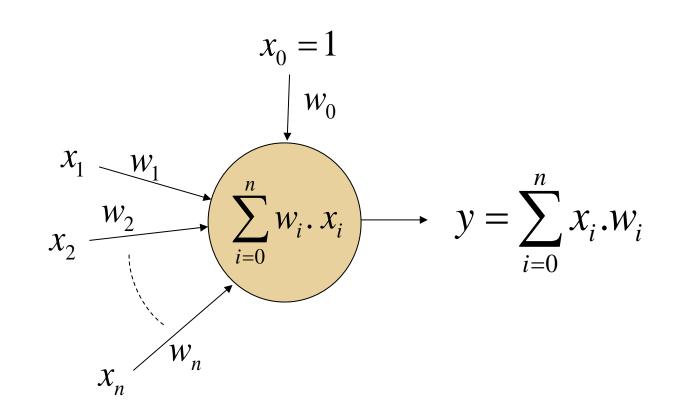
## **Combinador Lineal**

- Resuelve un problema de Regresión Lineal
- □ Función de Error
  - Error cuadrático medio
- □ Técnica de optimización
  - Descenso de gradiente estocástico

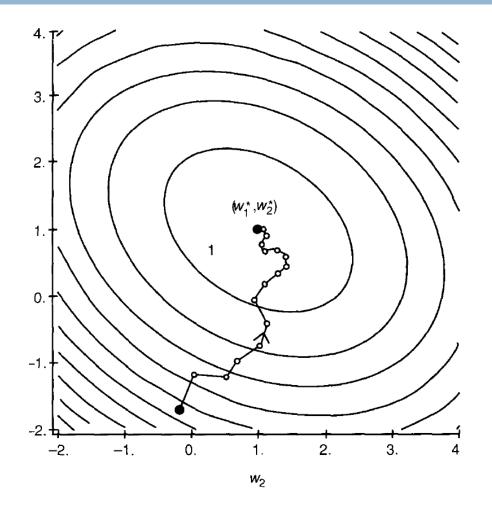


## Técnica del descenso del gradiente estocástico

$$w(t+1) = w(t) + \Delta w(t)$$
$$w(t+1) = w(t) - \mu \nabla \xi(w(t))$$

se utiliza

$$\xi = \langle \varepsilon_k^2 \rangle \approx \varepsilon_k^2 = (d_k - \sum_{i=0}^N x_{ik} w_i)^2$$



## Técnica del descenso del gradiente estocástico

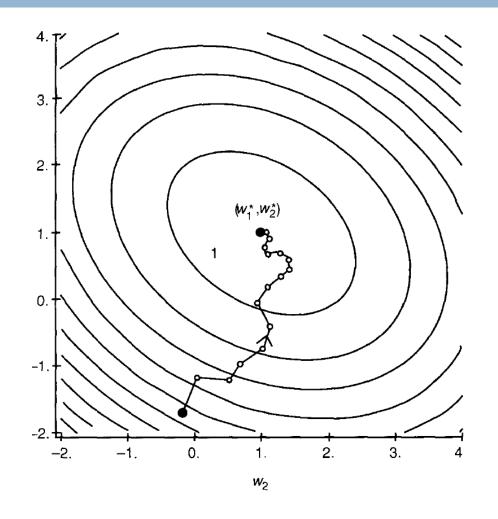
$$w(t+1) = w(t) + \Delta w(t)$$
$$w(t+1) = w(t) - \mu \nabla \xi(w(t))$$

se utiliza

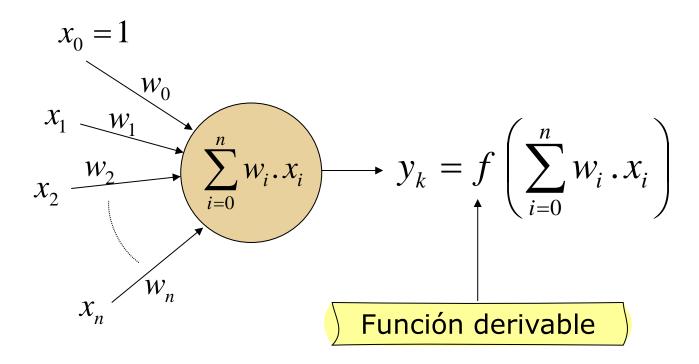
$$\xi = \langle \varepsilon_k^2 \rangle \approx \varepsilon_k^2 = (d_k - \sum_{i=0}^N x_{ik} w_i)^2$$

veamos que

$$\nabla \varepsilon_k^2(t) = -2\varepsilon_k(t)x_k$$



## Neurona General



#### Función de Salida LINEAL

$$f(x) = x$$

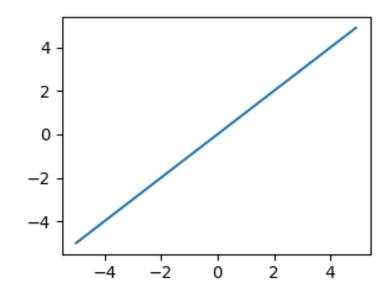
$$f'(x) = 1$$

#### desde Python

```
import numpy as np
import grafica as gr
from matplotlib import pyplot as plt

x = np.array(range(-50,50,1))/10.0

y = gr.evaluar('purelin', x)
plt.plot(x,y,'-')
```



## Función SIGMOIDE $\in$ (0,1)

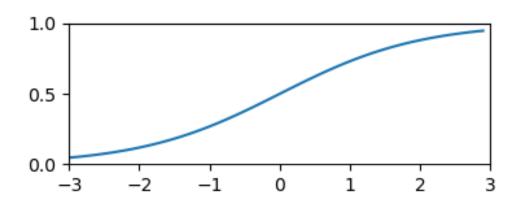
$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}} \qquad f'(x) = f(x) * (1 - f(x))$$

#### desde Python

```
import numpy as np
import grafica as gr
from matplotlib import pyplot as plt

x = np.array(range(-30,30,1))/10.0

y = gr.evaluar('logsig', x)
plt.plot(x,y,'-')
plt.axis([-3, 3, 0, 1])
plt.show()
```



## Función SIGMOIDE ∈ (-1,1)

$$f(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$$

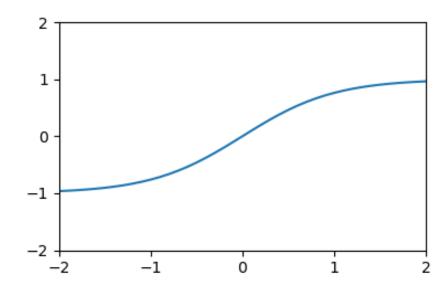
#### desde Python

```
import numpy as np
import grafica as gr
from matplotlib import pyplot as plt

x = np.array(range(-30,30,1))/10.0

y = gr.evaluar('tansig', x)
plt.plot(x,y,'-')
plt.axis([-2, 2, -2, 2])
plt.show()
```

$$f'(x) = 1 - f(x)^2$$



# Ejemplo

Dados los siguientes conjuntos de puntos del plano

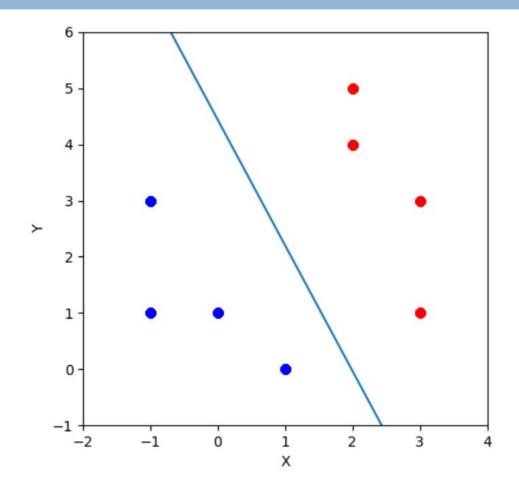
$$A = \{(2,2), (1,0), (0,1), (-1,1)\}$$

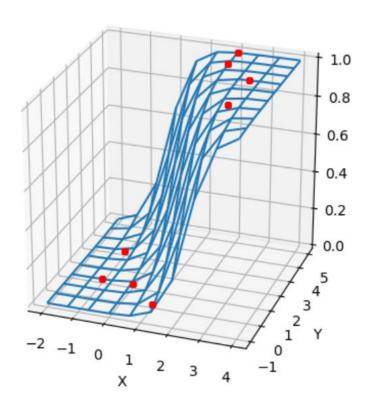
$$B = \{(3,1), (3,3), (2,4), (2,5)\}$$

- Utilice una neurona no lineal para clasificarlos
- Representar gráficamente la solución propuesta.

