Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

«Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники»

Кафедра электронных вычислительных машин

Лабораторная работа №4

«Методы и процедуры принятия решений при многих критериях»

Вариант № 4

Выполнил Проверил:

студент группы 050503: Селезнев А.И.

Кириллов В.И.

Минск 2023

**1. Исходные данные для выполнения**

Предлагаются шесть проектов строительства промышленного предприятия. Характеристики проектов следу­ющие.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П2 | П3 | П4 | П5 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 12 | 10 | 13 | 11 | 15 | 14 |
| Новые рабочие места | 3000 | 3500 | 3000 | 1500 | 2000 | 2500 |
| Возможности разви­тия территории | хорошие | средние | средние (немного хуже, чем для П2) | хорошие | очень хорошие | очень хорошие |

Оценка важности критериев выполняется двумя экспертами.

По мнению первого эксперта, наиболее важный критерий - прибыль, менее важный - возможности раз­вития территории, еще менее важный - количество новых рабочих мест.

По мнению второго эксперта, наиболее важный критерий - прибыль, менее важный - количество новых рабочих мест, еще менее важный - возможности развития территории.

**2. Выбор множества Парето**

Выбор множества Парето-оптимальных решений (множества Парето) представляет собой отбор перспективных альтернатив, из которых затем отбирается одна (лучшая) альтернатива.

Множество Парето представляет собой множество альтернатив, обладающих следующим свойством: любая из альтернатив, входящих во множество Парето, хотя бы по одному критерию лучше любой другой альтернативы, входящей в это множество. Другими словами, ни одна из альтернатив, входящих во множество Парето, не уступает какой-либо другой альтернативе из этого множества по всем критериям. Поэтому множество Парето называют также множеством недоминируемых альтернатив: в нем отсутствуют альтернативы, явно (по всем критериям) отстающие от какой-либо другой альтернативы.

Выбор множества Парето производится следующим образом. *Все* альтернативы *попарно* сравниваются друг с другом *по всем критериям*. Если при сравнении каких-либо альтернатив (обозначим их как *Ai*и *Aj*) оказывается, что одна из них (например, *Aj*) *не лучше другой ни по одному критерию*, то ее можно исключить из рассмотрения. Исключенную альтернативу (в данном случае – альтернативу *Aj*) не требуется сравнивать с другими альтернативами, так как она явно неперспективна.

Как правило, во множество Парето входит несколько альтернатив. Поэтому выбор множества Парето не обеспечивает принятия окончательного решения (выбора одной лучшей альтернативы), однако позволяет сократить количество рассматриваемых альтернатив, т.е. упрощает принятие решения.

Выберем множества Парето:

Сравним альтернативы П1 и П2. По критериям “прибыль” и “возможности развития территории“ альтернатива П1 лучше, чем П2; по критерию “новые рабочие места” альтернатива П2 лучше, чем П1. Таким образом, ни одну из альтернатив исключить нельзя, так как по некоторым критериям лучше одна, а по другим – другая.

Сравним П1 и П3. По критерию “возможности развития территории” лучше П1; по критерию “новые рабочие места” альтернативы равны; по критерию “прибыль” П1 хуже, чем П2. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним П1 и П4. По критериям “прибыль” и “новые рабочие места” лучше П1, по критерию “возможности развития территории” альтернативы равны. Таким образом альтернативу П4 следует исключить из рассмотрения.

Сравним П1 и П5. По критерию “новые рабочие места” П1 лучше, но хуже по всем остальным критериям. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним П1 и П6. По критерию “новые рабочие места” П1 лучше, но хуже по всем остальным критериям. Ни одна из альтернатив не исключается.

Сравним П2 и П3. П2 хуже только по критерию “прибыль”, по остальным критериям лучше. Ни одна из альтернатив не исключается.

Аналогично сравниваются остальные альтернативы. Ни одна из них не исключается.

Таким образом, во множество Парето вошли альтернативы П1, П2, П3, П5 и П6. Именно из них будет затем выбираться лучшая альтернатива.

**2. Первый способ анализа альтернатив**

**2.1 Методика экспресс-анализа альтернатив**

Методика предназначена для отбора перспективных альтернатив. При этом перспективными считаются альтернативы, не имеющие существенных недостатков ни по одному из критериев.

