все ключи различны. Гарантируется, что данное дерево является деревом поиска.
• Ограничения на входные данные. 0 ≤ N ≤ 2 · 105 , |Ki | ≤ 109 .
• Формат вывода / выходного файла (output.txt). Для i-ой вершины в i-ой строке выведите одно число – баланс данной вершины.
• Ограничение по времени. 2 сек.
• Ограничение по памяти. 256 мб.

Листинг кода

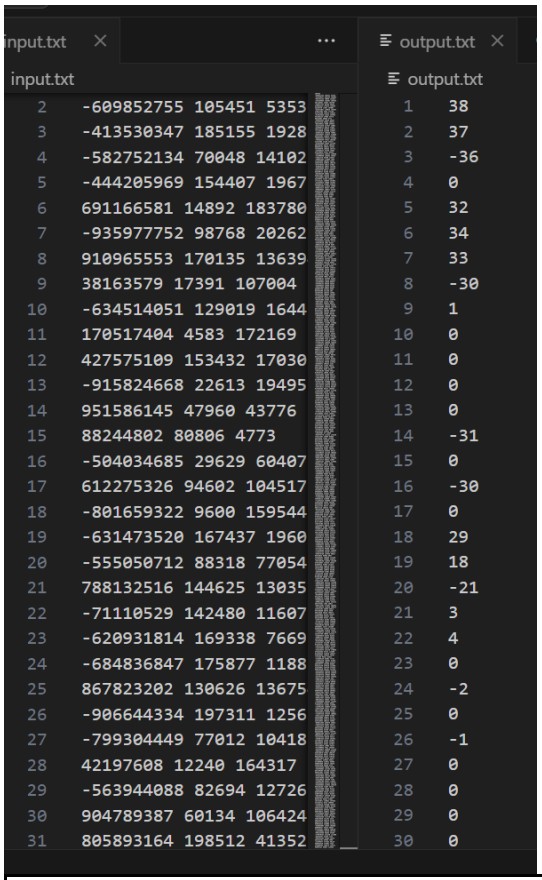
```
def calculate_balance(root, data, result=[]):
    if root == 0:
        return 0, 0

    left_height, _ = calculate_balance(data[root][1], data, result)
    right_height, _ = calculate_balance(data[root][2], data, result)

    balance = right_height - left_height
    result.append(str(balance))

    return max(left_height, right_height) + 1, result

def main():
    with open('input.txt') as file:
        N = int(file.readline())

        data = {}
        for i in range(N):
            node, l, r = map(int, file.readline().split())
            data[i+1] = (node, l, r)

    result = calculate_balance(1, data)
    result[1].reverse()

    with open('output.txt', 'w') as file:
        file.write('\n'.join(result[1]) + '\n')

if __name__ == '__main__':
    main()
```

При запуске программы записываем все данные в словарь. Далее, запускаем рекурсию с 1-го элемента. В рекурсии проверяем, существует ли узел, если

нет – возвращаем 0. Далее запускаем рекурсию для дочерних элементов. Высчитываем баланс, записываем в список. В конце возвращаем максимальную высоту дочерних элементов + 1 данного узла.



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001104 секунды	0.016319 МБ
Пример из задачи	0.001013 секунды	0.018349 МБ

Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	2.566 секунды	43.003 МБ

Задача №16. *K*-й максимум [2 s, 512 Mb, 3 балла][*Замена]

Напишите программу, реализующую структуру данных, позволяющую добавлять и удалять элементы, а также находить k-й максимум.

• Формат ввода / входного файла (input.txt). Первая строка входного файла содержит натуральное число n – количество команд. Последующие n строк содержат по одной команде каждая. Команда записывается в виде двух чисел ci и ki – тип и аргумент команды соответственно. Поддерживаемые команды: – +1 (или просто 1): Добавить элемент с ключом ki . – 0 : Найти и вывести ki-й максимум. – -1 : Удалить элемент с ключом ki . Гарантируется, что в процессе работы в структуре не требуется хранить элементы с равными ключами или удалять несуществующие элементы. Также гарантируется, что при запросе ki-го мак- симума, он существует.

• Ограничения на входные данные. n ≤ 100000, |ki | ≤ 109 .