$$A = \{(-1,3), (1,0), (0,1), (-1,1)\}$$

$$B = \{(3,1), (3,3), (2,4), (2,5)\}$$





neuronaNoLineal.py

### Entrenamiento de una neurona no lineal

- $\square$  Seleccionar el valor de  $\alpha$
- Inicializar los pesos W y b con valores random
- Mientras (la variación del ECM sea mayor a la cota prefijada)
  - Para cada ejemplo
    - Ingresar el ejemplo a la red.
    - Calcular el error  $\varepsilon = (y \hat{y})$  y  $\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w} = \frac{\partial (y \hat{y})^2}{\partial w}$
    - Actualizar los pesos de la red

$$w_i = w_i - \alpha \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w_i}$$

### ¿Cómo sería la derivada del error si la neurona no es lineal?

$$\frac{\partial \varepsilon^{2}}{\partial w} = \left[ \frac{\partial (y - \hat{y})^{2}}{\partial w_{0}}; \dots; \frac{\partial (y - \hat{y})^{2}}{\partial w_{n}} \right]$$

$$\frac{\partial \varepsilon^{2}}{\partial w_{j}} = -2(y - \hat{y}) \underbrace{\frac{\partial (neta)}{\partial (neta)}}_{\partial (neta)} \underbrace{\frac{\partial (neta)}{\partial w_{j}}}_{\partial w_{j}} = \frac{\partial (\sum_{i=0}^{n} w_{i} x_{i})}{\partial w_{j}} = x_{j}$$

$$\frac{\partial \varepsilon^{2}}{\partial w_{j}} = \frac{\partial (\sum_{i=0}^{n} w_{i} x_{i})}{\partial w_{j}} = x_{j}$$

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w_j} = -2(y - \hat{y})f'(neta)x_j$$

### Entrenamiento de una neurona no lineal

- $lue{}$  Seleccionar el valor de lpha
- Inicializar los pesos W y b con valores random
- Mientras (la variación del ECM sea mayor a la cota prefijada)
  - Para cada ejemplo
    - Ingresar el ejemplo a la red.
    - Calcular  $\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w_i} = -2 * \varepsilon * f'(neta) * x_i$
    - Actualizar los pesos de la red

$$w_i = w_i - \alpha \frac{\partial \varepsilon}{\partial w_i} = w_i + 2\alpha * \varepsilon * f'(neta) * x_i$$

## AND

Utilice una neurona no lineal con salida sigmoide para resolver el

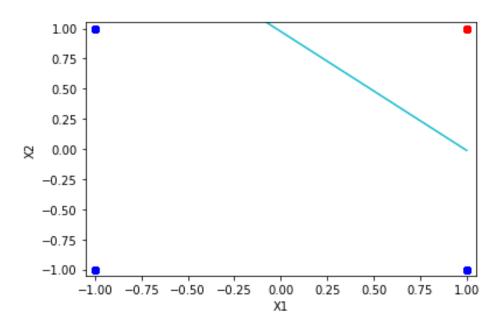
problema del AND

$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

$$f'(x) = f(x) * (1 - f(x))$$

$$f(x) = \frac{2}{1 + e^{-2x}} - 1$$

$$f'(x) = 1 - f(x) * f(x)$$



Modifique el algoritmo del PERCEPTRON hecho en clase y utilice una neuronal no lineal para resolver el problema del AND

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
                                                   Los pesos iniciales son
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
                                                        aleatorios
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
   E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
                   Parámetros del entrenamiento
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
   E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
    E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

Termina o bien porque realizó la máxima cantidad de intentos o porque el valor absoluto de la diferencia entre dos valores consecutivos de la función es inferior a cierta cota

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
    E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
                                          Calculamos la salida del combinador lineal y
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
                                                 evaluamos el error cometido
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
   E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
       neta = np.dot(W,X[p,:])+b
       Y = 1/(1+np.exp(-neta))
       deriv = Y * (1-Y)
                                 Son parte del vector gradiente
       Error = T[p]-Y
       W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
       b = b + alfa * Error * deriv
       sumaError = sumaError + Error**2
   E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
   print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1],[1,0],[1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
   E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
                                                      Actualizamos los pesos en la
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
                                                     dirección del gradiente negativo
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
   E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
                                                  Acumulamos el cuadrado de los
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
                                                       errores cometidos
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
   E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
       neta = np.dot(W,X[p,:])+b
       Y = 1/(1+np.exp(-neta))
       deriv = Y * (1-Y)
       Error = T[p]-Y
       W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
       b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
                                    Dividimos por la cantidad de ejemplos para obtener el ECM
   ite = ite + 1
   print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

```
NeuronaGral_AND.ipynb
```

```
import numpy as np
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
T = np.array([0,0,0,1])
W = np.random.uniform(-0.5, 0.5, size=2)
b = np.random.uniform(-0.5, 0.5)
alfa = 0.1
MAX ITE = 5000
COTA = 10e-06
ite = 0
E ant = 0
E = 1
while ((ite<MAX ITE) and (np.abs(E ant - E) > COTA)):
    E ant=E
    sumaError = 0
    for p in range(len(X)):
        neta = np.dot(W,X[p,:])+b
        Y = 1/(1+np.exp(-neta))
        deriv = Y * (1-Y)
        Error = T[p]-Y
        W = W + alfa * Error * deriv * X[p,:]
        b = b + alfa * Error * deriv
        sumaError = sumaError + Error**2
    E = sumaError / len(X)
    ite = ite + 1
    print ("ite= %d w0= %8.5f w1=%8.5f E=%.8f" % (ite,W[0],W[1],E))
```

# ClassNeuronaGral.py

```
nn = NeuronaGradiente(alpha=0.01, n_iter=50, cotaE=10E-07, FUN='sigmoid', random_state=None, draw=0, title=['X1','X2'])
```

#### Parámetros de entrada

- alpha: valor en el intervalo (0, 1] que representa la velocidad de aprendizaje.
- □ **n\_iter**: máxima cantidad de iteraciones a realizar.
- cotaE: termina si la diferencia entre dos errores consecutivos es menor que este valor.
- **FUN:** función de activación 'sigmoid', 'tanh', 'purelin'.
- random\_state: None si los pesos se inicializan en forma aleatoria, un valor entero para fijar la semilla
- draw: valor distinto de 0 si se desea ver el gráfico y 0 si no. Sólo si es 2D.
- □ title: lista con los nombres de los ejes para el gráfico. Se usa sólo si draw no es cero.

# ClassNeuronaGral.py

```
nn = NeuronaGradiente(alpha=0.01, n_iter=50, cotaE=10E-07, FUN='sigmoid', random_state=None, draw=0, title=['X1','X2'])
nn.fit(X, T)
```

#### Parámetros de entrada

- X : arreglo de NxM donde N es la cantidad de ejemplos y M la cantidad de atributos.
- **T**: arreglo de N elementos siendo N la cantidad de ejemplos

#### Retorna

- w\_: arreglo de M elementos siendo M la cantidad de atributos de entrada
- □ **b**\_: valor numérico continuo correspondiente al bias.
- errors : errores cometidos en cada iteración.

# ClassNeuronaGral.py

#### Y = nn.predict(X)

- Parámetros de entrada
  - X : arreglo de NxM donde N es la cantidad de ejemplos y M la cantidad de atributos.
- Retorna: un arreglo con el resultado de aplicar la neurona general entrenada previamente con fit() a la matriz de ejemplos X.
  - □ **Y**: arreglo de N elementos siendo N la cantidad de ejemplos

```
from ClassNeuronaGral import NeuronaGradiente
# Ejemplos de entrada de la función AND
X = np.array([[0,0], [0,1], [1,0], [1,1]])
X = 2*X-1
T = np.array([0,0,0,1])
ppn = NeuronaGradiente(alpha=0.1, n iter=50, cotaE=10e-07, FUN='sigmoid',
                       random state=None, draw=1, title=['x1', 'x2'])
ppn.fit(X,T)
#-- % de aciertos ---
Y = (ppn.predict(X) > 0.5) *1
print("Y = ", Y)
print("T = ", T)
aciertos = sum(Y == T)
print("aciertos = %d (%.2f%%)" % (aciertos, 100*aciertos/X.shape[0]))
```