Методика рассчитана на применение в задачах, в которых большинство критериев являются числовыми. Методика может применяться и для решения задач, в которых имеются качественные (выраженные в словесной форме) критерии; в этом случае для перехода к числовым оценкам применяются следующие процедуры:

* оценки по качественным критериям выражаются по пятибалльной шкале (“отлично”, “хорошо”, “удовлетворительно”, “плохо”, “очень плохо”), а затем выполняется переход к числовым оценкам с использованием **шкалы Харрингтона**. При этом оценке "отлично" соответствуют числовые оценки от 0,8 до 1; "хорошо" - от 0,63 до 0,8; "удовлетворительно" - от 0,37 до 0,63; "плохо" - от 0,2 до 0,37; "очень плохо" - от 0 до 0,2. Числовая оценка выставляется человеком: экспертом или лицом, принимающим решения (ЛПР). Например, если по некоторому критерию две альтернативы имеют оценку “хорошо”, но одна из них очень хорошая, а другая - немного хуже, то первой из альтернатив (лучшей) можно назначить оценку 0,8, а второй, например - 0,7;

для оценок, имеющих вид "да-нет" (т.е. выражающих наличие или отсутствие некоторого показателя), обычно используются следующие числовые оценки: "да" - 0,67, "нет" - 0,33 (здесь предполагается, что оценка “да” более желательна, чем “нет”).

Принцип работы методики экспресс-анализа альтернатив следующий. Для каждой альтернативы находится худшая оценка (из всех оценок данной альтернативы по критериям, используемым в задаче). Выбираются альтернативы, худшая оценка которых *не ниже* некоторой пороговой величины.

Составим таблицу после выбора множества Парето (см. таблицу 2.1.1)

Таблица 2.1.1 — Множество Парето

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П2 | П3 | П5 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 12,00 | 10,00 | 13,00 | 15,00 | 14,00 |
| Новые рабочие места | 3000,00 | 3500,00 | 3000,00 | 2000,00 | 2500,00 |
| Возможности разви­тия территории | хорошие | средние | средние (немного хуже, чем для П2) | очень хорошие | очень хорошие |

Обозначим оценки альтернатив по критериям как *Xij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*. Здесь *M* - количество критериев, *N* - количество альтернатив (в данной задаче *M*=3, *N*=5).

Выбор множества перспективных альтернатив на основе методики экспресс-анализа реализуется в следующем порядке.

**1** Оценки альтернатив по критериям приводятся к безразмерному виду. Безразмерные оценки альтернатив *Pij*, *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*, находятся следующим образом:

* для критериев, подлежащих максимизации, все оценки альтернатив по критерию делятся на максимальную из оценок по данному критерию:
* для критериев, подлежащих минимизации, из оценок по данному критерию выбирается минимальная, и она делится на все оценки альтернатив по данному критерию:
* для качественных (словесных) критериев выполняется переход к числовым оценкам по шкале Харрингтона.

Рассмотрим получение безразмерных оценок для данной задачи.

Для данной задачи безразмерные оценки приведены в таблице 2.1.2.

Таблица 2.1.2 — Безразмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П2 | П3 | П5 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 0,80 | 0,67 | 0,87 | 1,00 | 0,93 |
| Новые рабочие места | 0,86 | 1,00 | 0,86 | 0,57 | 0,71 |
| Возможности разви­тия территории | 0,78 | 0,56 | 0,44 | 1,00 | 1,00 |

В результате перехода к безразмерным оценкам устранены различия исходных оценок, затруднявшие сравнение альтернатив. Безразмерные величины не измеряются в каких-либо единицах, поэтому их можно сравнивать друг с другом, складывать и т.д. Безразмерные оценки не различаются по диапазону значений: все они имеют значения в пределах от 0 до 1. Они не различаются также по направленности: чем больше безразмерная оценка, тем лучше (по любому критерию), и лучшее значение равно 1.

**2** Для каждой альтернативы находится минимальная оценка, т.е. худшая из оценок данной альтернативы по всем критериям:

Например, для П2 эта оценка равна 0.56, так она находится как минимальная из 0.67, 1 и 0.56.

Минимальные оценки приведены в таблице 2.1.3.

Таблица 2.1.3 — Минимальные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Альтернатива | П1 | П2 | П3 | П5 | П6 |
| *Pij* | 0,78 | 0,56 | 0,44 | 0,57 | 0,71 |

**3** Выбирается пороговое значение минимальной оценки *P*0. Эта величина назначается ЛПР или экспертом из субъективных соображений, например, в зависимости от количества альтернатив, которые требуется отобрать для дальнейшего анализа.

Пусть в данной задаче назначено *P*0 = 0.5

**4** Выбирается множество альтернатив, для которых *Pj* > *P*0. Таким образом, для дальнейшего анализа отбираются альтернативы, у которых все оценки (в том числе худшая) не ниже предельной величины *P*0.

В данной задаче отбираются альтернативы П1, П2, П5, П6. Окончательный выбор производится на основе одного из методов, рассматриваемых ниже.

**2.2 Методика скаляризации векторных оценок**

Методика предназначена для выбора рациональной альтернативы из множества альтернатив, оцениваемых по нескольким критериям.