• Формат вывода / выходного файла (output.txt). Для каждой команды нулевого типа в выходной файл должна быть выведена строка, содержащая единственное число – ki-й максимум.

• Ограничение по времени. 2 сек.

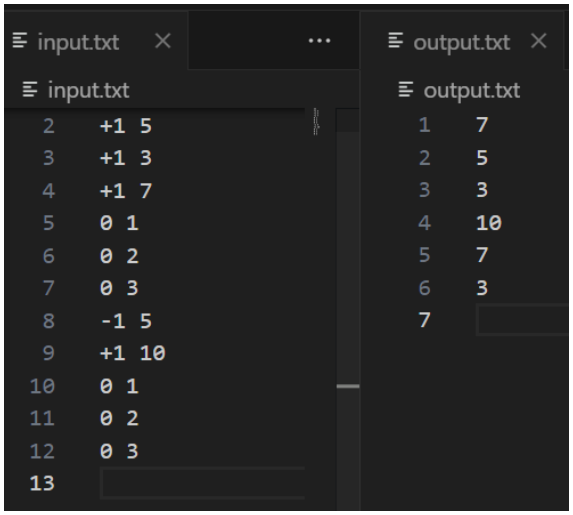
• Ограничение по памяти. 512 мб.

Листинг кода

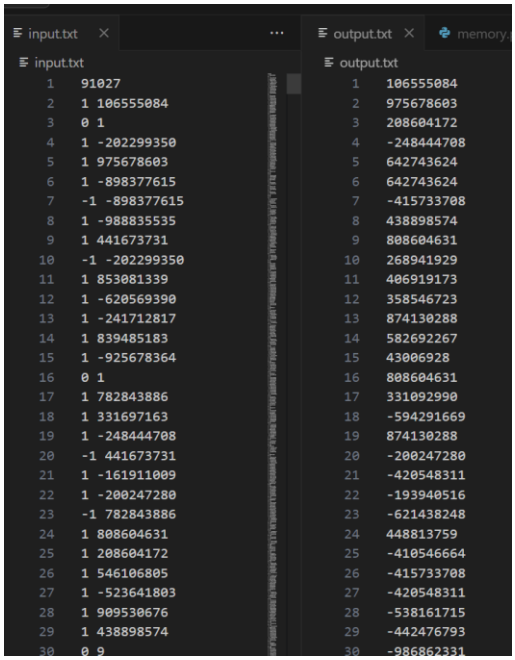
```
class Struct:
    def __init__(self) -> None:
        self.data = []

    def add(self, key: int) -> None:
        index = self.binary_search_insert_index(key)
        self.data.insert(index, key)

    def binary_search_insert_index(self, key: int) -> int:
        low, high = 0, len(self.data)
        while low < high:
            mid = (low + high) // 2
            if self.data[mid] < key:
                low = mid + 1
            else:
                high = mid
        return low

    def remove(self, key: int):
        index = self.binary_search_insert_index(key)
        self.data.pop(index)

    def k(self, key: int):
        return str(self.data[-key])

def main():
    with open('input.txt') as file:
        N = int(file.readline())

        struct = Struct()
        result = []
```

```
        for _ in range(N):
            c, k = map(str, file.readline().split())
            k = int(k)
            if c in ['1', '+1']:
                struct.add(k)
            elif c == '-1':
                struct.remove(k)
            else:
                result.append(
                    struct.k(k)
                )


    with open('output.txt', 'w') as file:
        file.write('\n'.join(result) + '\n')

if __name__ == '__main__':
    main()
```

Реализовываем структуру, которая хранит в себе в списке все данные. Добавление реализовано через бинарный поиск, для того, чтоб хранить все элементы в сортированном порядке. Удаление элемента также реализовано с помощью бинарного поиска.



Результат работы кода на максимальных и минимальных значениях:



	Время выполнения	Затраты памяти
Нижняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	0.001 секунды	0.016 МБ
Пример из задачи	0.001 секунды	0.018 МБ
Верхняя граница диапазона значений входных данных из текста задачи	1.971 секунды	3.188 МБ

Вывод по задаче: реализовали структуру, которая хранит данные и использует бинарный поиск для большей эффективности.

Вывод

Данная лабораторная работа закрепила знания работы с бинарными деревьями.