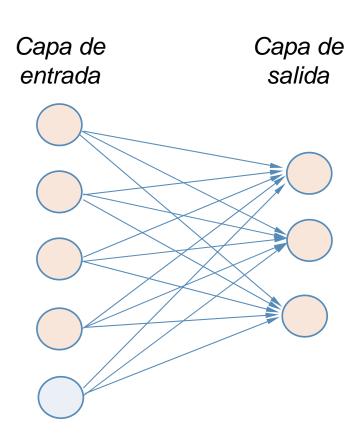
import numpy as np

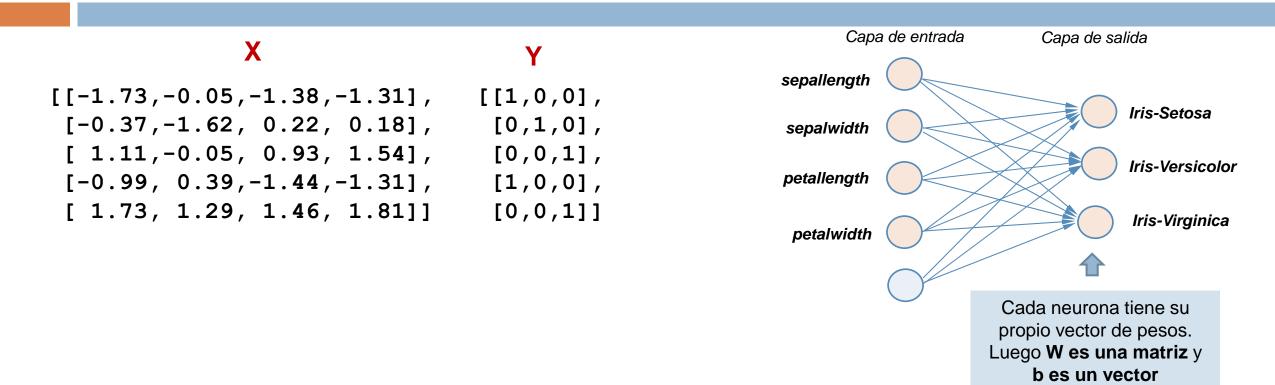
## Ejemplo

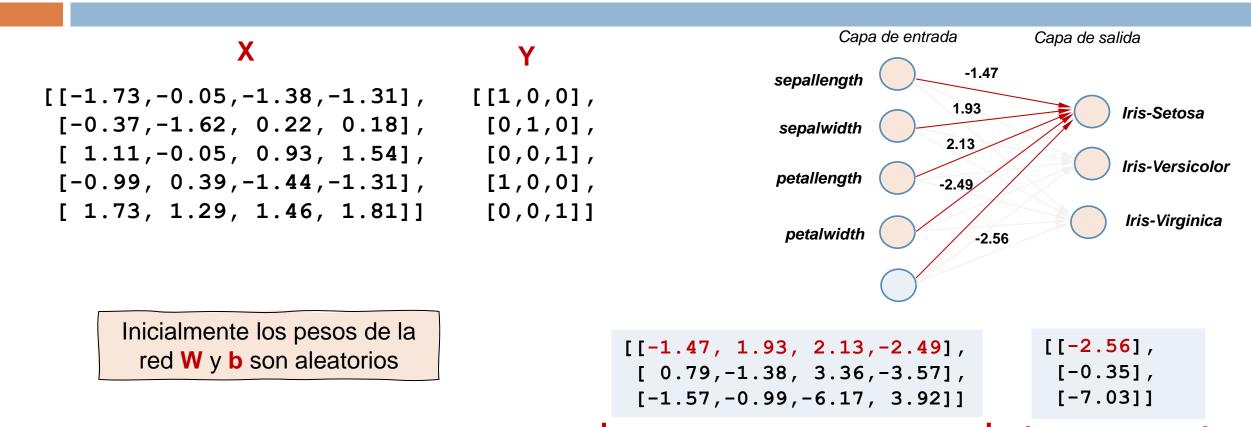
- Sobre una cinta transportadora circulan naranjas y melones. Se busca obtener un clasificador de frutas que facilite su almacenamiento. Para cada fruta se conoce su diámetro, en centímetros y su intensidad de color naranja, medida entre 0 y 255.
- Utilice la información del archivo FrutasTrain.csv para entrenar una neurona no lineal capaz de reconocer los dos tipos de fruta.
- Compare la manera de obtener la función discriminante de la neurona no lineal con respecto al perceptrón.
  - NeuronaGral\_FRUTAS\_RN.ipynb
  - Perceptron\_FRUTAS\_RN.ipynb

## Clasificación con más de 2 clases

- Pueden utilizarse varias neuronas no lineales para resolver un problema de clasificación con más de 2 clases.
- Cada neurona de la capa de salida buscará responder por un valor de clase distinto.
- El error de la capa será la suma de los errores de las neuronas que la forman.