Как и методика экспресс-анализа альтернатив, данная методика рассчитана на решение задач, в которых решение принимается на основе числовых критериев (или может быть выполнен переход к таким критериям).

Основное преимущество этой методики – минимальный объем информации, которую требуется получить от ЛПР или эксперта для выбора решения, что позволяет практически полностью автоматизировать решение задачи. В то же время недостаточный учет субъективных суждений ЛПР является недостатком этой методики.

Методика основана на вычислении обобщенной оценки каждой альтернативы (с учетом оценок по всем критериям) и сопоставлении этих оценок.

В таблице 2.2.1 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето и методики экспресс-анализа альтернатив.

Таблица 2.2.1 — Исходные данные

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П2 | П5 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 12,00 | 10,00 | 15,00 | 14,00 |
| Новые рабочие места | 3000,00 | 3500,00 | 2000,00 | 2500,00 |
| Возможности разви­тия территории | хорошие | средние | очень хорошие | очень хорошие |

Методика реализуется в следующем порядке.

**1** Оценки альтернатив приводятся к безразмерному виду, как и в методике экспресс-анализа альтернатив. Безразмерные оценки альтернатив для данной задачи приведены в таблице 2.2.2.

Таблица 2.2.2 — Безмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П2 | П3 | П5 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 0,80 | 0,67 | 0,87 | 1,00 | 0,93 |
| Новые рабочие места | 0,86 | 1,00 | 0,86 | 0,57 | 0,71 |
| Возможности разви­тия территории | 0,78 | 0,56 | 0,44 | 1,00 | 1,00 |

**2** Определяются веса (оценки важности) критериев. В рассматриваемой методике веса находятся *на основе разброса оценок*. Веса определяются в следующем порядке:

* определяются средние оценки по каждому критерию:

*i*=1,...,*M*,

где *M* - количество критериев;

*N* - количество альтернатив;

*Pij* - безразмерные оценки.

Для данного примера: (0.8 + 0,67 + 1 + 0.93) / 4 = 0.85; = (0.86 + + 1 + 0.57 + 0,71) / 4 = 0.79; = (0.78 + 0.56 + 1 + 1) / 4 = 0.83

* находятся величины разброса по каждому критерию:

*i*=1,...,*M*.

Для данного примера:

* находится сумма величин разброса:

.

Для данного примера *R* = 0.14 + 0.18 + 0.20 = 0.52

* находятся веса критериев, отражающие разброс оценок:

*Wi* = *Ri*/*R*,           *i*=1,...,*M*.

Для данного примера *W*1 = 0.14 / 0.52 = 0.26; *W*2 = 0.18 / 0.52 = 0.35; *W*3 = 0.2 / 0.52 = 0.39

Чем больше разброс (различие) в оценках альтернатив по критерию, тем больше вес этого критерия. Таким образом, критерии, по которым оценки альтернатив существенно различаются, считаются более важными. Если оценки альтернатив по какому-либо критерию очень близки, то его вес будет небольшим, так как сравнение альтернатив при близких оценках не имеет смысла.

**3** Находятся взвешенные оценки альтернатив (путем деления весов критериев на оценки по соответствующим критериям):

*Eij* = *Wi*/ *Pij*,           *i*=1,...,*M*, *j*=1,...,*N*.

Взвешенные оценки для данного примера приведены в таблице 2.2.3.

Таблица 2.2.3 — Взвешенные безмерные оценки альтернатив

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П2 | П5 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 0,33 | 0,4 | 0,26 | 0,28 |
| Новые рабочие места | 0,41 | 0,35 | 0,61 | 0,49 |
| Возможности разви­тия территории | 0,5 | 0,69 | 0,39 | 0,39 |

Здесь, например, *E*11 = 0.26 / 0.80 = 0.33; *E*12 = 0.26 / 0.67 = 0.4; *E*13= 0.26 / 1 = 0.26, и т.д.

Чем большие значения принимают безразмерные оценки *Pij*, тем меньше значения взвешенных оценок. Таким образом, чем *меньше* взвешенные оценки, тем *лучше* альтернатива.

**4** Определяются комплексные оценки альтернатив (суммы взвешенных оценок):

*j*=1,...,*N*.

Для данного примера *E*1 = 0.33 + 0.41 + 0.50 = 1.23 (комплексная оценка альтернативы П1); *E*2 = 0.40 + 0.35 + 0.69 = 1.44 (П2); *E*3 = 0.26 + 0.61 + 0.39 = 1.26 (П5); *E*4 = 0.28 + 0.39 + 0.49 = 1.16 (П6).