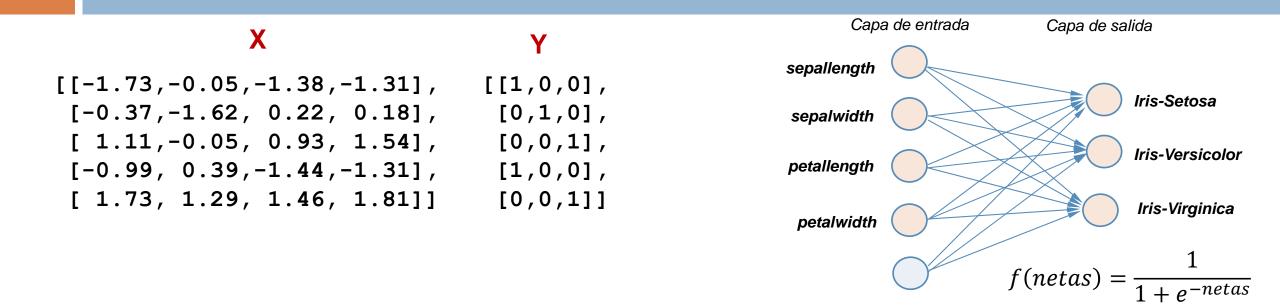




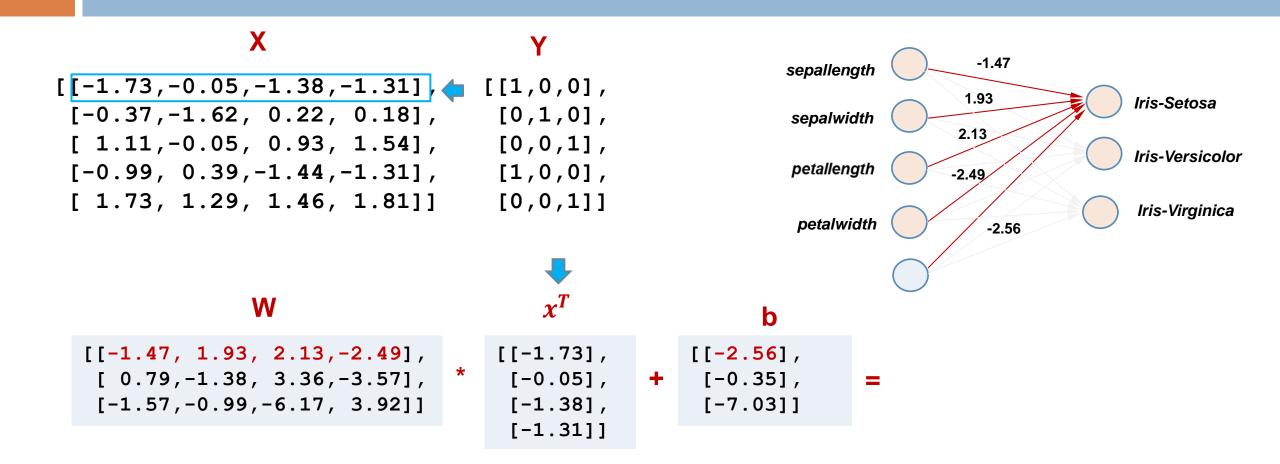


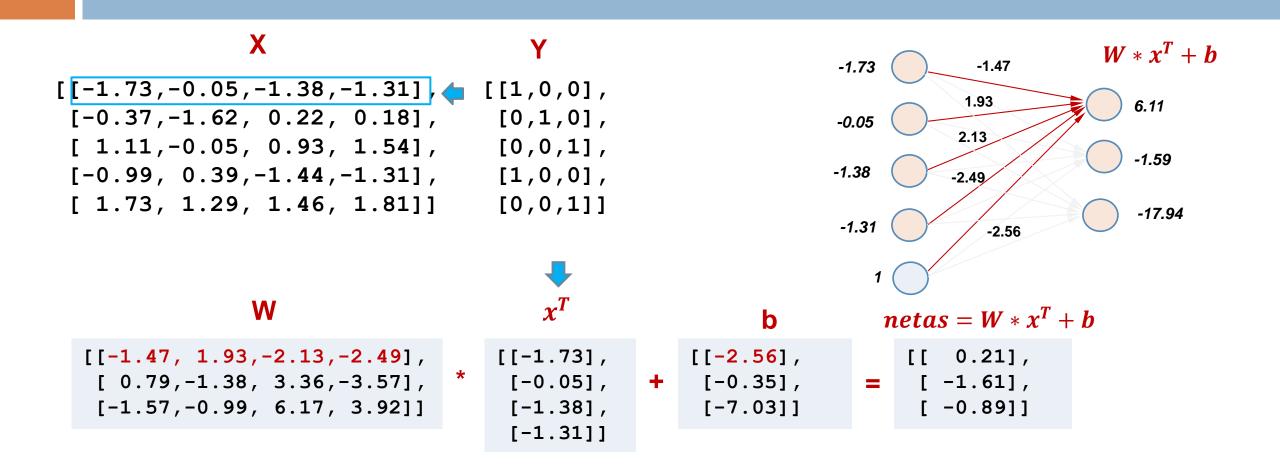
W

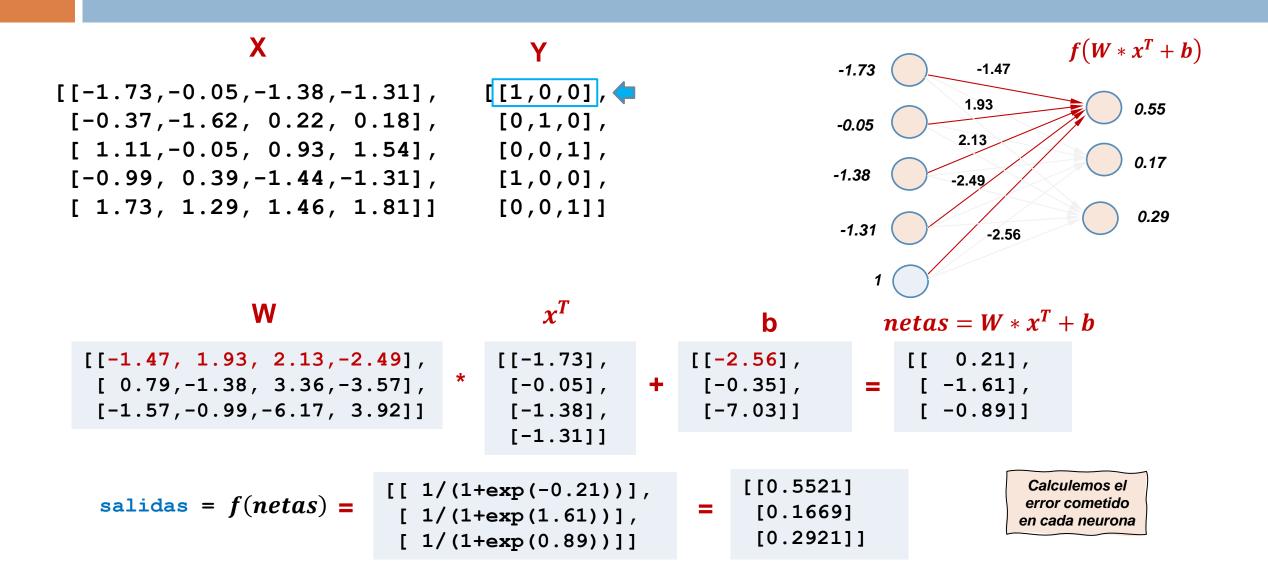
b

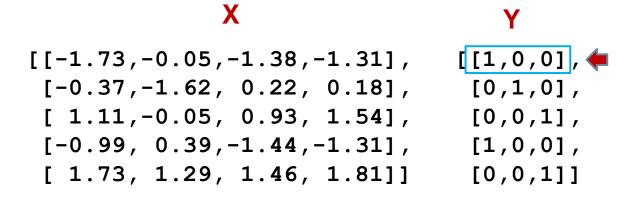


Ingresar el primer ejemplo a la red y calcular su salida

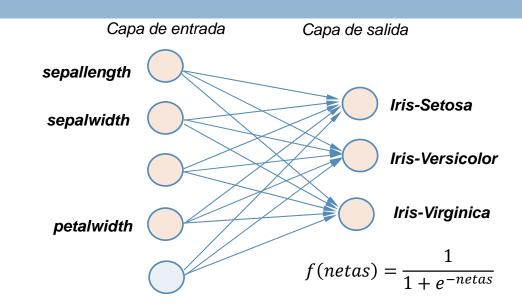


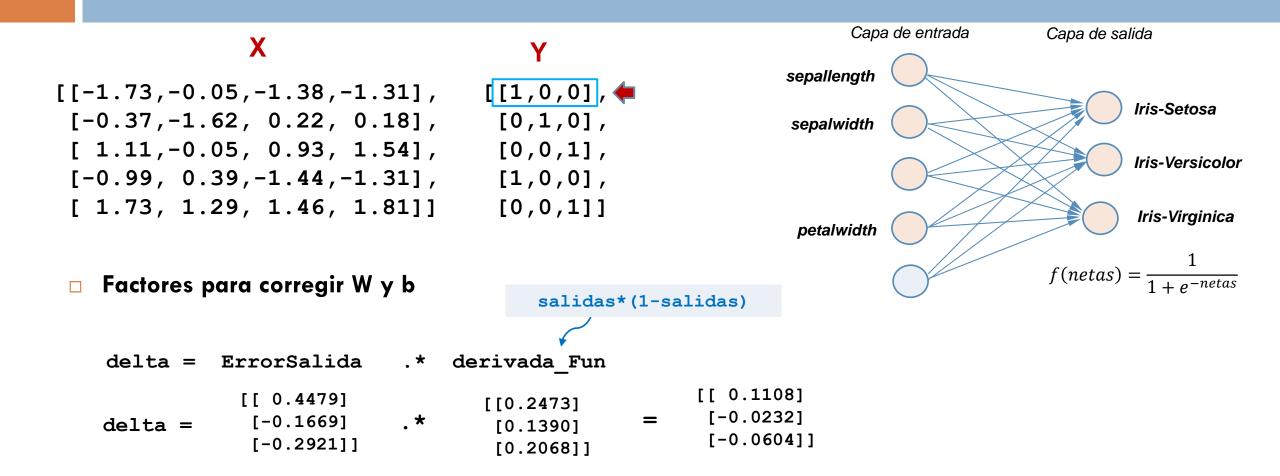


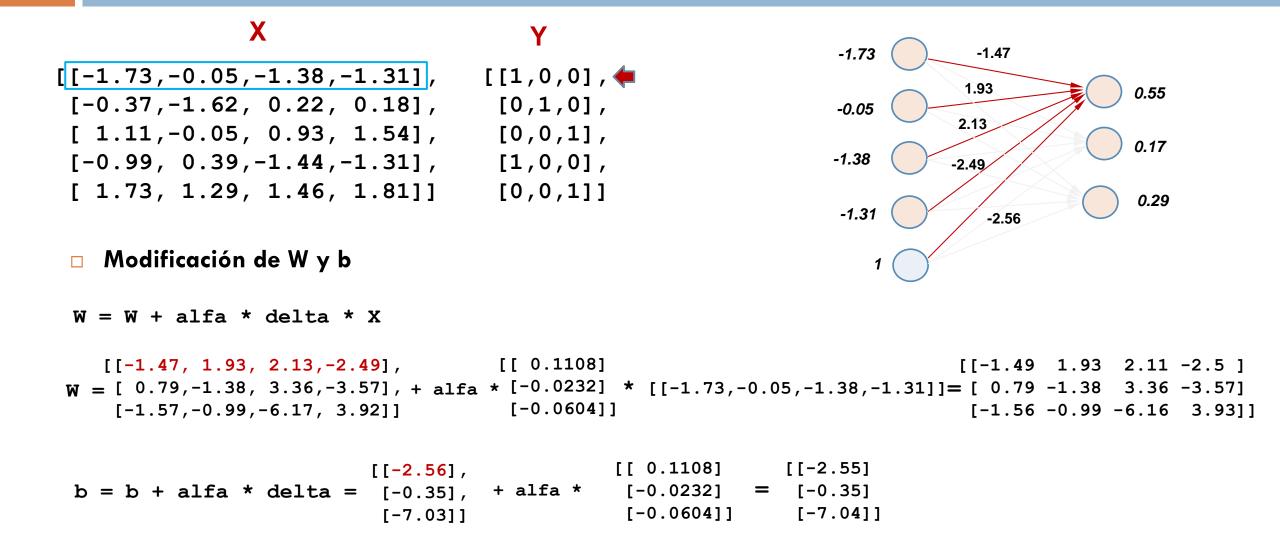




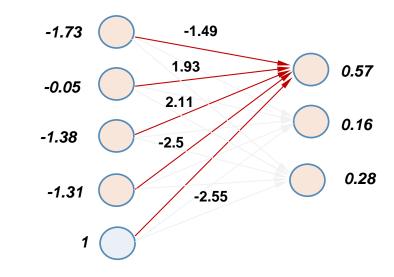
Error en la respuesta de la red para este ejemplo





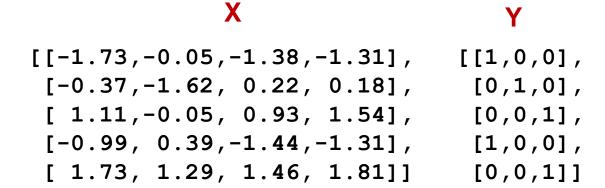


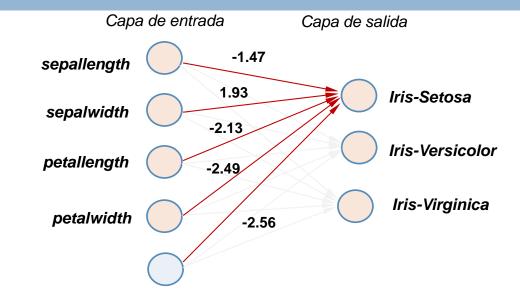
# X [[-1.73,-0.05,-1.38,-1.31], [[1,0,0], [-0.37,-1.62, 0.22, 0.18], [0,1,0], [1.11,-0.05, 0.93, 1.54], [0,0,1], [-0.99, 0.39,-1.44,-1.31], [1,0,0], [1.73, 1.29, 1.46, 1.81]]



#### Modificación de W y b

$$[[-2.56],$$
  $[[0.1108]]$   $[[-2.55]]$   
b = b + alfa \* delta =  $[-0.35],$  + alfa \*  $[-0.0232]$  =  $[-0.35]$   
 $[-7.03]]$   $[-0.0604]]$   $[-7.04]]$ 





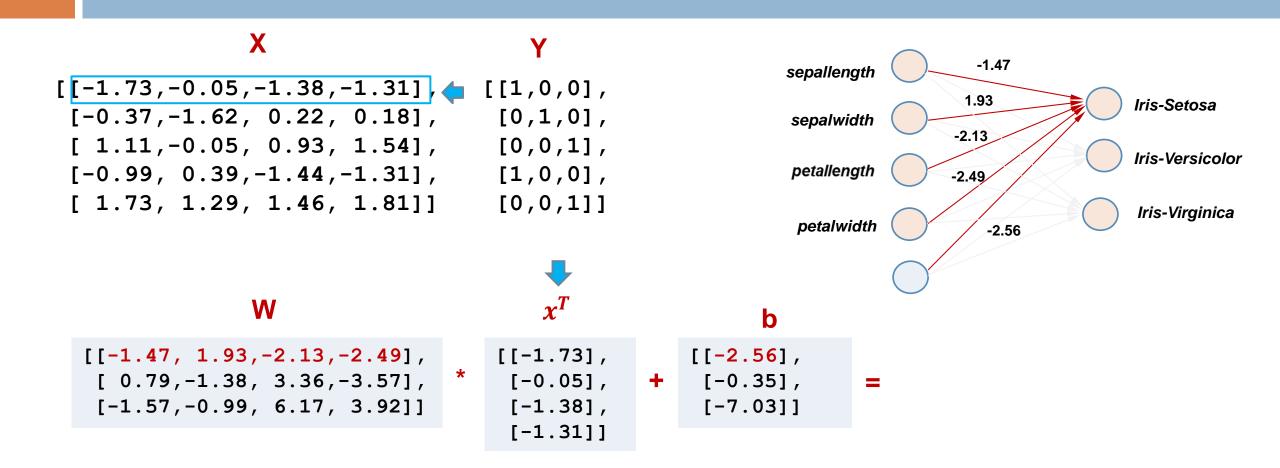
Para obtener el resultado de la red debe calcularse

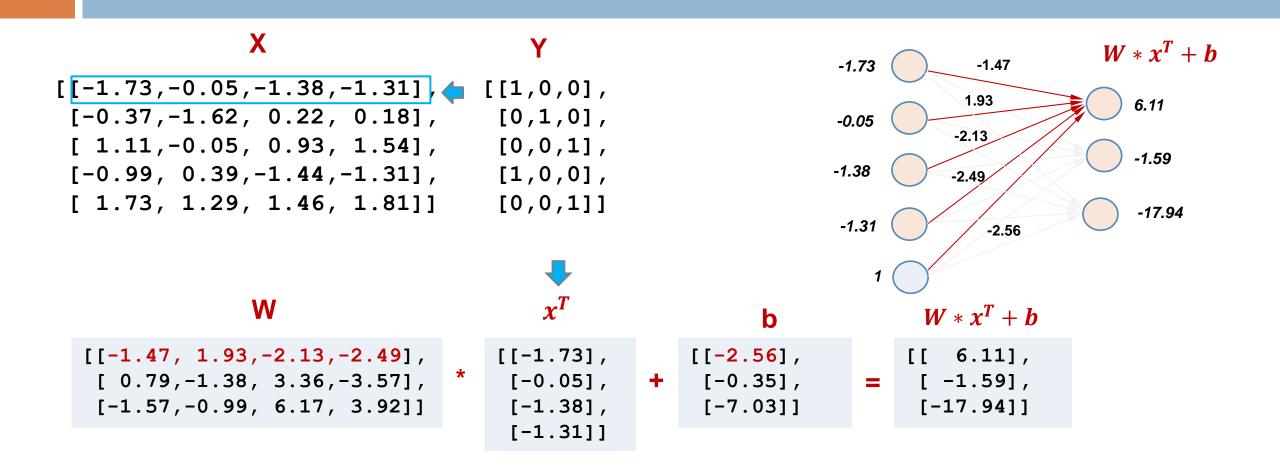
$$f(W*x^T+b)$$

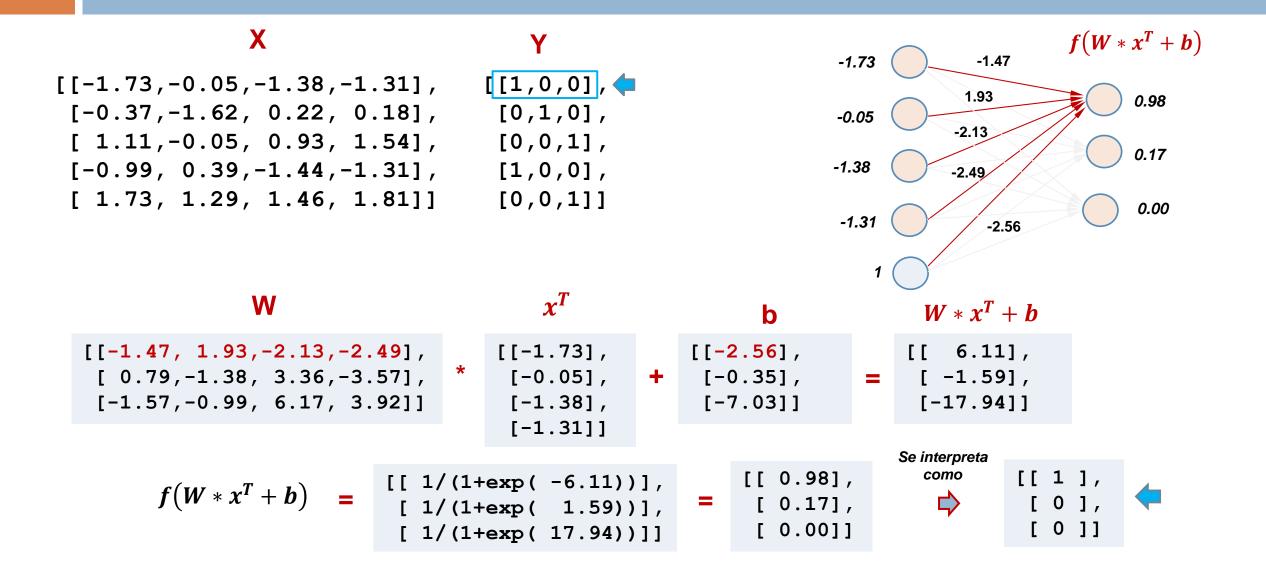
siendo *f* la función de activación

W

b



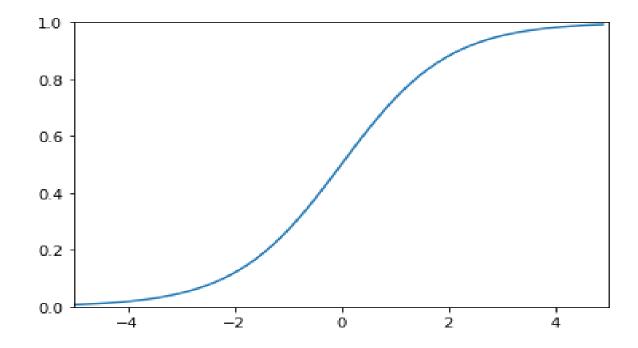




# Función sigmoid()

f(X)
0.01
0.02
0.05
0.12
0.20
0.27
0.50
0.73
0.80
0.88
0.95
0.98
0.99

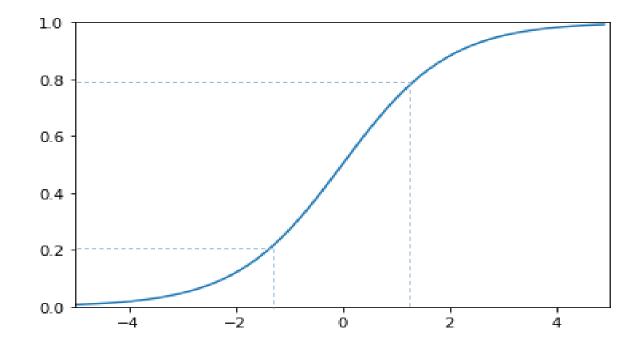
$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$