Чем меньше комплексная оценка, тем лучше альтернатива. Таким образом, в данном примере лучшей альтернативой является П6; несколько худший вариант – П1 и П5, самый худший – П2.

**2.3 Методика сравнительной оценки двух альтернатив по степени доминирования**

Методика предназначена для решения задач, в которых требуется выбрать лучшую из двух альтернатив. Такие задачи часто возникают, например, при проектировании технических систем, когда требуется выбрать лучший из двух вариантов системы: базовый (имеющийся) или новый (предлагаемый). Однако применение данной методики не ограничивается задачами проектирования.

Для применения данной методики все оценки альтернатив должны быть выражены в числовой форме.

Принцип работы методики следующий. Для каждой из двух сравниваемых альтернатив находится обобщенная оценка по всем критериям, по которым она превосходит другую альтернативу; при этом учитывается степень превосходства, а также важность критериев. Полученные обобщенные оценки сравниваются; выбирается альтернатива, имеющая большую оценку.

В таблице 2.3.1 приведены оценки альтернатив, отобранных на основе выбора множества Парето, методики экспресс-анализа альтернатив и методики скаляризации векторных оценок.

Таблица 2.3.1 — Исходные данные

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Проект | П1 | П6 |
| Прибыль, млн ден.ед./год | 12,00 | 14,00 |
| Новые рабочие места | 3000,00 | 2500,00 |
| Возможности разви­тия территории | хорошие | очень хорошие |

По критерию "возможности развития территории " требуется перейти к числовым оценкам. Для этого воспользуемся шкалой Харрингтона. Пусть для проекта П1 по данному критерию назначена числовая оценка 0.7, а для П6 – оценка 0.9.

Если при сравнении альтернатив по какому-либо критерию они имеют одинаковые оценки, то такой критерий не учитывается. В данной задаче таких критериев нет.

Методика реализуется в следующем порядке.

**1** Выполняется ранжирование критериев по важности: наиболее важный критерий получает ранг 1, следующий по важности - 2, и т.д. Если какие-либо критерии близки по важности, им рекомендуется назначать одинаковые ранги. Обозначим ранги как *Ri*, *i*=1,...,*M*, где *M* - количество критериев.

Пусть в данной задаче критериям назначены следующие ранги: *R*1 = 1, *R*2 = 3, *R*3 = 2.

**2** Выполняется переход от рангов к весам критериев. Веса находятся следующим образом: из всех рангов выбирается максимальный (в данном примере он равен 2), к нему прибавляется единица, и из полученного числа вычитаются ранги:

*i*=1,…,*M*.

Таким образом, чем важнее критерий, тем больше его вес.

Для данной задачи веса критериев следующие: *V*1 = 3 + 1 – 1 = 3; *V*2 = 3 + 1 – 3 = 1; *V*3 = 3 + 1 – 2 = 2

**3** Находятся отношения оценок альтернатив (степени доминирования) путем деления большей оценки по каждому критерию на меньшую:

*Si* = max(*Xi*1,*Xi*2) / min(*Xi*1,*Xi*2), *i*=1,...,*M*,

где *Xi*1, *Xi*2 - оценки двух сравниваемых альтернатив по *i*-му критерию.

Для данной задачи *S*1 = 14 / 12 = 1.17; *S*2 = 3000 / 2500 = 1.2; *S*3 = 0.9 / 0.7 = 1.29

**4** Находятся скорректированные степени доминирования альтернатив путем возведения степеней доминирования в степени, равные весам критериев:

*i*=1,…,*M*.

Таким образом учитывается важность критериев: чем больше вес критерия, тем больше соответствующая степень доминирования будет влиять на окончательную оценку.

Для данной задачи *C*1 = 1.173 = 1.59; *C*2 = 1.21 = 1.2; *C*3 = 1.292 = 1.65

**5** Для каждой из сравниваемых альтернатив находится оценка ее доминирования над другой альтернативой. Эта оценка вычисляется как произведение скорректированных степеней доминирования по всем критериям, по которым данная альтернатива лучше другой.

В данном примере проект П1 лучше проекта П6 по критерию "новые рабочие места". Оценка доминирования проекта П1 над П6 находится следующим образом: *D*1 = 1.2

Проект П6 лучше проекта П1 по критериям “ прибыль” и “ возможности развития территории”. Оценка доминирования Пл5 над Пл4: *D*2 = 1.59 1.65 = 2.63

**6** Находится обобщенная оценка доминирования:

*D* = *D*1 / *D*2.

Если *D* >1, то первая альтернатива (оценка которой указана в числителе) лучше второй; если *D* <1, то вторая альтернатива превосходит первую. В данном примере *D* = 1.2 / 2.63 = 0.46. Таким образом, проект П6 лучше, чем П1.