# Función sigmoid()

f(X)
0.01
0.02
0.05
0.12
0.20
0.27
0.50
0.73
0.80
0.88
0.95
0.98
0.99

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-x)}$$



#### Funciones de costo

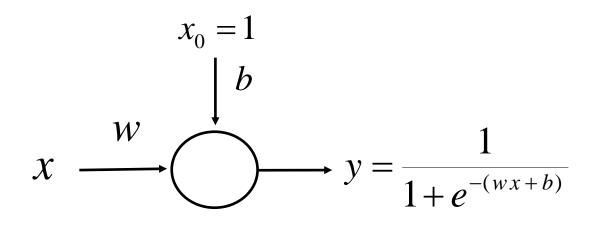
□ Error cuadrático medio

$$C = \frac{1}{n} \sum_{n} (y - \hat{y})^2 = \frac{1}{n} \sum_{n} (y - f(neta))^2$$

Entropía cruzada binaria

$$C = -\frac{1}{n} \sum_{n} [y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y})]$$

Entrene una neurona no lineal con función de salida sigmoide entre 0 y
 1 utilizando como función de costo el error cuadrático medio para que reciba un 1 y responda 0

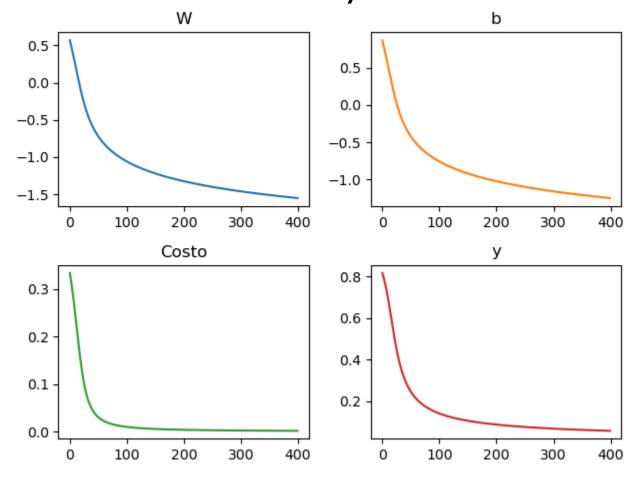


$$x = 1$$
 (entrada)  
 $y = 0$  (salida esperada)

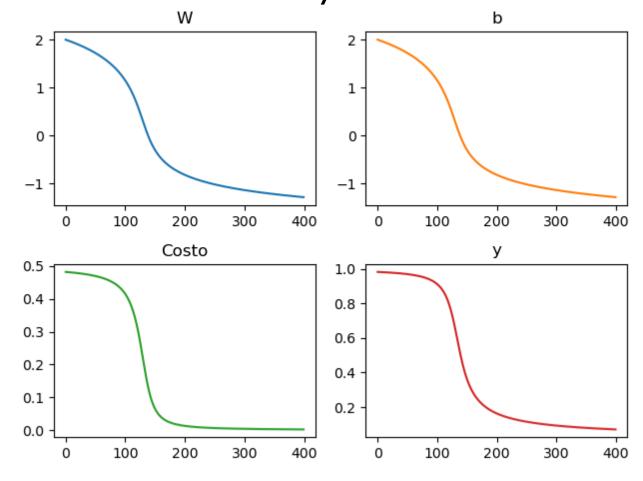
Función de costo

$$C = \frac{(y - \hat{y})^2}{2}$$

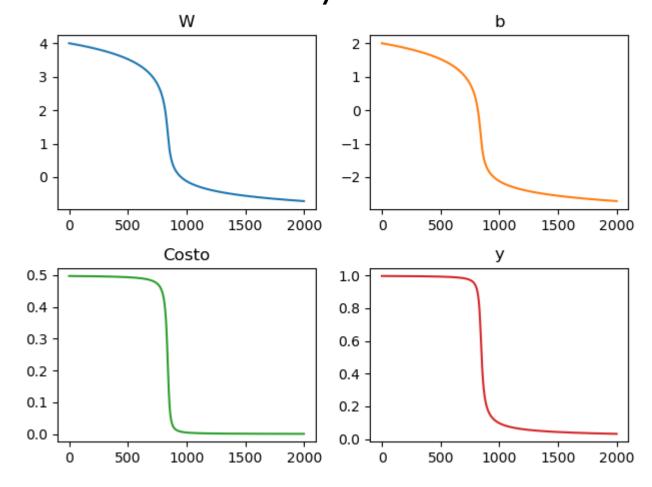
□ alfa=0.25 e inicio en W=0.6 y b=0.9



□ alfa=0.25 e inicio en W=2 y b=2



 $\square$  alfa=0.25 e inicio en W=4 y b=2



#### Entropía cruzada binaria

 Es una función de costo que puede usarse con neuronas no lineales con función sigmoide entre 0 y 1

$$C = -\frac{1}{n} \sum_{n} [y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y})]$$

donde

- $\square y$  es el valor binario esperado
- $\hat{y} = 1/(1 + e^{-\sum x_i w_i}) \text{ es la}$  salida de la neurona

- Ver que es una función de costo
  - □ C > 0
  - C tiende a 0 (cero) a medida que la neurona aprende la salida deseada.

$$C = -\frac{1}{n} \sum_{n} [y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y})]$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_{j}} = -\frac{1}{n} \sum_{n} \left(\frac{y}{\hat{y}} - \frac{1 - y}{1 - \hat{y}}\right) \frac{\partial \hat{y}}{\partial w_{j}}$$

$$f(neta)$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_j} = -\frac{1}{n} \sum_{n} \left( \frac{y}{f(neta)} - \frac{1 - y}{1 - f(neta)} \right) \frac{\partial f(neta)}{\partial w_j}$$

$$C = -\frac{1}{n} \sum_{n} [y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y})]$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_{j}} = -\frac{1}{n} \sum_{n} \left( \frac{y}{f(neta)} - \frac{1 - y}{1 - f(neta)} \right) \frac{\partial f(neta)}{\partial w_{j}}$$

$$\frac{y - f(neta)}{f(neta)(1 - f(neta))}$$

$$C = -\frac{1}{n} \sum_{n} [y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y})]$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_j} = -\frac{1}{n} \sum_{n} \left( \frac{y - f(neta)}{f(neta)(1 - f(neta))} \right) f'(neta) x_j$$

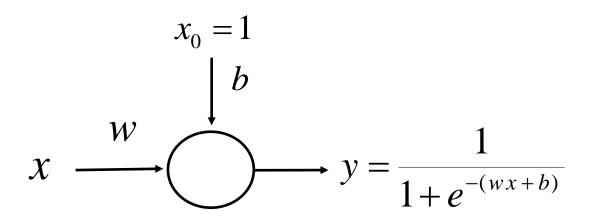
Si 
$$f(neta) = \frac{1}{1+e^{-neta}}$$
,  $f'(neta) = f(neta)(1-f(neta))$ 

$$C = -\frac{1}{n} \sum_{n} [y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y})]$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_j} = -\frac{1}{n} \sum_{n} \left( \frac{y - f(neta)}{f(neta) (1 - f(neta))} \right) f'(neta) x_j$$

$$\frac{\partial C}{\partial w_j} = -\frac{1}{n} \sum_{n} (y - f(neta)) x_j = -\frac{1}{n} \sum_{n} (y - \hat{y}) x_j$$

Entrene una neurona no lineal con función de salida sigmoide entre 0 y
 1 utilizando como función de costo el error cuadrático medio para que reciba un 1 y responda 0



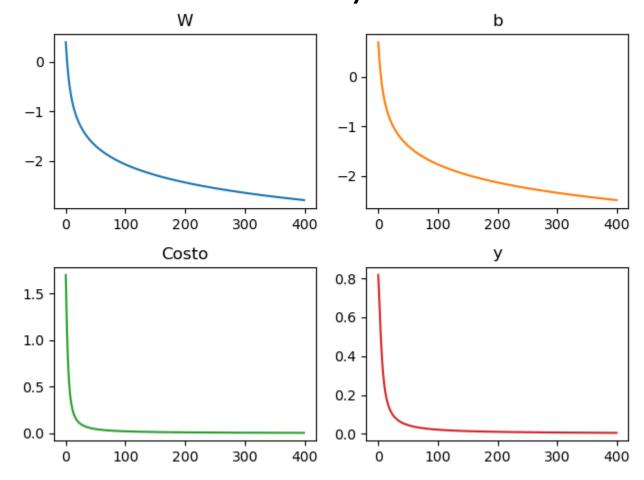
$$x = 1$$
 (entrada)  
 $y = 0$  (salida esperada)

Función de costo

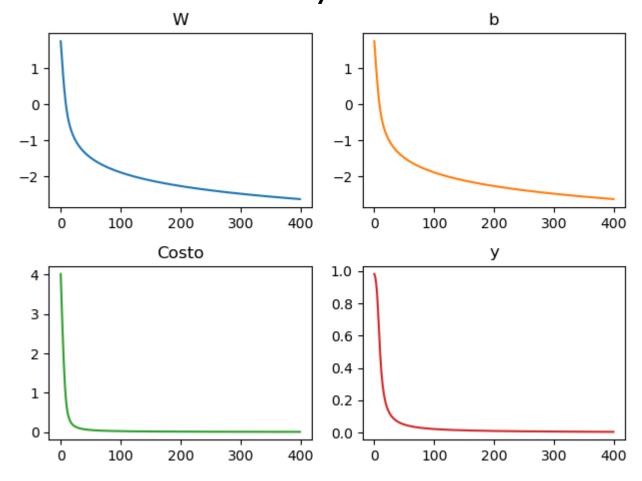
$$C = -(y \ln \hat{y} + (1 - y) \ln(1 - \hat{y}))$$

$$\frac{\partial C}{\partial w} = -(y - \hat{y}) x$$

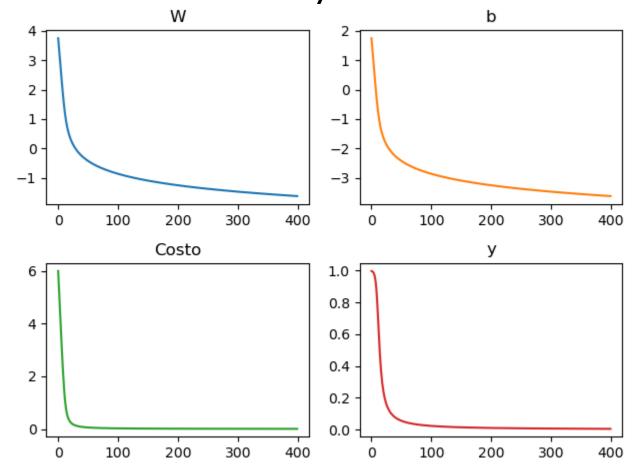
□ alfa=0.25 e inicio en W=0.6 y b=0.9



 $\square$  alfa=0.25 e inicio en W=2 y b=2

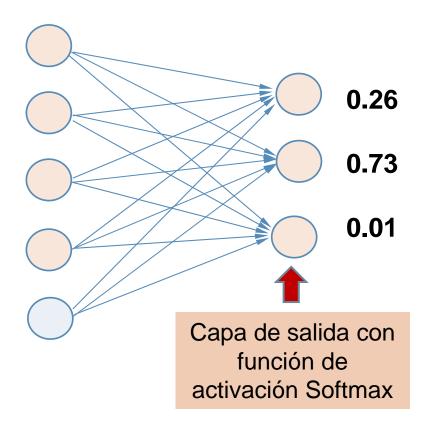


 $\square$  alfa=0.25 e inicio en W=4 y b=2



#### Función Softmax

 Se utiliza como función de activación en la última capa para normalizar la salida de la red a una distribución de probabilidad.

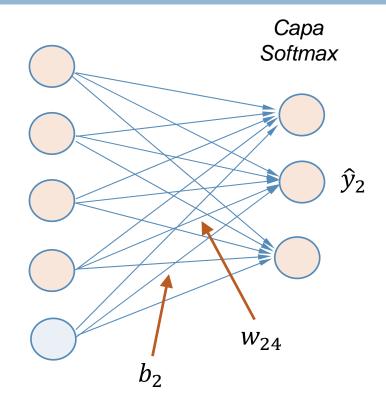


## Capa softmax

$$neta_{j} = \sum_{i} w_{ji} x_{i} + b_{j}$$

$$\hat{y}_{j} = \frac{e^{neta_{j}}}{\sum_{k} e^{neta_{k}}}$$

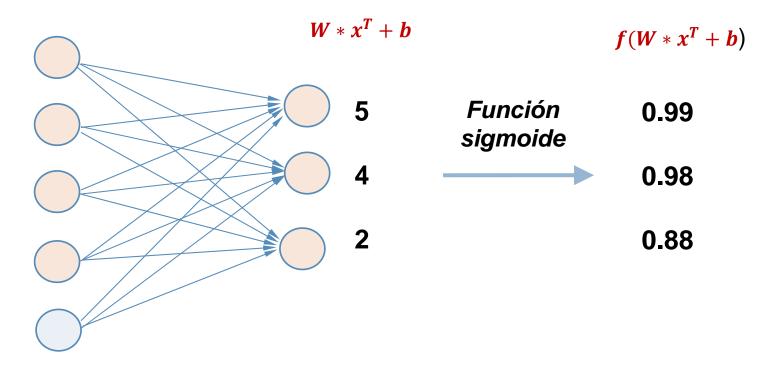
- La salida de la capa es una distribución de probabilidad
  - $\hat{y}_j > 0 \quad j = 1..k$   $\sum_j \hat{y}_j = 1$



Ver que el incremento en algún  $\hat{y}_i$  producirá disminuciones en el resto

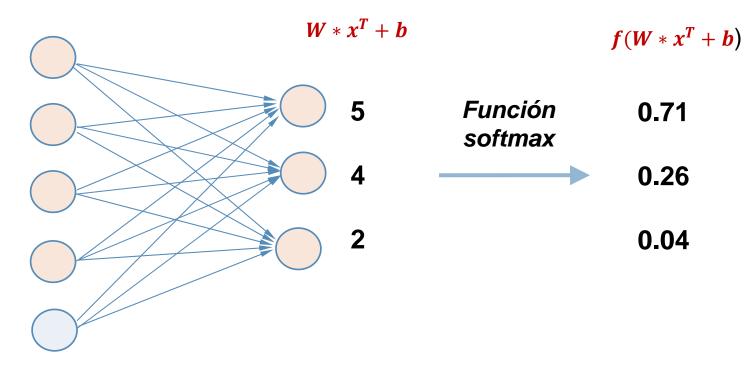
## Función Softmax

#### □ Ejemplo

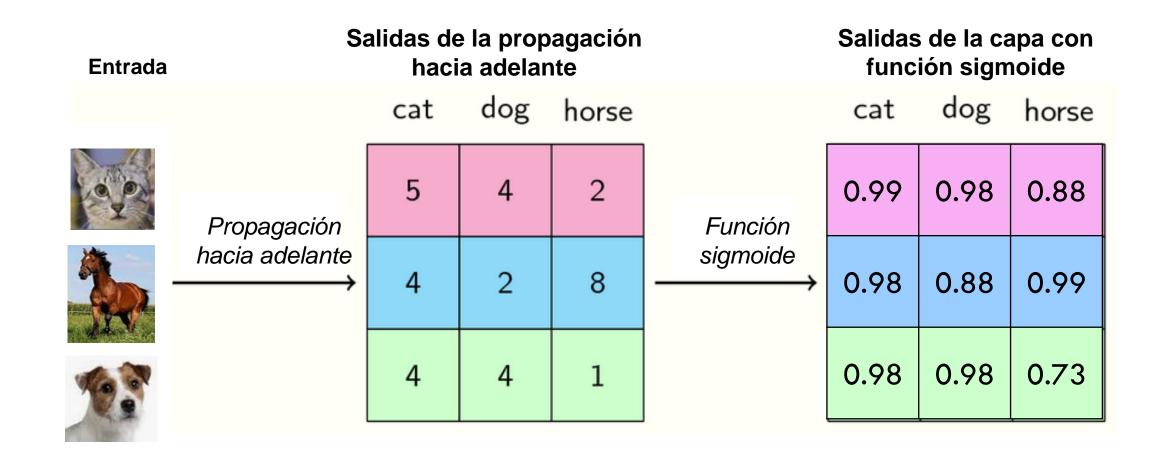


#### Función Softmax

#### □ Ejemplo



#### Función softmax



## Función softmax

Neta	sigmoid	exp(neta)	softmax
5	0,99	148,41	0,71
4	0,98	54,60	0,26
2	0,88	7,39	0,04

Entrada	Sa	Salidas de la propagación hacia adelante			Salidas de la capa Softmax			
		cat	dog	horse		cat	dog	horse
	Propagación hacia adelante	5	4	2	Función	0.71	0.26	0.04
P. Shall P. S.		4	2	8	Softmax →	0.02	0.00	0.98
		4	4	1		0.49	0.49	0.02

# Capa Softmax

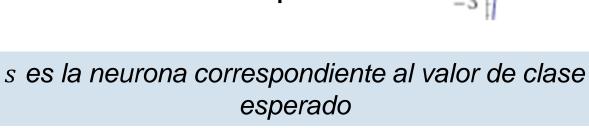
$$\hat{y}_j = \frac{e^{neta_j}}{\sum_k e^{neta_k}}$$

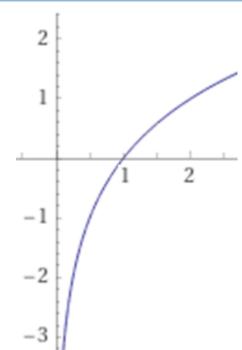
#### □ Función de costo: Entropía cruzada categórica

$$C = -\sum_{k} y_k \ln \hat{y}_k$$

donde y es un vector binario que vale 1 sólo en la posición correspondiente al valor de clase esperado. Luego

$$C = -\ln \hat{y}_s$$





# Capa Softmax

$$\hat{\gamma}_j = \frac{e^{neta_j}}{\sum_k e^{neta_k}}$$

#### Función de costo: Entropía cruzada categórica

$$C = -\ln \hat{y}_s$$

S es la neurona correspondiente al valor de clase esperado

Derivada de la función de costo

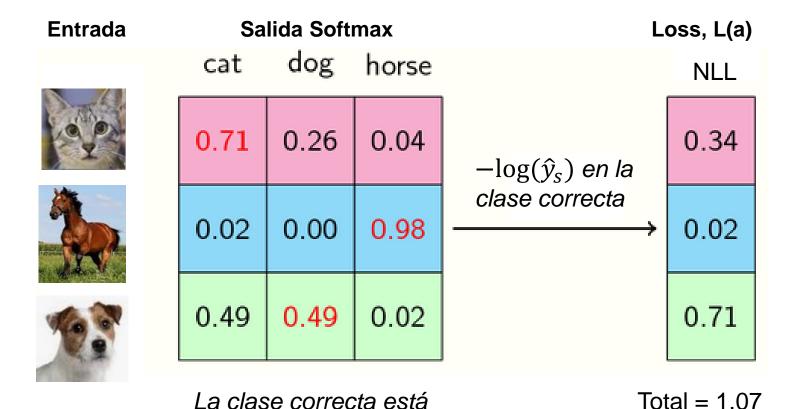
$$\frac{\partial C}{\partial w_{jk}} = -(y_j - \hat{y}_j) x_k \qquad \frac{\partial C}{\partial b_j} = -(y_j - \hat{y}_j)$$

Coincide con la derivada de la entropía cruzada binaria

esperada

## Capa softmax

#### □ Función de costo: Entropía cruzada categórica



pintada de rojo

menor será el error.

A menor valor de la neurona softmax correspondiente a la

Sólo se evalúa en la neurona

correspondiente a la salida

Cuando más cerca está de 1

softmax correspondiente a la clase correcta, mayor error.

## ClassRNMulticlase.py

#### Parámetros de entrada

- alpha: valor en el intervalo (0, 1) que representa la velocidad de aprendizaje.
- □ **n\_iter**: máxima cantidad de iteraciones a realizar.
- cotaE: termina si la diferencia entre dos errores consecutivos es menor que este valor.
- FUN: función de activación 'sigmoid', 'tanh', 'purelin'.
- COSTO: función de costo 'ECM', 'EC\_binaria', 'EC'
- random\_state: None si los pesos se inicializan en forma aleatoria, un valor entero para fijar la semilla

## ClassRNMulticlase.py

#### Parámetros de entrada

- X : arreglo de NxM donde N es la cantidad de ejemplos y M la cantidad de atributos.
- **T**: arreglo de N elementos siendo N la cantidad de ejemplos

#### Retorna

- w\_: arreglo de M elementos siendo M la cantidad de atributos de entrada
- □ **b**\_: valor numérico continuo correspondiente al bias.
- errors: errores cometidos en cada iteración.

## ClassRNMulticlase.py

#### Y = nn.predict(X)

- Parámetros de entrada
  - X : arreglo de NxM donde N es la cantidad de ejemplos y M la cantidad de atributos.
- Retorna: un arreglo con el resultado de aplicar la neurona general entrenada previamente con fit() a la matriz de ejemplos X.
  - □ **Y**: arreglo de N elementos siendo N la cantidad de ejemplos

RNMulticlase\_IRIS\_RN.ipynb

#### Evaluación del modelo

- Matriz de confusión
- Métricas
  - Accuracy
  - Precisión
  - Recall
  - □ F1-score
  - AUC, Curva ROC

#### Matriz de Confusión

	Predice Clase 1	Predice Clase 2	Recall
True Clase 1	A	В	A/(A+B)
True Clase 2	С	D	D/(C+D)
Precision	A/(A+C)	D/(B+D)	(A+D)/(A+B+C+D)

accuracy

- Los aciertos del modelo están sobre la diagonal de la matriz.
- □ **Precision**: la proporción de predicciones correctas sobre una clase.
- Recall: la proporción de ejemplos de una clase que son correctamente clasificados.
- Accuracy: la performance general del modelo, sobre todas las clases. Es la cantidad de aciertos sobre el total de ejemplos.

## Sklearn.metrics.accuracy\_score

```
from sklearn import metrics

Y_train = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]

Y_pred = [0, 2, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]

aciertos = metrics.accuracy_score(Y_train,Y_pred)

print("%% accuracy = %.3f" % aciertos)
```

## Sklearn.metrics.accuracy\_score

```
from sklearn import metrics

Y_train = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]

Y_pred = [0, 2 1, 3, 0, 1, 2, 0) 0, 1, 2, 3]

Rtas esperadas

Rtas esperadas

Rtas esperadas

Rtas esperadas

Print("% accuracy = 8.3f" % aciertos)
```

- De los 12 valores sólo 9 fueron identificados correctamente.
- $\square$  La tasa de aciertos es 9/12 = 0.75

```
Y \text{ train} = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]
Y_{pred} = [0,(2) 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]
MM = metrics.confusion matrix(Y train,Y pred)
print ("Matriz de confusión: \n%s" % MM)
                  Matriz de confusión:
               0 [[3 0 0 0]
                                            Esperaba obtener 1
                                           como respuesta pero
                                            la red respondió 2
                  [1 0 0 2]]
                    PREDICE
```

```
Y \text{ train} = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]
Y_pred = [0, 2, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]
MM = metrics.confusion matrix(Y_train,Y_pred)
print ("Matriz de confusión: \n%s" % MM)
                 Matriz de confusión:
               0 [[3 0 0 0]
                                          La respuesta correcta
              1 [0 2 1 0]
                                            es 2 pero la red
                                              respondió 1
                   [1 0 0 2]]
                    PREDICE
```

```
Y \text{ train} = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]
Y_{pred} = [0, 2, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]
MM = metrics.confusion matrix(Y train,Y pred)
print ("Matriz de confusión: \n%s" % MM)
                 Matriz de confusión:
               0 [[3 0 0 0]
                                          Esperaba un 3 pero la
                                            red respondió 0
               2 [0 1 2 0]
                   (1)0 0 2]]
                    PREDICE
```

```
Y \text{ train} = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]
Y \text{ pred} = [0, 2, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]
MM = metrics.confusion matrix(Y train,Y pred)
print("Matriz de confusión:\n%s" % MM)
                 Matriz de confusión:
               0 [[3 0 0 0]
                                           Los valores fuera de
              1 [0 2 1 0]
                                           la diagonal principal
               2 [0 1 2 0]
                                              son errores
                  [1 0 0 2]]
                    0 1 2 3
                    PREDICE
```

#### Sklearn.metrics.classification\_report

```
Y_train = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]
Y_pred = [0, 2, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]
report = metrics.classification_report(Y_train,Y_pred)
print("Resultado de la clasificación:\n%s" % report)
Resultado de la clasificación:
```

	precision	recall	f1-score	support
0	0.75	1.00	0.86	3
1	0.67	0.67	0.67	3
2	0.67	0.67	0.67	3
3	1.00	0.67	0.80	3
accuracy			0.75	12
macro avg	0.77	0.75	0.75	12
weighted avg	0.77	0.75	0.75	12

Matriz de confusión: [[3 0 0 0] [0 2 1 0] [0 1 2 0] [1 0 0 2]]

#### Sklearn.metrics.classification\_report

```
Y_train = [0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3, 0, 1, 2, 3]
Y_pred = [0, 2, 1, 3, 0, 1, 2, 0, 0, 1, 2, 3]
report = metrics.classification_report(Y_train,Y_pred)
print("Resultado de la clasificación:\n%s" % report)
```

	precision	recall	f1-score	support
0	0.75	1.00	0.86	3
1	0.67	0.67	0.67	3
2	0.67	0.67	0.67	3
3	1.00	0.67	0.80	3
accuracy			0.75	12
macro avg	0.77	0.75	0.75	12
weighted avg	0.77	0.75	0.75	12

Resultado de la clasificación:

#### F1-score

$$F1 = 2 * \frac{precision * recall}{precisión + recall}$$

#### Roca o Mina

- □ A partir de los datos del archivo "Sonar.csv" se desea construir una red neuronal para discriminar entre señales de sonar rebotadas en un cilindro de metal ("Mine") y aquellas rebotadas en una roca más o menos cilíndrica ("Rock").
- □ Utilice el 70% para entrenar y el 30% para testear.
- □ Calcule: accuracy, f1-score.